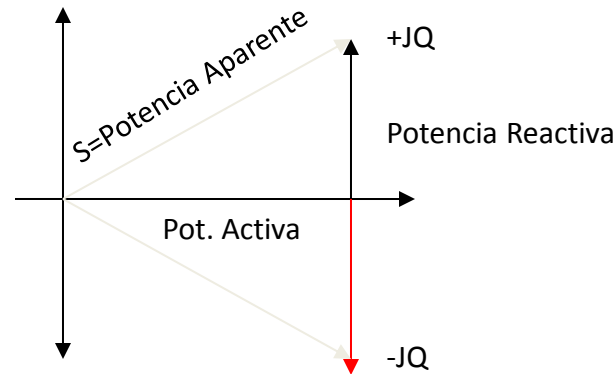
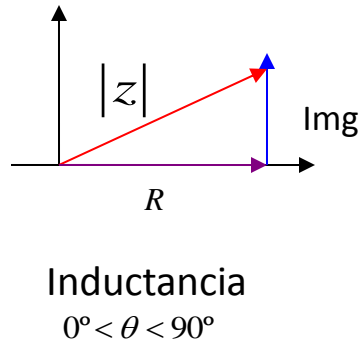
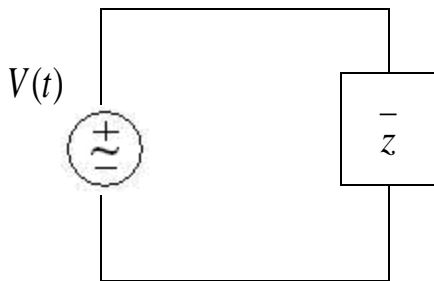


Potencia en estado estable

Triángulo de Impedancia



Potencia Instantánea



$$V(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = V(t)I(t)$$

$$p(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) [I_m \cos(\omega t + \theta_i)]$$

$$\cos \phi_1 \cos \phi_2 = \frac{1}{2} [\cos(\phi_1 - \phi_2) + \cos(\phi_1 + \phi_2)]$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)] [W]$$

Ejemplo:

$$V(t) = 4\sqrt{2} \cos(\omega t + 60^\circ) [V]$$

$$\bar{z} = 2 \angle 45^\circ [\Omega]$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{z}}$$

$$\bar{I} = \frac{4 \angle 60^\circ}{2 \angle 45^\circ}$$

$$\bar{I} = 2 \angle 15^\circ \quad \Rightarrow \quad i(t) = 2\sqrt{2} \cos(\omega t + 15^\circ)$$

$$p(t) = V(t)i(t)$$

$$p(t) = \frac{1}{2} (4\sqrt{2}) (2\sqrt{2}) [\cos(60 - 15) + \cos(2\omega t + 60 + 15)]$$

$$p(t) = 8 [\cos 45^\circ + \cos(2\omega t + 75^\circ)]$$

$$p(t) = \underbrace{4\sqrt{2}}_{\text{Pot. Promedio}} + 8 \cos(2\omega t + 75^\circ)$$

Pot.
Promedio

Si la expresión anterior la evaluáramos en 1 tenemos la **potencia instantánea**.

Potencia Promedio

$$P = \frac{1}{T} \int_t^{t_0} p(t) dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int \underbrace{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_V - \theta_i)}_1 dt + \frac{1}{T} \int \underbrace{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_V + \theta_i)}_2 dt$$

1

Es independiente del tiempo

$$\Rightarrow \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_V - \theta_i)$$

2

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_V + \theta_i) [W]$$

Por ser función periódica su integral es cero

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\theta_V - \theta_i > 0$$

$$\theta_V - \theta_i < 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta) [W]$$

Qué sucede si solo tenemos elementos reactivos?

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow \text{Inductivo}$$

$$\theta = -90^\circ \Rightarrow \text{Capacitivo}$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos 90^\circ$$

$$P = 0[W]$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos -90^\circ$$

$$P = 0[W]$$

\therefore

La potencia no es consumida por elementos inductivos ni capacitivos.

Qué sucede si solo tenemos resistencias?

$$\theta = 0^\circ$$

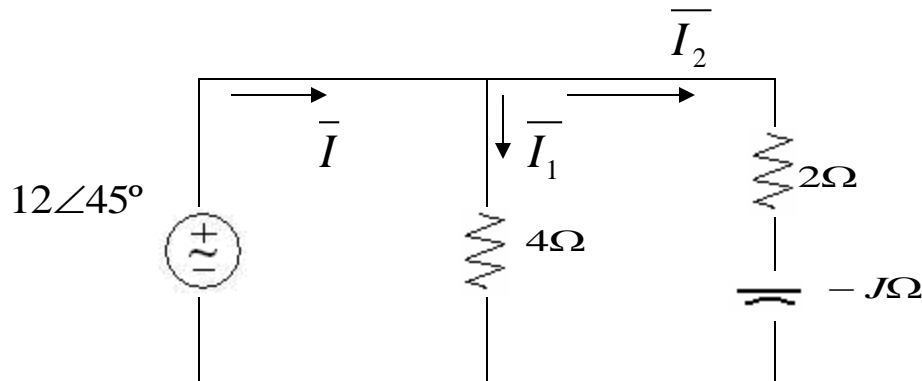
$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos 0^\circ$$

$$P = \frac{1}{2} V_R I_R [W]$$

\therefore

La potencia es consumida solo por las resistencias.

