



第四讲 整除问题和合作完工问题

🔊 利用倍数特性解决不定方程：

例题 1（2024 联考）

大学生创业主要集中在高科技、智力服务、连锁加盟和自媒体运营四个领域。某学院今年选择创业的大学毕业生不到 50 人，其中选择智力服务领域、连锁加盟领域和自媒体运营领域的分别占 $\frac{1}{7}$ ， $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 。那么该学院今年选择高科技领域创业的大学毕业生有多少人？

- A. 1 B. 3
C. 5 D. 7

【答案】A

【解析】先求得 7、2、3 的最小公倍数为 42，又因为题干说总人数不到 50 人，所以总人数只能是 42 人，则智力服务领域人数为 $42 \times \frac{1}{7} = 6$ 人；连锁加盟领域人数为 $42 \times \frac{1}{2} = 21$ 人；自媒体运营领域人数为 $42 \times \frac{1}{3} = 14$ 人，故高科技领域人数为 $42 - 6 - 21 - 14 = 1$ 人，对应到 A 选项。

例题 2（2023 北京）

某单位 3 个部门共有员工 50 人，拥有中级工程师职称的人员比重为 40%。其中甲、乙两个部门拥有中级工程师职称的人员比重分别为 45% 和 32%，则丙部门拥有中级工程师职称的人员比重为多少？

- A. 60% B. 52%
C. 44% D. 36%

【答案】A

【解析】甲部门中级工程师职称的人员比重为 $\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ ；乙部门中级工程师职称的人员比重为 $\frac{32}{100} = \frac{8}{25}$ ，根据整除特性可知，甲部门员工总数为 20 的倍数，乙部门员工总数为 25 的倍数，又因为三个部门总人数为 50，故甲部门员工总数为 20 人，乙部门为 25 人，丙部门为 5 人，且甲部门拥有中级工程师职称人数为 9 人，乙部门为 8 人，又已知 3 个部门共有中级工程师职称的人员为 $50 \times 40\% = 20$ 人，故丙部门拥有中级



工程师职称人数为 3 人，所占比重为 $\frac{3}{5}$ ，对应到 A 选项。

例题 3 (2018 山东)

某企业有不到 100 名员工，本月只有 $\frac{1}{12}$ 的员工未得到每人 1000 元的全勤奖，只有 13 名员工未得到每人 1000 元的绩效奖，两个奖都未得到的员工占员工总数的 $\frac{1}{14}$ 。问企业本月共发放全勤奖和绩效奖多少万元？

- A. 7.1 B. 12.6
C. 14.8 D. 16.8

【答案】C

【解析】先求出 12 与 14 的最小公倍数 84，又因为员工总数不到 100 人，所以总人数为 84 人。则可以求出，未得到全勤奖的有 7 人，得到全勤奖的有 77 人，得到绩效奖的有 $84-13=71$ 人，企业本月共发放全勤奖和绩效奖 = $(77+71) \times 1000=14.8$ 万，对应到 C 选项。

例题 4 (2021 国考)

某地调派 96 人分赴车站、机场、超市和学校四个人流密集的区域进行卫生安全检查，其中公共卫生专业人员有 62 人。已知派往机场的人员是四个区域中最多的，派往车站和超市的人员中，专业人员分别占 64% 和 65%，派往学校的人员中，非专业人员比专业人员少 30%，问派往机场的人员中，专业人员的占比在四个区域中排名

- A. 第一 B. 第二
C. 第三 D. 第四

【答案】A

【解析】车站专业人员人数占比为 $\frac{64}{100} = \frac{16}{25}$ ；超市专业人员人数占比为 $\frac{65}{100} = \frac{13}{20}$ ；学校专业人员人数占比为 $\frac{10}{17}$ ，故去车站的总人数是 25 的倍数，去超市的总人数为 20 的倍数，去学校的总人数为 17 的倍数，又因为总人数为 96 且派往机场的人员是四个区域中最多的，所以去车站的总人数是 25 人，超市为 20 人，学校为 17 人，通过计算得出去机场的总人数为 34 人，故去车站的专业人员为 16 人，超市为 13 人，学校为 10 人，机场为 23 人，则占比为 $\frac{23}{34}$ 大于 66.6%，占比最高，对应到 A 选项。

批注 [毛豆十三1]: 与谁比谁是基期，假设专业人员是 10 份，则非专业人员为 7 份。

批注 [毛豆十三2]: 盐水思想：

$\frac{23}{34} = \frac{20+3}{30+4}$ ，左边为 $\frac{2}{3}$ ，右边大于 $\frac{2}{3}$ ，故总体占比大于 $\frac{2}{3}$

批注 [毛豆十三3]: $\frac{10}{17}$ 不到 60%。

例题 5 (2019 联考)

某农户饲养有肉兔和宠物兔两种不同用途的兔子共计 2200 只，所有兔子的毛色分为黑、白两种。肉

A. 25
B. 50
C. 100
D. 200

【解析】白兔在宠物兔中的占比为 $\frac{23}{100}$ ，黑色肉兔在肉兔中的占比为 $\frac{7}{8}$ ，故宠物兔总数为 100 的倍数，肉兔总数为 8 的倍数，并且兔子总数为 2200，是 100 的倍数，所以肉兔也得是 100 的倍数，又因为题干问白色肉兔至少为多少，则要肉兔总数最少，只能是 200，所以白色肉兔数量最少为 $200 \times \frac{1}{8} = 25$ ，对应到 A 选项。

