UNIDAD # 4

TEOREMA DE REDES

- Introducción.- Equivalencia, Linealidad
- Teorema de Superposición.
- Transformación de fuentes.
- Teorema de Thevenin y Norton.
- Teorema de la máxima transferencia de potencia.

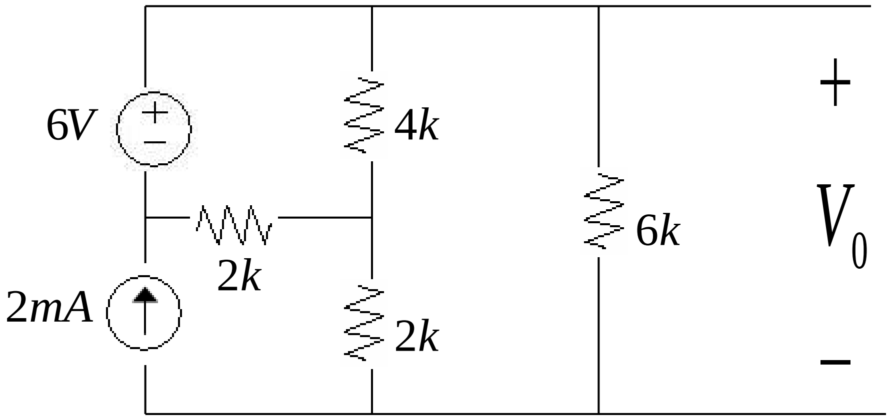
Técnicas útiles para el análisis de Circuitos ó Teoremas en DC

Teorema de Superposición

En un circuito lineal que contiene múltiples fuentes independientes, la corriente o el voltaje en cualquier punto de la red puede calcularse como la suma algebraica de las contribuciones individuales de cada fuente al actuar sola.

Cuando se determina la contribución debido a una fuente independiente, cualesquiera fuentes de voltaje restantes quedan reducidas a cero al ser reemplazadas por un cortocircuito y cualesquiera fuentes de corriente restante queda reducida a cero al ser reemplazada por un circuito abierto.

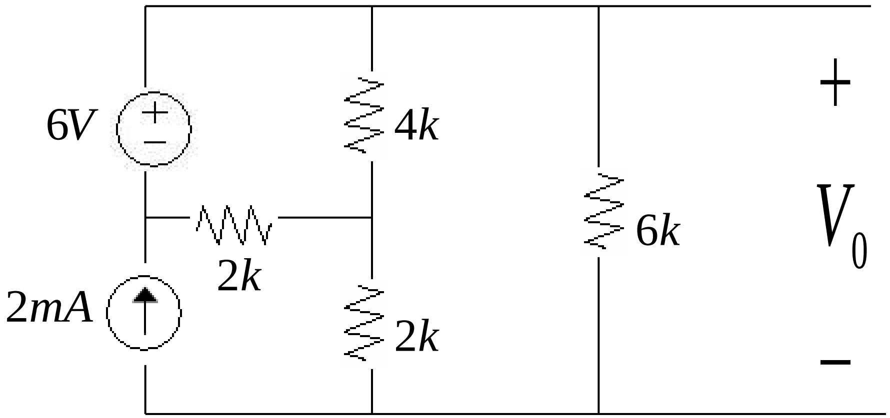
Ejm:



Se prohíbe utilizar métodos generalizados.

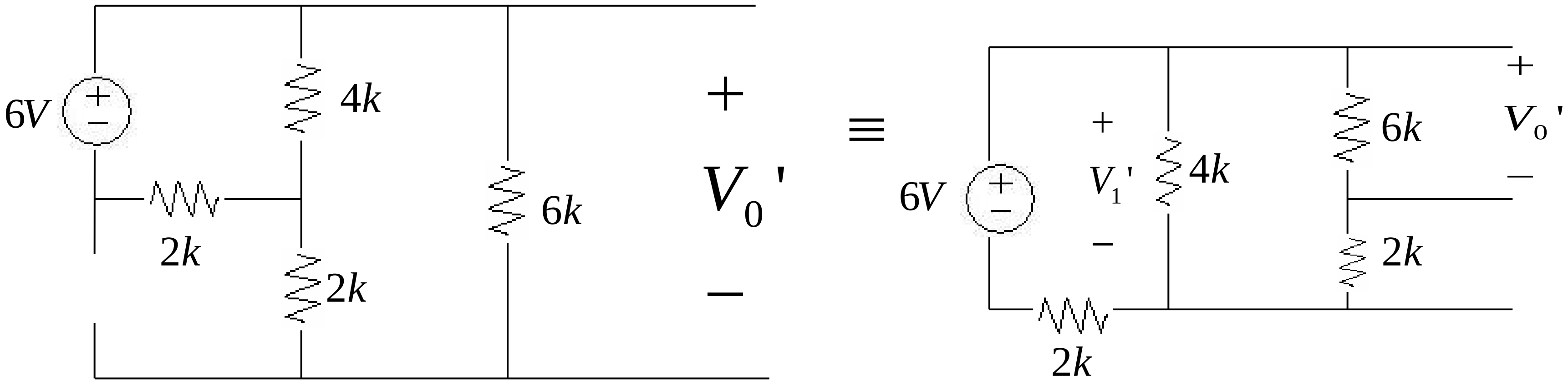
DETERMINAR Vo

Ejm:

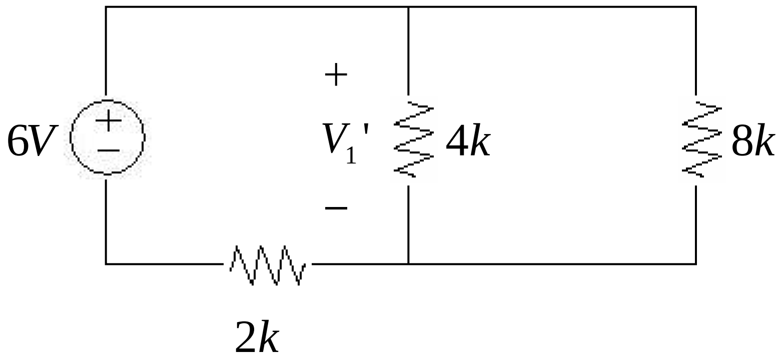


Se prohíbe utilizar métodos generalizados.