Ejemplo



$$\bar{I}_1 = \frac{12\angle 45^\circ}{4\angle 0^\circ} = 3\angle 45^\circ$$

$$\bar{I}_2 = \frac{12\angle 45^\circ}{2 - j} = \frac{12\angle 45^\circ}{2.236\angle -26.56^\circ}$$

$$\bar{I}_2 = 5.37\angle 71.57^\circ [A_{RMS}]$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

$$\bar{I} = 3\angle 45^\circ + 5.37\angle 71.57^\circ$$

$$\bar{I} = 8.16\angle 62.08^\circ [A_{RMS}]$$

Determinar la potencia promedio total absorbida y la potencia promedio total suministrada

Potencia Promedio Suministrada

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P = \frac{1}{2} (12)\sqrt{2} (8.16)\sqrt{2} \cos(45 - 62.08)$$

$$P = \underline{93.6 [W]}$$

Potencia Promedio Absorbida

$$P_{4\Omega} = \frac{1}{2} (12)\sqrt{2} (3)\sqrt{2} \quad P_{2\Omega} = \frac{1}{2} (2)(5.37\sqrt{2})^2$$

$$P_{4\Omega} = 36 [W]$$

$$P_{2\Omega} = 57.6 [W]$$

$$P_{T.\text{absorbida}} = 36 + 57.6$$

$$P_{T.\text{absorbida}} = \underline{93.6 [W]}$$

Potencia Activa [P]

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta) [W]$$

$$V_M = V_{RMS} \sqrt{2} \quad I_M = I_{RMS} \sqrt{2}$$

$$P = \frac{1}{2} (V_{RMS} \sqrt{2}) (I_{RMS} \sqrt{2}) \cos \theta [W]$$

$$P = VI \cos \theta [\text{Vatios}]$$

Solo consumen la potencia activa las resistencias es decir los elementos reales.

$$\underline{FP = \text{Factor de Potencia} = \cos \theta}$$

$$0 < FP < 1$$

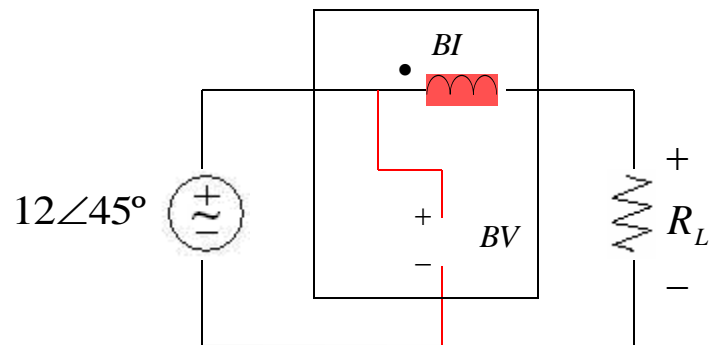
Inductivo Capacitivo Resistivo

El FP nos dice que tan buena es la potencia que estamos consumiendo.

Vatímetros

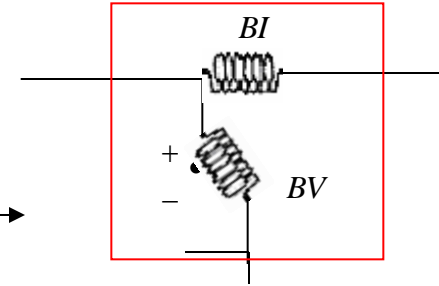
Son aquellos que MIDE **potencia activa**.

- VATÍMETROS ANALÓGICOS

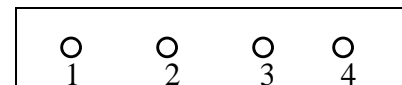
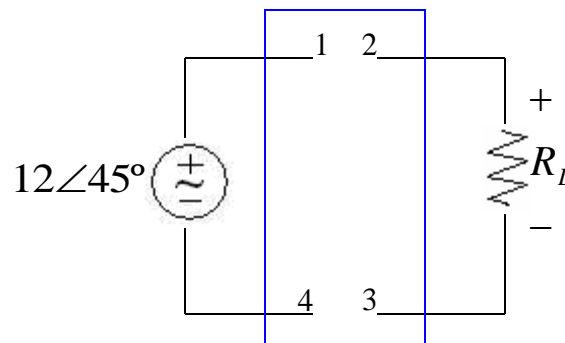


Bobina de Voltaje

Bobina de Corriente



- VATÍMETROS DIGITALES

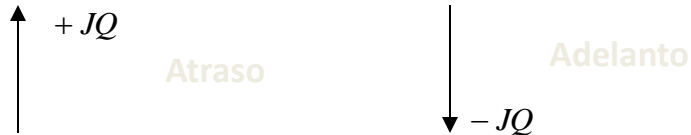


Carga

Fuente

Potencia Reactiva [Q]

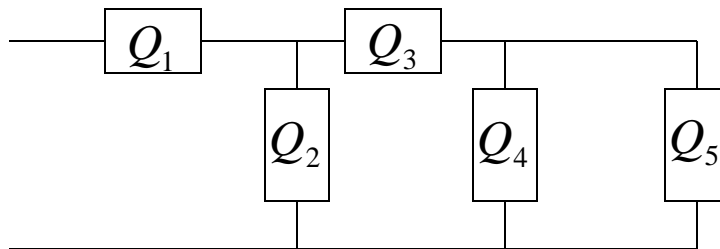
Unidad: **VAR**(Voltio Amperio Reactivo)



$$\underline{Q = VI \sin \theta [\text{VAR}]}$$

La potencia reactiva total es igual a la suma algebraica de las potencias reactivas de cada una de las cargas en el circuito sin importarles como estén colocadas.

