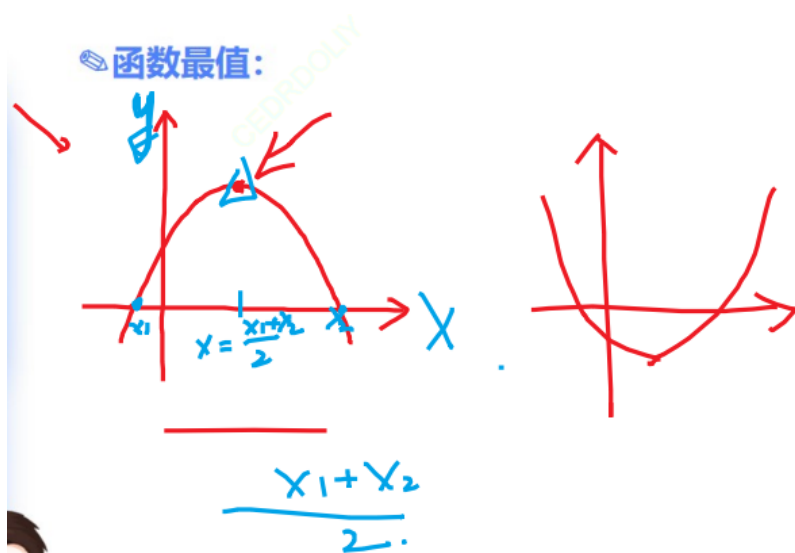


## 第八讲 经济利润之函数最值、增长相关

☞函数最值：

画函数图形，图形开口向上，存在最小值；图形开口向下，存在最大值。



### 例题 1（2022 联考）

某地的一种特色纪念品在旅游旺季十分畅销，有商家发现，进价为每个 40 元的纪念品，当售价定为 44 元时，每天可售出 300 个，售价每上涨 1 元，每天销量减少 10 个。现商家决定提价销售，若要使销售利润达到最大，则售价应为多少？

- A. 51                                      B. 52  
C. 54                                      D. 57

【参考答案】D

【实战解析】

根据题干可知，单个商品利润为 4 元。假设利润为  $Y$ ，涨价  $X$  元。总利润=单个利润 $\times$ 销量=  $(4+X) \times (300-10X)$ 。当  $Y=0$  时， $X_1=-4$ ， $X_2=30$ 。 $X=\frac{X_1+X_2}{2}=\frac{-4+30}{2}=13$  时， $Y$  取最大值

### 例题 2（2020 江苏）

某商品的进货单价为 80 元，销售单价为 100 元，每天可售出 120 件。已知销售单价每降低 1 元，每天可多售出 20 件。若要实现该商品的销售利润最大化，则销售单价应降低的金额是多少？

- A. 5 元  
B. 6 元  
C. 7 元  
D. 8 元

【参考答案】C

【实战解析】

假设降价  $X$  元，利润为  $Y = (20 - X)(120 + 20X)$ ，解得  $X_1 = 20$ ， $X_2 = -6$ ， $X = 20 - 6/2 = 7$  元。

### 例题 3（2024 山东）

某线上店铺将进货单价为 8 元的商品按每件 10 元出售，每天可销售 100 件。店铺计划提高售价增加利润，若每件商品售价提高 1 元，每天销售量就要减少 10 件，为保证每天至少获利 350 元，问该商品售价应为多少？

- A. 不到 13 元  
B. 13~15 元之间  
C. 15~17 元之间  
D. 17 元以上

【参考答案】B

【实战解析】

总利润  $Y = (2 + X)(100 - 10X)$ ，解得  $X_1 = -2$ ， $X_2 = 10$ ， $X = 10 - 2/2 = 4$ 。代入发现，获利最多 360，由于题干要求每天至少获利 350 元，最大值肯定符合题干要求。因此选项范围应该包含  $10 + 4 = 14$ ，即定位到 B 选项。

### 例题 4（2022 安徽）

北京冬奥会期间，冬奥会吉祥物“冰墩墩”纪念品十分畅销。销售期间某商家发现，进价为每个 40 元的“冰墩墩”，当售价定为 44 元时，每天可售出 300 个，售价每上涨 1 元，每天销量减少 10 个。现商家决定提价销售，若要使销售利润达到最大，则售价应为多少？

- A. 51 元  
B. 52 元  
C. 54 元  
D. 57 元

【参考答案】D

【实战解析】

设上涨  $X$  元，利润为  $Y = (4 + X)(300 - 10X)$ ，若  $Y = 0$ ，则  $X_1 = -4$ ， $X_2 = 30$ 。 $X = X_1 + X_2/2 = -4 + 30/2 = 13$  时， $Y$  取最大值。44 + 13 = 57 元，选择 D 选项

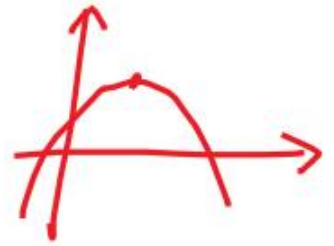
总结：

### 📌函数最值:

总利润=单利 \* 销量

$$x_1 = \quad x_2 =$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$



### 📌增长率相关:

#### 例题 5 (2023 辽宁)

某高校今年共有 231 名本科毕业生被录取为硕士研究生。其中推荐录取人数比上年度减少  $\frac{1}{6}$ ，而考试录取人数比上年度增加  $\frac{31}{150}$ ，总体录取人数比上年度高 10%，那么，这所高校今年推荐录取的研究生人数为多少？

- |         |         |
|---------|---------|
| A. 40 人 | B. 45 人 |
| C. 50 人 | D. 55 人 |

