

Resumão

EXATAS - 7

TEORIA

SÍMBOLOS

{ Chaves indicam o início e o fim de uma marcação e uma vírgula separa os elementos. **EXEMPLO:** Em $A = \{4, 8, 16\}$, 4, 8 e 16 são chamados elementos ou integrantes de um conjunto; os conjuntos são finitos (acabam ou têm um elemento final), exceto quando indicado o contrário.

... No meio do conjunto indica *continuação de um padrão*. **EXEMPLO:** $B = \{5, 10, 15, \dots, 85, 90\}$.

... No fim da sequência indica *conjunto infinito* (sem elemento final). **EXEMPLO:** $C = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$.

| Este símbolo significa "assim como".

\in Significa *pertence*. **EXEMPLO:** Se $A = \{4, 8, 12\}$, então $12 \in A$, porque o número 12 faz parte do conjunto A.

\notin Significa *não pertence*. **EXEMPLO:** Se $B = \{2, 4, 6, 8\}$, então $3 \notin B$, porque o número 3 não integra o conjunto B.

\emptyset Conjunto vazio: um conjunto que não conta com nenhum elemento. Também pode ser representado por {}.

\subset Significa *subconjunto* e é grafado como \subseteq .

$\not\subseteq$ Significa *não é subconjunto*; é representado por $\not\subseteq$.

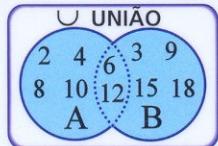
$A \subset B$ Indica que cada elemento do conjunto A também faz parte do B. **EXEMPLO:** Se $A = \{3, 6\}$ e $B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$, então $A \subset B$ porque 3 e 6, presentes em A, fazem parte de B.

2^n É o número de subconjuntos quando n equivale ao número de elementos. **EXEMPLO:** Se $A = \{4, 5, 6\}$, A tem 8 subconjuntos, porque A tem 3 elementos e $2^3 = 8$.

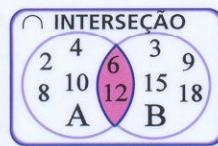
OPERAÇÕES

$A \cup B$ Indica a *união* do conjunto A com o B; todos os elementos deste conjunto são OU um elemento do conjunto A OU do B; assim, para unir dois conjuntos, é preciso agrupar todos os elementos em um único conjunto grafando apenas uma vez cada um dos números repetidos.

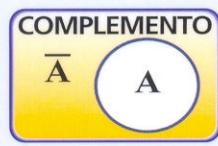
EXEMPLO: Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ e $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, então $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18\}$.



$A \cap B$ Indica a *interseção* do conjunto A com o B; todos os elementos fazem parte TANTO do conjunto A COMO do B; ou seja, para fazer a interseção, é preciso separar os elementos que aparecem NOS DOIS conjuntos. **EXEMPLO:** Se $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ e $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, então $A \cap B = \{6, 12\}$.



\bar{A} Indica o *complemento* de A; ou seja, todos os elementos do conjunto universal que NÃO fazem parte de A. **EXEMPLO:** Se o universal é o conjunto de números inteiros e $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, então $\bar{A} = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$.



PROPRIEDADES

$A = B$ Quando todos os elementos do conjunto A também fazem parte do conjunto B e vice-versa, mesmo aparecendo em ordem diferente.

EXEMPLO: Se $A = \{5, 10\}$ e $B = \{10, 5\}$, então $A = B$.

$n(A)$ Indica o *número de elementos do conjunto A* e equivale à representação em números cardinais.

EXEMPLO: Se $A = \{2, 4, 6\}$, então $n(A) = 3$.

$A \sim B$ Significa *equivalente a*; ou seja, o conjunto A e o B têm o mesmo número de elementos, embora estes não sejam necessariamente os mesmos.

EXEMPLO: Se $A = \{2, 4, 6\}$ e $B = \{6, 12, 18\}$, então $A \sim B$, porque $n(A) = 3$ e $n(B) = 3$.

$A \cap B = \emptyset$ Indica *conjuntos desarticulados* e sem elementos em comum. **EXEMPLO:** Se $A = \{3, 4, 5\}$ e $B = \{7, 8, 9\}$, então $A \cap B = \emptyset$, porque não há elementos comuns.

PROPRIEDADES DOS NÚMEROS REAIS

OPERAÇÕES

$a + b$ é um número real; quando se somam dois números reais, o resultado também é um número real.

EXEMPLO: 3 e 5 são números reais, $3 + 5 = 8$, e a soma, no caso 8, também é um número real.

$a - b$ é um número real; quando se subtraem dois números reais, o resultado também é um número real.

EXEMPLO: 4 e 11 são números reais, $4 - 11 = -7$, e a diferença, no caso -7, também é um número real.

$(a)(b)$ é um número real; quando se multiplicam dois números reais, o resultado também é um número real.