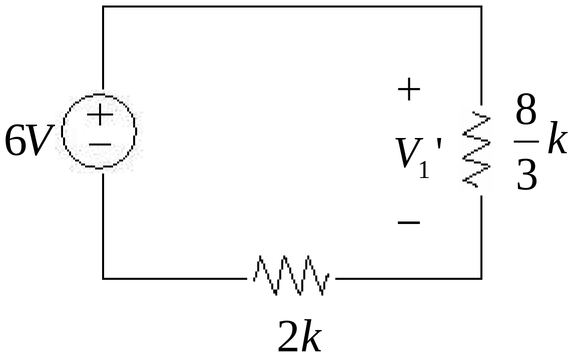
Actuando la fuente de 6V



$\equiv$



$\equiv$



Divisor de Voltaje

$$V_1' = 6\frac{\frac{8}{3}}{2+\frac{8}{3}}$$

$$V_1' = \frac{24}{7}V$$

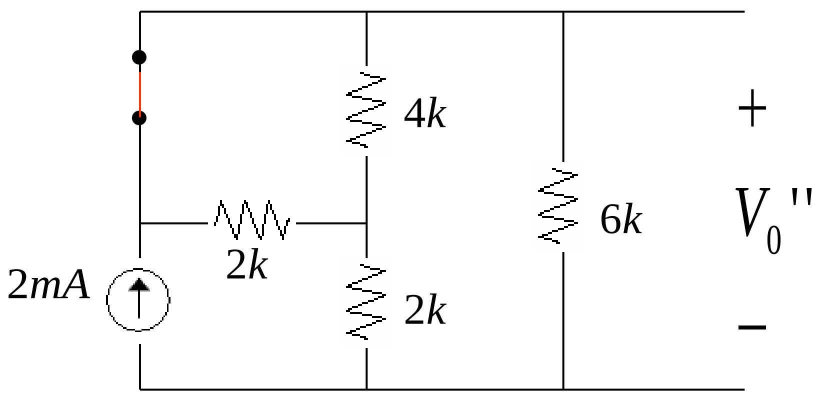
Otro Divisor de Voltaje

$$V_0' = V_1'\frac{6}{2+6}$$

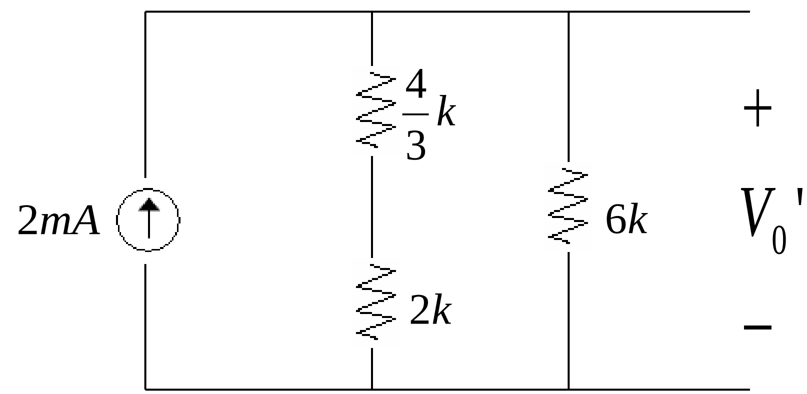
$$V_0' = \frac{24}{7} * \frac{6}{8}$$

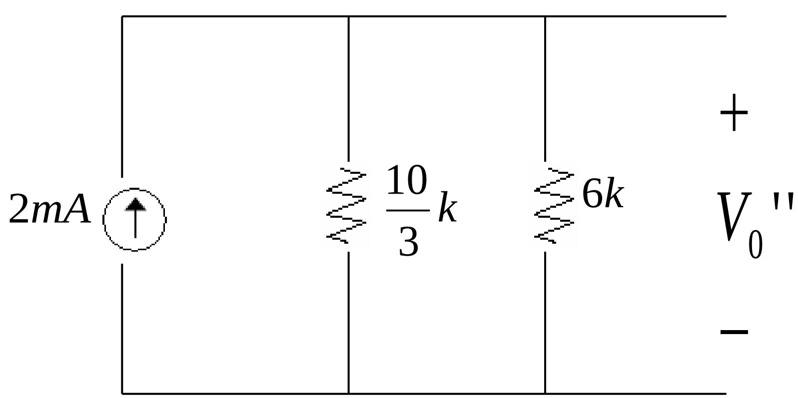
$$V_0' = \frac{18}{7}V$$

Actuando la fuente de 2A



$\equiv$





Divisor de Corriente

$$I_0'' = 2mA\frac{\frac{10}{3}}{\frac{10}{3}+6}$$

$$I_0'' = \frac{5}{7}mA$$

$$V0'' = 6\,K\left(\frac{5}{7}mA\right)$$

$$V0'' = \frac{30}{7}V$$

