

TCOM SISO algorithm

연산 개수 세기

2021.12.16

1.1.4, 1.1.5, 1.2.3 수정 및 Appendix 추가: 2021.12.20

“1.4 TCOM algorithm의 연산 갯수 정리: 구체화” 추가: 2021.12.27

Contents

1. 연산 개수 세기.....	3
1.1 $E^p(D)$ 계산.....	3
1.1.1 $P_{out} = 1 - e^{-(2^R-1)/SNR}$	3
1.1.2 $f^p(x) = 2^{-\alpha x}$	3
1.1.3 $b_i = max_pkt_size \times R_i/R_max$	3
1.1.4 $(p_i + f^p(b_i)(1 - p_i) \times constant)$ of <i>ith</i> packet.....	4
1.1.5 $E^p(D)$	4
1.2 $E(D)$ 계산.....	5
1.2.1 $P_{out} = 1 - e^{-(2^R-1)/SNR}$	5
1.2.2 $b(u_i) = max_pkt_size \times u_i/R_max$	5
1.2.3 $E(D)$	6
1.3 TCOM algorithm 의 연산 갯수 정리: 일반화.....	8
1.3.1 division.....	8
1.3.2 mult.....	9
1.3.3 add.....	10
1.3.4 exponent.....	11
1.3.5 조건문.....	11
1.4 TCOM algorithm 의 연산 갯수 정리: 구체화.....	12
1.4.1 division.....	12
1.4.2 mult.....	12
1.4.3 add.....	13
1.4.4 exponent.....	13
1.4.5 조건문.....	14
2. APPENDIX.....	15
2.1 APPENDIX A (1.2.3-1)의 연산 개수 계산 과정).....	15
3. Conclusions	18

1. 연산 개수 세기

the number of packets = N_{pkt}

the number of spectral efficiency R candidates = N_R

the number of test samples = N_{sample}

the number of alphas = N_α

1.1 $E^p(D)$ 계산

1.1.1 $P_{out} = 1 - e^{-(2^R-1)/SNR}$

Pout	TCOM
divide	1
mult	0
add	2
exponential	2
조건문(if)	0

1.1.2 $f^p(x) = 2^{-\alpha x}$

$f^p(x) = 2^{-\alpha x}$	TCOM
divide	0
mult	1
add	0
exponential	1
조건문(if)	0

1.1.3 $b_i = \max_pkt_size \times R_i / R_max$

b_i	TCOM
divide	1
mult	1
add	0
exponential	0
조건문(if)	0

1.1.4 $(p_i + f^p(b_i)(1 - p_i) \times \text{constant})$ of i th packet

	TCOM
divide	0
mult	2
add	2
exponential	0
조건문(if)	0
Pout (= p_i)	2
$f^p(x) = 2^{-ax}$	1
b_i	1

1.1.5 $E^p(D)$

$$\begin{aligned}
 &= P_1 + f^p(b_1)(1 - P_1)\{P_2 + f^p(b_2)(1 - P_2)\{P_3 + f^p(b_3)(1 - P_3)\}\} \\
 &= P_1 + 2^{-ab_1}(1 - P_1)\{P_2 + 2^{-ab_2}(1 - P_2)\{P_3 + 2^{-ab_3}(1 - P_3)\}\}
 \end{aligned}$$

	TCOM
$R^* = \underset{R}{\operatorname{argmin}} E^p(D)$ 찾기	N_α
divide	0
mult	0
add	0
exponential	0
조건문(if)	$N_{pkt} \cdot (N_R - 1)$
$p_i + f^p(b_i)(1 - p_i) \times C$ ith packet	$N_{pkt} \cdot N_R$

$$\rightarrow \min(p_i + f^p(b_i)(1 - p_i) \times \text{constant})$$

1.2 $E(D)$ 계산

$$\alpha = 1 \Rightarrow u_1^*, u_2^*, u_3^*$$

$$\alpha = 2 \Rightarrow u_1^*, u_2^*, u_3^*$$

$$\alpha = 3 \Rightarrow u_1^*, u_2^*, u_3^*$$

... ..