EXEMPLO: 10 e -3 são números reais, $(10)(-3) = -30$, e o produto, -30, também é um número real.

a/b é um número real se $b \neq 0$; quando se dividem dois números reais, o resultado é um número real, a não ser que o denominador (divisor) seja zero.

EXEMPLO: -20 e 5 são números reais, $-20 / 5 = -4$, e o quociente, no caso -4, também é um número real.

COMUTATIVA

$a + b = b + a$; podemos somar os números em ordens distintas e o resultado será o mesmo. **EXEMPLO:** $9 + 15 = 24 + 15 = 9 + 24$, assim $9 + 15 = 15 + 9$.

$(a)(b) = (b)(a)$; podemos multiplicar os números em ordens distintas e o resultado será o mesmo. **EXEMPLO:** $(4)(26) = 104$ e $(26)(4) = 104$, assim $(4)(26) = (26)(4)$.

$a - b \neq b - a$; quando alterarmos a ordem dos números na subtração, o resultado se altera, ou seja, não há propriedade comutativa para subtração. **EXEMPLO:** $8 - 2 = 6$, mas $2 - 8 = -6$.

$a/b \neq b/a$; quando alterarmos a ordem dos números na divisão, o resultado se altera, ou seja, não há propriedade comutativa para a divisão. **EXEMPLO:** $8/2 = 4$, mas $2/8 = 0,25$.

ASSOCIATIVA

$(a + b) + c = a + (b + c)$; somando os números em qualquer disposição, obtemos o mesmo resultado.

EXEMPLO: $(2 + 5) + 9 = 2 + (5 + 9) = 16$, assim $(2 + 5) + 9 = 2 + (5 + 9)$.

$(ab)c = a(bc)$; multiplicando os números em qualquer disposição, obtemos o mesmo resultado.

EXEMPLO: $(4 \times 5) \times 8 = (20) \times 8 = 160$ e $4 \times (5 \times 8) = 4 \times (40) = 160$, assim $(4 \times 5) \times 8 = 4 \times (5 \times 8)$.

A propriedade associativa não se aplica à subtração ou à divisão.

EXEMPLOS: $(10 - 4) - 2 = 6 - 2 = 4$, mas $10 - (4 - 2) = 10 - 2 = 8$; para divisão $(12/6)/2 = (2)/2 = 1$, mas $12/(6/2) = 12/3 = 4$. Observe que os resultados são distintos.

IDENTIDADES

$a + 0 = a$; zero é o elemento neutro da adição, porque seu acréscimo (soma) não altera o resultado.

EXEMPLO: $9 + 0 = 9$ e $0 + 9 = 9$.

$a(1) = a$; 1 é a identidade (elemento neutro) para a multiplicação porque ao se multiplicar um número por 1 nada muda.

EXEMPLO: $23(1) = 23$ e $(1)23 = 23$.

No caso da subtração e da divisão, a identidade é um problema. É certo que $45 - 0 = 45$, mas $0 - 45 = -45$ e não é 45. O mesmo vale para a divisão: $4/1 = 4$, mas $1/4 = 0,25$ e por isso a identidade não permanece em caso de inversão.

INVERSOS

$a + (-a) = 0$; um número somado ao seu inverso aditivo (número com sinal oposto) sempre resultará em zero.

EXEMPLO: $5 + (-5) = 0$ e $(-5) + 5 = 0$.

A exceção é zero, porque $0 + 0 = 0$, porque o zero não possui simétrico aditivo.

$a(1/a) = 1$; um número vezes seu inverso multiplicativo ou recíproco (numeral escrito na forma de fração) sempre será igual a 1. **EXEMPLO:** $5(1/5) = 1$. A exceção é zero, porque este número não pode ser multiplicado por nenhum outro e resultar em um produto de 1.

DISTRIBUTIVA

$a(b + c) = ab + ac$ ou $a(b - c) = ab - ac$; cada termo dentro dos parênteses deve ser multiplicado pelo termo antes do parêntese. **EXEMPLO:** $4(5 + 7) = 4(5) + 4(7) = 20 + 28 = 48$.

Trata-se de um exemplo simples, e a propriedade distributiva não é necessária para a obtenção do resultado. Quando se trata de uma variável, a propriedade torna-se essencial.

EXEMPLO: $4(5a + 7) = 4(5a) + 4(7) = 20a + 28$.

PROPRIEDADES DE IGUALDADE

REFLEXIVA: $a = a$; ambas as partes da equação são iguais. **EXEMPLO:** $5 + k = 5 + k$.

SIMÉTRICA: Se $a = b$, então $b = a$. Esta propriedade permite trocar as duas partes de uma equação.

EXEMPLO: $4a - 7 = 9 - 7a + 15$ torna-se $9 - 7a + 15 = 4a - 7$.

