Wojciech Makos

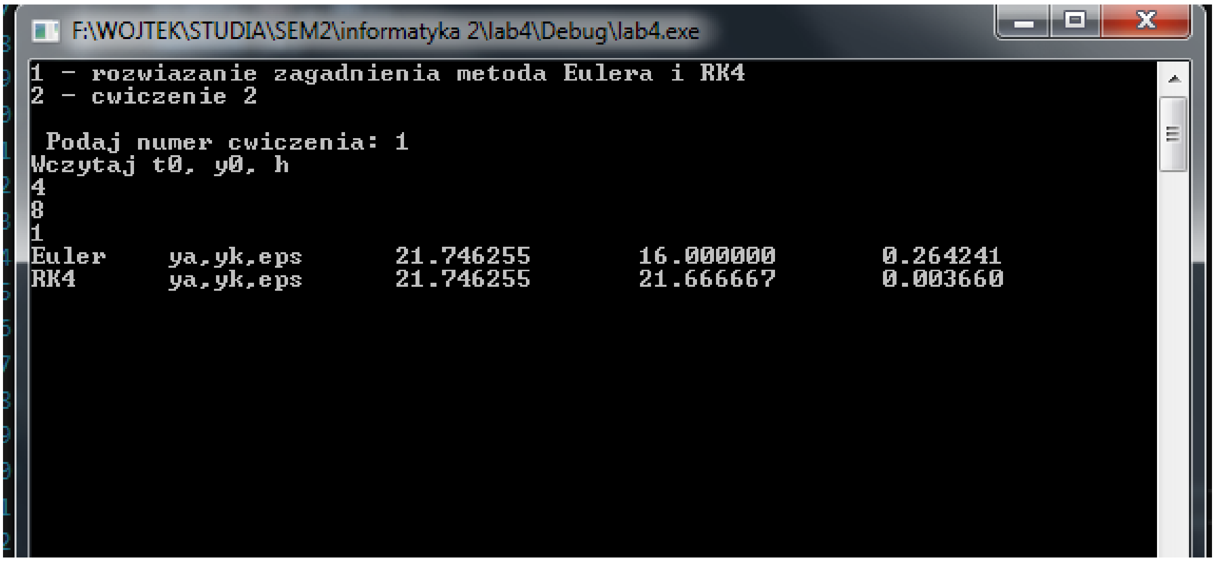
Raport z laboratoriów 4 – równania różniczkowe

- Uwagi wstępne:

Program na początku po jego uruchomieniu pyta, które ćwiczenie (który case w switch'u) ma wykonać. Należy podać numer ćwiczenia.

- Ćwiczenie 1 (pierwsze 3 polecenia z instrukcji; w kodzie case:1)

Program rozwiązuje podane zagadnienie początkowe metodą Eulera, RK4. Po podaniu wartości początkowych *t0* i *y0* oraz kroku całkowania *h* program podaje wynik dla metody Eulera kolejno analityczny, numeryczny oraz błąd względny *eps*. To samo program wylicza dla drugiej metody. Dla danych początkowych zagadnienia *t0*=4, *y0*=0 i *h*=1 oraz odgórnie ustalonej lambdy *o*=1, program pokazuje następujące wyniki:



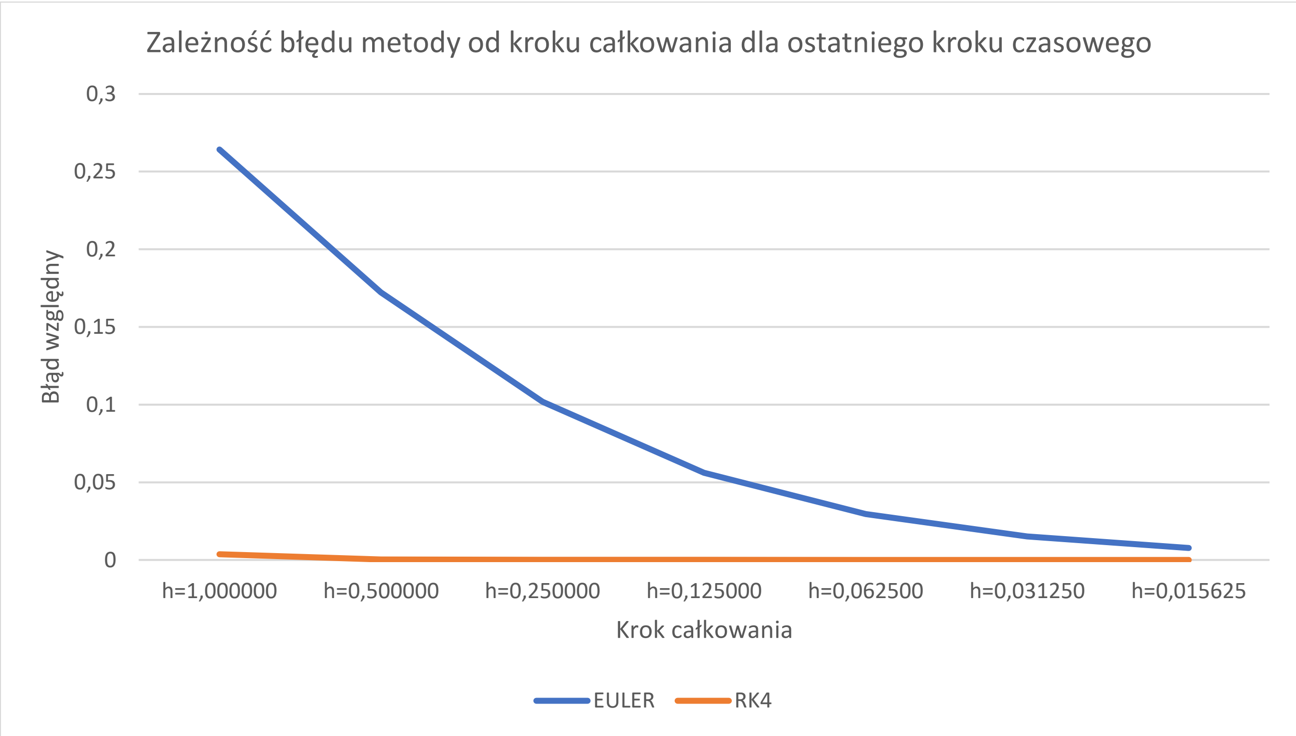
- Ćwiczenie 2 (polecenie 4 i 5 w instrukcji; w kodzie case:2)

Ta część kodu odpowiada za porównanie metody Eulera i RK4 dla zmieniającego się kroku całkowania. Na początku program prosi o podanie warunków początkowych zagadnienia *t0*, *y0* oraz punktu końcowego do którego ma się odbywać całkowanie *tk*. Przedział całkowania jest stały, więc dla zmieniającego się kroku całkowania należy odpowiednio zwiększyć liczbę powtórzeń znajdowania kolejnych rozwiązań. Za ten fakt odpowiada parametr *n.* Działanie programu potwierdza fragment wyników, które otrzymałem dla: *t0*=1, *y0*=1, *tk*=2, *o*=1. Pierwsza kolumna to wartość argumentu niezależnego *t* w danym kroku, druga kolumna to wynik analityczny dla danego *t,* trzecia kolumna to wynik numeryczny, a ostatnia to błąd metody. (Program domyślnie zapisuje do pliku jedynie błąd dla ostatniego kroku czasowego danej metody dla danego h – tak jak jest w poleceniu, natomiast poniższy screen pokazuje jak dokładniej działanie funkcjonowanie obu metod).

