Análise de confiabilidade de vigas de concreto armado com emprego da técnica de Monte Carlo

Wanderlei Malaquias Pereira Junior^a https://orcid.org/0000-0002-7404-3666 André Teófilo Beck^b https://orcid.org/0000-0003-4127-5337

Resumo: Neste artigo foi empregado o método de confiabilidade de Monte Carlo para o estudo de vigas de um pórtico de concreto armado fixado sob solo. Para essa investigação foram consideradas seis variáveis aleatórias referentes ao dimensionamento de uma viga de concreto armado (ações, resistência e modelo). Para o dimensionamento e elaboração das equações de Estado Limite foi utilizada a norma brasileira de projeto NBR 6118. Em relação ao método de Monte Carlo foram utilizadas 5. 10⁶ amostras e os resultados indicam que as situações limitantes para esse caso foram as solicitações normais e flecha em serviço. Os índices de confiabilidade são 4,02 para as solicitações normais e 1,32 para as solicitações em serviço, valores os quais estão de acordo com os índices alvo recomendados pelo código internacional de projeto *JCSS* (*Joint Committee on Structural Safety*).

Palavras-chave: Concreto Armado, Confiabilidade, Monte Carlo, Vigas.

^a Federal University of Catalão - UFCAT, Engineering College, Department of Civil Engineering, Catalão, Goiás, Brasil

^b University of São Paulo - USP. Engineering School, Department of Engineering Structures, São Carlos, São Paulo, Brasil

1 INTRODUÇÃO

Durante o projeto de estruturas em geral é necessário que a mesma seja resistente, segura e robusta. Porém os projetos tradicionais de estruturas envolvem a utilização de parâmetros de projeto de natureza determinística, situação a qual não ocorre no modelo real (ou modelo da natureza) visto que as variáveis podem sofrem variações, a essas variações dá-se o nome de incertezas.

No contexto da engenharia estrutural as incertezas estão relacionadas à incapacidade de previsão dos carregamentos, propriedades dos materiais. Além dessas características os modelos podem adotar hipóteses simplificadoras como também limitações dos modelos numéricos utilizados [1,2].

Os códigos de projeto de estruturas de concreto consideram em sua perspectiva de análise variáveis determinísticas e para contornar essa espécie de falha matemática foram criados os métodos de dimensionamento baseado em coeficiente de segurança. Tais coeficientes de segurança garantem que essas incertezas, podendo ser de modelo ou resistência por exemplo, sejam consideradas no ato de se calcular uma estrutura e então a mesma possua a segurança necessária para atendimento dos requisitos do projeto.

O método baseado em coeficientes de segurança mais utilizado e empregado nos tempos atuais é o método dos Estados Limites, o mesmo foi desenvolvido a partir da teoria de confiabilidade que empregada nesse artigo. Esse método de Estados Limites foi desenvolvido a partir da segunda metade do século XX [3] e tiveram como objetivo tornar o projeto de engenharia mais racional e o método de cálculo mais abrangente [4].

Portanto esse trabalho tem como objetivo avaliar uma viga de concreto de um edifício de *benchmark* sobre a ótica da confiabilidade estrutural de forma a determinar seus índices de confiabilidade e probabilidade de falha do sistema estrutural.

O método a ser empregado para as análises de confiabilidade é o método de Monte Carlo que foi criado durante a segunda Guerra Mundial e tem aplicações em diversas áreas da ciência, como área médica, mercado financeiro e engenharias [5,6] sendo esta uma técnica consolidada no âmbito das ciências exatas e tecnológicas.

Tal fato é justificado pois uma proposição determinística para tal tipo de dimensionamento muitas vezes criam irregularidades na análise do elemento estrutural que podem fazer com que a estrutura esteja superdimensionada ou até mesmo gere um projeto inadequado que não atenda completamente os requisitos esperados [1,7]. Além disso a engenharia civil em geral caminha para este tipo de modelo de dimensionamento que visa a elaboração de um projeto ainda mais equilibrado [7].

2 PROJETO DE PEÇAS DE CONCRETO

O projeto de peças de concreto data-se do início do século XX com a teoria de treliças de Ritter e Mosrch e os conhecidos ensaios de Stuttgart promovidos pelos pesquisadores alemães Fritz Leonhardt e Rene Walther. Nessa teoria as armaduras referentes ao cisalhamento e flexão são concentradas em posições especificas da viga que simulam uma treliça ideal conforme Figure 1.