Ejm:



$Q_1=200\text{VAR}$ en atraso
 $Q_2=150\text{VAR}$ en adelanto
 $Q_3=80\text{VAR}$ en adelanto
 $Q_4=60\text{VAR}$ en adelanto
 $Q_5=260\text{VAR}$ en atraso

$$Q_{Total} = \sum Q_{Atraso} - \sum Q_{Adelanto}$$

$$Q_{Total} = 460 - 290$$

$$\underline{Q_{Total} = 170[\text{VAR}] \text{ en atraso}}$$

Potencia Aparente [S]

Unidad: **VA**

$$S = VI^*$$

$$S = (V \angle \theta_v)(I \angle -\theta_i)$$

$$S = VI \angle \theta_v - \theta_i$$

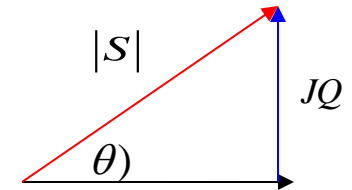
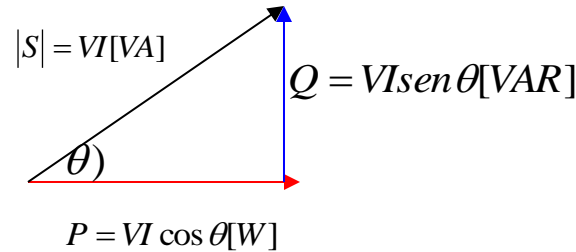
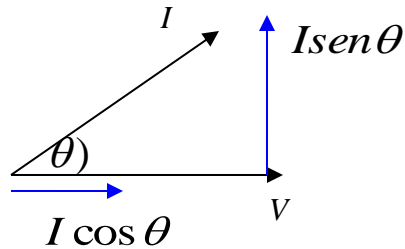
$$S = \underbrace{VI \cos(\theta_v - \theta_i)}_{\text{Real}} + \underbrace{JV I \sin(\theta_v - \theta_i)}_{\text{Imaginaria}}$$

$$\underline{S = P \pm JQ[VA]} \triangleright \text{También se la llama Potencia Compleja}$$

Para hallar la potencia aparente total lo hacemos de la misma manera como se halla la potencia total reactiva.

Triángulo de Potencia

• Inductivo



$$\cos \theta = F_p = \frac{P}{|S|}$$

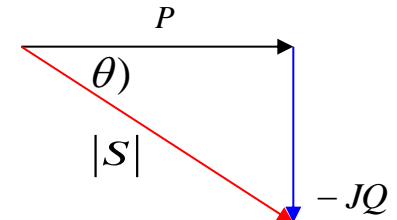
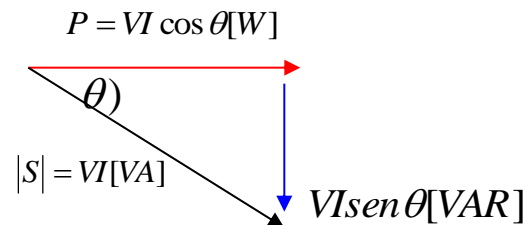
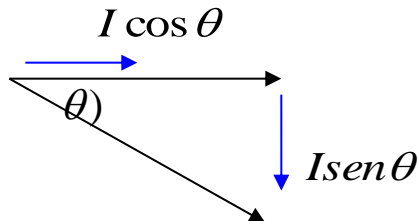
F_p en atraso y θ es positivo

$$\underline{Q_{Atraso}}$$

$$\underline{\bar{S} = |S| \angle \theta}$$

$$\underline{tg \theta = \frac{Q}{P}}$$

• Capacitivo



$$\cos \theta = F_p = \frac{P}{|S|}$$

F_p adelanto

$$\underline{Q_{Adelanto}}$$

$$\underline{\bar{S} = |S| \angle -\theta}$$

$$\underline{tg \theta = \frac{Q}{P} ; \theta \text{ es negativo}}$$

Resumen:

$$P = VI \cos \theta = I^2 R = \frac{|V_R|^2}{R}$$

$$Q = VI \sin \theta = I^2 X = \frac{|V_X|^2}{X}$$

$$S = |V| |I^*| = I^2 z = \frac{V^2}{z^*} = \sqrt{P^2 + Q^2} = \text{módulo } VI^*$$