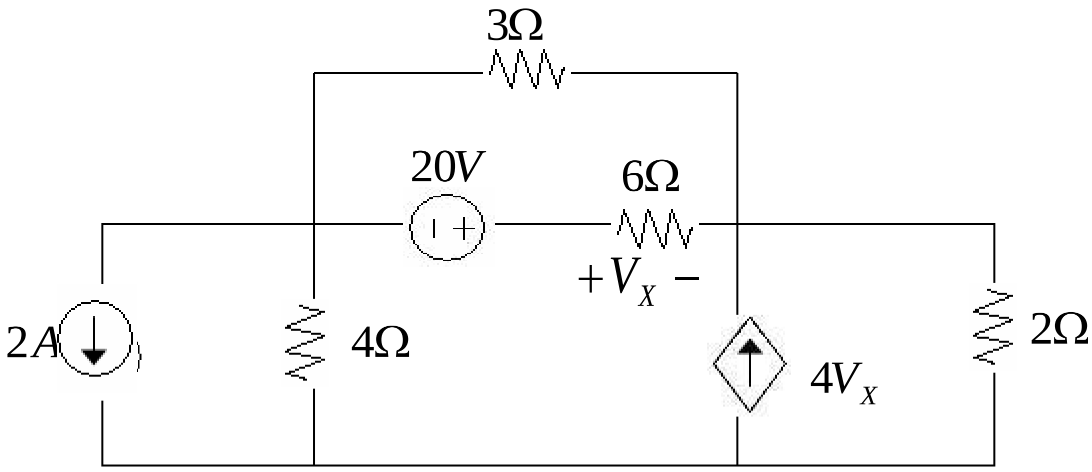
$$V_0 = V_0' + V_0''$$

$$\Rightarrow \quad V_0 = \frac{18}{7} + \frac{30}{7}$$

$$V_0 = \frac{48}{7}V$$

R//

Ejm:

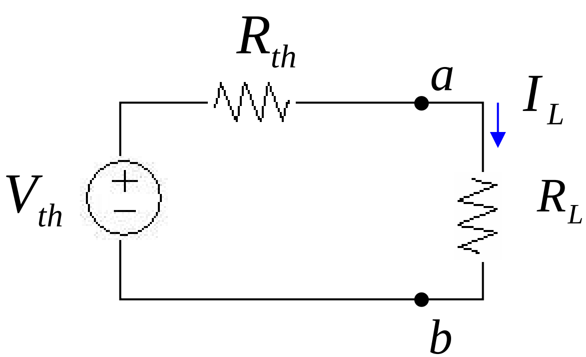


Calcular V_X aplicando superposición (no se puede utilizar mallas y nodos)

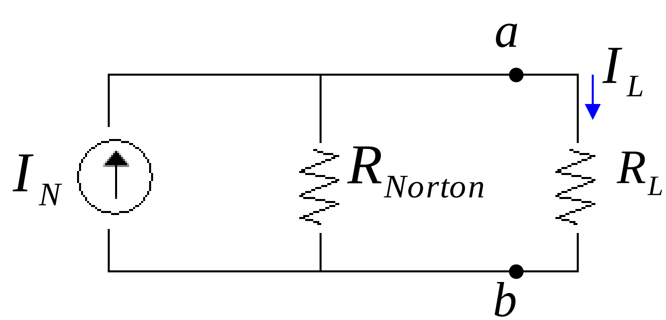
Teorema de Thévenin y Norton

$$I_L = ?$$

Equivalente de Thévenin $\equiv$ Equivalente de Norton



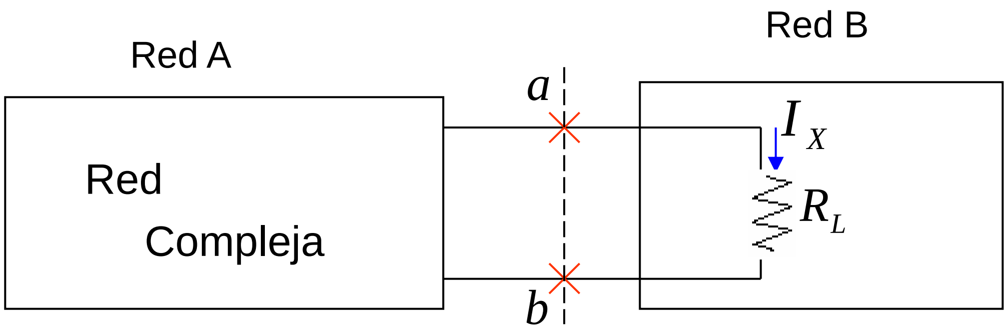
$\equiv$

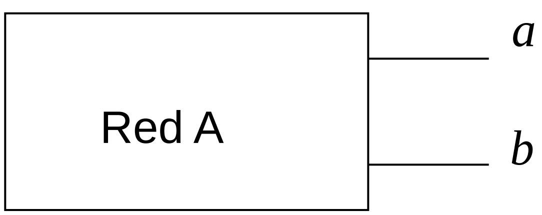


$$I_{Norton} = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

$$R_{Norton} = R_{Th}$$

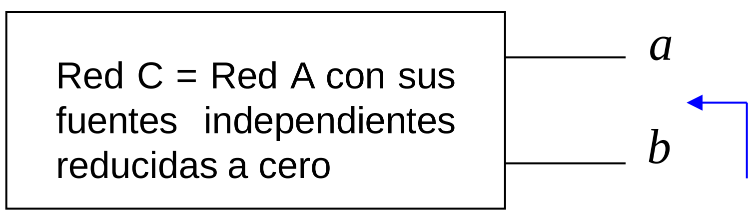
Condiciones:





