

第十四讲 基础概率问题

☞基础概率问题：

例题 1（2023 黑龙江）

如果 3 个学生一起报名，且 3 个学生都通过科目一考试，那么就可以减免 1 个学生的报名费。他们 3 人不能通过科目一考试的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ ，则减免 1 个学生报名费资格的概率为多少？

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{4}$

【答案】D

【解析】相当于三个独立事件同时发生，概率是做乘法。根据“他们 3 人不能通过科目一考试的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ ”，可知 3 人能通过科目一考试的概率分别为： $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 、 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 、 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 。那 3 个人同时通过的概率为： $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ，对应 D 选项。

例题 2（2019 江苏）

已知一个箱子中装有 12 件产品，其中有 2 件次品。若从箱子中随机抽取 2 件产品进行检验，则恰好抽到 1 件次品的概率是多少？

A. $\frac{13}{22}$

B. $\frac{10}{33}$

C. $\frac{7}{11}$

D. $\frac{8}{11}$

【答案】B

【解析】本题需要分子、分母分别考虑有多少种情况。

$$\text{所求概率} = \frac{\text{一次品、一正品}}{\text{所有的可能情况}} = \frac{C_2^1 C_{10}^1}{C_{12}^2} = \frac{10}{33}, \text{ 对应 B 选项。}$$

例题 3 (2023 北京)

甲和乙两个办公室分别选出 2 人听一个讲座。如每个办公室均随机选择，则甲办公室员工小刘和小陈同时被选中的概率正好为 10%。乙办公室员工小吴被选中的概率为 20%，则两个办公室共有多少名员工？

- A. 11
B. 15
C. 16
D. 20

【答案】B

【解析】题目中所给的甲办公室员工小刘和小陈同时被选中的概率为 $\frac{C_2^2}{C_{\text{甲}}^2} = 10\%$ ，乙办公室员工小吴被选中的概率是 $\frac{C_1^1 \times C_{Z-1}^1}{C_Z^2} = 20\%$ ，解得甲=5，乙=10，则两个办公室共有 15 名员工。

例题 4 (2020 山东)

在 ATM 机上输入银行卡密码时，若连续三次输入错误则会吞卡，老李忘了银行卡密码的末两位数字，只记得是两个不相同的奇数，若他在末两位上随意输入两个不同奇数，能在吞卡前猜中正确密码的概率是多少？

- A. $\frac{3}{20}$
B. $\frac{1}{5}$
C. $\frac{1}{9}$
D. $\frac{2}{9}$

【答案】A

【解析】末两位的可能数： $A_5^2 = 5 \times 4 = 20$ 种可能，每次输入密码正确的概率是 $\frac{1}{20}$ ，则输入三次的概率是 $\frac{3}{20}$ ，对应 A 选项。

分情况讨论与全部减不符：

例题 5（2022 江苏 C）

“双减”政策实施后，某小学下午 5:30 放学，小李 5:00 下班去接孩子回家，当不堵车时，5:30 之前到校；当堵车时，5:30 之前到校的概率为 0.6。若 5:00~5:30 堵车的概率为 0.3，则小李 5:30 之前到校的概率是多少？

- A. 0.78 B. 0.80
C. 0.88 D. 0.91

【答案】C

【解析】分两种情况讨论：①堵车情况下 5:30 到校的概率 $0.3 \times 0.6 = 0.18$ ；②不堵车情况下 5:30 到校的概率 $0.7 \times 1 = 0.7$ ，题目所求为 $0.18 + 0.7 = 0.88$ 。（分步用乘法，分类用加法）

例题 6（2023 安徽）

某学习平台收到的征文，将通过两轮评审决定能否采用。先由两位编辑进行初审，若两位编辑评审都通过，则予以采用；若两位编辑都未予通过，则不予采用；若仅有一位编辑初审通过，则再由主编进行复审，若复审通过，则予以采用，否则不予采用。设稿件能通过各初审编辑评审的概率均为 0.4，复审的稿件能通过的概率为 0.2，各编辑独立评审，则每篇征文被采用的概率为多少？

- A. 0.32 B. 0.256
C. 0.24 D. 0.208

【答案】B

【解析】分两种情况讨论：①初审两个编辑都通过： $0.4 \times 0.4 = 0.16$ ；②初审有且只有一名编辑通过 且 复审主编通过！ $C_2^1 \times 0.4 \times 0.6 \times 0.2 = 0.096$ ，则每篇征文被采用的概率为

0.16+0.096=0.256，对应 B 选项。（分步用乘法，分类用加法）

例题 7（2022 国考）

某企业将 5 台不同的笔记本电脑和 5 台不同的平板电脑捐赠给甲、乙两所小学，每所学校分配 5 台电脑。如在所有可能的分配方式中随机选取一种，两所学校分得的平板电脑数量均不超过 3 台的概率为多少？

