

第一讲 和差倍比与方程法

☛ 方程法：

找到题干的等式关系！

例题 1（2021 国考）

社区工作人员小张连续 4 天为独居老人采买生活必需品，已知前三天共采买 65 次，其中第二天采买次数比第一天多 50%，第三天采买次数比前两天采买次数的和少 15 次，第四天采买次数比第一天的 2 倍少 5 次。问这 4 天中，小张为独居老人采买次数最多和最少的日子，单日采买次数相差多少次？

- A. 9
B. 10
C. 11
D. 12

【答案】C

【解析】第一天出现的频率比较高，可以从第一天开始设未知数，设第一天 x ，则第二天 $1.5x$ ，第三天 $2.5x-15$ ，第四天 $2x-5$ 。前三天加在一起： $5x-15=65$ ，解得 $x=16$ 。

依次代入，第一天 16，第二天 24，第三天 25，第四天 27，题目所求为 $27-16=11$ 。

批注 [1]: 等式关系：把前 3 天表示出来，加和等于 65

例题 2（2024 深圳）

老刘家有 100 亩草场，平均每亩草场年产草料 4 吨。草场上饲养了羊、驴、牛共 252 头，每头羊年均需草料 1 吨，每头驴年均需草料 2 吨，每头牛年均需草料 5 吨。去年老刘家草场恰好能满足草料需求，今年老刘没有饲养羊，但驴和牛的数量都翻了一倍，草场仍恰好满足草料需求，则老刘家去年饲养了多少头牛？

- A. 32
B. 33
C. 34
D. 35

【答案】A

【解析】

解得 $x=200$, $y=20$, $z=32$

方法二：分析题干，去年驴和牛共吃 200 吨草料，羊吃了 200 吨，所以有 200 只羊。
设驴和牛各 x 、 y 头：

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ 2x + 5y = 200 \end{cases}$$

解得 $x=200, y=20, z=32$

甲、乙、丙和丁四个汽车租赁公司可用汽车数量比为 5:4:3:2，现甲公司调度 4 辆汽车到丙公司，丁公司调度 1 辆汽车到乙公司后，丁公司可用汽车数量正好是丙公司的 60%。问此时甲公司的可用汽车数量比乙公司？

A. 少 12 辆

B. 少 22 辆

C. 多 12 辆

D. 多 22 辆

【答案】C

【解析】 设未知数

汽车租赁公司	甲	乙	丙	丁
调度前	5x	4x	3x	2x
调度后	5x-4	4x+1	3x+4	2x-1

根据等式关系列方程： $0.6(3x+4)=2x-1$ ，解得 $x=17$

所求甲-乙= $5x-4-(4x+1)=x-5=12$ 量。

某县开展冬日暖心活动，向困难户发放慰问大礼包，各镇根据实际情况安排物资发放。

乙镇平均每个困难户发放的大米比丙镇多 1 袋, 比甲镇少 1 袋, 且各镇发放的大米总量相同。

若甲镇的困难户比乙镇少 60 户, 比丙镇少 150 户, 则这三个镇发放的大米共有多少袋?

批注 [3]: 用一个未知数能表示出三个镇发放的大米袋数

批注 [4]: 再用一个未知数能表示出这三个镇的户数

批注 [5]: 各镇发放的大米总量相同，所以 3 个镇总量=3×各镇总量，这里存在一个 3 倍关系，选项通常会设置一个干扰项，C 选项是 A 选项的 3 倍，A 是干扰项，如果考试时间不够可以直接蒙 C。

A. 1800

B. 3600

C. 5400

D. 7200

【答案】C

【解析】设大米袋数，再设困难户数量

	甲	乙	丙
大米袋数	$x+2$	$x+1$	x
困难户数量	y	$y+60$	$y+150$

列方程： $(x+2)y=(x+1)(y+60)$ ，整理得 $y-60x=60$

$(x+2)y=x(y+150)$ ，整理得 $y=25x$ ，联立这两个方程，解得 $x=4$ ，代回去，所求为 5400.

例题 5 (2022 国考)

张和李 2 名社区工作者上门统计某小区内住户的新冠疫苗接种情况，两人各负责 1 栋住宅楼，每访问 1 户居民均需要 5 分钟。李因处理公文比张晚出发一段时间。已知 14:00 时两人共访问 63 户，15:00 时张访问的户数是李的 2 倍。问李访问完 50 户居民是在什么时候？

- A. 16:30 B. 16:45
C. 17:00 D. 17:15

【答案】B

【解析】方法 1：两个方程两个未知数，可自行解方程：

14 点时候，张+李=63；

15 点时候，过了一小时，张+12=2（李+12）。

方法 2：直接看 15 点，如果有多个未知数，可以看其中两个能不能构成一个整体。

把张李看作一个整体，14 点时，张李=63；15 点，张李=87，87 可以分为 3 份，张 58，李 29。李在 3 点访问了 29 户，距离 50 还有 21 户，每 5 分钟访问一户， $21 \times 5=105$ 分钟，从 3 点开始 105 分钟之后，对应 16:45.