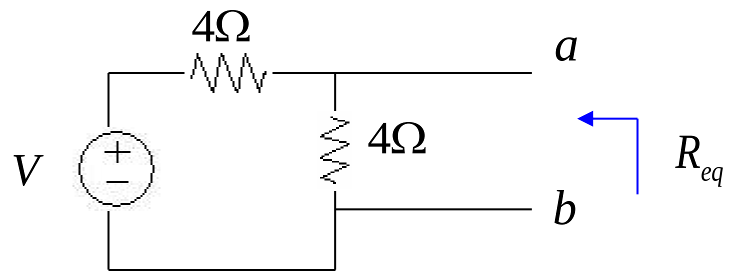
$$V_{Th} = V_{ab} = V_{C\_Abierto}$$

1er Método

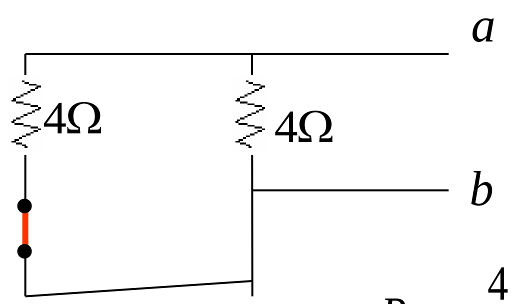


$$R_{eq} = R_{ab}$$

Ejm:



$\equiv$

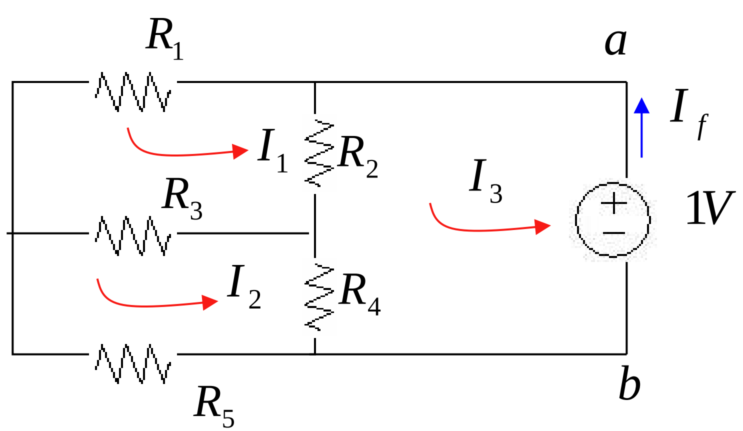


$$R_{eq} = \frac{4*4}{4+4}$$

$$\underline{R_{eq} = 2\Omega = R_{Th}}$$

2do Método

Es cuando se pone una fuente de prueba de 1V

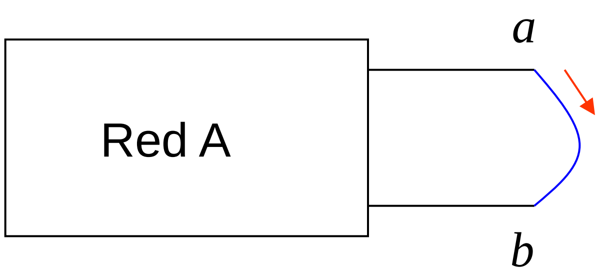


$$I_3 = I_f$$

$$R_{eq} = \frac{V_f}{I_f} = R_{Th}$$

Para el equivalente de Norton

1)

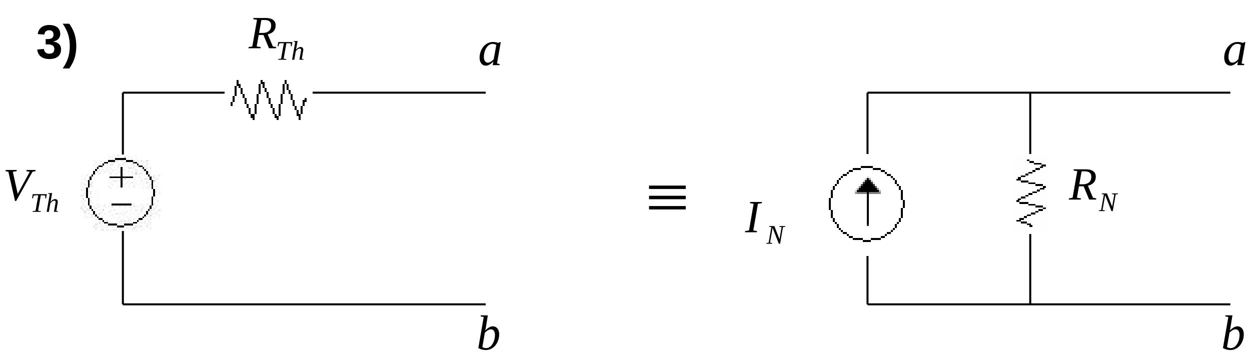


$$I_{Norton} = I_{Corto\_Circuito}$$

2)

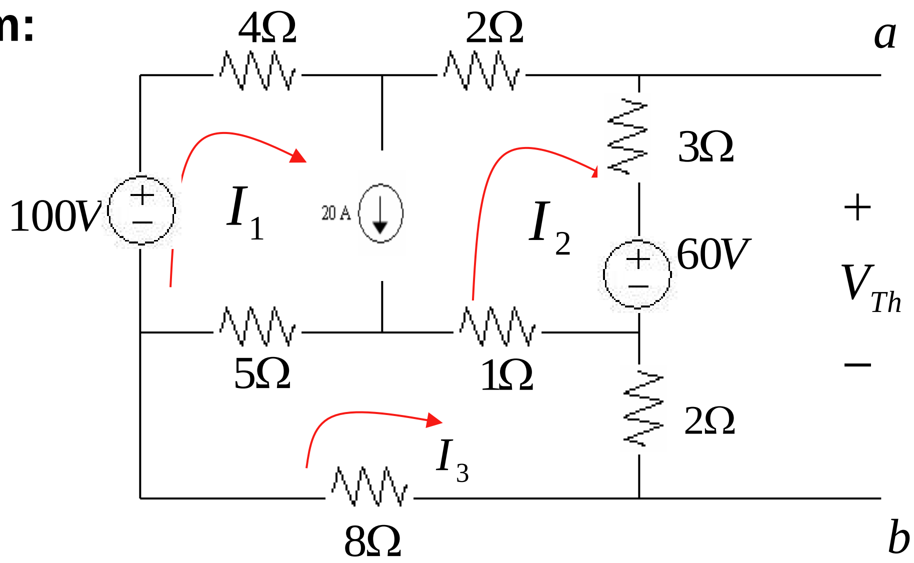
$$R_{Norton} = R_{Th}$$

3)