TRANSITIVADA: Se $a = b$ e $b = c$, então $a = c$. Permite reunir os elementos que forem iguais entre si.

EXEMPLO: Em $5a - 6 = 9k$ e $9k = a + 2$, pode-se eliminar o termo comum $9k$ e ligar o termo seguinte à equação: $5a - 6 = a + 2$.

PROPRIEDADE DE ADIÇÃO DE IGUALDADE: Se $a = b$, então $a + c = b + c$. Esta propriedade permite acrescentar qualquer número ou termo algébrico a qualquer equação, desde que ele seja acrescido aos dois lados.

EXEMPLO: $5 = 5$; se for acrescido 3 a um lado, a equação passa a ser $8 = 5$ (o que é errado), mas, se o mesmo valor for somado nos dois lados, tem-se uma equação correta: $8 = 8$. Também $5a + 4 = 14$ torna-se $5a + 4 + (-4) = 14 + (-4) = 14$ se for acrescido -4 em ambos os lados. Resulta a equação $5a = 10$.

PROPRIEDADE DE MULTIPLICAÇÃO DE IGUALDADE: Se $a = b$, então $ac = bc$ quando $c \neq 0$.

Permite multiplicar ambos os lados da equação por um número diferente de zero. **EXEMPLO:** Se $4a = -24$, então $(4a)(0,25) = (-24)(0,25)$ e $a = -6$. Note que os dois lados foram multiplicados por 0,25.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

DEFINIÇÕES

NÚMEROS NATURAIS: $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 11, 12, \dots\}$

NÚMEROS INTEIROS: $\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

SEQÜÊNCIAIS: $\{0, 1, 2, \dots, 10, 11, 12, 13, \dots\}$

NÚMEROS RACIONAIS: $\{p/q | p \text{ e } q \text{ são números inteiros, } q \neq 0\}$; os conjuntos de números naturais, números inteiros e seqüenciais, assim como os números que podem ser grafados em frações, são subconjuntos dos números racionais.

NÚMEROS IRRACIONAIS: $\{x | x \text{ é um número real e não é um número racional}\}$; os conjuntos de números racionais e irracionais não têm elementos em comum e por isso são conjuntos desarticulados.

NÚMEROS REAIS: $\{x | x \text{ é a coordenada de um ponto em uma linha numérica}\}$; a união do conjunto de números racionais com um conjunto de números irracionais equivale ao conjunto de números reais.

NÚMEROS IMAGINÁRIOS: $\{ai | a \text{ é um número real e } i \text{ é o número cuja segunda potência é } -1\}$; $i^2 = -1$; os conjuntos de números reais e imaginários não têm elementos comuns e são conjuntos desarticulados.

NÚMEROS COMPLEXOS: $\{a + bi | a \text{ e } b \text{ são números reais e } i \text{ é o número cuja segunda potência é } -1\}$; o conjunto de números reais e de imaginários são subconjuntos dos números complexos.



ÁLGEBRA

VOCABULÁRIO

- Variáveis são letras usadas para representar números.
- Constantes são números específicos que não são multiplicados por qualquer variável.
- Coeficientes são números multiplicados por uma ou mais variáveis. **EXEMPLOS:** -4xy tem um coeficiente de -4; 9m³ tem um coeficiente de 9; x tem um coeficiente invisível de 1.
- Termos são expressões constantes ou variáveis. **EXEMPLOS:** 3a; -5c⁴; 25mp⁵; 7.
- Termos semelhantes ou iguais são os que têm as mesmas variáveis ao mesmo grau ou valor exponencial. Os coeficientes não se alteram e podem ser iguais ou não. **EXEMPLOS:** 3 m² e 7 m² são termos similares porque ambos têm a mesma variável à mesma potência ou ao mesmo valor exponencial. -15a⁶b e 6a⁶b são termos similares, mas 2x⁴ e 6x³ não são, porque, apesar da mesma variável, x, um está elevado à potência 4 e outro à potência 3.
- Expressões algébricas são termos relacionados pela adição ou subtração. **EXEMPLOS:** 2s + 4a² - 5 é uma expressão algébrica com três termos, 2s, 4a² e 5.
- Equações algébricas são relações de igualdade entre no mínimo dois termos. **EXEMPLOS:** 4z = 28 é uma equação algébrica, assim como 3(a - 4) + 6a = 10. Observe que ambos os integrantes têm sinal igual.
- Inequações algébricas são equações que apresentam os sinais >, <, > ou < entre dois termos. **EXEMPLOS:** 50 < -2x é uma inequação algébrica, assim como 3(2n + 7) > -10.

PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DOS POLINÔMIOS

- Tipo 1: $a(c + d) = ac + ad$. **EXEMPLO:** $4x^3(2xy + y^2) = 8x^4y + 4x^3y^2$
- Tipo 2: $(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d) = ac + ad + bc + bd$. **EXEMPLO:** $(2x + y)(3x - 5y) = 2x(3x - 5y) + y(3x - 5y) = 6x^2 - 10xy + 3xy - 5y^2 = 6x^2 - 7xy - 5y^2$. O mesmo pode ser feito com o Método FOIL para Produtos de Binômios (veja o Resumão-Algebra 1). Trata-se de um método para a multiplicação envolvendo apenas dois termos, que consiste em multiplicar primeiros termos por primeiros termos, termos externos entre si, termos internos entre si e últimos termos também entre si.

COMBINAÇÃO ADIÇÃO OU SUBTRAÇÃO

- REGRA:** Combine (some ou subtraia) apenas os coeficientes dos termos semelhantes e jamais mude os expoentes durante a operação de adição ou subtração. $a + a = 2a$
EXEMPLOS: $4x^3y - 7y^3x = -3xy^3$ são termos semelhantes, embora x e y não estejam na mesma ordem e possam ser combinados deste modo: $4x^3y + -7y^3x = -3xy^3$ (note que só os coeficientes foram combinados, porém os expoentes não mudaram); $-15a^2bc$ e $3bc^2$ não são termos semelhantes, porque os expoentes de a são distintos e não podem ser somados ou subtraídos.

EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU COM UMA VARIÁVEL

- Elimine todas as frações usando a Propriedade de Multiplicação de Igualdade (pode apresentar erro se mal aplicada).
EXEMPLO: $\frac{1}{2}(3a + 5) = \frac{2}{3}(7a - 5) + 9$ seria multiplicado nos dois lados do sinal de igual pelo menor denominador comum de $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$, no caso 6, resultando $3(3a + 5) = 4(7a - 5) + 54$. Note que apenas o $\frac{1}{2}$, o $\frac{2}{3}$ e o 9 foram multiplicados por 6, mas não o conteúdo dos parênteses, que serão solucionados em seguida.
- Simplifique e remova todos os parênteses que houver. **EXEMPLO:** $3(3a + 5) = 4(7a - 5) + 54$ fica $9a + 15 = 28a - 20 + 54$.
- Combine os termos semelhantes situados do mesmo lado do sinal de igual. **EXEMPLO:** $9a + 15 = 28a - 20 + 54$ passa a ser $9a + 15 = 28a + 34$ porque os únicos termos semelhantes do mesmo lado eram -20 e $+54$.
- Use a Propriedade de Adição de Igualdade para somar termos semelhantes do mesmo lado do sinal de igual, mais de uma vez se for preciso. O objetivo será reunir todos os termos com a mesma variável do mesmo lado do sinal de igual e todas as constantes sem variáveis do outro lado do sinal.
EXEMPLO: $9a + 15 = 28a + 34$ passa a ser $9a + 15 - 28a - 15 = 28a + 34 - 28a - 15$. Note que tanto -28a e -15 foram somados nos dois lados do sinal ao mesmo tempo. O resultado passa a ser $-19a = 19$ após a subtração ou adição dos termos.
- Use a Propriedade de Multiplicação de Igualdade para achar o coeficiente da variável 1. **EXEMPLO:** $-19a = 19$ seria multiplicado em ambas as partes por $-1/19$ (ou dividido por -19) para chegar a 1 diante de a , e a equação resulta em $a = -1/19$ ou $a = -1$.
- Confirme o resultado substituindo-o pela variável na equação original para ver se não há erro.

Resumão

APLICAÇÃO DE PORCENTAGEM

% DE AUMENTO

FÓRMULAS: $\frac{\% \text{ do aumento}}{100} = \frac{\text{total do aumento}}{\text{valor original}}$ ou
 $(\text{valor original}) \times (\% \text{ do aumento}) = \text{total do aumento}$
Se o total do aumento não for informado, pode ser obtido por meio da seguinte operação: $(\text{valor novo}) - (\text{valor original}) = \text{total do aumento}$. **EXEMPLO:** A empresa X tinha 10.000 empregados em 1992 e 12.000 em 1993. Percentual do aumento = $12.000 - 10.000 = 2.000$
 $\% \text{ do aumento} \frac{n}{100} = \frac{2000}{10000} n = 20 \text{ e } \% \text{ do aumento} = 20\%$ porque % significa entre 100 .