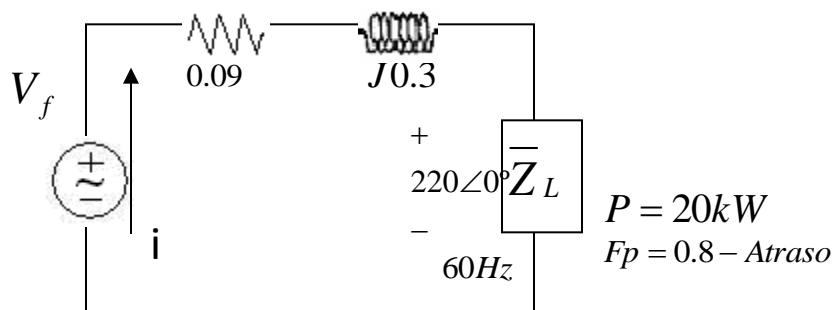
$$FP = \cos \theta = \frac{P}{|S|} = \left| \frac{R}{z} \right|$$

Si $Q=0$ la carga resistiva es pura, el factor de potencia es unitario y el # complejo S se encuentra en el eje real positivo.

Además la potencia compleja total entregada a cualquier número de cargas individuales es igual a la suma de las potencias complejas entregadas a cada carga individual sin hacer uso de cómo están interconectadas.

Problema:

Una carga opera a 20[kW] con un factor de potencia de 0.8 en atraso. El voltaje aplicado en la carga de 220[V_{RMS}] a 0° a una frecuencia de 60Hz. La línea que une la fuente de alimentación con la carga tiene una impedancia de línea de 0.09+J0.3 ohmios. Deseamos determinar el voltaje y el factor de potencia de la fuente de alimentación.



$$S = VI^*$$

$$I^* = \frac{25 \cdot 10^3 \angle 36.87^\circ}{220 \angle 0^\circ}$$

$$I^* = 113.64 \angle 36.87^\circ [A_{RMS}]$$

$$F_p = \frac{P}{|S|}$$

$$|S| = \frac{20kW}{0.8}$$

$$|S| = 25[kVA]$$

$$\cos \theta = F_p$$

$$\theta = \cos^{-1} 0.8$$

$$\theta = 36.87^\circ$$

$$S = 25 \angle 36.87^\circ [kVA]$$

$$S = 20 + j15[kVA]$$

$$S = 20 + j15[kVA]$$

$$V_f = (0.09 + j0.3)(113.64 \angle -36.87^\circ) + 220 \angle 0^\circ$$

$$V_f = 249.53 \angle 4.86 [V_{RMS}]$$

$$b) \quad \theta = \theta_{v_f} - \theta_I$$

$$\theta = 4.86 - (-36.87) \quad F_p = \cos 41.73^\circ$$

$$\theta = 41.73^\circ$$

$$F_p = 0.75 \text{ en atraso}$$

2da forma de resolver

$$S_f = S_{Línea} + S_{Carga}$$

$$S_{Línea} = I^2 z = (113.64)^2 (0.09 + j0.3)$$

$$S_{Línea} = 4044.79 \angle 73.301^\circ [\text{VA}]$$

$$S_{Carga} = 25000 \angle 36.87^\circ [\text{VA}]$$

$$S_{fuente} = 25000 \angle 36.87^\circ + 4044.79 \angle 73.301^\circ$$

$$S_{fuente} = 28356.25 \angle 41.73^\circ [\text{VA}]$$

$$S_f = |V_f| |I|^*$$

$$|V_f| = \frac{|S_f|}{|I|^*} = \frac{28356.25}{113.64} = 249.53 [V_{RMS}]$$

$$V_f = 249.53 \angle 4.86 [V_{RMS}]$$

$$\theta = \theta_{Vf} - \theta_I$$

$$41.73^\circ = \theta_{Vf} - \theta_I$$

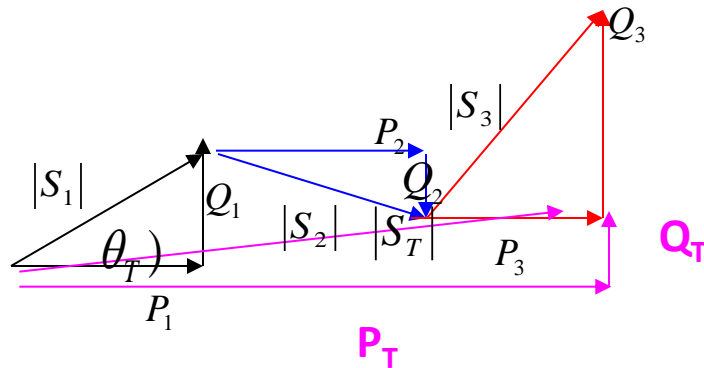
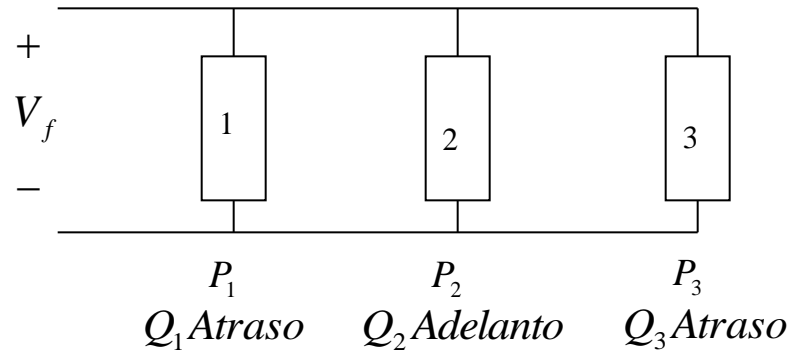
$$\theta_{Vf} = 41.73^\circ + (-36.87^\circ)$$