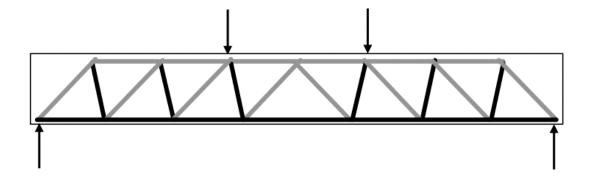


Figure 1. Modelo de treliça de Ritter e Mosrch [8].

A treliça tem banzos longitudinais, comprimidos e tracionados, como no trecho central, ligados por diagonais comprimidas e tirantes. As diagonais comprimidas, ditas bielas, representam o concreto entre as fissuras. Os tirantes, verticais ou inclinados, representam a armadura transversal da viga, completando o esquema estático da treliça e costurando as fissuras [8].

O projeto de peças de concreto se divide em duas etapas a etapa de verificação do Estado Limite Último (ELU) e o Estado Limite de Serviço (ELS). Esses estádios podem ser enxergados laboratorialmente conforme visto em Rocha *et al.* [8]. De maneira geral eles podem ser vistos em três etapas (ver Figure 2).

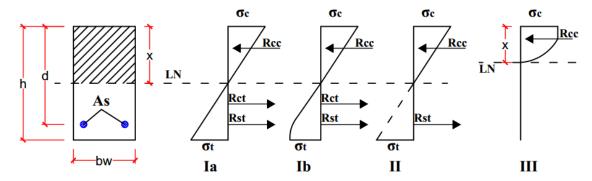


Figure 2. Diagramas de tensão com seus respectivos estádios (adaptado Bastos [9])

O estádio Ia refere-se ao início da solicitação, em que o carregamento empregado ainda é relativamente pequeno a ponto que as deformações e as tensões normais também são pequenas, uma vez que o concreto resiste à tração apresentando um diagrama triangular. A medida que o carregamento aumenta, a proporção existente entre as tensões de tração e as deformações deixam de existir, perdendo a linearidade, entrando assim no estádio Ib o qual corresponde ao início da fissuração no concreto na parte solicitada à tração [9].

Aumentando ainda mais o carregamento, no estádio II as tensões de tração na maior parte dos pontos sob a linha neutra apresentarão valores acima ao da resistência característica do concreto à tração, ou seja, despreza-se a contribuição do concreto à tração.

Com o carregamento sendo aumentado até um valor próximo da ruína, a linha neutra sofre deslocamento em direção à região comprimida, chegando no estádio III marcada pelo início do esmagamento do concreto à compressão. As tensões tanto de tração quanto de compressão elevam-se a ponto de ultrapassar a tensão de escoamento do aço.

De forma simplificada, Carvalho e Figueiredo Filho [10] trazem que o estádio I e II estão relacionados com o estado limite de serviço, enquanto que o estádio III está relacionado com o estado limite último, ocorrendo apenas em situações extremas. Dessa forma, o dimensionamento para estruturas de concreto armado é realizado dentro do estádio III, uma vez que o intuito principal é projetar a estrutura de forma econômica para resistir aos carregamentos sem chegar ao colapso.

3 CONFIABILIDADE E MÉTODO DE MONTE CARLO

Nessa seção são apresentados os conceitos necessários para avaliação da confiabilidade de uma estrutura, são apresentados os conceitos do método de Monte Carlo que será o procedimento de confiabilidade empregado nas análises.

3.1 Confiabilidade estrutural

A probabilidade estrutural é um conceito complementar a confiabilidade estrutural. Probabilidade de falha estrutural é uma medida da propensão de uma estrutura ou sistema estrutural em deixar de atender aos requisitos técnicos de projeto (função, resistência, equilíbrio), dentro de uma vida de projeto especificada, respeitadas as condições de operação e de projeto [2].