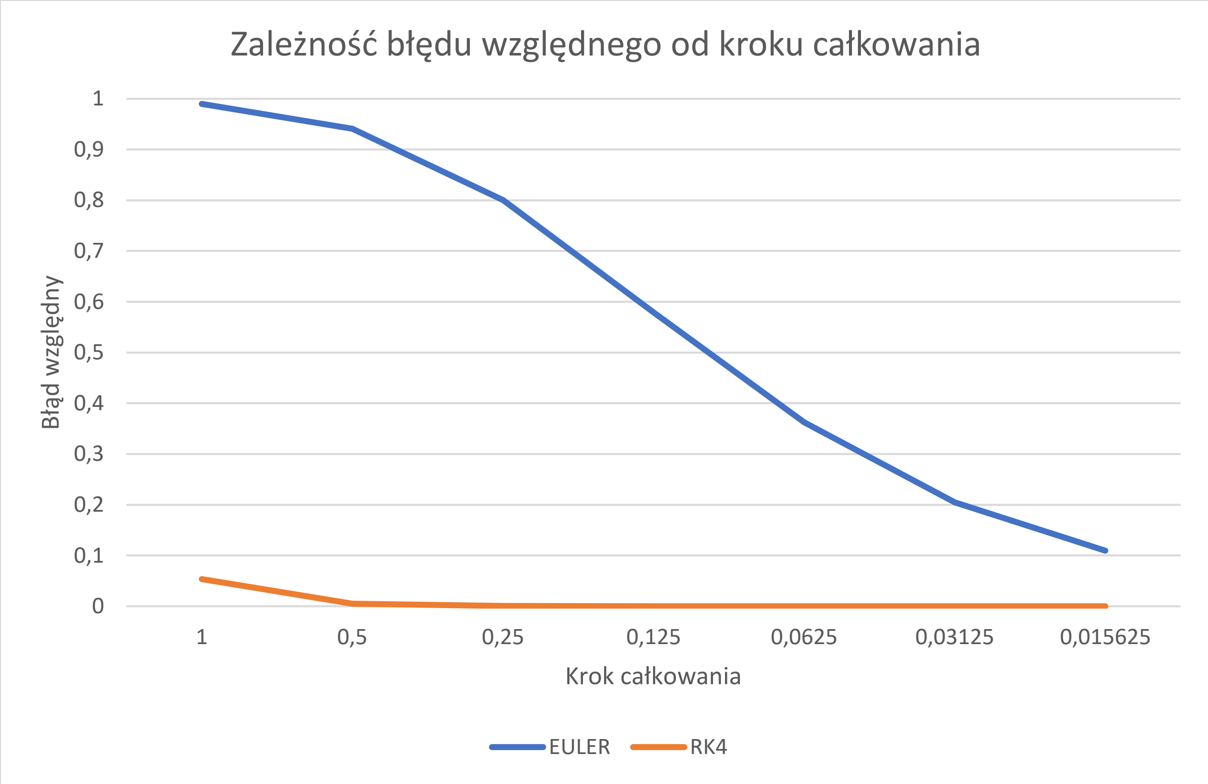
```
EULER    h=0.125000
1.125000        1.133148        1.125000        0.007191
1.250000        1.284025        1.265625        0.014330
1.375000        1.454991        1.423828        0.021418
1.500000        1.648721        1.601807        0.028455
1.625000        1.868246        1.802032        0.035442
1.750000        2.117000        2.027287        0.042378
1.875000        2.398875        2.280697        0.049264
2.000000        2.718282        2.565785        0.056101

RK4      h=0.125000
1.125000        1.133148        1.133148        0.000000
1.250000        1.284025        1.284025        0.000000
1.375000        1.454991        1.454990        0.000001
1.500000        1.648721        1.648720        0.000001
1.625000        1.868246        1.868244        0.000001
1.750000        2.117000        2.116997        0.000001
1.875000        2.398875        2.398871        0.000002
2.000000        2.718282        2.718277        0.000002
```

A tak wyglądają wyniki na wykresie zależności błędu od kroku całkowania na stałym przedziale <1,2> i dla *y0*=1, *o*=1 od kroku całkowania h:

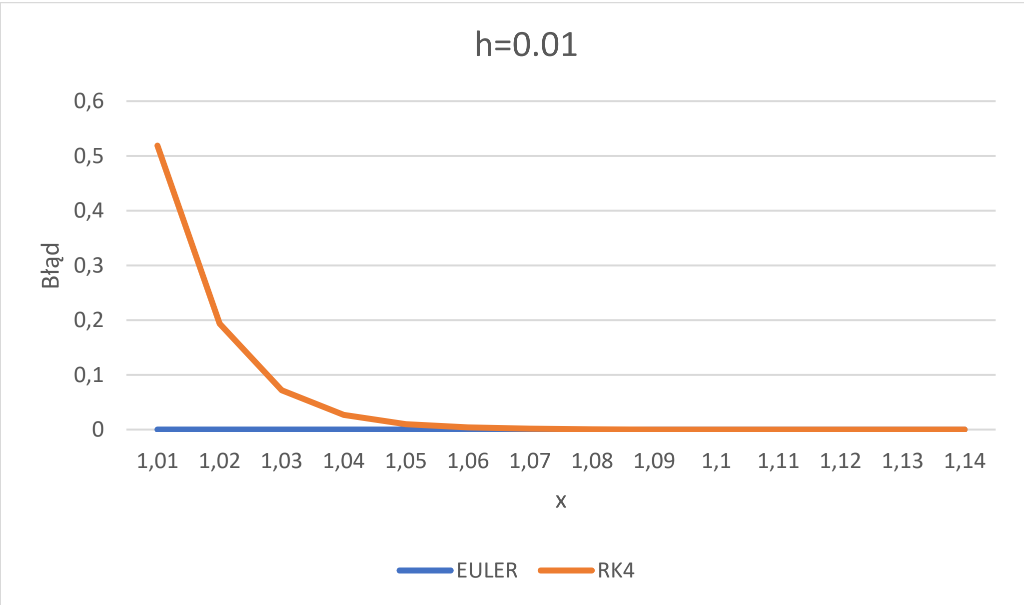


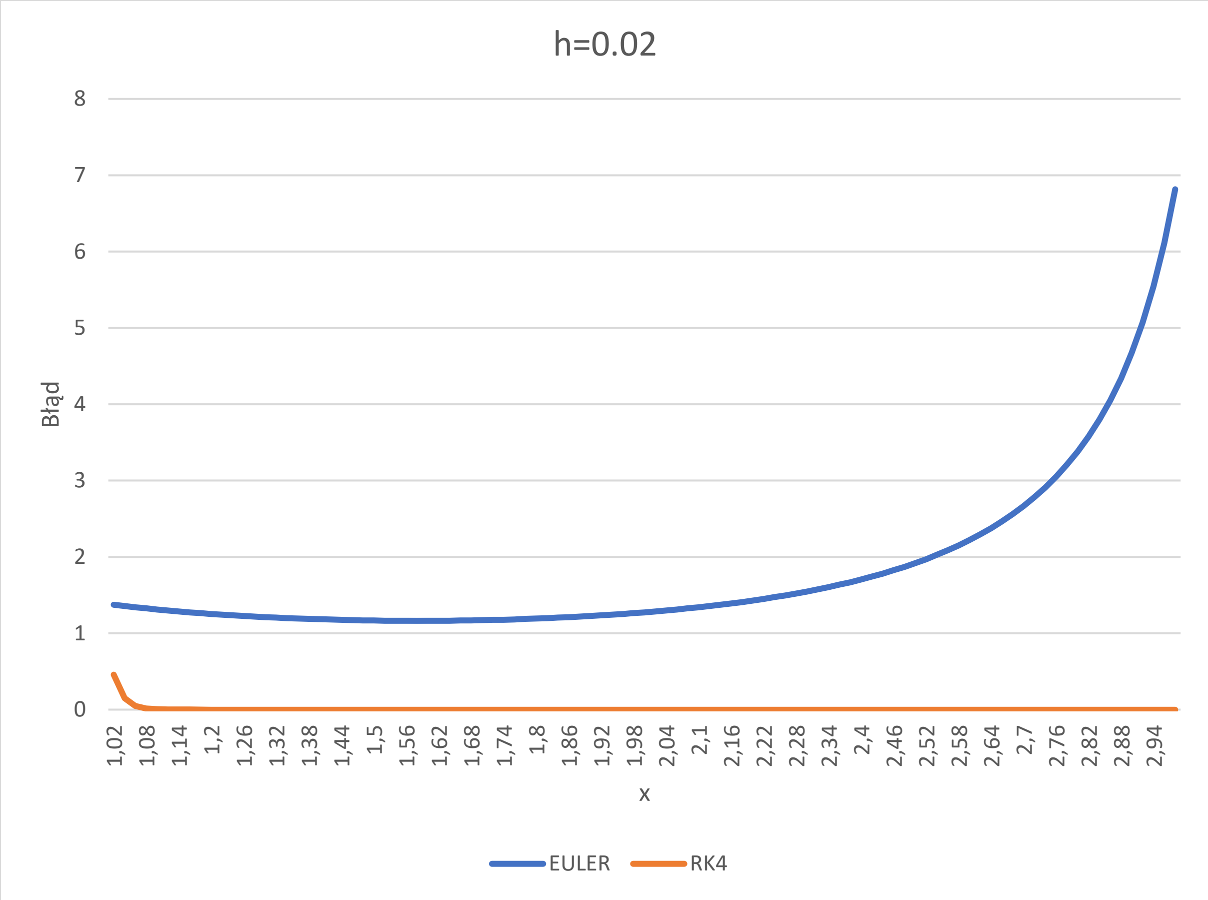
Wyniki na poniższym wykresie przedstawiają zależności błędu metody od kroku całkowania *h* na stałym przedziale <2.7;18> i dla *y0*=6.3, *o*=1.