1.2.1 $P_{out} = 1 - e^{-(2^R - 1)/SNR}$

Pout	TCOM
divide	1
mult	0
add	2
exponential	2
조건문(if)	0

1.2.2 $b(u_i) = \max_pkt_size \times u_i / R_max$

$b(u_i)$	TCOM
divide	1
mult	1
add	0
exponential	0
조건문(if)	0

1.2.3 $E(D)$

$$\begin{aligned}
&= f(0)P_1 + \sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} f\left(\sum_{i=1}^n b(u_i)\right) P(u_{n+1}) \prod_{i=1}^n (1 - P(u_i)) + f\left(\sum_{i=1}^{N_{pkt}} b(u_i)\right) \prod_{i=1}^{N_{pkt}} (1 - p(u_i)) \\
&= f(0)P_1 + f(b(u_1))(1 - P_1)P_2 + f(b(u_1) + b(u_2))(1 - P_1)(1 - P_2)P_3 \\
&\quad + f(b(u_1) + b(u_2) + b(u_3))(1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3)
\end{aligned}$$

1.2.3-1)

$$f(0)P_1 + \sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} f\left(\sum_{i=1}^n b(u_i)\right) P(u_{n+1}) \prod_{i=1}^n (1 - P(u_i))$$

	TCOM
divide	0
mult	$\frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2}$
add	$(N_{pkt} - 1)N_{pkt}$
exponential	0
조건문(if)	0
Pout	$\frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2}$
$b(u_i)$	$\frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2}$

연산 개수 계산 과정 Appendix 2.1 참고

1.2.3-2)

$$f\left(\sum_{i=1}^{N_{pkt}} b(u_i)\right) \prod_{i=1}^{N_{pkt}} (1 - p(u_i))$$

	TCOM
divide	0
mult	N_{pkt}
add	$2 \cdot N_{pkt} - 1$
exponential	0
조건문(if)	0
Pout	N_{pkt}
$b(u_i)$	N_{pkt}

1.2.3-3) $E(D)$

$E(D)$	TCOM
divide	0
mult	0
add	1
exponential	0
조건문(if)	0
3-1)	1
3-2)	1

	TCOM
$\alpha^* = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} E(D)$ 찾기	N_{sample}
divide	0
mult	0
add	0
exponential	0
조건문(if)	$N_{\alpha} - 1$
$E(D)$	N_{α}

1.3 TCOM algorithm 의 연산 갯수 정리: 일반화

1.3.1 division

(1) $E^p(D)$ 계산 시 나눗셈 개수

$$\begin{aligned}
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot (P_{out} \times 2 + f^p(x) \times 1 + b_i \times 1) \\
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot (1 \times 2 + 0 \times 1 + 1 \times 1) \\
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 3
 \end{aligned}$$

(2) $E(D)$ 계산 시 나눗셈 개수

$$\begin{aligned}
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot \left(P_{out} \times \frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + b(u_i) \times \frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2} + P_{out} \times N_{pkt} + b(u_i) \times N_{pkt} \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot \left(1 \times \frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + 1 \times \frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2} + 1 \times N_{pkt} + 1 \times N_{pkt} \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot \left(\frac{(N_{pkt} + 1)}{2} + \frac{(N_{pkt} - 1)}{2} + 2 \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 2)
 \end{aligned}$$

$(E^p(D) \text{ 계산 시 나눗셈 갯수}) + (E(D) \text{ 계산 시 나눗셈 갯수})$

$$= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 3 + N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 2)$$

1.3.2 mult

(1) $E^p(D)$ 계산 시 곱셈 갯수

$$\begin{aligned}
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot (2 + \text{Pout} \times 2 + f^p(x) \times 1 + b_i \times 1) \\
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot (2 + 0 \times 2 + 1 \times 1 + 1 \times 1) \\
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 4
 \end{aligned}$$

(2) $E(D)$ 계산 시 곱셈 개수

$$\begin{aligned}
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot \left(\frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + \text{Pout} \times \frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + b(u_i) \times \frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2} + N_{pkt} + \text{Pout} \times N_{pkt} \right. \\
 &\quad \left. + b(u_i) \times N_{pkt} \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot \left(\frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + 0 \times \frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + 1 \times \frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2} + N_{pkt} + 0 \times N_{pkt} \right. \\
 &\quad \left. + 1 \times N_{pkt} \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot \left(\frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + \frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2} + 2 \times N_{pkt} \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 2)
 \end{aligned}$$

$(E^p(D) \text{ 계산 시 곱셈 갯수}) + (E(D) \text{ 계산 시 곱셈 갯수})$

$$= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 4 + N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 2)$$

1.3.3 add

(1) $E^p(D)$ 계산 시 덧셈 갯수

$$\begin{aligned}
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot (2 + P_{out} \times 2 + f^p(x) \times 1 + b_i \times 1) \\
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot (2 + 2 \times 2 + 0 \times 1 + 0 \times 1) \\
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 6
 \end{aligned}$$