% DE DESCONTO

FÓRMULAS: $\frac{\% \text{ do desconto}}{100} = \frac{\text{valor com desconto}}{\text{preço original}}$ ou
 $(\text{preço original}) \times (\% \text{ do desconto}) = \text{valor com desconto}$
Para calcular, $(\text{valor com desconto}) = (\text{preço original}) - (\text{preço novo})$. **EXEMPLO:** A empresa X passou a vender por R\$ 150 os ternos oferecidos a R\$ 250. Qual o desconto?
 $\% \text{ do desconto} \frac{n}{100} = \frac{R\$100}{R\$250}$
assim $n = 40$ e % do desconto = 40%

% DE COMISSÃO

FÓRMULAS: $\frac{\% \text{ da comissão}}{100} = \frac{\text{comissão em R\$}}{\text{vendas em R\$}}$
 $(\text{vendas em R\$}) \times (\% \text{ da comissão}) = \text{comissão em R\$}$
EXEMPLO: Um corretor ganhou 4% sobre a venda de uma casa por R\$ 125.000. Calcule a comissão.
 $\% \text{ da comissão} \frac{4}{100} = \frac{\text{comissão em R\$}}{R\$125.000}$
ou $(R\$ 125.000) \times (4\%) = \text{comissão em R\$} = R\$ 5.000$.

% DE MARGEM DE LUCRO

FÓRMULAS: $\frac{\% \text{ da margem de lucro}}{100} = \frac{\text{margem de lucro em R\$}}{\text{preço original}}$ ou
 $(\text{preço original}) \times (\% \text{ da margem de lucro}) = \text{margem em R\$}$
Para calcular, $(\text{margem em R\$}) = (\text{preço novo}) - (\text{preço original})$
EXEMPLO: Uma empresa compra blusas por R\$ 20 e vende por R\$ 44 a unidade. Calcule o percentual da margem de lucro.

$\text{margem em R\$} = R\$ 44 - R\$ 20 = R\$ 24 \text{ e } \% \text{ da margem de lucro: } \frac{n}{100} = \frac{24}{20}$
Assim $n = 120$ e % da margem de lucro = 120%.

% DE LUCRO

FÓRMULAS: $\frac{\% \text{ do lucro}}{100} = \frac{\text{lucro em R\$}}{\text{total do ganho em R\$}}$
ou $(\text{total do lucro em R\$}) \times (\% \text{ lucro}) = \text{lucro em R\$}$
Para calcular, $\text{lucro em R\$} = (\text{total do ganho}) - (\text{despesas})$.
EXEMPLO: Uma empresa tem despesas de R\$ 150.000 e um lucro de R\$ 10.000. Calcule o percentual do lucro.
 $\text{Total do lucro} = R\$ 150.000 + R\$ 10.000 = R\$ 160.000$
 $\% \text{ do lucro: } \frac{n}{100} = \frac{10000}{160000}$
ou $(R\$ 160.000) \times (n) = R\$ 10.000$. Em ambos os casos, lucro = 6,25%.

POTENCIACÃO

Definição: $3^5 = (3)(3)(3)(3)(3)$; isto é, 3 recebe o nome de base e é multiplicado por si mesmo 5 vezes, pois o expoente é 5. $a^m = (a)(a)(a)...(a)$; ou seja, o a é multiplicado por si mesmo m vezes.

- Multiplicação de mesma base (bases iguais):** $(a^m)(a^n) = a^{m+n}$; conserve a base e some os expoentes, no caso a, ou seja, apenas some os expoentes.
- Multiplicação dos termos semelhantes:** Multiplique todos os termos e não só os semelhantes.
- REGRA:** Multiplique os coeficientes e as variáveis (quer dizer, some os expoentes com a mesma variável).
EXEMPLO: $(4a^4c)(-12a^2b^3c) = -48a^6b^3c^2$. Note que 4 vezes -12 resulta -48, a^4 vezes a^2 é igual a a^6 , c vezes c resulta c^2 e b^3 foi grafado para indicar a multiplicação por b, mas o expoente não muda no caso de b porque havia apenas um b no problema.

INEQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU COM UMA VARIÁVEL

- Siga os mesmos procedimentos para solucionar uma equação de primeiro grau descrita ao lado, exceto no seguinte aspecto:
- Exceção:** Ao aplicar a Propriedade de Multiplicação, o sinal de desigualdade deve mudar se você multiplicar por um número negativo.
- EXEMPLOS:** $4m > -48$, $4m(1/4) > -48(1/4)$, $m > -12$; $-5x > 65$, $-5x(-1/5) < 65(-1/5)$, $x < -13$

% DE REDUÇÃO

FÓRMULAS: $\frac{\% \text{ da redução}}{100} = \frac{\text{total reduzido}}{\text{valor original}}$ ou
 $(\text{valor original}) \times (\% \text{ da redução}) = \text{total reduzido}$
Para calcular, $\text{total reduzido} = (\text{preço original}) - (\text{preço novo})$
EXEMPLO: Uma empresa tinha 12.000 funcionários em 1992 e 9.000 em 1994. Calcule a redução.
 $\text{Total reduzido} = 12000 - 9000 = 3000$
 $\% \text{ da redução: } \frac{n}{100} = \frac{3000}{12000}$
Assim, $n = 25$ e % da redução = 25%.