最后三位能被 8 或 125 整除，这个数能被 8 或 125 整除；

A. 3
B. 5
C. 7
D. 9

A. 25 日
B. 26 日
C. 27 日
D. 28 日

获取更多免费公考资料笔记 关注微信公众号：考公资料助手

**例题 8 (2022 深圳)**

小王从图书馆借了一本书，书共 204 页，阅读时，他发现书的前半部分有连续的 4 个页码被墨水污染，将其余 200 个页码加总，其和刚好可以被 85 整除，则被污染的 4 个页码中最小的数是多少？

- A. 100 B. 95
C. 75 D. 41

【答案】D

【解析】先计算 204 页总数为 $\frac{(1+204) \times 204}{2} = 205 \times 102$ ，其中 102 可以拆成 6×17 ，205 一定是 5 的倍数，故 205×102 是 85 的倍数，又因为剩余 200 个页码加总其和刚好可以被 85 整除，所以被污染的 4 个页码总和也是 85 的倍数，通过计算可知，D 选项当选。

例题 9 (2020 国考)

某种产品每箱 48 个。小李制作这种产品，第 1 天制作了 1 个，以后每天都比前一天多制作 1 个。X 天后总共制作了整数箱产品。问 X 的最小值在以下哪个范围内？

- A. 在 41~60 之间 B. 超过 60
C. 不到 20 D. 在 20~40 之间

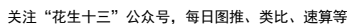
【答案】D

【解析】利用等差数列求和公式求得 X 天后制作总量为 $\frac{(1+X) \times X}{2} = 48N$ ， $(1+X) \times X = 96N$ ，根据奇偶特性，X 与 (X+1) 一奇一偶，则 96N 也应拆分成一奇一偶相乘，等于 $32 \times 3N$ ，3N 一定为奇数，故 N=11，X 为 32，在 D 选项范围内。

合作完工问题的整体思想：

例题 10 (2018 浙江)

某蛋糕店接到 300 个蛋糕的订单。已知老板一天能做 30 个蛋糕，店员小红一天只能做 10 个。蛋糕制作过程中，老板有一个周末外出，小红请了 8 天假，两人在外时间不重叠。问制作这批蛋糕一共花了多少天？



【解析】老板外出时，小红做了 20 个蛋糕；小红请假时，老板做了 240 个蛋糕，此时还剩 40 个蛋糕没做，正好是老板和小红一天的制作量，故总时间 $=2+8+1=11$ 天，对应到 A 选项。

某商铺甲乙两组员工利用包装礼品的边角料制作一批花朵装饰门店。甲组单独制作需要 10 小时，乙组单独制作需要 15 小时，现两组一起做，期间乙组休息了 1 小时 40 分，完成时甲组比乙组多做 300 朵。问这批花有多少朵？

- A. 600
B. 900
C. 1350
D. 1500

【解析】已知时间，可设工作总量为 30N，甲的效率为 3N，乙的效率为 2N，甲每小时比乙多做 N 朵花；乙休息时，甲完成了 $3N \times \frac{5}{3} = 5N$ ，此时总量还剩 25N，还需合作完工时间为 $\frac{25N}{5N} = 5$ 小时，则在剩下这 5 小时内，甲还将比乙多做 5N 朵花，故甲总计比乙多做 10N 朵花，N=30，总量为 $30 \times 30 = 900$ ，对应到 B 选项。

甲、乙、丙三个物流公司合作完成两个仓库K和L的货物搬运任务。已知两个仓库的工作量相同，他们先在K工作2小时，完成了K工作量的75%；然后乙、丙先去L工作，甲留在K继续工作，并用3小时完成了K的剩余工作量后，再去L工作，直至任务全部完成。甲在L工作的总时间为多少？

- A. 20 分钟 B. 30 分钟
C. 40 分钟 D. 50 分钟

【解析】设 K、L 的总量都为 4，根据题干列式： $2 \times (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) = 3$ ，则甲+乙+丙一小时的工作效率为 $\frac{3}{2}$ ，由于三个工作组都没有休息，故他们完成所有的工作需要的时间为 $\frac{8}{\frac{3}{2}} = \frac{16}{3}$ ，甲在 L 工作的总时间=甲工作的总时间-甲在 K 工作的总时间= $\frac{16}{3} - 5 = \frac{1}{3}$ 小时，对应到 A 选项。

工厂甲、乙、丙 3 条生产线共同完成一项任务，甲、丙先合作两天，完成了全部任务的 $\frac{1}{3}$ ，接着乙、丙合作两天完成剩下任务的 45%，最后甲、乙合作两天恰好完成剩余任务。问甲完成的部分占全部任务的多少？

- A. $\frac{4}{15}$ B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

【答案】C

【解析】设总工作量为1，根据题干可知，甲、乙、丙都干了四天，可得 $4(\text{甲}+\text{乙}+\text{丙})=1$ ， $2(\text{乙}+\text{丙})=$ $(1-\frac{1}{3}) \times \frac{45}{100} = \frac{3}{10}$ ，则 $4(\text{乙}+\text{丙}) = \frac{6}{10}$ ，故 $4\text{甲} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ ，对应到C选项。