$$\theta_{Vf} = 4.86^\circ$$

$$Fp = \cos 41.73^\circ$$

$$Fp = 0.75 \text{ en atraso}$$

Dibujar el triángulo de Potencia Total



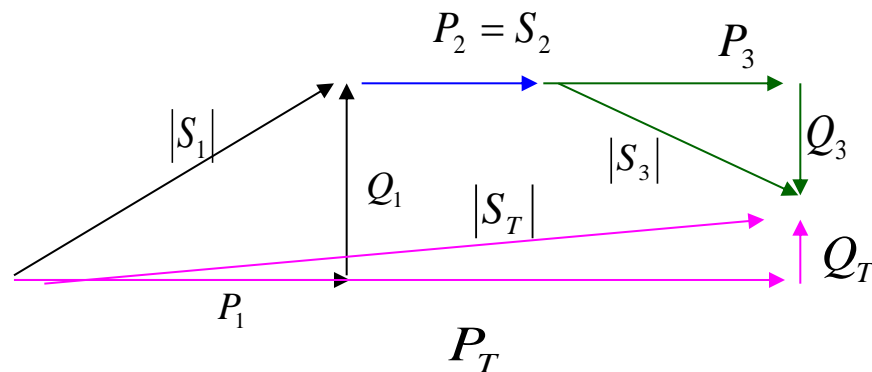
$$P_T = P_1 + P_2 + P_3$$

$$Q_T = (Q_1 + Q_3) - Q_2$$

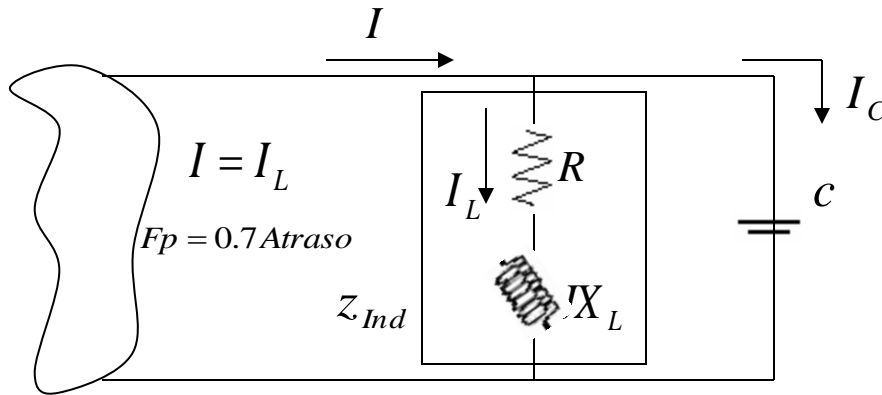
Ejercicio:

Dibujar el triángulo de Potencia Total.

- Carga 1 es predominantemente Inductiva.
- Carga 2 es resistiva pura
- Carga 3 es predominantemente capacitiva



Mejoramiento del Factor de potencia



I' corriente con la presencia del capacitor

$$I' = I_L + I_C$$

$$I' < I$$

$$S_{ANT} = P_{ANT} + JQ_{ANT}$$

$$+ S_{COND} = 0 + JQ_{COND}$$

$$S_{Nueva} = S_{Ant} + S_{Cond}$$

$$S_{Nueva} = P_{Ant} + J(Q_{Ant} + Q_{Cond})$$

Q_{Nueva} ?

Como dato: mejorar el FP a 0.95 en atraso

$$\theta_{Nuevo} = \cos^{-1}(0.95)$$

$$\theta_{Nuevo} = 18.19^\circ$$

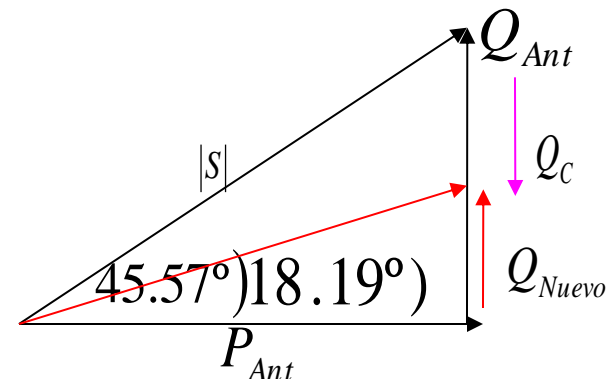
$$\tan \theta_{Nuevo} = \frac{Q_{Nuevo}}{P_{Anterior}}$$