% DE DESPESAS

FÓRMULAS: $\frac{\% \text{ das despesas}}{100} = \frac{\text{despesas em R\$}}{\text{renda total}}$ ou $(\text{renda total}) \times (\% \text{ das despesas}) = \text{despesas em R\$}$
EXEMPLO: Uma empresa apresentou um faturamento bruto R\$ 250.000 e lucro líquido de R\$ 7.500. Calcule o percentual das despesas. Despesas = $R\$ 250.000 - R\$ 7.500 = R\$ 242.500$
 $\% \text{ das despesas: } \frac{n}{100} = \frac{R\$ 242.500}{R\$ 250.000}$
Assim, $n = 97$ e % das despesas = 97%.

JUROS SIMPLES

FÓRMULAS: $i = prt$
ou $(\text{valor total}) = (\text{principal}) + \text{juros}$
Em que i = juros
 p = principal; soma emprestada
 r = taxa de juros
 t = tempo; expresso no mesmo período que a duração de juros. Por exemplo: se a taxa for anual, tempo é contado em anos ou partes dele. Se mensal, calculam-se os meses.

EXEMPLO: Um cliente emprestou R\$ 5.000 de um banco com uma taxa de 6% ao ano. Ao devolver o dinheiro após 3 meses, qual os juros aplicados?
 $\text{juros em R\$} = prt = (R\$ 5.000)(6\%)(0,25) = R\$ 75$
Observe que os 3 meses equivalem a 0,25 de um ano. Soma total = $p + i = R\$ 5.000 + R\$ 75 = R\$ 5.075$.

JUROS COMPOSTOS

FÓRMULA: $A = p(1 + \frac{r}{n})^{nt}$
Em que: A = valor total
 p = principal; soma emprestada
 r = taxa de juros, em geral anual
 t = tempo, em geral expresso em anos
 n = número total de períodos

EXEMPLO: Um cliente depositou R\$ 100 em uma caderneta de poupança com juros trimestrais por 8 anos. Qual será o valor corrigido?

$A = p(1 + \frac{r}{n})^{nt}$
 $A = 100(1 + \frac{0,04}{4})^{(4)(8)}$
 $A = 100(1.01)^{32}$
 $A = 100(1.3749)$
 $A = 137.49$

Barros, Fischer & Associados
Resumão

Tradutor: Mônica Tambelli
Edição: Márcia Menin
Arte: Maurício Cioffi
Consultoria: Cristiane Coppe
Revisão: Márcia Menin

Resumão – Matemática (Série de Ciências Exatas, nº 7) é uma publicação da Barros, Fischer & Associados, sob licença editorial de Springer Publishing Group, Inc. © BarCharts, Inc. 2002, USA. Todos os direitos reservados. A série de resumos de ciências exatas é uma criativa fonte de consulta para ser usada em sala de aula, como ferramenta de apoio na realização de tarefas escolares e como forma de memorização durante os estudos. Durável e de baixo custo, esta ferramenta de estudo é sólida e prática, auxiliando você até mesmo depois da conclusão de seus estudos.

Endereço: Rua Ulpiano, 86
Lapa, São Paulo, CEP 05050-020
Telefone/fax.: 0 (xx) 11 3675-0508

Site: www.bafisa.com.br
E-mail: bafisa@uol.com.br

Impressão: Eskenazi Indústria Gráfica Ltda.

Distribuição e vendas: Bafisa, tel.: 0 (xx) 11 3675-0508

Atenção

É expressamente proibida a reprodução total ou parcial do conteúdo desta publicação sem a prévia autorização do editor.

ISBN 978-858874907-8



9 788588 74907

FRAÇÕES

SIMPLIFICAÇÃO

• Divida numerador (em cima) e denominador (embaixo) pelo mesmo número, obtendo uma fração equivalente com termos menores. O processo pode ser repetido.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{20}{32} = \frac{4}{8}$$

ADIÇÃO

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \text{ onde } c \neq 0$$

• Mude para frações equivalentes com um **denominador comum**.

EXEMPLO: No caso de $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{6}$ siga estes passos:

1. Identifique o mínimo denominador comum determinando o menor número pelo qual podem ser divididos de forma exata (sem resto) todos os denominadores. **EXEMPLO:** 3, 4 e 6 são divisores de 12.

2. Multiplique o numerador e o denominador de cada fração de modo que o valor não mude, mas que se obtenha o denominador comum.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} + \frac{10}{12}$$

3. Some os numeradores e mantenha o mesmo denominador, porque a soma das frações depende de partes iguais.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{8}{12} + \frac{3}{12} + \frac{10}{12} = \frac{21}{12} = 1\frac{9}{12} = 1\frac{3}{4}$$

SUBTRAÇÃO

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \text{ onde } c \neq 0$$

• Altere as frações equivalentes para adotar um **denominador comum**.