(2) $E(D)$ 계산 시 덧셈 갯수

$$\begin{aligned}
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot \left(1 + (N_{pkt} - 1)N_{pkt} + P_{out} \times \frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + b(u_i) \times \frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2} + 2 \times N_{pkt} - 1 \right. \\
 &\quad \left. + P_{out} \times N_{pkt} + b(u_i) \times N_{pkt} \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot \left(1 + (N_{pkt} - 1)N_{pkt} + 2 \times \frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + 0 \times \frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2} + 2 \times N_{pkt} - 1 \right. \\
 &\quad \left. + 2 \times N_{pkt} + 0 \times N_{pkt} \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot (2 \cdot N_{pkt} \cdot N_{pkt} + 4 \cdot N_{pkt}) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot 2 \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 2)
 \end{aligned}$$

$(E^p(D) \text{ 계산 시 덧셈 갯수}) + (E(D) \text{ 계산 시 덧셈 갯수})$

$$= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 6 + N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot 2 \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 2)$$

1.3.4 exponent

(1) $E^p(D)$ 계산 시 exponent 개수

$$\begin{aligned}
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot (P_{out} \times 2 + f^p(x) \times 1 + b_i \times 1) \\
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot (2 \times 2 + 1 \times 1 + 0 \times 1) \\
 &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 5
 \end{aligned}$$

(2) $E(D)$ 계산 시 exponent 갯수

$$\begin{aligned}
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot \left(P_{out} \times \frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + b(u_i) \times \frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2} + P_{out} \times N_{pkt} + b(u_i) \times N_{pkt} \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot \left(2 \times \frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2} + 0 \times \frac{(N_{pkt} - 1)N_{pkt}}{2} + 2 \times N_{pkt} + 0 \times N_{pkt} \right) \\
 &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 3)
 \end{aligned}$$

$(E^p(D) \text{ 계산 시 exponent 갯수}) + (E(D) \text{ 계산 시 exponent 갯수})$

$$= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 5 + N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 3)$$

1.3.5 조건문

(1) $E^p(D)$ 계산 시 조건문 개수

$$= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot (N_R - 1)$$

(2) $E(D)$ 계산 시 조건문 갯수

$$= N_{sample} \cdot (N_\alpha - 1)$$

$(E^p(D) \text{ 계산 시 exponent 갯수}) + (E(D) \text{ 계산 시 exponent 갯수})$

$$= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot (N_R - 1) + N_{sample} \cdot (N_\alpha - 1)$$

1.4 TCOM algorithm 의 연산 갯수 정리: 구체화

1.4.1 division

(1) $E^p(D)$ 계산 시 나눗셈 개수

$$\begin{aligned} &= N_{\alpha} \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 3 \\ &= 30 \cdot 128 \cdot 4 \cdot 3 \\ &= 46,080 \end{aligned}$$

(2) $E(D)$ 계산 시 나눗셈 개수

$$\begin{aligned} &= N_{sample} \cdot N_{\alpha} \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 2) \\ &= 100 \cdot 30 \cdot 128 \cdot 130 \\ &= 49,920,000 \end{aligned}$$

$(E^p(D) \text{ 계산 시 나눗셈 갯수}) + (E(D) \text{ 계산 시 나눗셈 갯수})$

$$= 46,080 + 49,920,000 = 49,966,080$$

1.4.2 mult

(1) $E^p(D)$ 계산 시 곱셈 갯수

$$\begin{aligned} &= N_{\alpha} \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 4 \\ &= 30 \cdot 128 \cdot 4 \cdot 4 \\ &= 61,440 \end{aligned}$$

(2) $E(D)$ 계산 시 곱셈 개수

$$\begin{aligned} &= N_{sample} \cdot N_{\alpha} \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 2) \\ &= 100 \cdot 30 \cdot 128 \cdot 130 \\ &= 49,920,000 \end{aligned}$$

$(E^p(D) \text{ 계산 시 곱셈 갯수}) + (E(D) \text{ 계산 시 곱셈 갯수})$

$$= 61,440 + 49,920,000 = 49,981,440$$

1.4.3 add

(1) $E^p(D)$ 계산 시 덧셈 갯수

$$\begin{aligned} &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 6 \\ &= 30 \cdot 128 \cdot 4 \cdot 6 \\ &= 92,160 \end{aligned}$$

(2) $E(D)$ 계산 시 덧셈 갯수

$$\begin{aligned} &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot 2 \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 2) \\ &= 100 \cdot 30 \cdot 2 \cdot 128 \cdot 130 \\ &= 99,840,000 \end{aligned}$$

$(E^p(D) \text{ 계산 시 덧셈 갯수}) + (E(D) \text{ 계산 시 덧셈 갯수})$

$$= 92,160 + 99,840,000 = 99,932,160$$

1.4.4 exponent

(1) $E^p(D)$ 계산 시 exponent 개수

$$\begin{aligned} &= N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot N_R \cdot 5 \\ &= 30 \cdot 128 \cdot 4 \cdot 5 \\ &= 76,800 \end{aligned}$$