$$Q_{Nuevo} = P_{Anterior} (\tan \theta_{Nuevo})$$

$$FP_{Anterior} = 0.7$$

$$\theta = \cos^{-1}(0.7)$$

$$\theta = 45.57^\circ$$



$$Q_{Nuevo} = Q_{Anterior} + Q_C$$

$$Q_C = Q_{Nuevo} - Q_{Anterior}$$

$$Q_C = \text{Negativo}$$

Por _lo _general :

$$|Q_{Ant}| > |Q_{Nuevo}|$$

$Q_C = \text{_#_}[VAR] \text{ en Adelanto}$

$$Q_C = \frac{V_{x_c}^2}{X_c}$$

$$X_c = \frac{|V_{x_c}|^2}{Q_C} [\Omega]$$

$$X_c = \frac{1}{\omega c}$$

$$c = \frac{1}{2\pi f X_c}$$

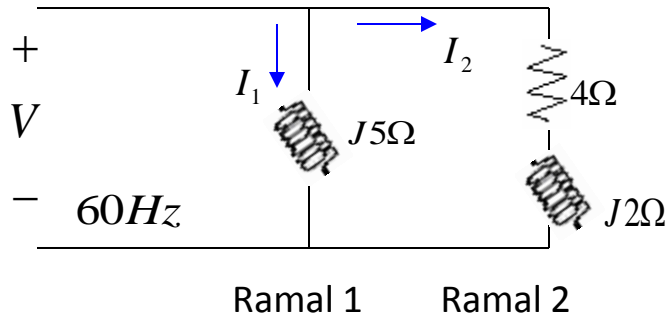
$c = \text{_#_}[F]$

Problema:

La Potencia Reactiva consumida por el ramal 1 es d 8kVAR en atraso.

Determinar:

- El triángulo de Potencia Total
- La capacitancia necesaria para mejorar el factor de potencia a 0.9 en atraso.



$$|Q| = \frac{|V|^2}{5}$$

$$|V| = \sqrt{5 * 8000}$$

$$|V| = 200[V_{RMS}]$$

$$V = 200\angle 0^\circ [V_{RMS}]$$

$$I_1 = \frac{200\angle 0^\circ}{5\angle 90^\circ} = 40\angle -90^\circ$$

$$I_2 = \frac{200\angle 0^\circ}{4 + J2} = 44.74\angle -26.57^\circ [A_{RMS}]$$

$$P_{4\Omega} = |I_2|^2 (4) = (44.74)^2 (4) = 8000[W]$$

$$Q_{J2\Omega} = (44.74)^2 (2) = 4000[VAR] \text{ Atraso}$$

$$P_T = P_1 + P_2$$

$$P_T = P_2$$

$$\underline{P_T = 8000[W]}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

$$Q_T = 8000 + 4000$$

$$\underline{Q_T = 12000[VAR] \text{ Atraso}}$$

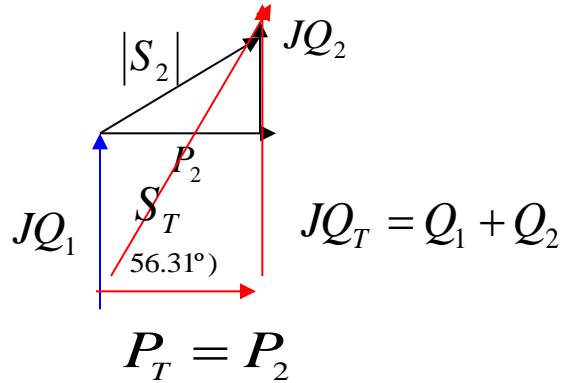
$$S_T = P_T + JQ_T$$

$$S_T = 8000 + J12000[VA]$$

$$\underline{S_T = 14422\angle 56.31[VA]}$$

$$Fp = \cos 56.31$$

$$\underline{Fp = 0.55 \text{ Atraso}}$$



b)

