

Задачи по теме «Погрешности вычисления»

1). Определить, какое равенство точнее

1. $19/41 = 0.463$ $\sqrt{44} = 6.630$,
2. $\sqrt{44} = 6.630$ $18/7 = 2.570$,
3. $\sqrt{30} = 5.480$ $19/9 = 2.110$,
4. $\sqrt{10.5} = 3.240$ $4/17 = 0.253$,
5. $4/17 = 0.253$ $16/7 = 2.280$,
6. $16/7 = 2.280$ $\sqrt{17} = 4.120$,
7. $\sqrt{27} = 5.190$ $50/19 = 2.630$,
8. $\sqrt{22} = 4.690$ $21/29 = 0.723$,
9. $27/31 = 0.872$ $7/3 = 2.330$,
10. $15/7 = 2.140$ $\sqrt{10} = 3.160$,
11. $\sqrt{10} = 3.160$ $20/13 = 1.540$,
12. $6/7 = 0.857$ $\sqrt{4.8} = 2.190$,
13. $\sqrt{4.8} = 2.190$ $12/7 = 1.710$,
14. $12/11 = 1.091$ $\sqrt{6.8} = 2.610$,
15. $\sqrt{6.8} = 2.610$ $6/7 = 0.857$,
16. $2/21 = 0.095$ $\sqrt{22} = 4.690$,
17. $\sqrt{22} = 4.690$ $23/9 = 2.560$,
18. $23/15 = 1.530$ $23/9 = 2.560$,
19. $6/11 = 0.545$ $6/7 = 0.857$,
20. $\sqrt{83} = 9.110$ $7/3 = 2.330$,
21. $\sqrt{52} = 7.210$ $14/17 = 2.823$,
22. $\sqrt{44} = 6.630$ $\sqrt{22} = 4.690$,
23. $19/9 = 2.110$ $23/9 = 2.560$,
24. $13/11 = 1,182$ $\sqrt{21} = 4,583$,
25. $\sqrt{26} = 5,099$ $17/11 = 1,545$
26. $\sqrt{33} = 5,745$ $11/13 = 0,846$
27. $13/3 = 4,333$ $\sqrt{71} = 8,426$

Пример решения:

Определить, какое равенство точнее $9/11 = 0.818$ или $\sqrt{18} = 4.24$.

Находим значения данных выражений с бОльшим числом десятичных знаков: $a_1 = 9/11 = 0.81818$, $a_2 = \sqrt{18} = 4,2426$. Затем вычисляем предельные абсолютные погрешности, округляя с избытком:

$$\Delta_1 = 0,81818 - 0,818 \leq 0,00019,$$

$$\Delta_2 = 4,2426 - 4,24 \leq 0,0027,$$

Предельные относительные погрешности составляют:

$$\delta_1 = \frac{\Delta_1}{a_1} = \frac{0,00019}{0,818} = 0,023\%,$$

$$\delta_2 = \frac{\Delta_2}{a_2} = \frac{0,0027}{4,24} = 0,064\%.$$

Так как $\delta_1 < \delta_2$, то первое равенство является более точным.

2). Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки. Определить абсолютную погрешность результата

- | | | |
|-----|------------------------------|-----------------------------|
| 1. | 22,55300 ($\pm 0,01600$) | 2,85460; $\delta=0,30\%$, |
| 2. | 2,85460; $\delta=0,30\%$ | 0,39642 ($\pm 0,00022$), |
| 3. | 17,28340; $\delta=0,30\%$ | 6,42570 ($\pm 0,00240$), |
| 4. | 6,42570 ($\pm 0,00240$) | 5,84250; $\delta=0,23\%$, |
| 5. | 2,34850 ($\pm 0,00420$) | 0,34484; $\delta=0,40\%$, |
| 6. | 0,34484; $\delta=0,40\%$ | 0,66385 ($\pm 0,00042$), |
| 7. | 34,83400; $\delta=0,10\%$ | 0,57480 ($\pm 0,00340$), |
| 8. | 0,57480 ($\pm 0,00340$) | 0,85637; $\delta=0,21\%$, |
| 9. | 5,43500 ($\pm 0,00280$) | 10,84410; $\delta=0,50\%$, |
| 10. | 1,78400 ($\pm 0,00630$) | 72,35400; $\delta=0,24\%$, |
| 11. | 8,24163; $\delta=0,20\%$ | 0,12356 ($\pm 0,00036$), |
| 12. | 6. 0,12356 ($\pm 0,00036$) | 0,85637; $\delta=0,21\%$, |
| 13. | 2,45430 ($\pm 0,00320$) | 24,56430; $\delta=0,10\%$, |
| 14. | 24,56430; $\delta=0,10\%$ | 0,66385 ($\pm 0,00042$), |
| 15. | 23,57400; $\delta=0,20\%$ | 8,34450 ($\pm 0,00220$), |
| 16. | 8,34450 ($\pm 0,00220$) | 46,453; $\delta=0,15\%$, |
| 17. | 3,78340 ($\pm 0,00410$) | 7,52100; $\delta=0,12\%$, |
| 18. | 0,12356 ($\pm 0,00036$) | 3,87683; $\delta=0,33\%$, |

