newton

Método de Newton

Sintaxe

`[x]=newton(f,xi,N,h)`

Entradas:

- `f` é uma função de x no $\mathbb{R}^n$;
- xi é o valor inicial de x no $\mathbb{R}^n$;
- `N` é o número de iterações;
- `h` é o tamanho do passo para calcular o próximo ponto.

Saída:

- `x` é o valor de x, no $\mathbb{R}^n$, da solução numérica simulada.

Descrição

O método de Newton tem como objetivo determinar valores aproximados para as raízes de funções ou sistemas (lineares e não-lineares), através de iterações sucessivas. Utiliza-se a aproximação da função por série de Taylor, tomando até a derivada de primeira ordem. Quando aplicado a sistemas, é necessário utilizar a matriz Jacobiana (vide manual Jacobiana), que é composta pelas derivadas parciais de primeira ordem de cada uma das equações, em relação a cada uma das variáveis.

No caso de funções de uma variável, pode-se utilizar a interpretação geométrica para visualizar o funcionamento do método. Dado um valor de $x = x_n$, o próximo valor x_{n+1} será calculado através da intersecção da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ em x_n com o eixo x. A equação da reta tangente à $f(x)$ em x_n é:

$$\begin{aligned} y_{n+1} - y_n &= m_{tg}(x_{n+1} - x_n) \\ y_{n+1} - f(x_n) &= f'(x_n)(x_{n+1} - x_n) \end{aligned}$$

Como o valor de x_{n+1} pretendido é onde a reta tangente intercepta o eixo x, toma-se $y_{n+1} = 0$:

$$0 - f(x_n) = f'(x_n)(x_{n+1} - x_n)$$

Assim, obtém-se a iteração que rege o método:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

A convergência do método é garantida para um certo intervalo que contenha a raiz procurada. O número de pontos a serem calculados será o número de iterações que o método irá realizar.

Funções e condições iniciais no espaço $\mathbb{R}^n$, com $n \geq 2$, devem ser declaradas como vetores linha e coluna, respectivamente.

Exemplo 1 - em $\mathbb{R}$

```
clc
clear all
f1=@(x) x^3+x^2-21*x-45;
xi1=8;
N1=10;
h1=0.01;

[x1]=newton(f1,xi1,N1,h1)
```

Exemplo 2 - em $\mathbb{R}^4$

```
clc
clear all
f2=@(x) [ x(1)*x(3)/(1+x(3))-0.5*x(1)
          x(2)*x(4)/(1+x(4))-0.5*x(2)
          -x(1)*x(3)/(1+x(3))+1
          -x(2)*x(4)/(1+x(4))+x(1)*x(3)/(1+x(3)) ]';

xi2=[30 90 30 3]';
N2=30;
h2=0.01;

[x2]=newton(f2,xi2,N2,h2)
```