$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th} = R_N}$$

Ejm:



Respetando las corrientes de mallas asignadas calcular:

a) Equivalente de Thévenin en los terminales ab.

b) Qué valor de R_L se deberá escoger para que se le transfiera la máxima potencia (ab).

c) Valor de la MTP.

a)

Hallando V_{Th}

LVK:

$$V_{Th} - 3I_2 - 60 - 2I_3 = 0$$

$$V_{Th} = 60 + 3I_2 + 2I_3$$

Malla 1 y Malla 2 $\longrightarrow$ SM1

Ecuación de SM1

$$20 = I_1 - I_2 \quad 1)$$

Ecuación Auxiliar

$$100 - 60 = I_1(4+5) + I_2(2+3+1) - I_3(5+1)$$

$$40 = 9I_1 + 6I_2 - 6I_3 \quad 2)$$

Malla 3

$$0 = I_3(5+1+2+8) - I_1(5) - I_2(1)$$

$$0 = -5I_1 - I_2 + 16I_3 \quad 3)$$

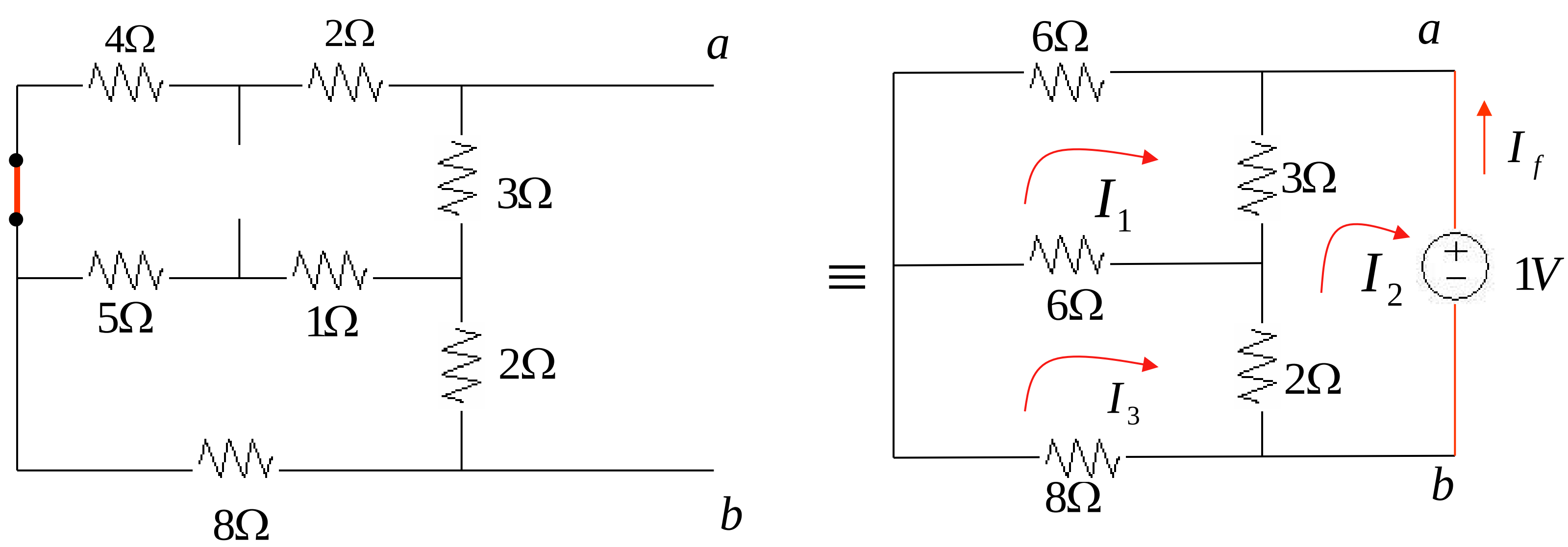
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 9 & 6 & -6 \\ -5 & -1 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 40 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = 11.96A$$
$$I_2 = -8.039A$$
$$I_3 = 3.235A$$

$$V_{Th} = 60 + 3(-8.039) + 2(3.235)$$

$$\underline{V_{Th} = 42.353V}$$

Hallando R_{Th}



$$
\begin{cases}
0 = 15I_1 - 3I_2 - 6I_3 \\
-V = -3I_1 + 5I_2 - 2I_3 \\
0 = -6I_1 - 2I_2 + 16I_3
\end{cases}
$$

$$
I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 15 & 0 & -6 \\ -3 & -V & -2 \\ -6 & 0 & 16 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & -3 & -6 \\ -3 & 5 & -2 \\ -6 & -2 & 16 \end{vmatrix}} = \frac{-V\begin{vmatrix} 15 & -6 \\ -6 & 16 \end{vmatrix}}{744} = \frac{-V(204)}{744}
$$

