

第三讲 余数、平方数与等差数列

☛数列基础知识：

数列常考公式：

	通项公式	求和公式
等差数列	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$
等比数列	$a_n = a_1 \times q^{n-1}$	$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$

数列常见性质：

	性质
等差数列	一、若是奇数项等差数列，则平均数=等差中项， $S_n = n \times$ 等差中项； 等差数列的平均数= $\frac{a_1 + a_n}{2}$ ； 二、若 $m+n=k+i$ ，则 $a_m + a_n = a_k + a_i$ 。
等比数列	一、若 a_{n-1} ， a_n ， a_{n+1} 成等比数列，则 $a_n^2 = a_{n-1}a_{n+1}$ ； 二、若 $m+n=k+i$ ，则 $a_m a_n = a_k a_i$ 。

例题 1（2022 青海）

A. 72
B. 76
C. 78
D. 80

某共享汽车公司年初购入一批二手电动汽车，每台16200元。第一年每台电动汽车的维护费用为1100元，以后每年增加400元，每台电动汽车每年可产生收益9100元。问在第几年时，单台汽车扣除购置和维护成本后产生的利润将超过2万元？

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8

【参考答案】B

【参考解析】

收入=成本+利润；想要利润超过2万元，收入就得超过36200（16200+20000）元即可；

第一年纯收入： $9100-1100=8000$ 元；

第二年纯收入： $8000-400=7600$ 元

第三年纯收入： $7600-400=7200$ 元

假设第5年的时候，收入超过36200，第3年是5年的中间项，5项之和为： $5\times 7200=36000$ ；第五年未超过36200，但是36000与36200就相差200，第6年的时候一定可以超过，所以，定位B选项。

例题4（2024 山东）

若干职员参加某次强国知识竞赛，每个人的得分均不相同且为整数，分数排名相邻的2人分差均为5分。已知有3人成绩低于70分，且超过70分的职员平均分为82分。问所有职员中竞赛成绩超过70分的人数占比在下列哪个范围内？

- A. 低于50%
- B. 50%~60%之间
- C. 60%~70%之间
- D. 高于70%

【参考答案】C

【参考解析】

超过 70 分的职员平均分为 82 分，如果是奇数项那么 82 为中间项，分差均为 5；可以试写成：72、77、82、87、92；低于 70 分的有三人，分别为 67、62、57；一共 8 项，超过 70 分的有 5 个，占比 $\frac{5}{8}$ ，定位 C 选项。

能不能为偶数项？如果为偶数项，82 是中间两项的平均数，两个数差 5，那么只能是 79.5 和 84.5，题干说每个人的得分均不相同且为整数，所以，不能为偶数项。

例题 5（2022 下四川）

商场 6 月 6 日开始销售某种电器，从 6 月 7 日起，每天这种电器的销量都比前一天多 1 台。已知 6 月 16 日卖了 22 台这种电器，问其 6 月共卖了多少台这种电器？

- A. 555 B. 600
C. 645 D. 690

【参考答案】B

【参考解析】

$30 - 5 = 25$ ；25 天的中间项是第 13 天， $6 + 12 = 18$ ，所以 6 月 18 日就是中间项，6 月 16 是 22 台，6 月 18 日就是 $22 + 2 = 24$ ，一共是 25 天， $24 \times 25 = 600$ ，所以答案是 B。

秒杀：一共 25 天，总数应该是 25 的中间项 \times 25，所以答案一定是 25 的倍数，只能选 B 选项。

例题 6（2022 安徽）

某市举行庆典活动，将依次升空 105 架无人机，升空方式如下：每架无人机间距均相等，

批注 [1]: 从 6 月 6 日到 6 月 30 日一共卖了几天，一共 30 天，前 5 天不卖，所以是 25 天

十二五的和: $5 \times a^3$ 十三五的和: $5 \times a^8$

十四五的和: $5 \times a_{13} = 0.8 \times (5 \times a_3 + 5 \times a_8)$

题干问的是十二五、十三五、十四五的总和，也就是 15 项之和，那么我们找到 15 的中间项 a_8 ， $a_8 \times 15$ 就是 15 项之和；那么都用 a_8 代替：

十四五的和: $(a8+7.5) = (a8-7.5+a8)$

$a_8=22.5$, 15 项之和 $=22.5 \times 15=337.5$, 定位到 C 选项。

批注 [5]: 公差=1.5 , $5 \times 1.5 = 7.5$

例题 8 (2024 浙江)

有一组算式 $1+1$ 、 $2+3$ 、 $3+5$ 、 $4+7$ 、 $1+9$ 、 $2+11$ 、 $3+13$ 、 $4+15$ 、 $1+17$ 、 $2+19$ 、 $3+21$ 、 $4+23$ 、 $1+25$ 、 $2+27$ 、……和为 2021 的是第几个算式？

- A. 507
B. 1010
C. 1012
D. 1014

【参考答案】B

【参考解析】

每组式子的左边为 1、2、3、4，4 项一组，周期循环，右边为奇数数列，选项 C 为 4 的倍数，代入 C 选项，1012 项的和为： $4 + a_{1020}$ ； $a_{1020} = 1 + 2 \times 1011 = 2023$ ，1012 项的和为： $4 + 2023$ ，往前推，1011 项之和： $3 + 2021$ ；1010 项之和： $2 + 2019$ ，符合题干和为 2021，定位 B 选项。

批注 [6]: 最后一位能被 2 整除, 为偶数; 后两位能被 4 整除, 为 4 的倍数, 后三位能被 8 整除为 8 的倍数; 后四位能被 16 整除, 为 16 的倍数。