(2) $E(D)$ 계산 시 exponent 갯수

$$\begin{aligned} &= N_{sample} \cdot N_\alpha \cdot N_{pkt} \cdot (N_{pkt} + 3) \\ &= 100 \cdot 30 \cdot 128 \cdot 131 \\ &= 50,304,000 \end{aligned}$$

$(E^p(D) \text{ 계산 시 exponent 갯수}) + (E(D) \text{ 계산 시 exponent 갯수})$

$$= 76,800 + 50,304,000 = 50,380,800$$

1.4.5 조건문

(1) $E^p(\mathbf{D})$ 계산 시 조건문 개수

$$\begin{aligned} &= N_{\alpha} \cdot N_{pkt} \cdot (N_R - 1) \\ &= 30 \cdot 128 \cdot 3 \\ &= 11,520 \end{aligned}$$

(2) $E(\mathbf{D})$ 계산 시 조건문 갯수

$$\begin{aligned} &= N_{sample} \cdot (N_{\alpha} - 1) \\ &= 100 \cdot 29 \\ &= 2,900 \end{aligned}$$

$(E^p(\mathbf{D}) \text{ 계산 시 exponent 갯수}) + (E(\mathbf{D}) \text{ 계산 시 exponent 갯수})$

$$= 11,520 + 2,900 = 14,420$$

2. APPENDIX

2.1 APPENDIX A (1.2.3-1)의 연산 개수 계산 과정)

$$f(0)P_1 + \sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} f\left(\sum_{i=1}^n b(u_i)\right) P(u_{n+1}) \prod_{i=1}^n (1 - P(u_i))$$

$f(0)P_1$	①
$\sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} f\left(\sum_{i=1}^n b(u_i)\right) P(u_{n+1}) \prod_{i=1}^n (1 - P(u_i))$	②
① + ②	③

1. mult

(1) ① 계산 시 곱셈 개수
= 1

(2) ② 계산 시 곱셈 개수

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} (n - 1 + 2) = \sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} (n + 1) \\
 &= \frac{(2 + N_{pkt})(N_{pkt} - 1)}{2}
 \end{aligned}$$

(① 계산 시 곱셈 갯수) + (② 계산 시 곱셈 갯수)

$$\begin{aligned}
 &= 1 + \frac{(2 + N_{pkt})(N_{pkt} - 1)}{2} \\
 &= \frac{(N_{pkt} + 1)N_{pkt}}{2}
 \end{aligned}$$

2. add

$$(1) \textcircled{1} \text{ 계산 시 덧셈 개수} \\ = 0$$

$$(2) \textcircled{2} \text{ 계산 시 덧셈 개수}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} (n-1+n) + (N_{pkt}-2) = \sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} (2n-1) + (N_{pkt}-2) \\ &= 2 \times \frac{(N_{pkt}-1)N_{pkt}}{2} - (N_{pkt}-1) + (N_{pkt}-2) \\ &= (N_{pkt}-1)N_{pkt} - 1 \end{aligned}$$

$$(3) \textcircled{3} \text{ 계산 시 덧셈 개수} \\ = 1$$

$$\begin{aligned} &(\textcircled{1} \text{ 계산 시 덧셈 개수}) + (\textcircled{2} \text{ 계산 시 덧셈 개수}) + (\textcircled{3} \text{ 계산 시 덧셈 개수}) \\ &= (N_{pkt}-1)N_{pkt} \end{aligned}$$

3. Pout

$$(1) \textcircled{1} \text{ 계산 시 Pout 개수} \\ = 1$$

$$(2) \textcircled{2} \text{ 계산 시 Pout 개수}$$

$$= \sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} (n+1) \\ = \frac{(2+N_{pkt})(N_{pkt}-1)}{2}$$

$$(\textcircled{1} \text{ 계산 시 Pout 갯수}) + (\textcircled{2} \text{ 계산 시 Pout 갯수})$$

$$= 1 + \frac{(2+N_{pkt})(N_{pkt}-1)}{2} \\ = \frac{(N_{pkt}+1)N_{pkt}}{2}$$

4. $b(u_i)$

$$(1) \textcircled{1} \text{ 계산 시 } b(u_i) \text{ 개수} \\ = 0$$

$$(2) \textcircled{2} \text{ 계산 시 } b(u_i) \text{ 개수}$$

$$= \sum_{n=1}^{N_{pkt}-1} n \\ = \frac{(N_{pkt}-1)N_{pkt}}{2}$$

$$(\textcircled{1} \text{ 계산 시 } b(u_i) \text{ 갯수}) + (\textcircled{2} \text{ 계산 시 } b(u_i) \text{ 갯수})$$

$$= \frac{(N_{pkt}-1)N_{pkt}}{2}$$

3. Conclusions