A equação (1) apresenta a probabilidade de falha unidimensional (p_f) do sistema; $f_x(x)$ é a função distribuição de probabilidade unidimensional, cuja integração no domínio de falha, fornece a probabilidade de falha (p_f).

$$p_{f} = \int_{\Omega_f} f_x(x) \, dx \tag{1}$$

Para estabelecer a probabilidade de sobrevivência do sistema é utilizada a equação (2):

$$p_r = 1 - p_f = 1 - \int_{\Omega_f} f_x(x) dx$$
 (2)

Para avaliar a segurança do sistema estrutural é necessário estabelecer uma equação chamada "equação do Estado Limite" (G) conforme equação (3). Onde S é dada como a solicitação do sistema e R é dado como a resistência do sistema. As variáveis R e S em um caso bidimensional representa as variáveis aleatórias do sistema estrutural em análise (ver Figure 3).

$$p_{f=}P(G[R-S] \le 0) \tag{3}$$

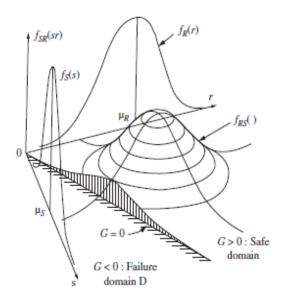


Figure 3. Espaço da função *G* com duas variáveis aleatórias [1].

Para determinação da probabilidade de falha (p_f) existem os métodos analíticos e métodos probabilísticos, no caso desse trabalho foram aplicados os modelos probabilísticos.

3.1.1 Método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo foi desenvolvido nos anos 40 durante o fim da Segunda Guerra Mundial e início da Guerra Fria. O método de foi inicialmente aplicado pelos matemáticos Stanislav Ulam e John von Neumann que a época trabalhavam no desenvolvimento da bomba de hidrogênio [6]. O modelo parte da premissa de geração de um sistema aleatório de partículas baseado em uma determinada distribuição de probabilidade. No caso do emprego em modelos de confiabilidade o método de Monte Carlo pode ser considerado uma análise do tipo *what-if* [5].

Existem diversas variações do método de Monte Carlo, nesse trabalho foi empregado o Monte Carlo simples que consiste em testes aleatórios com uma determinada quantidade de amostras e o cálculo da probabilidade de falha será dado pela avaliação da equação Estado Limite conforme equação (4) onde I[g(x)] é uma função indicadora de retorno binário conforme descrição na equações (5) e (6). $E\{I(x)\}$ indica operador de valor esperado da função Estado Limite nos testes realizados.

$$p_f \int_{\Omega_f} I[g(x)] f_X(x) \, dx = E\{I(x)\} \tag{4}$$

$$I[g(x_i)] = 1 \text{ se } g(x_i) \le 0 \tag{5}$$

$$I[g(x_i)] = 0 \text{ se } g(x_i) > 0$$
 (6)

No caso das equações (5) e (6) o retorno 1 indica falha da função Estado Limite, no caso indica que aquela estrutura falhou em um devido critério e o retorno 0 indica que a estrutura está na região segura de avaliação da função Estado Limite.

Portanto o método de Monte Carlo fornece uma aproximação da probabilidade de falha do sistema estrutural a partir do uso de um número n_s de simulações de Monte Carlo. Logo a aproximação da probabilidade de falha é dada pela equação (7), onde n_f indica o número de falhas do sistema ($I[g(x_i)] = 1$).

$$p_f = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} I[g(x_i)]}{n_s} = \frac{n_f}{n_s}$$
 (7)

Para averiguar a medida de confiabilidade (β_{MC}) da amostragem é necessário aplicar a equação (8) que consiste na função inversa da distribuição acumulada de probabilidade de falha média (\hat{p}_f). A solução numérica dessa função inversa podem ser encontrados em Beck [2].

$$\beta_{MC} = -\Phi^{-1}(\hat{p}_f) \tag{8}$$

4 MODELO PARA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

No caso desse trabalho o método de confiabilidade de Monte Carlo foi utilizado para emprego na análise de vigas de concreto armado de pórticos bidimensionais. Todo o ferramental utilizado foi desenvolvido na linguagem Python através do uso do método de desenvolvimento *SCRUM*. Nesse caso o trabalhou partiu da seguinte divisão de tarefas:

- Levantamento de variáveis aleatórias;
- Estudo dos métodos de confiabilidade;

- Implementação do analisador estrutural;
- Montagem da função de estado limite g;
- Testes e publicações dos resultados.

O diagrama de desenvolvimento é descrito no fluxograma da Figure 4.