1. Encontre o mínimo denominador comum determinando o menor valor que pode ser dividido sem resto por todos os denominadores (número inferior da fração).

$$\text{EXEMPLO: } \frac{7}{9} - \frac{1}{3}$$

2. Multiplique o numerador e o denominador pelo mesmo número de modo que o valor da fração não mude, mas se obtenha o denominador comum.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{7}{9} - \frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{7}{9} - \frac{3}{9}$$

3. Subtraia os numeradores e mantenha o mesmo denominador, porque a subtração das frações consiste em encontrar a diferença entre as partes iguais.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{7}{9} - \frac{3}{9} = \frac{4}{9}$$

MULTIPLICAÇÃO

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d} \text{ onde } c \neq 0 \text{ e } d \neq 0$$

• NÃO é preciso achar denominador comum.

1. Multiplique os numeradores (em cima) e multiplique os denominadores (embaixo). Em seguida, simplifique o resultado.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{2}{3} \times \frac{6}{12} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

2. OU simplifique todos os numeradores (em cima) com qualquer denominador (embaixo) e depois multiplique os numeradores e os denominadores.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{2^1}{3^1} \times \frac{6^2}{1^2} = \frac{1}{3}$$

DIVISÃO

$$\frac{a}{c} \div \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b} = \frac{a \times d}{c \times b} \text{ onde } c \neq 0; d \neq 0; b \neq 0$$

• NÃO é preciso achar denominador comum.

1. Troque o sinal de divisão pelo de multiplicação; ou seja, inverta a fração que funciona como divisora e inverta o sinal da operação.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{4}{9} \div \frac{2}{3} \text{ passa para } \frac{4}{9} \times \frac{3}{2}$$

2. Em seguida, efetue a operação de multiplicação como indicado acima.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{4^2}{9^3} \times \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3}$$

Resumão

NÚMEROS MISTOS E FRAÇÕES IMPROPRIAS

Aspecto geral

• **Definição de números mistos:** Números inteiros seguidos de frações; ou seja, número inteiro acrescido de uma fração.

EXEMPLO: $4\frac{1}{2}$ significa $4 + \frac{1}{2}$

• **Frações impróprias** são frações com um numerador (número superior) maior do que o denominador (número inferior).

Conversões

1. **Número misto para fração imprópria:** Multiplique o denominador (embaixo) pelo número inteiro e some o numerador (em cima) para encontrar o numerador da fração imprópria. O denominador da fração imprópria é o mesmo do número misto.

$$\text{EXEMPLO: } 5\frac{2}{3} = \frac{3 \times 5 + 2}{3} = \frac{17}{3}$$

2. **Fração imprópria para número misto:** Divida o denominador pelo numerador e registre o resto sobre o divisor (o divisor é o mesmo do denominador da fração imprópria).

$$\text{EXEMPLO: } 17 \frac{1}{5} \text{ significa } 17 \frac{1}{5}$$

ADIÇÃO

- Some os números inteiros.
- Some as frações seguindo os passos da adição descritos na respectiva parte deste guia.
- Se o resultado constitui uma fração imprópria, mude-a para um número misto e some o número inteiro resultante ao resultado final.

$$\text{EXEMPLO: } 4\frac{3}{5} + 7\frac{4}{5} = 11\frac{7}{5} = 11 + 1\frac{2}{5} = 12\frac{2}{5}$$

SUBTRAÇÃO

PRIMEIRO SUBTRAIA A FRAÇÃO.

1. Se a fração do número maior for maior do que a fração do número menor, siga os procedimentos para subtração de frações descritos neste guia e em seguida subtraia os números inteiros.

$$\text{EXEMPLO: } 7\frac{5}{6} - 2\frac{1}{6} = 5\frac{4}{6} = 5\frac{2}{3}$$

2. Caso contrário, "empreste" UM do número inteiro e some à fração (é preciso que os denominadores sejam comuns) antes de subtrair.

$$6\frac{2}{7} = 5 + \frac{7}{7} + \frac{2}{7} = 5\frac{9}{7}$$

$$\text{EXEMPLO: } -3\frac{5}{7} = -3\frac{5}{7}$$

ATALHO PARA O "EMPRÉSTIMO": Simplifique o número inteiro por um, substitua o numerador pela soma (adição) do numerador e do denominador da fração e mantenha o mesmo denominador.

$$\text{EXEMPLO: } 6\frac{2}{7} = 5 + \frac{2+7}{7} = 5\frac{9}{7}$$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Transforme os números mistos em uma fração imprópria e siga os passos para multiplicação e divisão de frações.