记住几个平方数：

$1^2=1$	$2^2=4$	$3^2=9$	$4^2=16$	$5^2=25$
$6^2=36$	$7^2=49$	$8^2=64$	$9^2=81$	$10^2=100$
$11^2=121$	$12^2=144$	$13^2=169$	$14^2=196$	$15^2=225$
$16^2=256$	$17^2=289$	$18^2=324$	$19^2=361$	$20^2=400$

已知张先生的童年占去了他年龄的 $\frac{1}{14}$ ，再过了 $\frac{1}{7}$ 他进入成年，又过了 $\frac{1}{6}$ 他结婚了，婚后 3 年他的儿子出生了，儿子 7 岁时，他们的年龄和为某个素数的平方，则张先生结婚时的年龄是多少岁？

- A. 38 岁 B. 32 岁
C. 28 岁 D. 42 岁

【参考解析】

$$\left(\frac{1}{14} + \frac{1}{7}\right) X = 18; \quad X = 84$$

结婚时的年龄： $18+14=32$ ；定位 B 选项。

方法二：结婚时的年龄： $\frac{1}{14}x + \frac{1}{7}x + \frac{1}{6}x$

方法三：从张先生结婚到儿子出生，经过了10年。

张先生年龄+儿子年龄=某个素数的平方;

代入 A 选项，张先生年龄+儿子年龄=38+10+7=55；

代入 B 选项，张先生年龄+儿子年龄=32+10+7=49；

代入 C 选项，张先生年龄+儿子年龄=28+10+7=45；

代入 D 选项，张先生年龄+儿子年龄=42+10+7=59；

7 的平方为 49，符合张先生年龄+儿子年龄=某个素数的平方，定位 B 选项。

例题 10（2022 天津）

有一个 20 世纪八九十年代出生的人，在 21 世纪，恰好有一年，他年龄的平方数等于那一年的年份。这个人是哪年出生的？

- | | |
|---------|---------|
| A. 1995 | B. 1990 |
| C. 1985 | D. 1980 |

【参考答案】D

【参考解析】

$40^2=1600$ ， $50^2=2500$ ，正好 $45^2=2025$ ，是在 21 世纪内的，所以正好在 2025 年 45 岁，所以， $2025-45=1980$ ，定位 D 选项。

例题 11（2022 甘肃）

甲、乙两家大型医疗公司的负责人各带一名助手参加展会订购医疗器械。最终订单显示：每人各自订购了不同种类医疗器械，且其订购的每种医疗器械台数恰巧等于他所订医疗器械的种类数。每人订购的医疗器械种类数都未超过 15 类，并且两位负责人所订购的医疗器械台数不同，但都比自己的助手多购 45 台。问甲、乙两公司一共订购了多少台医疗器械？

- | | |
|--------|--------|
| A. 150 | B. 170 |
| C. 210 | D. 240 |

【参考答案】B

【参考解析】

订购数量=订购种类×每种台数；

订购的每种医疗器械台数恰巧等于他所订医疗器械的种类数，
所以，订购数量是某一个数的平方。

两位负责人所订购的医疗器械台数不同，但都比自己的助手
多购 45 台；那么就是，两组差为 45 的平方数。

1、4、9、16、25、36、49、64、81、100 中 4 和 49 差 45、36
和 81 差 45；

甲、乙两公司一共订购： $4+49+36+81=170$ ，定位 B 选项。

☛ 余数问题:

特征	余同 余数相同	和同 除数与余数的和相同	差同 除数与余数的差相同
口诀	余同取余	和同加和	差同减差
被除数	最小公倍数+余数	最小公倍数+和	最小公倍数-差
实例	“一个数 除 3 余 1, 除 5 余 1, 除 6 余 1” 则被除数为 $30n+1$	“一个数 除 7 余 1, 除 6 余 2, 除 5 余 3” 则被除数为 $210n+8$	“一个数 除 7 余 5, 除 6 余 4, 除 3 余 1” 则被除数为 $42n-2$

某社区计划组建多支社工团队，为此**招募**了一批社工。如果每支团队由3名社工组成，则剩余2名社工；如果每支团队由4名社工组成，同样剩余2名社工，则该社区可能招募了多少名社工？

- 【参考答案】** D

符合余数相同，可以表示成 $12n+2$, 因为都是 30 多，所以 n 取 3，
所以 $12n+2=38$ ，定位 D 选项。

获取更多免费公考资料笔记 关注微信公众号：考公资料助手

则这样的数有多少个？

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

【参考答案】 C

【参考解析】

3、5 与 9 的最小公倍数=315, $100 < N=315n-1 < 1000$, 所以 n 可以取 1、2、3, 定位 C 选项。

例题 14 (2018 山东)

某市场调查公司 3 个调查组共 40 余人, 每组都有 10 余人且人数各不相同。2017 年重新调整分组时发现, 若想分为 4 个人数相同的小组, 至少需要新招 1 人; 若想分为 5 个人数相同的小组, 至少还需要新招 2 人。问原来 3 个组中人数最多的组比人数最少的组至少多几人?

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

【参考答案】 B

【参考解析】

符合余数相同, 可以表示成 $20n+3$, 所以调查组为 43 人;

将 43 平均分为 3 份, 14、14、15, 不符合题目要求, 所以为, 13、14、16, 最多比最少多 3 人, 定位到 B 选项。

批注 [7]: 除 4 余 3 除 5 余 3