19.	.21,68563; $\delta=0,30\%$	13,53700 ($\pm 0,00260$),
20.	13,53700 ($\pm 0,00260$)	5,84250; $\delta=0,23\%$,
21.	0,35670; $\delta=0,042\%$	13,62530 ($\pm 0,00210$,
22.	13,62530 ($\pm 0,00210$)	46,453; $\delta=0,15\%$,
23.	1,40078 ($\pm 0,00530$)	0,63785; $\delta=0,20\%$.
24.	2,8477 ($\pm 0,00315$)	1,85637; $\delta=0,10\%$.
25.	3,78550, $\delta=0,15\%$.	0,85637; ($\pm 0,00250$),
26.	42,78400 ($\pm 0,00305$)	0,63708; $\delta=0,21\%$.
27.	9,78400 $\delta=0,13\%$.	0,25637; ($\pm 0,01280$),

Пример решения:

Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки 72,353 ($\pm 0,026$). Определить абсолютную погрешность результата.

Пусть $a = 72,353 (\pm 0,026)$. Согласно условию, погрешность $a = 0,026 < 0,05$. Это означает, что в числе 72,353 верными являются цифры 7, 2, 3. По правилам округления найдем приближенное значение числа, сохранив десятые доли:

$$a_1 = 72,4, \quad a_1 = \Delta_a + \Delta_{\text{окр}} = 0,026 + 0,047 = 0,073.$$

Полученная погрешность больше 0,05, значит, нужно уменьшить число цифр в приближенном числе до двух:

$$a_2 = 72, \quad a_2 = \Delta_a + \Delta_{\text{окр}} = 0,026 + 0,353 = 0,379 < 0,5.$$

Поэтому обе оставшиеся цифры верны в узком смысле.

3) Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры

1.	0,2387	42,8840,
2.	42,8840	15,6440,
3.	3,7510	0,5370,
4.	0,5370	0,3825,
5.	11,4450	2,0430,
6.	2,0430	16,3830,
7.	2,3445	0,7450,
8.	0,7450	0,5730,
9.	8,3450	0,2880,
10.	0,2880	18,2750,
11.	12,4500	3,4453,
12.	3,4453	3,4250,
13.	0,3740	4,3480,

14.	4,3480	3,7500,
15.	20,4300	0,5760,
16.	0,5760	3,6430,
17.	5,6340	0,0748,
18.	0,0748	26,3000,
19.	41,7200	0,6780,
20.	0,6780	43,8130,
21.	0,5746	236,5800,
22.	236,580	6,1250,
23.	18,3570	2,1600,
24.	4,3387	48,8888,
25.	0,7738	40,8840,
26.	0,0347	22,1870,
27.	12,2387	33,6842,

Пример решения:

Найти предельные абсолютные и относительные погрешности числа, если они имеют только верные цифры $a = 0,4357$. Так как все четыре цифры a верны в узком смысле, то абсолютная погрешность – это половина следующего десятичного знака, т.е. $\Delta a = 0,00005$, а относительная погрешность для верных цифр:

$$\delta_a = \frac{0,5}{a_m 10^{n-1}} = \frac{1}{2 \cdot 4} 10^{-3} = 0,125 \cdot 10^{-3} = 0,0125\%.$$

Здесь m старший значащий разряд в разложении числа a , $a_m = 4, n = -4$.