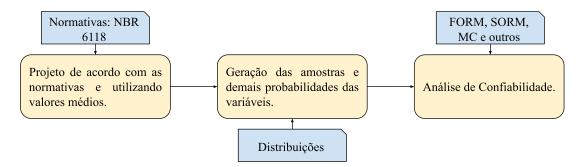


Figure 4. Diagrama de fluxo de trabalho para projeto de confiabilidade em uma peça estrutural.

Para as aplicações nas vigas de concreto foram utilizados os critérios informados na NBR 6118 [11]. O pórtico utilizado para as simulações de análise estrutural é descrito na Figure 5 e Figure 6. No caso para avaliação dos esforços das vigas foi utilizada a técnica numérica de Elementos Finitos com o uso do elemento de pórtico plano, com matriz de rigidez descrita conforme equações (9) e (10). A matriz de rigidez em questão já considera a possível rotação das barras do pórtico.

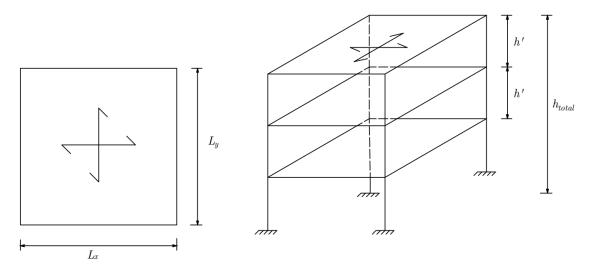


Figure 5. Vista 3D e em planta de uma edificação em concreto armado.

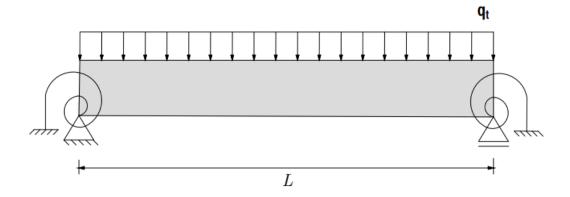


Figure 6. Vista 3D e em planta de uma edificação em concreto armado.

$$k'' = \begin{bmatrix} AC^2 + \frac{12I}{L^2}S^2 & (A - \frac{12I}{L^2})CS & -\frac{6I}{L}S & -(AC^2 + \frac{12I}{L^2}S^2) & -(A - \frac{12I}{L^2})CS & -\frac{6I}{L}S \\ (A - \frac{12I}{L^2})CS & AS^2 + \frac{12I}{L^2}C^2 & \frac{6I}{L}C & -(A - \frac{12I}{L^2})CS & -(AS^2 + \frac{12I}{L^2}C^2) & \frac{6I}{L}C \\ -\frac{6I}{L}S & \frac{6I}{L}C & 4I & \frac{6I}{L}S & -\frac{6I}{L}C & 2I \\ -(AC^2 + \frac{12I}{L^2}S^2) & -(A - \frac{12I}{L^2})CS & \frac{6I}{L}S & AC^2 + \frac{12I}{L^2}S^2 & (A - \frac{12I}{L^2})CS & \frac{6I}{L}S \\ -(A - \frac{12I}{L^2})CS & -(AS^2 + \frac{12I}{L^2}C^2) & -\frac{6I}{L}C & (A - \frac{12I}{L^2})CS & AS^2 + \frac{12I}{L^2}C^2 & -\frac{6I}{L}C \\ -\frac{6I}{L}S & \frac{6I}{L}C & 2I & \frac{6I}{L}S & -\frac{6I}{L}C & 4I \end{bmatrix}$$

$$[K] = \frac{E}{L}k''$$

$$(10)$$

Portanto para uma análise isolada da viga os carregamentos nos elementos estruturais foram distribuídos na área de contato das lajes conforme mostrado na Figure 5 e por meio do uso da técnica de linhas de ruptura (para mais detalhes ver Prata [12]) essas cargas foram redistribuídas nas vigas de concreto que no caso desse trabalho possuem um vão de 4,50 m. Para este artigo foram considerados apenas carregamentos distribuídos uniformemente sobre as lajes maciças de concreto. A apresenta maiores detalhes dessa distribuição de carregamento via linhas de ruptura.