$$
I_2 = -\frac{204}{744}V \therefore \frac{V}{-I_2} = \frac{744}{204}\Omega
$$

$$
R_{Th} = \frac{1V}{I}
$$

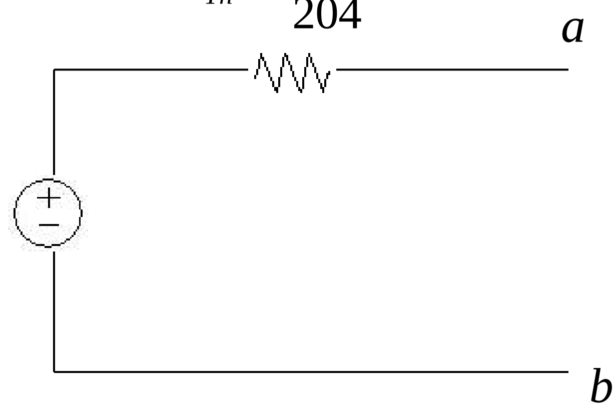
$$
R_{Th} = \frac{1V}{-I_2}
$$

$$
R_{Th} = \frac{744}{204}[\Omega]
$$

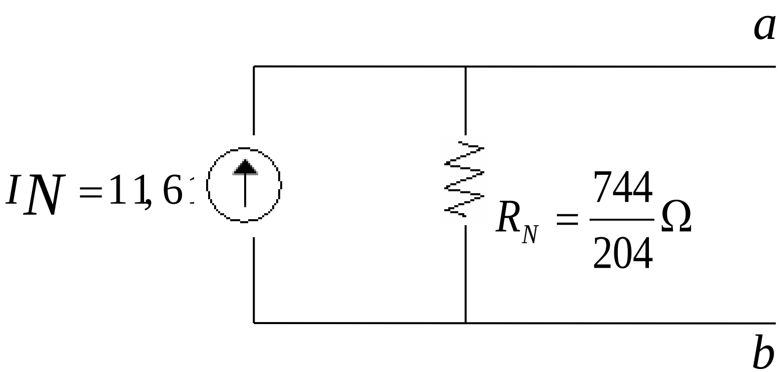
Equivalente de Thévenin

$$
R_{Th} = \frac{744}{204}\Omega
$$

$$
V_{Th} = 42.353V
$$



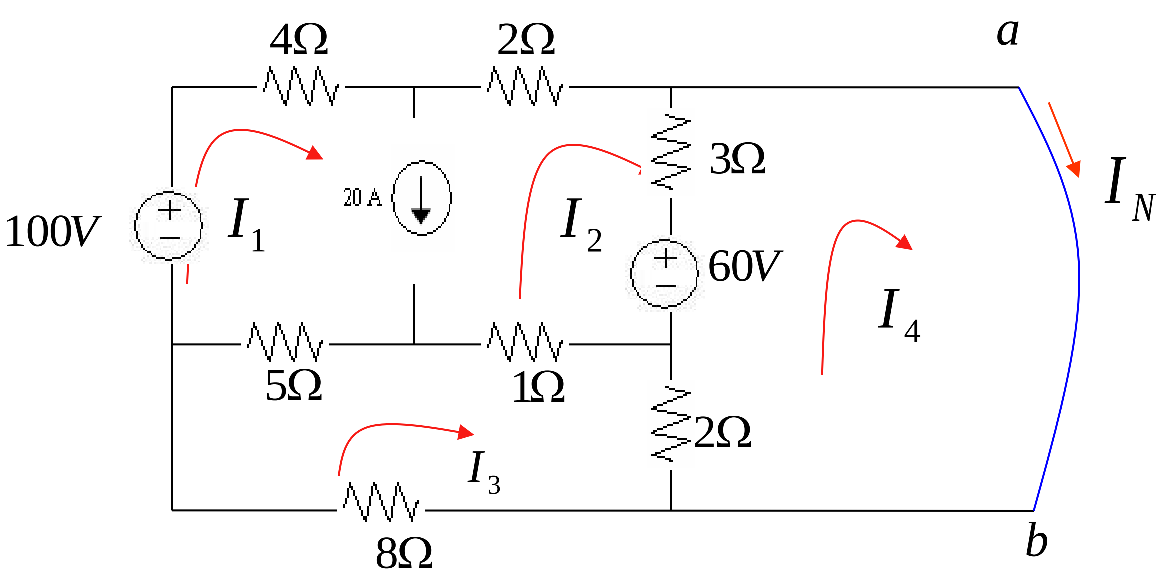
Equivalente de Norton



$$I_N = \frac{42.353}{\frac{704}{204}}$$

$$\underline{I_N = 11.61A}$$

Otra forma de hallar la I_N es cortocircuitando los terminales



Malla 1 y Malla 2 $\longrightarrow$ SM1

Ecuación de SM1

$$20 = I_1 - I_2 \quad 1)$$

Ecuación Auxiliar

$$100 - 60 = 9I_1 + 6I_2 - 6I_3 - 3I_4$$

$$40 = 9I_1 + 6I_2 - 6I_3 - 3I_4 \quad 2)$$

Malla 3

$$0 = -5I_1 - I_2 + 16I_3 - 2I_4 \quad 3)$$

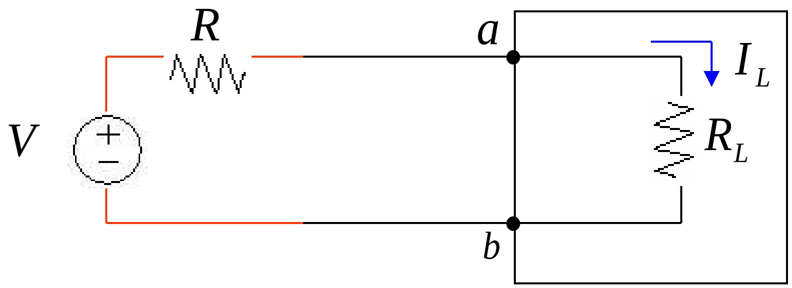
Malla 4

$$60 = -3I_2 - 2I_3 + 5I_4 \quad 4)$$

$$I_4 = 11.6A$$

$$I_{Norton} = 11.6A$$

Teorema de la Máxima Transferencia de Potencia (MTP)