RAZÃO, PROPORÇÃO E PORCENTAGEM

RAZÃO

- Definição:** Comparação entre duas quantidades.
- Formas: 3 para 5, 3:5, $\frac{3}{5}$

PORCENTAGEM

- Definição:** Porcentagem significa "por 100" ou "em cada 100."
- Percentual e frações equivalentes**

1. Percentuais podem ser escritos como fração, com o número sobre 100 e simplificando ou reduzindo.

$$\text{EXEMPLOS: } 30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$4,5\% = \frac{4,5}{100} = \frac{45}{1000} = \frac{9}{200}$$

2. As frações podem ser transformadas em porcentagens adotando o denominador 100. O numerador é o número percentual.

$$\text{EXEMPLO: } \frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

FÓRMULAS GEOMÉTRICAS

Perímetro: O perímetro, P, de uma forma bidimensional é a soma do comprimento de todos os seus lados. **Área:** A área, A, de uma forma bidimensional é o número de unidades quadradas (unidades de área: m², cm² etc.) que podem ser colocadas dentro do espaço delimitado pelos lados da figura. Obs.: A área é obtida por uma combinação que multiplica bases e alturas, as quais sempre formam entre si ângulos de 90°, exceto em círculos.

Volume:

O volume, V, de uma forma tridimensional é o número de unidades cúbicas (unidades de volume: m³, cm³ etc.) que podem ser colocadas no espaço delimitado pelos lados da figura.

Área do Quadrado:

A=h²; se h=8 e b=8, pois os lados do quadrado são do mesmo tamanho, então: A=64 unidades quadradas.

Área do Retângulo:

A=hb; se h=4 e b=12, então: A=(4)(12), A=48 unidades quadradas.

Área do Triângulo:

A=bh x 1/2; se h=8 e b=12, então: A=12 x 8/2, A=48 unidades quadradas.

Área do Paralelogramo:

A=hb; se h=6 e b=9, então: A=(6)(9), A=54 unidades quadradas.

Área do Trapézio:

A=(b₁+b₂)/2; se h=9, b₁=8 e b₂=12, então: A=(8+12)/2, A=9 x 10/2,

A=90 unidades quadradas.

Área do Círculo:

A=πr²; se π=3,14 e r=5, então: A=(3,14)(5)²,

A=(3,14)(25), A=78,5 unidades quadradas.

Circunferência: C=2πr, C=(2)(3,14)(5)=31,4 unidades.

Teorema de Pitágoras:

Se um triângulo retângulo tem hipotenusa c e lados a e b, então c²=a²+b².

Volume do Prisma Retangular:

V=lwh; se l=12, w=3 e h=4, então: V=(12)(3)(4), V=144 unidades cúbicas.

Volume do Cubo:

V=e³, já que um cubo todos os lados, e, têm o mesmo tamanho. Se e=8, então: V=(8)(8)(8), V=512 unidades cúbicas.

Volume do Cilindro:

V=πr²h; se r=9 e h=8, então: V=π(9)²(8), V=3,14(81)(8), V=2034,72 unidades cúbicas.

Volume do Cone:

V=1/3πr²h; se r=6 e h=8, então: V=1/3π(6)²(8), V=1/3(3,14)(36)(8), V=301,44 unidades cúbicas.

Volume do Prisma Triangular:

V=(área do triângulo)h; se h=12, tem área igual a 1/2(5)(12), então: V=30h, e se h=8, então: V=(30)(8), V=240 unidades cúbicas.

Volume da Pirâmide de Base Retangular:

V=1/3(área do retângulo)h; se l=5 e w=4, o retângulo tem área igual a 20, então: V=1/3(20)h, e se h=9, então: V=1/3(20)(9), V=60 unidades cúbicas.

Volume da Esfera:

V=4πr³/3; se r=5, então:

V=4(3,14)(5)³/3, V=1570/3, 523,3 unidades cúbicas.

PROPORÇÃO

Percentual e números decimais

1. Para mudar um percentual para um número decimal, move a vírgula duas casas para a esquerda.

EXEMPLOS: 45% = 0,45 ; 125% = 1,25 ;

6% = 0,06 ; 3,5% = 0,035

2. Para mudar um número decimal para percentual, move a vírgula duas casas para a direita.

EXEMPLOS: 0,47 = 47% ; 3,2 = 320% ; 0,205 = 20,5%

PROPORÇÃO

Definição:

Relação da igualdade entre duas frações ou razões.

• Formas: 3 está para 5 como 9 está para 15, 3:5 :: 9:15, $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

• Solução: modifique as frações para frações equivalentes com denominadores comuns, encontre numeradores (em cima) iguais e resolva a questão. **EXEMPLO:** $\frac{3}{4} = \frac{n}{20} \cdot \frac{15}{15} = \frac{n}{20} \cdot n = 15$

• Multiplique em cruz e resolva a equação resultante.

EXEMPLO: $\frac{n}{7} \times \frac{3}{5} = 5n = 21, n = 21 \div 5, n = 4\frac{1}{5}$