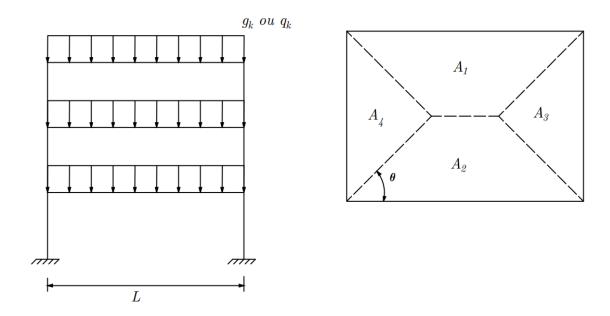


Figure 7. Partição do carregamento via teoria de linhas de ruptura.

A Table 1 apresenta as características das variáveis que foram consideradas probabilísticas no estudo de confiabilidade de vigas. As outras variáveis do problema de dimensionamento de vigas foram consideradas de forma determinística conforme descrição ao longo dessa seção. Tais valores foram baseados nos trabalhos de Santos *et al.* [13] e Santiago *et al.* [4,14].

Table 1. Descrição das características das variáveis aleatórias.

| Categoria | Descrição | Variável | Distribuição | μ | σ | Unidade |
|-------------|-------------|--------------------------------|--------------|----------------------|-----------------|---------|
| Ações | Permanente | g | Normal | g_k | $0,10.\mu_{gk}$ | kN/m |
| | Variável | q | Gumbel | 0,93. q _k | $0,20.\mu_{qk}$ | kN/m |
| Resistência | Concreto | f_c | Normal | 1,17. f_c | $0,15.\mu_{fc}$ | MPa |
| | Aço | f_{y} | Normal | 1,08. f _y | $0,05.\mu_{fy}$ | MPa |
| Modelo | Resistência | θ_R | Log-Normal | 1,00 | 0,05 | N/A |
| | Solicitação | $	heta_{\scriptscriptstyle S}$ | Log-Normal | 1,00 | 0,05 | N/A |

As vigas possuem vãos de 4,5 m de comprimento na direção analisada, devido o edifício possuir quatro pavimentos não foram considerados esforços de vento na estrutura em questão. As seções das vigas analisadas foram fixadas na dimensão de 14 x 45 cm (b_w x h). A resistência característica à compressão do concreto (f_c) é 25 MPa, a resistência característica à tração do aço (f_y) é de 500 MPa. Já os carregamentos por área utilizados na laje são de 1,50

kN/m² para carregamento variável e de 4,20 kN/m² para carregamento permanente já contabilizando o peso próprio da laje de concreto. Além sob as vigas foram consideradas cargas distribuídas permanentes das paredes do edifício segundo especificações da tabela 2 da NBR 6120 [15] que no casso desse trabalho representam um valor de 5,02 kN/m.

Portanto após as devidas considerações foi proposta a Table 2 com os valores finais das variáveis aleatórias empregadas no estudo. Deve-se salientar aqui que nenhuma das variáveis geométricas do estudo foram tratadas de maneira probabilística. Dimensões da viga e posição da armadura encontrada no dimensionamento foram mantidas de maneira determinística ao longo desse estudo.

Table 2. Valores das variáveis aleatórias.

| Categoria | Descrição | Variável | Distribuição | μ | σ | Unidade |
|-------------|-------------|-----------------------|--------------|-------|------|---------|
| Ações | Permanente | g | Normal | 12,27 | 1,23 | kN/m |
| | Variável | q | Gumbel | 1,58 | 0,32 | kN/m |
| Resistência | Concreto | f_c | Normal | 29,25 | 4,39 | MPa |
| | Aço | f_y | Normal | 540 | 27 | MPa |
| Modelo | Resistência | $	heta_R$ | Log-Normal | 1,00 | 0,05 | N/A |
| | Solicitação | $	heta_{\mathcal{S}}$ | Log-Normal | 1,00 | 0,05 | N/A |

Definidos os parâmetros do problema foram estabelecidas as equações de Estado Limite para o problema de confiabilidade. No caso foram considerados quatro equações de Estado Limite três que levam em conta a possibilidade de ruptura em Estado Limite Último (ELU) e uma em Estado Limite de Serviço (ELS).