$$FP_{Nuevo} = 0.9 \text{ Atraso}$$

$$\theta_{Nuevo} = \cos^{-1} 0.9$$

$$\theta_{Nuevo} = 25.84^\circ$$

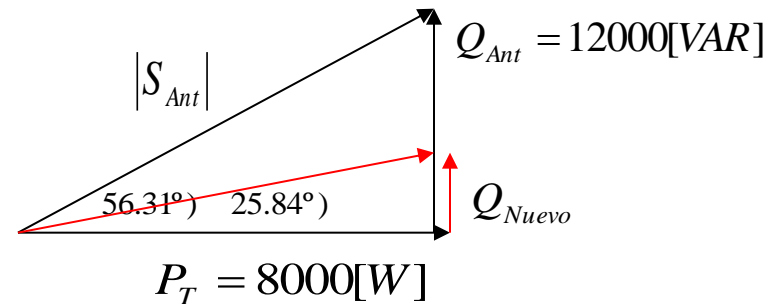
$$Q_{Nuevo} = 8000 \tan 25.84^\circ$$

$$Q_{Nuevo} = 3874.24 [\text{VAR}] \text{ Atraso}$$

$$Q_{Nuevo} = Q_{Ant} + Q_C$$

$$Q_C = 3874.24 - 12000$$

$$Q_C = 8125.76 [\text{VAR}] \text{ Adelanto}$$



$$8125.76 = \frac{V_{Xc}^2}{Xc}$$

$$Xc = \frac{200^2}{8125.76}$$

$$Xc = 4.92 \Omega$$

$$4.92 = \frac{1}{2\pi(60)c}$$

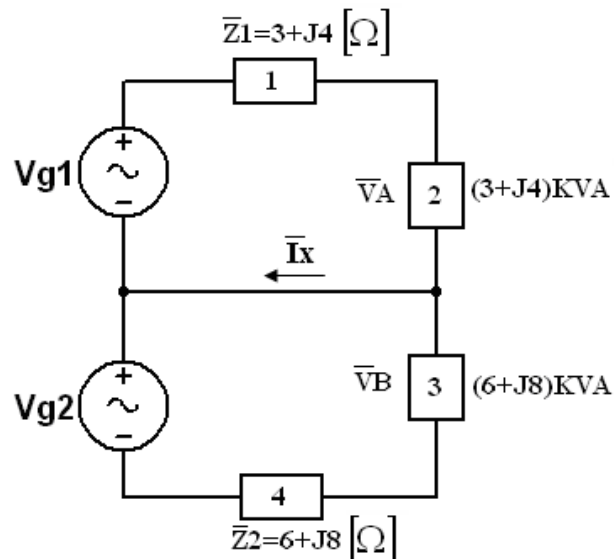
$$c = 538.86 [\mu F]$$

Escuela Superior Politécnica del Litoral
Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación
Tercera Evaluación Análisis de Redes Eléctricas I
I Termino 2007-2008

EJERCICIO 1

Para el siguiente circuito asumiendo que $\overline{V_A} = \overline{V_B} = 1000 \angle 0^\circ \text{ Vrms}$ y con una frecuencia de 60 HZ:

- Hallar los valores fasoriales de las fuentes $\overline{V_{g1}}$ y $\overline{V_{g2}}$ con su respectivo factor de potencia, indicando si están en atraso o adelanto.....18 pts.
- El valor fasorial de $\overline{I_x}$ 5pts
- Hallar el valor de los capacitores colocados en paralelo a cada fuente ($\overline{V_{g1}}$ y $\overline{V_{g2}}$) para mejorar el factor de potencia a la unidad, mostrando los triángulos de potencia suministrado por cada una de las fuentes antes y después de conectar los capacitores10pts

