

Zahlentheorie Lernzettel

1 Grundlagen

1.1 Normierte Räume)

Sei $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ ein Körper und $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ ein Körper und V ein Vektorraum über \mathbb{K} .

1.1.1 Norm

Eine Abbildung $\|\cdot\| : V \rightarrow \mathbb{R}$ heißt Norm **Norm**, falls gilt:

$$\|v\| > 0 \forall v \in V \setminus \{0\} \text{ (Definitheit)}$$

$$\|\lambda v\| = |\lambda| \cdot \|v\| \forall \lambda \in \mathbb{K}, \forall v \in V \text{ (absolute Homogenität)}$$

$$\|v + w\| \leq \|v\| + \|w\| \forall v, w \in V \text{ (Subadditivität bzw. Dreiecksungleichung)}$$

Standardbeispiel für eine Norm ist die **euklidische Norm** eines Vektors (x, y) in der Ebene \mathbb{R}^2

$$\|(x, y)\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

1.1.2 Normierter Raum

Ein Vektorraum V zusammen mit einer Norm $\|\cdot\|$, geschrieben $(V, \|\cdot\|)$, heißt **normierter Raum**.