As equações de (11) a (14) são referentes a possibilidade ruptura em ELU por solicitações normais.

$$g_1(x) = \theta_R \cdot M_R - \theta_S \cdot M_S \tag{11}$$

$$M_S = M_d + M_l + M_w \tag{12}$$

$$M_R = A_s. f_v. (d - 0.50. \lambda. x)$$
 (13)

$$x = \frac{A_s \cdot f_y}{f_c \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot \lambda} \tag{14}$$

As equações de (15) a (21) são referentes a possibilidade ruptura em ELU por solicitações tangenciais, tanto por falha da biela de compressão (equações (15) a (17)) como também por falha de armadura equações (18) a (21).

$$g_2(x) = \theta_R \cdot V_{Rd2} - \theta_S \cdot V_S \tag{15}$$

$$V_{Rd2} = 0.27. \,\alpha_{V2}. \,f_c. \,b_w. \,d \tag{16}$$

$$\alpha_{V2} = 1 - \frac{f_c}{250} \tag{17}$$

$$g_3(x) = \theta_R \cdot V_{Rd3} - \theta_S \cdot V_S \tag{18}$$

$$V_{Rd3} = V_{SW} + V_C \tag{19}$$

$$V_c = 0.60. f_{ctd}. b_w. d (20)$$

$$V_{sw} = a_{sw}. \, 0.90. \, d. \, f_y \tag{21}$$

Para consideração de um critério de serviço ou ELS foi utilizada a equação da flecha da viga no meio do vão já com a possibilidade de consideração da fluência e inércia de Branson (Para maiores detalhes da formulação de Branson [16]). As equações (22) a (24) apresentam as considerações para flecha como equação Estado Limite.

$$g_4(x) = \frac{L}{250} - \theta_S. \, \delta_T \tag{22}$$

$$\delta_T = 2{,}32.\,\alpha_i \tag{23}$$

$$a_i = \frac{5.\,Q_T.\,L^4}{384.\,E.\,I} \tag{24}$$

Para as análises de Monte de Carlo foram utilizadas um total de 5.10⁶ amostras das seis variáveis aleatórias e com isso os cenários de cada equação de Estado Limite foram construídos.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nessa seção são descritos os resultados da aplicação do método de Monte Carlo para um problema de viga de concreto considerando variáveis aleatórias. Essa seção será dividida em duas etapas conforme apresentado na Figure 4. Portanto na seção 5.1 são descritos os resultados do dimensionamento da viga considerando parâmetros determinísticos e na seção 5.2 são apresentados os resultados para as simulações de confiabilidade.

5.1 Dimensionamento das vigas de concreto

A primeira etapa consistiu no dimensionamento das vigas de concreto que nesse caso usou as prescrições informadas na seção 2 desse trabalho como também na normativa NBR 6118 [11].

Portanto com o uso dos valores médios das variáveis aleatórias as armaduras encontradas para a viga da Figure 6 foram de 2,94 cm² e 1,59 cm²/m para as armaduras de cisalhamento. Vale salientar que nas análises de confiabilidade esses valores são fixados como variáveis determinísticas como também não se altera a posição dessas armaduras na seção transversal.

5.2 Avaliação de confiabilidade das peças de concreto

De posse das armaduras da seção foi realizada a análise de confiabilidade para cada equação de Estado Limite. Em termos práticos as análises foram divididas em Estado Limite Solicitações Normais, Estado Limite Solicitações Tangenciais e Estado Limite Deslocamentos Excessivos. As Figure 9 e Figure 10 apresentam as distribuições de resultados das equações Estado Limite das 5. 10⁶ amostras utilizadas.

É possível afirmar pelos resultados encontrados que as situações de cisalhamento estudadas para essa viga em questão possuem probabilidade de falha igual a 0%, portanto caso as variações ocorram nestas variações de projeto com a amplitude aqui estudada, viga não apresentará falha por cisalhamento. A maior possibilidade ocorrência de falha para essa amostragem ocorre nas situações de solicitações normais e na verificação de flecha.

| Table 3. Descrição | das características | das variaveis aleatorias. |
|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| _ | | |

| Categoria | Descrição | Variável | Valor | Unidade |
|------------------|-------------|---------------------|--------|---------|
| A a ≈ a a | Permanente | $g(X_1)$ | 12,36 | kN/m |
| Ações | Variável | $q(X_2)$ | 1,97 | kN/m |
| D : 40 : | Concreto | $f_c(X_3)$ | 21,28 | MPa |
| Resistência | Aço | $f_{y}(X_{4})$ | 472,93 | MPa |
| Modelo | Resistência | $\theta_R(X_5)$ | 1,04 | N/A |
| | Solicitação | $\theta_{S}(X_{6})$ | 1,04 | N/A |

