Wojciech Makos

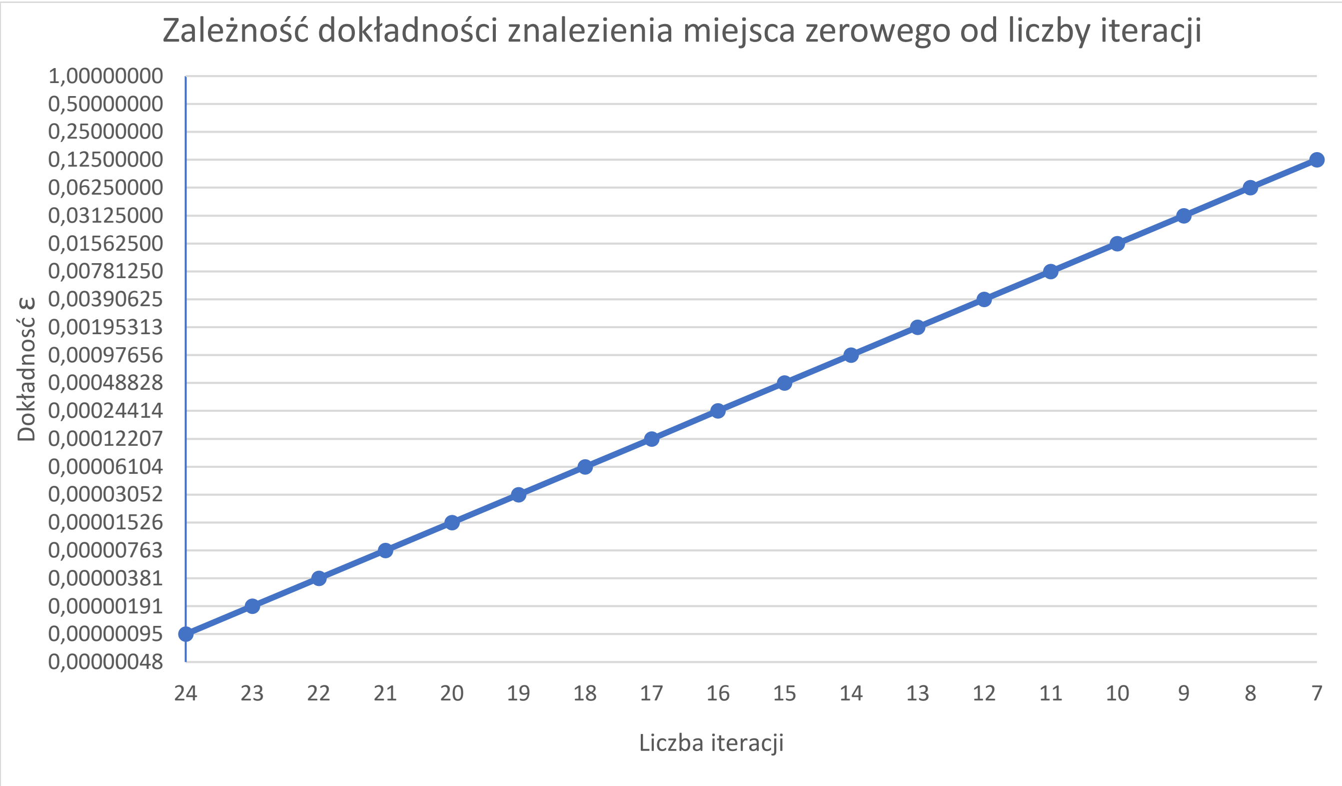
Raport z laboratoriów 3 – równania nieliniowe

➔ Uwagi wstępne:

Program na początku po jego uruchomieniu pyta, które ćwiczenie (który case w switch'u) ma wykonać. Należy podać numer ćwiczenia.