例题 6 (2023 国考副省级)

甲、乙、丙三家科技企业 2021 年的收入之和比 2020 年提升了 20%。其中甲企业的收入上升了 400 万元，乙企业的收入下降了 100 万元且是甲企业收入的一半，丙企业的收入上升了 30%且其 2020 年的收入与甲、乙两企业同年收入之和相同。问 2020 年甲企业的收入比乙企业高多少万元？

- A. 900 B. 1100
C. 400 D. 600

【答案】D

【解析】

科技企业	甲	乙	丙
2020	$2x-400$	$x+100$	$3x-300$

批注 [6]: 大米袋数×困难户数量为各镇发放的大米总量，各镇发放的大米总量相同。

批注 [7]: 等式关系

2021	2x	x	3.9x-390
------	----	---	----------

根据题意，可列：

$$1.2(2x-400+x+100+3x-300)=2x+x+3.9x-390, \text{ 整理得 } 0.3x=330, x=1100$$

$$\text{求：甲-乙}=x-500=600$$

不定方程：

未知数多于方程数量!!!

常见解法：倍数特性、尾数法、奇偶法

例题 7 (2020 下半年四川)

某人花 400 元购买了若干盒樱桃。已知甲、乙、丙三个品种的樱桃单价分别为 28 元/盒、32 元/盒和 33 元/盒，问他最多购买了多少盒丙品种的樱桃？

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

【答案】B

【解析】设甲、乙、丙分别为 x 、 y 、 z 盒。

根据题意列方程： $28x+32y+33z=400$ ，其中 $28x$ 、 $32y$ 、 400 分别为 4 的倍数，则 $33z$ 也是 4 的倍数，33 不是 4 的倍数，那么 z 是 4 的倍数，求 z ，选项里只有 B 是 4 的倍数，选 B。

例题 8 (2018 江苏)

小李为办公室购买了红、黄、蓝三种颜色的笔若干支，共花费 40.6 元。已知红色笔单价为 1.7 元、黄色笔为 3 元、蓝色笔为 4 元，则小李买的笔总数最多是多少支？

- A. 19 支
- B. 20 支
- C. 21 支
- D. 22 支

【答案】C

【解析】给了单价和总价，可以根据总价列方程。

设红、黄、蓝分别 x 、 y 、 z 支，均为整数支，可列方程： $1.7x+3y+4z=40.6$ ，

因为笔是整数支，所以 $3y$ 和 $4z$ 都是整数，最后总花费有小数点，小数点来自 $1.7x$ ，

小数点后尾数是 0.6，x 可以是 8、18、28……想买的笔总数尽量多，那需要多买便宜的，因此要 x 尽量大，选项最大到 22， $x \leq 22$ ，x 最大取到 18。 $1.7x = 1.7 \times 18 = 30.6$ ，代入方程 $3y + 4z = 10$ ，4z 和 10 都是 2 的倍数，因此 3y 也是 2 的倍数，3 不是 2 的倍数，所以 y 是 2 的倍数。y=2 时，z=1，总数为 $18 + 2 + 1 = 21$ 。

例题 9 (2020 浙江)

某会务组租了 20 多辆车将 2220 名参会者从酒店接到活动现场。大车每次能送 50 人，小车每次能送 36 人，所有车辆送 2 趟，且所有车辆均满员，正好送完，则大车比小车？

- A. 多 5 辆
- B. 多 2 辆
- C. 少 2 辆
- D. 少 5 辆

【答案】A

【解析】设大车 x 辆，小车 y 辆。

所有车辆送 2 趟，则送 1 趟是： $50x + 36y = 1110$ ，整理得： $25x + 18y = 555$ 。

25x 和 555 是 5 的倍数，18y 也得是 5 的倍数，18 不是 5 的倍数，y 是 5 的倍数。

当 y=5，不符合；

当 y=10，x=15，符合题目要求。

例题 10 (2022 江苏)