【参考答案】C

【实战解析】

方法一：整除特性

假设去年考试录取 150 人，今年考试录取 181 人，今年一共 231 人。则推荐录取 50 人，选 C。

方法二：十字交叉

考试录取  $\frac{31}{150}$

推荐录取  $-\frac{10}{60}$

$\frac{1}{10} = \frac{15}{150}$

$\frac{18}{60}$  (150)

$\frac{16}{150}$  (60)

$= \frac{150}{60}$

解得推荐录取今年 60 人，又根据题干“总体录取人数比上年度高 10%”，因此去年为 50 人。

### 例题 6 (2023 黑龙江)

某口罩生产车间一月份生产口罩 100 万包，以后每个月都比前一个月按相同增长率增长，四月份生产口罩 133.1 万包，这个增长率是多少？

- A. 10%                      B. 8%
- C. 6%                        D. 5%

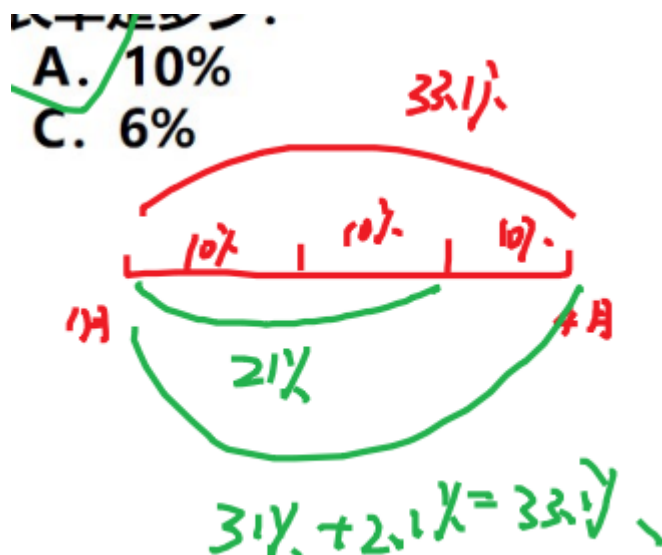
**【参考答案】** A

### 【实战解析】

$$\frac{133.1}{100} = (1+r)^3$$

,代入 10%, 验证发现符合。

或者采用间隔增长率



### 例题 7 (2024 联考)

某商家购进一批商品，每件成本为 27 元，最初将商品定价为每件 40 元，该商家经过百分率相等的连续两次降价后，每件商品的利润率不超过 20%。问每次降价的百分率至少是多少？

- A. 20%  
 B. 15%  
 C. 10%  
 D. 5%

【参考答案】C

【实战解析】

方法一：

利润/成本=20%，利润=5.4，实际售价 32.4，定价 40。

$$R_{\text{总}} = \frac{32.4 - 40}{40} = -19\%$$

方法二：

$R = -10\% \quad R = -9\%$

$R = -10\% - 10\% + 1\% = -19\%$

方法三：

平均增长率

$$\frac{主}{基} = (1+R)^2$$

$$\frac{32.4}{40} = (1+R)^2 = \frac{81}{100} = 0.81$$

$$1+R = 0.9$$

$$32.4/40 =$$

$$R = -10\%$$

#### 例题 8 (2023 上海)

某公司生产 A、B 两种产品，其中 B 是 A 的升级产品。经过调研，预判 2022 年市场对 A 产品的需求比 2021 年下降 30% (A 产品的价格不变)。因此公司决定增加对 B 产品营销，使 B 产品在 2022 年的销售收入比 2021 年增长 70%，这样恰好使公司 2022 年的总销售收入比 2021 年增长 10%。则 2021 年 B 产品的销售额占总销售额的比例是多少？

A. 40%

B. 50%

C. 60%

D. 70%

【参考答案】A

【实战解析】

$$\begin{array}{l} A \quad -30\% \\ B \quad 70\% \end{array} \quad \begin{array}{l} \diagup \quad 10\% \\ \diagdown \end{array} \quad \frac{60}{40} = \frac{6}{4}$$

21年.

#### 例题 9 (2023 深圳)

有甲、乙两种咖啡豆，按照质量比  $a:b$  相混合制成一种拼配豆，已知甲咖啡豆每公斤 60 元，乙咖啡豆每公斤 80 元，现因产量变化，甲咖啡豆单价上涨 15%，乙咖啡豆单价下降 15%，以致该拼配咖啡豆的成本上调了 5%，则  $a:b$  为多少？

- A. 1 : 1
- B. 5 : 3
- C. 8 : 3
- D. 2 : 1

**【参考答案】C**

### 【实战解析】

总成本=单价×数量

甲 ~~15%~~ ~~5%~~  $\frac{20}{10} = \frac{2}{1}$

乙 ~~-15%~~ ~~10%~~

$R = X/A$ ，所求是涨价前甲乙总成本之比，成本=质量×单价，质量=成本/单价。甲：乙  
=  $2X/60 : X/80 = 160 : 60 = 8 : 3$

### 例题 10 (2023 山东)

某企业花费 3456 万元改造了一条自动化生产线，单位产品人工成本降低了 50%，非人工成本降低了 10%，单日产量扩大了一倍，已知改造前的单位产品人工成本是非人工成本的 3 倍，改造后每天的人工成本比非人工成本高 3.6 万元。问多少天后新生产线降低的成本可与花费的改造成本相抵？

- A. 480  
B. 300  
C. 360  
D. 540

**【参考答案】C**

### 【实战解析】





3 2

不变 降低 不变

	单利	出厂价	能耗	其他成本
改造前	9	27	X	Y
改造后	11	27	0.5X	Y

$$9 = 27 - X - Y$$

$$11 = 27 - 0.5X - Y$$

解得 X=4, Y=14。 4/14=2/7