Para essa amostragem em questão e com essas devidas distribuições da Table 2 o ponto de projeto é dado conforme Table 3. Em relação as probabilidades de falha (\hat{p}_f) as mesmas são apresentadas em termos das equações g_1 e g_4 . Para as solicitações normais (g_1) a probabilidade média de falha é de 2,82. 10^{-5} resultando em um índice de confiabilidade (β_{MC}) de 4,02 enquanto para a situação de flecha o valor da probabilidade média de falha é de 9. 10^{-2} e índice de confiabilidade (β_{MC}) de 1,32. A **Figure 8** apresenta os índices de confiabilidade para a viga em estudo na situação de avalição do Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS).

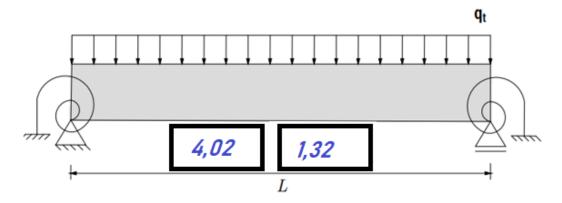


Figure 8. Índice de confiabilidade para viga de um pórtico de concreto armado.

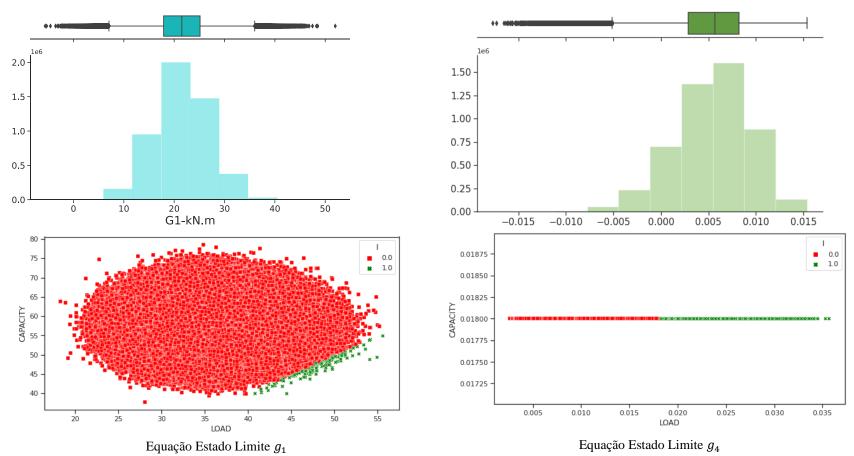


Figure 9. Distribuição das funções g_1 e g_4 Estado Limite após análise de confiabilidade.

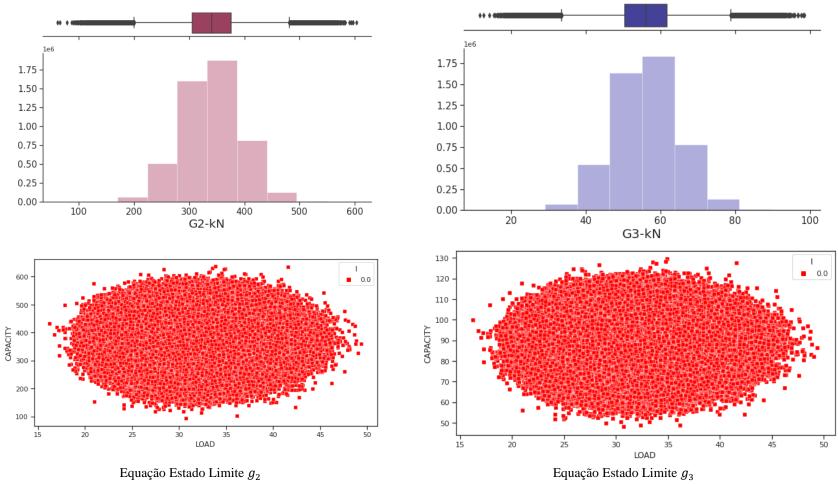


Figure 10. Distribuição das funções g_2 e g_3 Estado Limite após análise de confiabilidade.

6 CONCLUSÕES

Neste artigo fora estudado a confiabilidade de uma viga de concreto armado com vão de 4,50 m baseada no método de confiabilidade de Monte Carlo que se caracteriza como um método probabilístico.

