

高数 A1 测试 4

一、填空题：（每题 3 分，共 18 分）

1. 微分方程 $xy''' + 2y'' + x^2y = 0$ 是_____阶微分方程 .
2. 微分方程 $y''' = \cos 2x$ 的通解为_____.
3. 微分方程 $y'' = 2x$ 的通解为_____.
4. 微分方程 $y'' - 6y' + 9y = 0$ 的通解为_____.
5. 微分方程 $y'' - 2y' + 5y = 0$ 的通解为_____.
6. 曲线 $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 上对应 $x = 0$ 到 $x = 1$ 的弧长 $s =$ _____.

二、选择题：（每题 2 分，共 12 分）

1. 曲线 $y = \sin x, x \in [0, \frac{3\pi}{2}], x = \frac{3\pi}{2}$ 与坐标轴围成的面积是 ().
A、4 B、2 C、 $\frac{5}{2}$ D、3
2. 微分方程 $y' = 2xy$ 的通解为 ().
A. Ce^{x^2} B. Cxe^{x^2} C. xe^{x^2} D. $e^{x^2} + C$
3. 微分方程 $y' + (y'')^4 = x + y^3$ 的阶数是 ().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 曲线 $y = 3x, y = 4 - x^2$ 所围成平面图形的面积 S 是 ().
A、 $\int_{-4}^1 (4 - x^2 - 3x)dx$ B、 $\int_{-12}^3 (\frac{y}{3} - \sqrt{4 - y})dy$
C、 $\int_{-1}^4 (4 - x^2 - 3x)dx$ D、 $\int_{-4}^1 (\frac{y}{3} - \sqrt{4 - y})dy$

三、计算下列各题：（每题 6 分，共 54 分）

1. 求微分方程 $yy' = 2(xy + x)$ 的通解.
2. 求微分方程 $3y'' - 2y' - 8y = 0$ 的通解.
3. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x^2$ 的通解;
4. 求微分方程 $y' + y = e^{-x}$ 的通解.

测试 4-mage

5. 用分离变量法求微分方程 $y' = 3x^2(1+y^2)$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 0$ 的特解。

6. 求微分方程 $dy = 2xydx$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 1$ 的特解；

四、应用题：（每题 5 分，共 10 分）

1. 计算由 $y = x^2, x = 3, y = 0$ 所围图形的面积及该图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积。

2. 求由 $y = x^3, x = 2, y = 0$ 所围图形的面积和该图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积。

3. 求由曲线 $y = x^2 + 1$ ，直线 $y = 0, x = 0$ 和 $x = 1$ 所围成的平面图形的面积及该图形绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积。

4. 计算由曲线 $y = x^2, y = \sqrt{x}$ 所围图形的面积及由该图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。

5. . 计算抛物线 $y^2 = 2x$ 与直线 $y = x - 4$ 所围成的图形的面积；

