**基于柔索驱动并联形式的3D打印机设计与分析**

1. 前言
2. 机械设计

本文所设计的柔索驱动并联3D打印机（Cable-Driven Parallel 3D Printer，CDP 3DP）是基于熔融沉积成型技术（FDM，Fused Deposition Modeling），3D打印机的主要运动为挤出头机构沿X、Y、Z三轴的移动，其机械系统主要由柔索驱动机构、随动张紧机构、挤出头机构、送料机构、热床以及机架等部分组成，如图所示为基于柔索并联形式的3D打印机的三维模型。

柔索驱动机构包含三组相同的结构，每一组包括步进电机、减速器、滑车、皮带、定滑轮以及两根柔索，两根柔索平行布置，利用平行四边形原理限制挤出头机构绕*X、Y、Z*三轴的旋转自由度，柔索一端固定在滑车上，绕过定滑轮改变方向，另一端固定在三角形动平台上。由于柔索只能承受拉力而不能承受压力，因此设计了使柔索产生拉力的随动张紧机构，弹簧一端连接三角形动平台，另一端连接随动张紧机构，随动张紧机构主要由三个直线轴承与三根直线光轴导轨组成，在保证其精度的情况下，随动张紧机构会使弹簧始终处于竖直状态，从而避免了弹簧水平分力对挤出头机构稳定性的影响。在弹簧预紧力的作用下，柔索始终处于受拉状态，共同驱动挤出头机构实现空间运动。挤出头机构固定在运动平台上，顶端接入送料机构的送料管。送料机构负责打印条料的送给，材料为熔点在170℃左右的环保高分子材料ABS，由步进电机驱动，电机输出轴上连接齿轮，与轴承共同挤压条料，使条料受到轻微的压力，促使条料按特定的方向平稳运动。

CDP 3DP的工作过程是：Arduino2560控制板根据输入的三维模型切片完成后生成G代码指令，向各个步进电机发出一定频率的脉冲信号，电机通过同步带带动滑车沿直线导轨运动，滑车运动带来3组柔索长度的变化，从而牵引挤出头机构运动，打印喷头材料的挤出速度与其移动速度相配合，按照预定轨迹，在热床上逐层打印出实体模型。

1. 逆运动学分析

实际工作中，由于柔索驱动并联3D打印机整体尺寸比较小，柔索长度有限，柔索自重相对于张力可忽略不计。柔索在自重作用下下垂很小，因此把定滑轮与末端执行器铰接点之间的柔索近似视为一条直线。因此为了简化模型，柔索均采用无质量、无弹性的直线模型，在运动过程中均处于理想状态，忽略其他外部干扰。

如图所示为柔索驱动并联3D打印机机构简图。由于在运动过程中，每一组柔索的两根柔索的运动与上下两边中点连线的运动完全相同，因此将每组柔索简化成如图虚线*Ai、Bi*所示，*Ai、Bi*分别为柔索与定滑轮的切点，*K*表示随动张紧机构的弹簧， *D*为底边等边三角形的边长，*d*为等边三角形动平台的边长。图中分别建立了固结于等边三角形*A1A2A3*的中心处的全局坐标系*O-XYZ*，固结于运动平台质心的局部坐标系*P-XPYPZP*，各坐标系坐标轴初始方向相同。

 

图2 柔索驱动并联3D打印机机构简图

*Ai（i=*1,2,3*）*在*O-XYZ*坐标系中的位置表示为：

  

*Bi（i=*1,2,3*）*在*P-XPYPZP*坐标系中的位置表示为：

  **

则*Bi*在*O-XYZ*坐标系中的位置可表示为

式中，分别表示*Bi*点、*P*点在*O-XYZ*坐标系中的位置坐标，，表示动坐标系原点*P*点的笛卡尔坐标，表示*Bi*点在*P-XPYPZP*坐标系中的位置坐标，表示动坐标系*P-XPYPZP*相对于全局坐标系*O-XYZ*的旋转变换矩阵，由于动平台在运动过程中只有平动而没有转动，因此。

图3为运动平台任意位姿各点之间的几何关系，根据矢量封闭原理，柔索长度矢量可表示为：

**



根据柔索的几何约束，约束方程可表示为：



将\*\*代入\*\*，约束方程可具体表示为如下方程：



当给定动平台质心P点的位置参数时，根据式\*\*即可求得柔索并联3D打印机的运动学逆解。

式\*\*对时间求导，可得柔索空间执行机构的运动速度与动平台的运动速度之间的线性关系：



式中，为柔索执行机构的运动速度；为动平台的运动速度，通过动坐标系相对于全局坐标系三轴的平动和绕三轴的转动来描述，具体表示为：



 

式中，分别是动平台的速度和角速度矢量，又由于动平台在运动过程中只有平动自由度而没有转动自由度，因此；为3×6的雅可比矩阵 。

1. 动力学分析

由于动平台在运动过程中只有平动自由度而没有转动自由度，所以动平台的动能只包含质量集中于质心的平动动能，可表示为：



柔索的质量与动平台的质量相比可忽略不计。

因此柔索驱动并联3D打印机系统的动能仅为动平台的动能：



柔索驱动并联3D打印机系统的势能包括两部分，第一部分是动平台的重力势能*V*，第二部分是随动张紧机构弹簧的弹性势能*K*。

动平台的重力势能*V*表示为



式中，*ｇ*为重力加速度。

随动张紧机构弹簧的弹性势能*K*表示为：



式中，*k*为弹簧的弹性系数， 为弹簧在任意时刻的长度与自然状态下长度的差值，，*l*为任意时刻弹簧的长度，*l0*为弹簧自然状态下的长度。

将式\*\*代入拉格朗日动力学方程为：



式中，L为系统拉格朗日算子；P为系统的总势能。

选取广义坐标*q1、q2、q3、q4、q5、q6*为，式\*\*可化为：



作用在系统上的外力和力矩统一表示为系统的广义作用力*F*，即



三根柔索的张力矢量为：



式中，为了保证柔索的张力为正值，即。则系统广义力与雅可比矩阵和柔索的张力之间的关系可表示为：



式中，表示矩阵*JT*的伪逆矩阵；

则拉格朗日方程可表示为：



把式\*\*求导的各式以及式\*\*代入式\*\*，经过一系列变换，可得求解柔索驱动并联3D打印机系统的逆动力学模型为：

8689786976

1. 仿真分析与试验研究