Zahlentheorie Lernzettel

1 Grundlagen der LA und der Fehlerberechnung

1.1 Normen)

Eine Norm ist eine Abbildung $\|\cdot\|$ von einem Vektorraum V über dem Körper \mathbb{K} der reellen oder der komplexen Zahlen in die Menge der nichtnegativen reellen Zahlen \mathbb{R}_0^+ ,

 $\|\cdot\|:V\to\mathbb{R}_0^+,\ x\mapsto\|x\|$, die für alle Vektoren $x,y\in V$ und alle Skalare $\alpha\in\mathbb{K}$ die folgenden drei Axiome erfüllt:

- (1) Definitheit: $||x|| = 0 \implies x = 0$,
- (2) absolute Homogenität: $\|\alpha \cdot x\| = |\alpha| \cdot \|x\|$,
- (3) Subadditivität oder Dreiecksungleichung: $||x + y|| \le ||x|| + ||y||$.

Hierbei bezeichnet $|\cdot|$ den Betrag des Skalars.

 $(V, \|\cdot\|)$ heißt normierter Vektorraum.