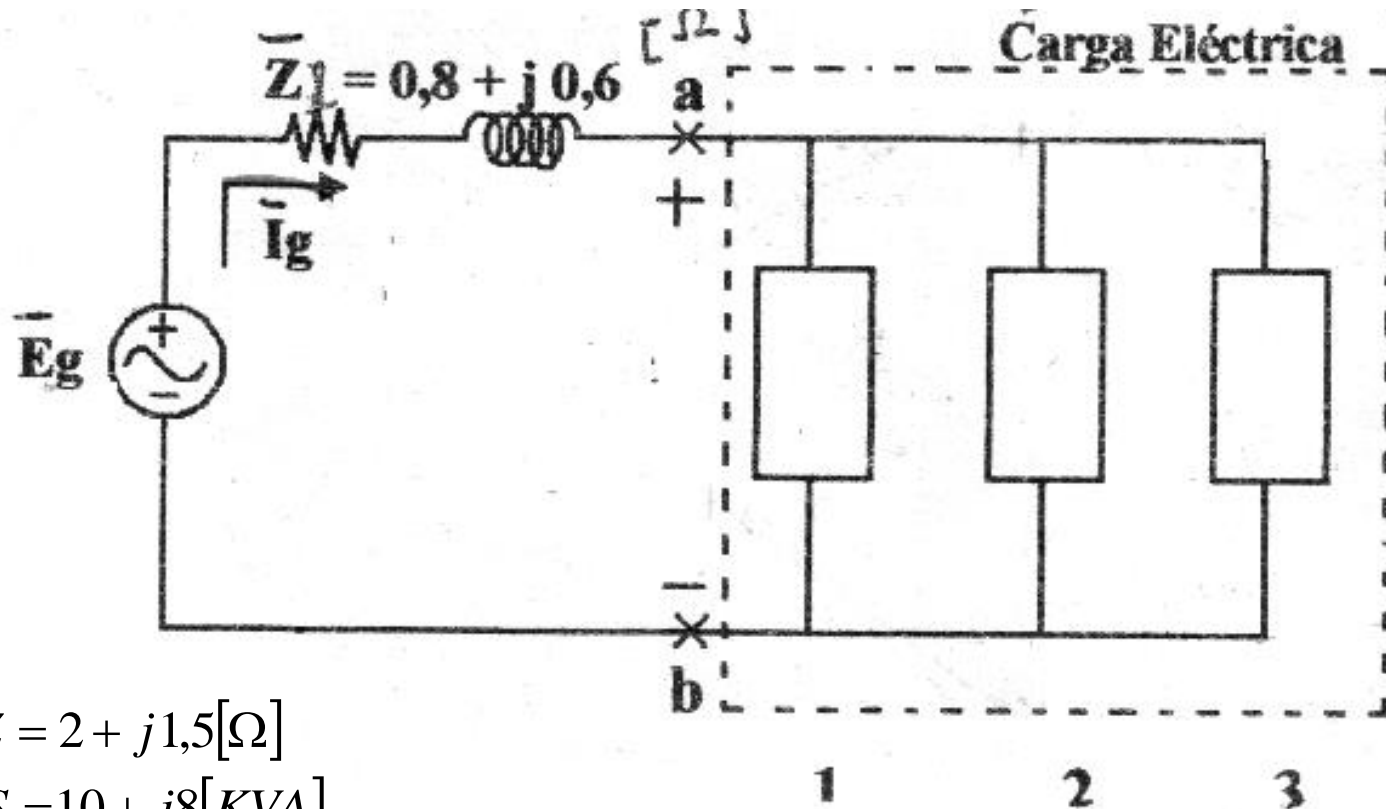


EJERCICIO 2.- (III termino 2006.-tema 3)

En el siguiente circuito

- Halle E_g e I_g .
- Calcule los KVAR de capacitores que deben conectarse en paralelo en los terminales “a-b” para mejorar el Factor de Potencia a 0,9 en atraso.
- Calcular la nueva I_g con los capacitores entre a y b

EJERCICIO 2.- (III termino 2006.-tema 3)



Carg a 1: $Z = 2 + j1,5 [\Omega]$

Carg a 2: $S = 10 + j8 [\text{KVA}]$

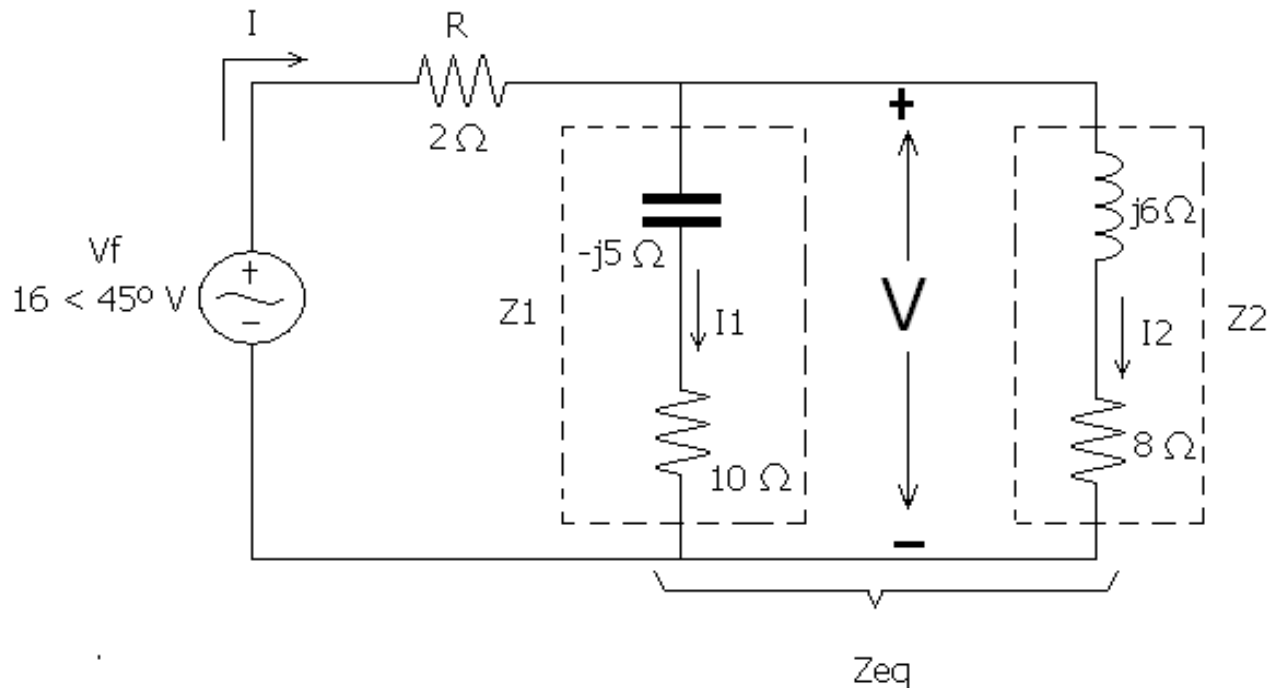
Carg a 3: $P = 15 [\text{KW}]; F_p = 0,6 \text{ en atraso}$

Nota : $E_{lvab} = 240 \angle 0^\circ [\text{RMS}]$ es cons tante

EJERCICIO 3.- (II termino 2006.-tema 1)

Para el siguiente circuito calcular:

- El factor de potencia y las potencias activas, reactivas y aparentes de la fuente
- Dibujar el triangulo de potencia para cada una de las cargas en la cual deberá indicarse la potencia activa, reactiva y la aparente total.



EJERCICIO 4.- (I termino 2012.-tema 1)

En el siguiente sistema se tiene que:

Carga 1: 3 K_w $F_p = 0,8$ en atraso

Carga 2: $Z = 15 + j 10 \Omega$

Carga 3: 3764 vatios

Calcular:

- El factor de potencia de la carga 3 necesario para que la fuente de $660 \text{ V}_{\text{rms}}$ funcione con un factor de potencia de $0,9$ en atraso.
- La corriente de la fuente