Red B

$$P_{Carga} = I^2 R_L$$

$$P_{Carga} = \frac{V^2}{(R+R_L)^2} R_L$$

$$\frac{dP_{Carga}}{dR_L} = 0 = \frac{V^2(R+R_L)^2 - 2V^2 R_L (R+R_L)}{(R+R_L)^4}$$

$$V^2(R+R_L)^2 = 2V^2 R_L (R+R_L)$$

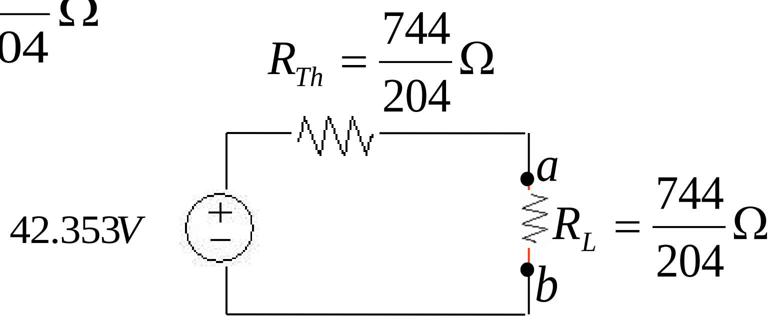
$$R + R_L = 2R_L$$

$$R = 2R_L - R_L$$

$$R = R_L \quad \longleftarrow \quad \text{Para que exista MTP}$$

b)

$$R_L = R_{Th} = \frac{744}{204}\,\Omega$$



c)

MTP utilizando equivalente de Thévenin

$$I = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{42.353}{\left(\frac{744}{204}\right) * 2} = 5.8A$$

$$P_{Máx} = (5.8)^2 \left(\frac{744}{204}\right)$$

$$P_{Máx} = 122.9W$$

Otra forma de hallar la MTP

$$P = I^2 R_L$$

$$P = \frac{V_{Th}^{\;2}}{(R_{Th} + R_L)^2} R_L$$

$$como : R_{Th} = R_L$$

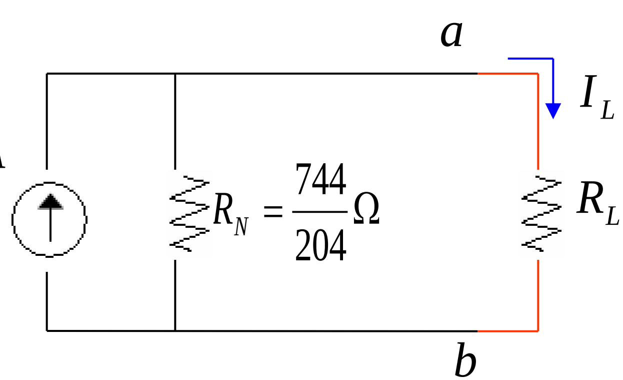
$$P = \frac{V_{Th}^{\;2}}{4R_L^{\;2}} R_L$$