➔ Ćwiczenie 1

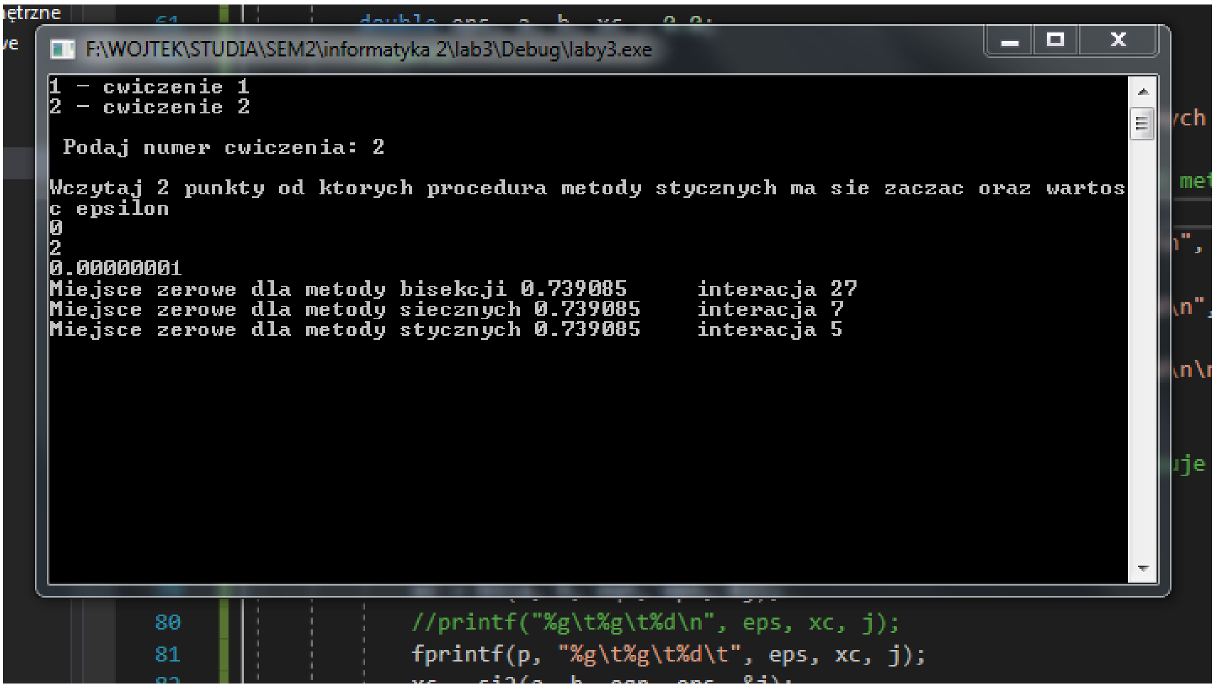
Żeby program prawidłowo zadziałał, najpierw należy podać krańce przedziałów, od których program zacznie liczenie oraz wartość dokładności z jaką chcemy otrzymać wynik. Jeżeli w podanym przedziale nie ma miejsca zerowego funkcji *eqn* to program wypisze na ekranie liczbę iteracji *j*=(-1) oraz wartość przybliżoną miejsca zerowego *xc*=0. Program w pętli rozwiązuje podane równanie *eqn* (zdefiniowane na samym dole kodu) metodą bisekcji (funkcja *bi* znajduje się pod funkcją *main*) oraz dla zmieniających się wartości *ε* wylicza przybliżenie rozwiązania równania *xc* oraz numer iteracji po której ten przybliżony wynik został osiągnięty. Wyniki programu dla zadanego przedziału początkowego a=-10 i b=10 przedstawia wykres:



➔ Ćwiczenie 2 (metoda siecznych i stycznych)