- A. $\frac{50}{63}$ B. $\frac{125}{126}$
C. $\frac{25}{63}$ D. $\frac{125}{252}$

【答案】A

【解析】有两种分法：①一个学校 3 台平板电脑；②一个学校 2 台平板电脑。

$$\frac{C_2^1 \times C_5^3 \times C_5^2 (\text{选学校} \times \text{选平板} \times \text{选笔记本})}{C_{10}^5 (\text{给甲选 5 台，剩下给乙})}, \text{ 对应 A 选项。}$$

例题 8（2022 天津）

某部门共 7 人，其中有 2 人博士毕业，5 人硕士毕业。某日，该部门随机分成 3 个小组参加 3 项不同的活动，3 个小组人数各不相同。问其中 2 位博士毕业人员分在同一小组的概率在以下哪个范围内？

- A. 不到 25% B. 在 25%到 35%之间
C. 在 35%到 45%之间 D. 45%以上

【答案】B

【解析】7 个人分 3 个小组，人数各不相同，只有一种分法：1、2、4。

$$\frac{C_5^1 C_4^4 + C_5^2 C_3^1 C_2^2 (2 \text{ 博士去 2 人组，剩下 5 人分 2 组} + 2 \text{ 博士去 4 人组})}{C_7^1 C_6^2 C_4^4 (\text{所有情况数})} = \frac{1}{3}, \text{ 对应 B 选项。}$$

例题 9（2022 广东）

某街道对辖内 6 个社区的垃圾分类情况进行考核评估，结果显示，有 2 个社区的垃圾分类考核不通过。如果从 6 个社区中随机抽取 3 个进行现场检查，则抽取的社区中，既有考核通过的又有考核不通过的社区的概率为多少？

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{5}$

【答案】D

【解析】方法一：本题可用全部减不符， $1 - \frac{C_4^3}{C_6^3} = \frac{4}{5}$ 。

方法二：正面考虑则是 $\frac{C_4^2 C_2^1 + C_4^1 C_2^2}{C_6^3}$ 。

本题这两种思路都可以。如果正面思考情况特别多，比较复杂，则更推荐反面思考，用全部减不符。

例题 10（2022 安徽）

为了加强环境治理和生态修复，某市派出 4 位专家（甲、乙、丙、丁）前往某山区 3 个勘探点进行环境检测，要求每个勘探点至少安排一名专家。那么甲、乙两名专家去了不同勘探点的概率是多少？

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{6}$
C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{1}{4}$

【答案】C

【解析】本题可以用全部减不符：

$$\begin{aligned} \text{甲乙去不同勘探点概率} &= 1 - \text{甲乙去相同勘探点概率} \\ &= 1 - \frac{\text{甲乙一组情况}}{\text{所有分组情况}} \\ &= 1 - \frac{C_2^2 A_3^3}{C_4^2 A_3^3} \\ &= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

例题 11（2024 江苏）

小张所在单位共有 4 个科室，现以科室为单位组织文艺演出，每个科室出 2 个节目。演出结束后，因 8 个节目都非常精彩，决定从中随机选 3 个节目参加上级组织的汇演。则小张所在科室出的节目至少有一个被选送参加汇演的概率为（ ）。

- A. $\frac{7}{10}$ B. $\frac{11}{14}$
C. $\frac{11}{20}$ D. $\frac{9}{14}$

【答案】D

【解析】题目问题中有“至少”，本题可以从反面思考：

$$1 - \text{小张科室节目都没选中} = 1 - \frac{C_6^3}{C_8^3} = \frac{9}{14}。$$

✎分子分母同时简化:

例题 12 (2024 国考副省)

甲、乙等 36 人分为 6 个小组参加某项活动，要求任意 2 组人数不同，每个组都不少于 3 人，且任何一组人数不得超过另一组的 3 倍。问甲和乙至少有 1 人分到人数第二多的小组的概率为？

- A. 35% B. 40%
- C. 25% D. 30%

【答案】B

【解析】每个组不少于 3 人，则人数最少是 3；任何一组不得超过另一组 3 倍，则人数最多的小组是 9 人。人数都不同，6 个小组人数只能是 3、4、5、7、8、9。

1-甲乙都不在第二多的小组概率

$$= 1 - \frac{C_{34}^8}{C_{36}^8} = 0.4$$

例题 13 (2024 事业编联考)

一次学术会议安排 3 名教授和 2 名副教授作报告, 要求第一个和最后一个作报告的都是教授。如在满足此要求的安排中随机选择一种, 则 2 名副教授的发言次序相邻的概率为多少?

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

【答案】C

【解析】本题情况数很少，可以直接枚举。

题目要求的顺序：教授○○○教授。

2名副教授发言次序相邻有两种情况：

①教授、副教授、副教授、教授、教授；

②教授、教授、副教授、副教授、教授。

所求概率为： $\frac{2}{C_3^2} = \frac{2}{3}$ ，对应C选项。