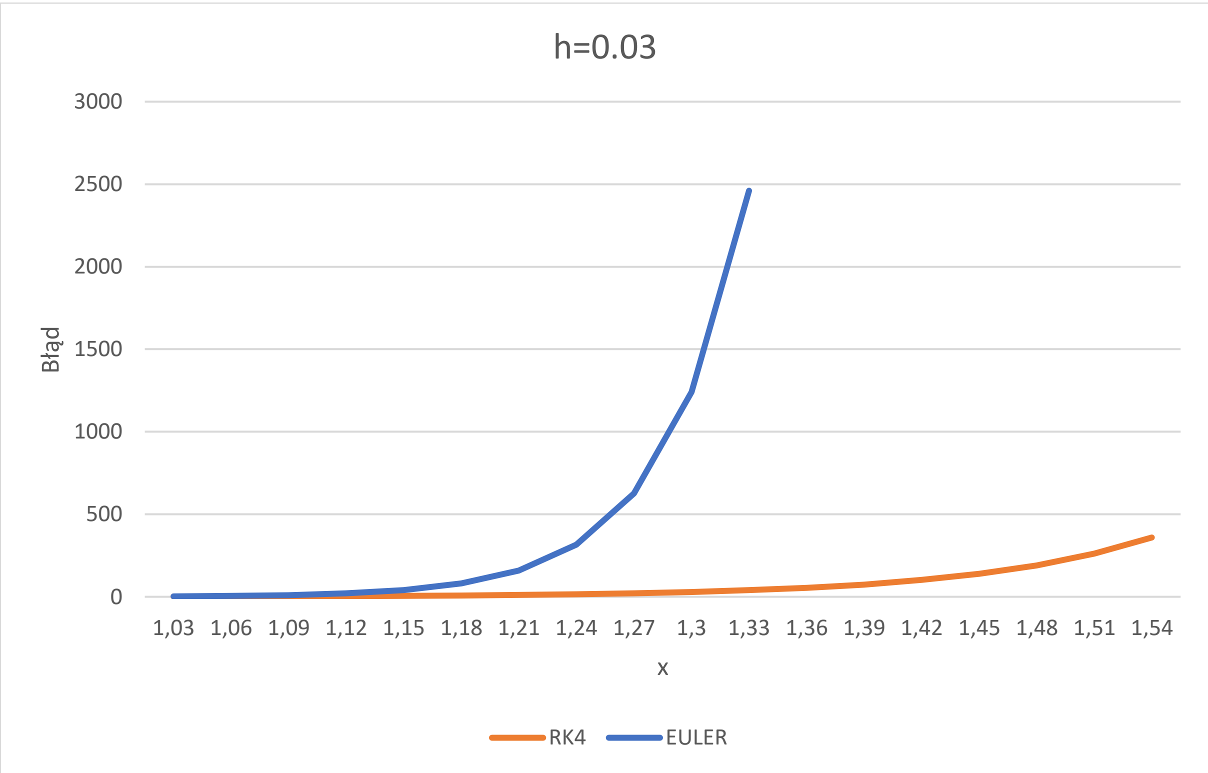


➔ Ćwiczenie 3 (polecenie 6 w instrukcji; w kodzie case:3)

Szkielet programu wykonującego polecenie 6 jest bardzo podobny do programu poprzednio omawianego. Różnice polegają na tym, że funkcja podawana metodom Eulera i RK4 do obliczeń, czyli prawa strona równania różniczkowego jest inna – *fun2(t,y)* oraz wzór funkcji analitycznej jest oczywiście inny. Wyniki porównawcze obu metod dla 3 różnych kroków całkowania *h* przedstawiają poniższe wykresy zależności względnego błędu metody od zmiennej niezależnej. Obliczenia zostały wykonane na przedziale *t* ε <1,3>. Na ostatnim wykresie została pokazana tylko część danych, gdyż rozbieżności wyników były zbyt wielkie.







Powyższe wykresy dowodzą, że metoda RK4 jest z reguły dokładniejsza od metody Eulera. Metoda Eulera daje dobre przybliżenia jedynie dla małego kroku całkowania. Dla większego kroku całkowania metoda Eulera może nie być zbieżna i wyniki tej metody będą wówczas całkowicie nieakceptowalne. Podobny rząd dokładności metoda RK4 osiąga dla większego kroku całkowego niż metoda Eulera.

➔ Uwagi końcowe:

Kod zawiera wiele „zakomentowanych" linijek – uaktywniając je można lepiej przeanalizować działanie danej metody, dlatego też pozostawiłem je w kodzie.