Na dole kodu programu napisałem 2 funkcje *st* oraz *si2* służące do wyznaczania miejsc zerowych funkcji *eqn* odpowiednio metodą Newtona oraz metodą siecznych. Na początku program pyta o zadanie przedziału, od którego ma zacząć pracę. Końce przedziałów nie muszą znajdować się po przeciwnych stronach rzeczywistego miejsca zerowego, natomiast jest to wskazane. Należy zwrócić uwagę na fakt, iż dla odpowiednio dużej odległości punktów końcowych przedziału od wartości rzeczywistej metody nie działają poprawnie (program się zapętla lub wyskakuje miejsce zerowe „wzięte z kosmosu”), z uwagi na fakt, iż nie jest spełnione twierdzenie o lokalnej zbieżności metod – np. dla przypadku, gdy dla jakiegoś x z otoczenia rzeczywistego pierwiastka, do którego należą punkty początkowe, pochodna funkcji równa się 0.

Porównanie wyników 3 metod na sensownym przedziale (0,2) i dla dokładności ε=0.00000001:

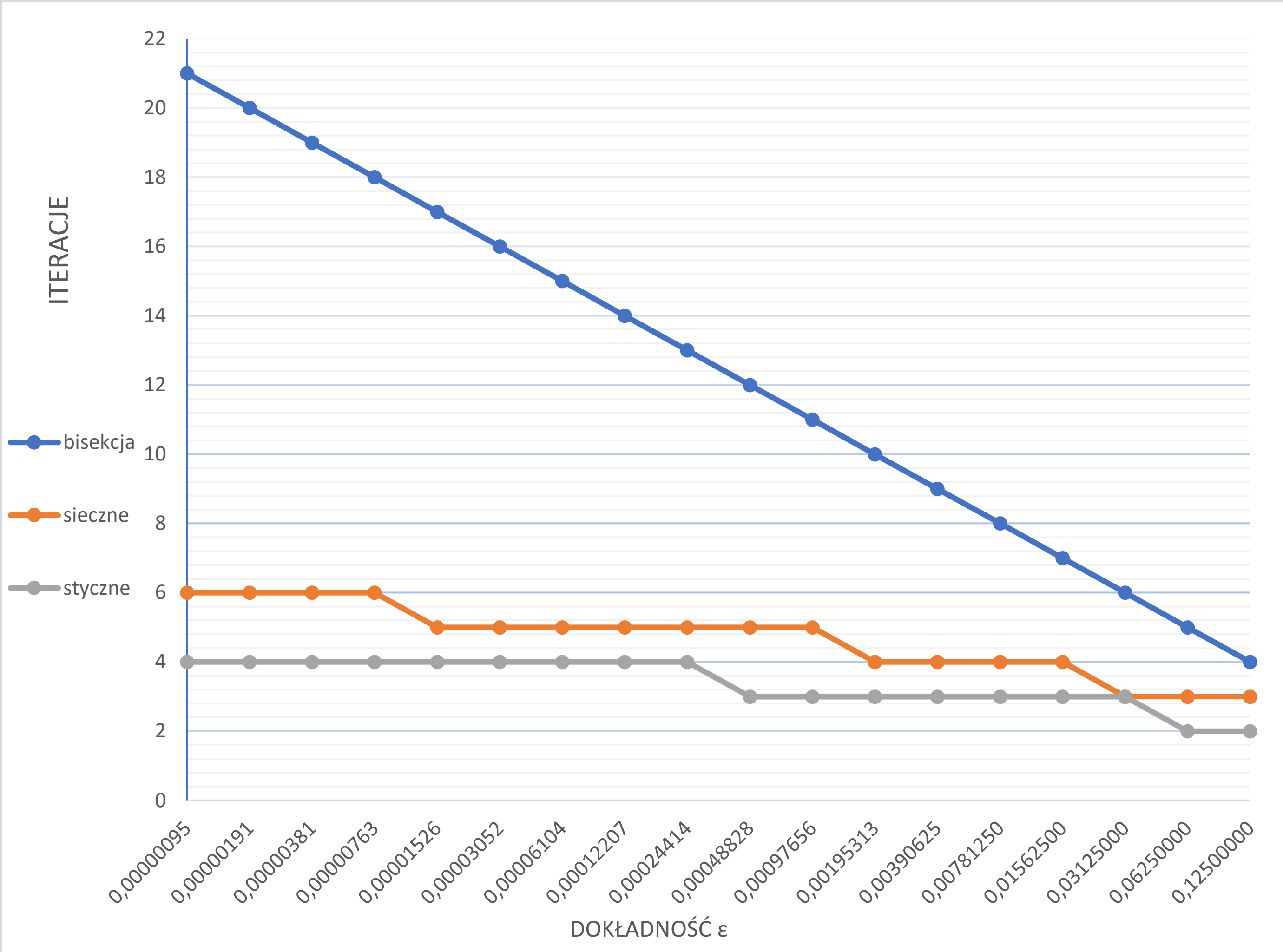


Na tym przykładzie można się przekonać o słusznej zależności między liczbą iteracji a rzędem zbieżności metod (metoda stycznych osiąga największą kwadratową zbieżność). Jednakże dla przedziału (-5; 10) metoda stycznych zapętla się (liczba iteracji wynosi około 150). Jest to spowodowane tym, że wybraliśmy przedział niekorzystny dla działania tej metody, pochodna dla x w którymś kroku iteracyjnym musiała być bliska 0.

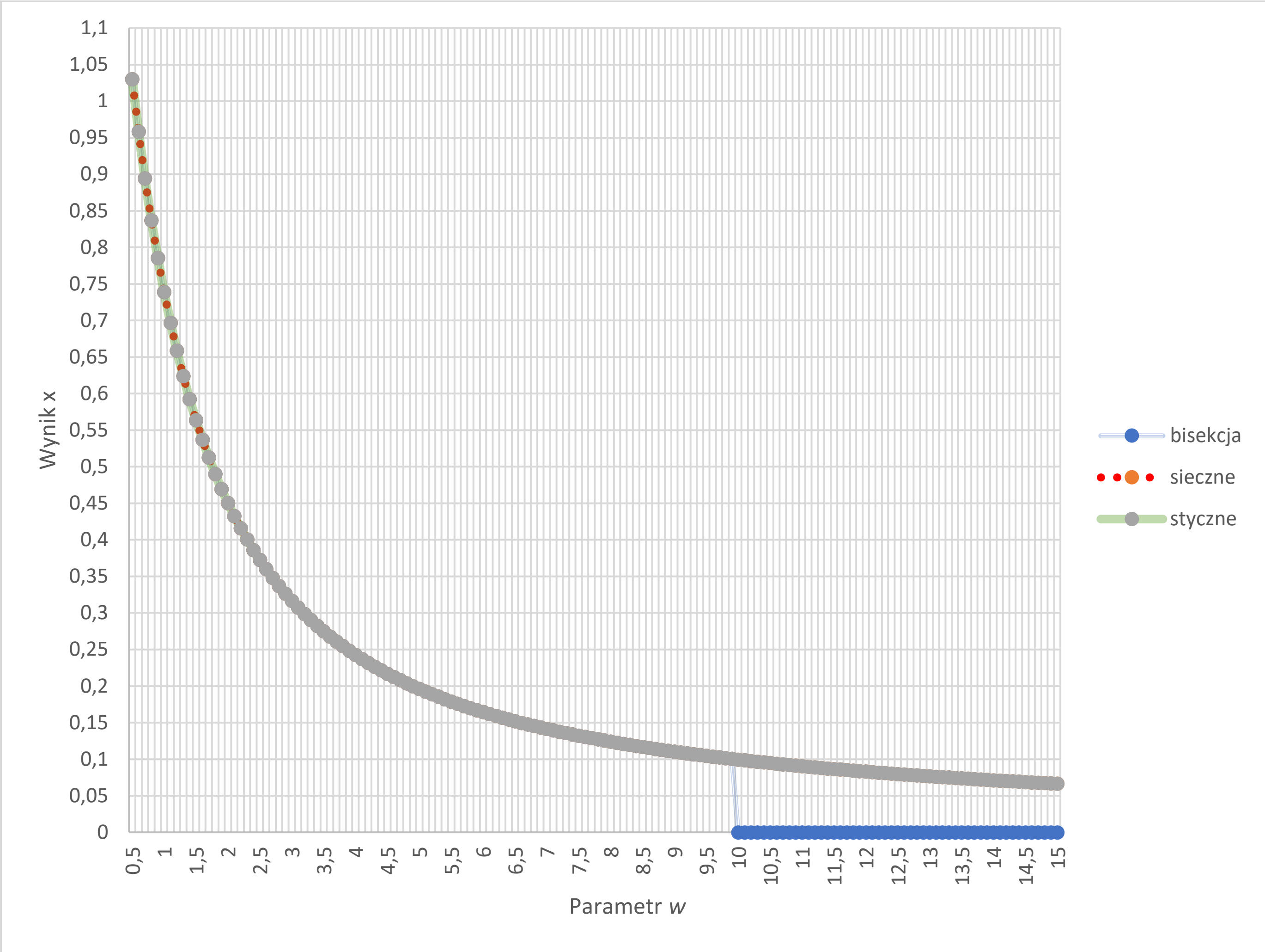
Żeby porównać dokładniej 3 metody (komentarz w kodzie *//part2*), należy podać przedział początkowy tak, aby wartość początkowa i końcowa znajdowały się po obu stronach rozwiązania równania (inaczej metoda bisekcji nie zadziała).