$$\boxed{P_{Máx} = \frac{V_{Th}^{\;2}}{4R_L}}$$

$$P_{Máx} = \frac{(42.353)^2}{4\left(\frac{744}{204}\right)} = 122.9W$$

MTP utilizando equivalente de Norton

$$I_N = 11.61A$$



$$R_L = R_N = 3.65\Omega$$

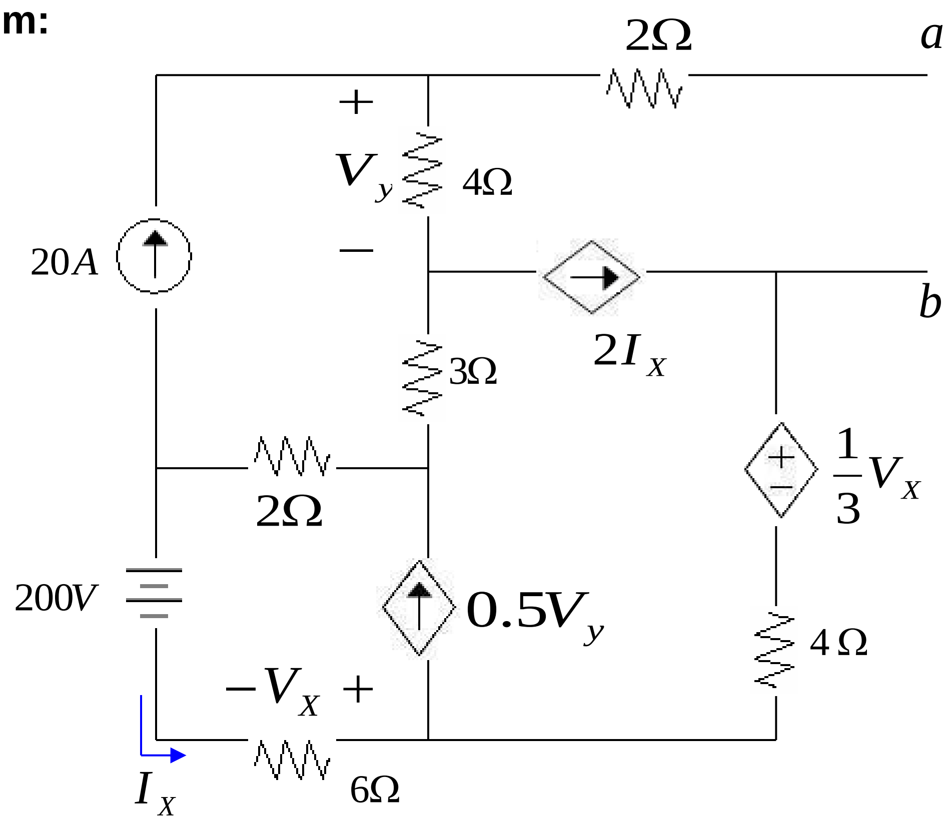
Divisor de Corriente

$$I_L = I_N \frac{R_N}{R_N + R_L} = 5.81A$$

$$P_{Máx} = (5.81)^2 (3.65)$$

$$P_{Máx} = 122.9W$$

Ejm:



a) Encontrar el equivalente de Thévenin en los terminales ab

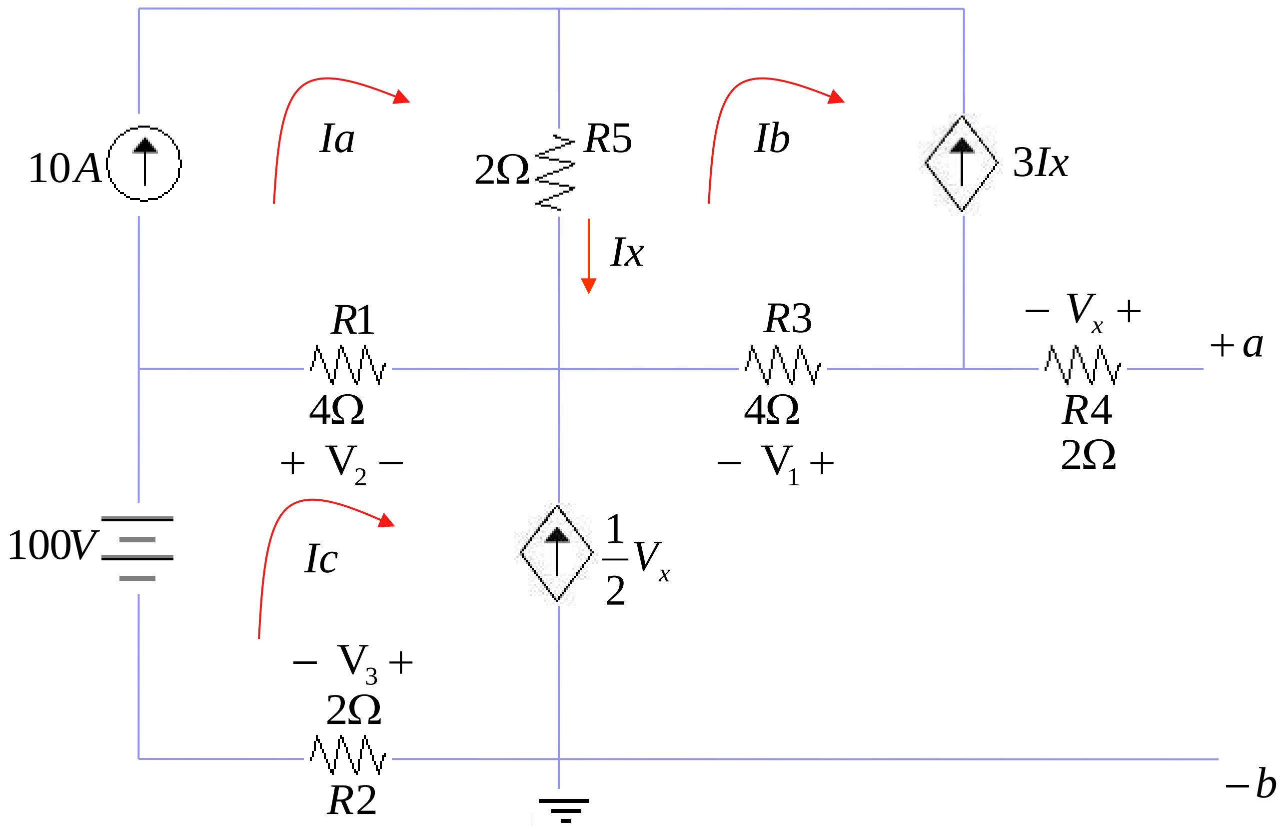
Nota: Se prohíbe utilizar mallas y nodos.

RESPUESTAS:

$$V_{th} = \frac{980}{3} V$$

$$R_{Th} = 9\Omega$$

$$P_{Máx} = 2964{,}197\,W$$



RESPETANDO LAS CORRIENTES DE MALLA CALCULAR:

a) EQUIVALENTE DE THEVENIN EN LOS TERMINALES ab

b) VALOR DE RL PARA QUE EXISTA M.T.P.

c) VALOR DE LA M.T.P.

ES MEJOR SIEMPRE HALLAR LA ECUACION QUE INVOLUCRE EL VOLTAJE DE THEVENIN, PARA ESTO CONSIDEREMOS LA SIGUIENTE ECUACION:

Voltaje de Thévenin

$$-V_3 + 100 - V_2 + V_1 - V_{ab} = 0 \quad ; \quad V_{ab} = V_{th} = V_1 - V_2 - V_3 + 100$$

RESPUESTAS:

$$V_{th} = 200[V]$$

$$I_{Norton} = 11.11 = \frac{100}{9}[A]$$

$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_{Norton}} = \frac{200}{11.11} = 18[\Omega]$$

$$P_{\max} = 555.556[W]$$