某企业年终评选了 30 名优秀员工，分三个等级，分别按每人 10 万元、5 万元、1 万元给与奖励。若共发放奖金 89 万元，则获得 1 万元奖金的员工有多少？

- A. 14 人
- B. 19 人
- C. 20 人
- D. 21 人

【答案】B

【解析】设获得 3 个奖项的优秀员工分别有 x、y、z 人，根据题意，可列方程：

$$\begin{cases} 10x + 5y + z = 89 \\ x + y + z = 30 \end{cases}$$

联立，整理可得： $4z = 61 + 5x$ ，61 是奇数，4z 是偶数，奇数+奇数=偶数，所以 5x 也是奇数，x=1、3、5……分别试解，当 x=3 时，z=19，y=18，符合题意，选 B。

例题 11 (2024 联考)

商店销售甲、乙、丙、丁四种商品，每件分别盈利 15 元、9 元、4 元和 1 元。某日销售这四种商品共 40 件，共盈利 201 元。四种商品每种至少销售 1 件，且甲、丁商品销量相同。

问当天丙商品的销量为多少件？

- A. 21
B. 27
C. 29
D. 31

【答案】D

【解析】分别设甲、乙、丙、丁四种商品销量为 x 、 y 、 z 、 x 件。

$$\begin{cases} x + y + z + x = 2x + y + z = 40 \\ 15x + 9y + 4z + x = 16x + 9y + 4z = 201 \end{cases}$$

联立整理得： $4z - y = 119$ ， $4z = 119 + y$ 。因为 $y \geq 1$ ， $4z \geq 120$ ， z 最小为 30，只有 D 选项符合条件。

例题 12 (2023 上海)

足球比赛在每个半场结束时都有一段时间的伤停补时，这是由当值主裁判决定的。某场比赛的主裁判确定伤停补时的规则为：每次处理受伤增加 30 秒，每次换人增加 20 秒，其他情况每次增加 10 秒。在下半场即将结束时，主裁判确定伤停补时的时长为 4 分 30 秒。若已知下半场比赛时间内，处理受伤、换人和其他情况都存在且共计有 10 次，那么下半场两队总共换了多少人？

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

【答案】A

【解析】设处理受伤 x 次、换人 y 次、其他情况 z 次。

$$\begin{cases} 30x + 20y + 10z = 270 \\ x + y + z = 10 \end{cases}, \text{整理得 } 2x + y = 17. Y=1 \text{ 时, } x=8, z=1, \text{ 符合条件。} Y=2、3 \text{ 时}$$

都不符合题目要求，因此选 A。

☞ 倍比问题：

例题 13 (2022 天津)

一个袋子里红球、白球、蓝球的数量比例为 3 : 8 : 4, 再向袋子中放入 14 个红球和若干个蓝球后, 红球、白球、蓝球的数量比例变为 5 : 4 : 3。如果此时从袋子里取出 10 个红球、6 个白球和 2 个蓝球后, 袋子里剩余红球、白球、蓝球的数量比例是多少?

- A. 1 : 2 : 1 B. 2 : 3 : 1
C. 1 : 1 : 2 D. 1 : 1 : 1

【答案】D

【解析】没放白球, 白球没变。

比例从 8 变成 4, 是约分了。

把比例还原回去。原来 3 : 8 : 4, 现在 5 : 4 : 3, 即 10 : 8 : 6。

红球加了 7 份, 7 份=14, 即一份为 2 个。数量分别为 20 个、16 个、12 个, 取出后, 剩 10 个, 10 个, 10 个, 比例为 1:1:1。

批注 [8]: 没放白球, 白球没变。

例题 14 (2024 国考副省)

市政部门采购了一批灯带用于美化夜景, 有 30 灯珠/条的 M 型和 60 灯珠/条的 N 型两种规格, 单价分别是 20 元/条和 30 元/条。已知所采购 M 型灯带的总灯珠数量是 N 型的 2 倍, M 型灯带的总价比 N 型多 3 万元, 问共采购灯带多少条?

- A. 2400 B. 2700
C. 3000 D. 3300

【答案】C

【解析】总灯珠=单条灯珠数×数量

	M	N
总灯珠 (份数)	2	1
单条灯珠数 (份数)	0.5	1
数量 (份数)	4	1

灯珠条数 = $\frac{\text{灯珠总数量}}{\text{每条灯珠数}} = \frac{2}{\frac{30}{60}} = 4$, M 型买 4 份, N 型买 1 份, 一共买的是 5 的倍数, C

选项 5×600, C 是正确答案概率高。

设买 N 灯带 x 条, $4x \times 20 - 30x = 30000$, 解得 $x = 600$ 。