Program liczy w pętli wynik przybliżony równania oraz liczbę iteracji dla tych 3 metod numerycznych dla zmieniającej się dokładności przybliżenia ε. Oto wykres przedstawiający liczbę iteracji od danego przybliżenia dla konkretnej metody znajdowania pierwiastków dla następujących danych wejściowych:

- Początek przedziału 0.4
- Koniec przedziału 3.0



3 polecenie w tym zadaniu dotyczy rozwiązania równania z parametrem zmieniającym się w przedziale przy zadanej dokładności *ε.* W celu wykonania tego ćwiczenia stworzyłem nowe funkcje *bi1*, *st1*, *si1*, *eqn2.* Są to zmodyfikowane funkcje numeryczne na znajdowanie rozwiązania funkcji eq2 zależnej od parametru w. Ich zmiana polega jedynie na tym, że funkcje jako argument przyjmują wskaźnik do funkcji *eqn2* zależną tym razem od 2 argumentów x oraz parametru m, który ustalam każdorazowo przy wywołaniu danych funkcji. Dla przedziału (0,1; 3) wyniki porównawcze między metodą bisekcji, siecznych i stycznych przedstawia wykres poniżej. Jak widać różnice pomiędzy wynikami tych 3 metod dla zadanego parametru są wręcz niezauważalne, choć w okolicach *w*=10.0 pojawia się w metodzie bisekcji wyrwa. Jest ona spowodowana tym, że wyrazy końcowe przedziału przeze mnie ustalonego (0,1; 3) okazały się leżeć po tej samej stronie funkcji badanej względem jej miejsc zerowych. Widać na tym wykresie mankament metody bisekcji. Należy również zauważyć, że dla innego przedziału początkowego metoda stycznych mogłaby się „wysypać”, w przypadku gdy pochodna naszej funkcji okazała się być w jakimś punkcie przedziału równa 0.



Wynik x
1,1
1,05
1
0,95
0,9
0,85
0,8
0,75
0,7
0,65
0,6
0,55
0,5
0,45
0,4
0,35
0,3
0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
5
5,5
6
6,5
7
7,5
8
8,5
9
9,5
10
10,5
11
11,5
12
12,5
13
13,5
14
14,5
15
Parametr w
bisekcja
sieczne
styczne