Foi possível verificar que em vigas de concreto sem carga concentrada ou apoios indiretos a situação limitante não será dada pelo cisalhamento e sim por solicitações normais ou até mesmo a flecha máxima da peça. Deve salientar ainda que está situação é próxima da realidade de projeto visto que a literatura em geral recomenda que tal situação deve ser evitada. No caso desse trabalho a situação limitante em ELU gerou um índice de confiabilidade de 4,02 enquanto para o ELS o índice de confiabilidade ficou em torno de 1,32, valores os quais caracterizam são próximos ao índice de confiabilidade alvo recomendado pelo código internacional de projeto JCSS (*Joint Committee on Structural Safety*).

Em relação a estrutura é necessários mais testes para investigar a situação de cisalhamento com maior profundida chegando a valores mais conclusivos. Além disso recomenda-se como trabalho futuro a investigação do pórtico de concreto quando sujeito a uma situação de interação solo estrutura, visto que está é a condição real do modelo da natureza, a condição estudada aqui empregou modelos com 100% de engastamento com o solo, situação a qual se difere da realidade.

Outra possibilidade de aplicações é a utilização de métodos de amostragem inteligentes como o método de Monte Carlo por importância como também o método do Hiper Cubo Latino (HLC) que reduz o custo computacional da aplicação aqui estudada.

REFERÊNCIAS

- [1] Melchers RE, Beck AT. Structural reliability analysis and prediction. Third edition. Hoboken, NJ: Wiley; 2018.
- [2] Beck AA. Confiabilidade e Segurança das Estruturas. 1ª edição. GEN LTC; 2019.

- [3] Carnevale PB. Comparação entre o dimensionamento de uma estrutura offshore pelo método das tensões admissíveis e pelo método dos estados limites. Bacharelado em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), 2006.
- [4] Santiago WC, Kroetz HM, Santos SH de C, Stucchi FR, Beck AT. Reliability-based calibration of main Brazilian structural design codes. Lat Am j Solids Struct 2020;17:e245. https://doi.org/10.1590/1679-78255754.
- [5] Raychaudhuri S. Introduction to monte carlo simulation n.d.:10.
- [6] Furness P. Applications of Monte Carlo Simulation in marketing analytics. J Direct Data Digit Mark Pract 2011;13:132–47. https://doi.org/10.1057/dddmp.2011.25.
- [7] Aladegboye OJ, Opeyemi DA, Atoyebi OD, Akingbonmire SL, Ibitogbe EM. Reliability analysis of reinforced concrete beam using varying properties. IOP Conf Ser: Earth Environ Sci 2020;445:012031. https://doi.org/10.1088/1755-1315/445/1/012031.
- [8] Rocha AC, Oliveira M das GD, Resende PSO, Chaer AV. Ensaios de Stuttgart: estudo experimental. 46º Congresso Brasileiro do Concreto, Florianópolis: Ibracon; 2013, p. 14.
- [9] Bastos PSS. Flexão Normal Simples: Vigas. Bauru: 2020.
- [10] Carvalho RC, Filho JRDF. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: Segundo a NBR 6118:2014. 4ª Edição. Edufscar; 2014.
- [11] Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto-procedimento. Rio de Janeiro: ABNT; 2014.
- [12] Prata VS. Confiabilidade de lajes maciças de concreto armado em estruturas portuárias. Mestrado em Engenharia Oceânica. Universidade Federal do Rio Grande (FURG), n.d.
- [13] Santos DM, Stucchi FR, Beck AT. Reliability of beams designed in accordance with Brazilian codes. Rev IBRACON Estrut Mater 2014;7:723–46. https://doi.org/10.1590/S1983-41952014000500002.
- [14] Santiago WC, Kroetz HM, Beck AT. Reliability-based calibration of Brazilian structural design codes used in the design of concrete structures. Rev IBRACON Estrut Mater 2019;12:1288–304. https://doi.org/10.1590/s1983-41952019000600004.
- [15] Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT; 2020.
- [16] Oliveira DM, Silva NA. Avaliação da eficiência da inércia equivalente de Branson para considerar a não-linearidade física das vigas de forma simplificada. Rev IBRACON Estrut Mater 2011;4:530–47. https://doi.org/10.1590/S1983-41952011000300009.