

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum ...



Úloha č. ....

Název úlohy: .....

Jméno: ..... Obor: FOF FAF FMUZV

Datum měření: .....

Datum odevzdání: .....

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval:.....

dne: .....

## Pracovní úkoly

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu  $E$  materiálu tyče.
2. Změřte rychlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitým pomocí uzavřeného rezonátoru. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Vypočítejte Poissonovu konstantu  $\kappa$  oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku.

## Teoretická část

### Kundtova trubice

Budeme měřit rychlost zvuku v kovové tyči pomocí Kundtovy trubice. Kundtova trubice je z jedné strany uzavřená skleněná trubice, z druhé strany do ní vložíme tyč ze zkoumaného materiálu, kterou na konci opatříme korkovým pístem. Do trubice rovnoměrně rozprostříme korkový prášek a tyč podélně rozkmitáme. Pokud v trubici vzniklo stojaté vlnění, prášek vytvoří obrazec naznačený na obrázku 1. Pokud stojaté vlnění nevzniklo, změníme vzdálenost mezi koncem trubice a korkovým pístem a opakujeme, dokud nevznikne. Vzdálenost mezi dvěma nejbližšími místy, kde písek nebyl rozmetán, je rovna polovině vlnové délky zvuku.

Kovovou tyč o délce  $l_T$  upevníme v jejím prostředku, pak bude vydávat zvuk o vlnové délce  $\lambda_1$  rovné dvojnásobku svojí délky, platí tedy

$$\lambda_1 = 2 \cdot l_T. \quad (1)$$

Při přechodu z jednoho prostředí do druhého si zvuk zachovává svojí frekvenci

$$f_1 = \frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2} = f_2. \quad (2)$$

kde  $f$  je frekvence,  $c$  je rychlost zvuku a dolní indexy 1 a 2 označují prostředí (tyč, vzduch resp.). Ze známé rychlosti zvuku ve vzduchu a změřených  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  můžeme snadno určit rychlost šíření ve zkoumané tyči.

Pro tenkou tyč platí [1]

$$c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3)$$

kde  $E$  je modul pružnosti v tahu a  $\rho$  je hustota tyče. Při známé rychlosti zvuku v tyči a její hustoty můžeme vypočítat modul pružnosti v tahu

$$E = c_1^2 \cdot \rho. \quad (4)$$

### Uzavřený rezonátor

Uzavřený rezonátor je uzavřená dutá kovová trubice s nastavitelnou délkou. Na jednom jejím konci je připevněn reproduktor napojený na elektronický tónový generátor, na druhém konci je mikrofon napojený na mikroampérmetr. Rezonance nastává vždy, když je délka rezonátoru celočíselný násobek poloviny vlnové délky zvuku:

$$l = k \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

po úpravě

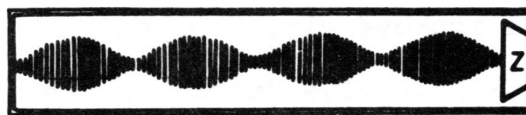
$$f = \frac{c}{2l} \cdot k. \quad (6)$$

Pokud rezonance nastane, zaznamenáme na mikroampérmetru jako lokální maximum. Rezonátor je opatřen uzavíratelnými přívody, kterými do něj můžeme napustit měřený plyn.

Rychlost zvuku v plynu budeme měřit dvěma způsoby:

- S konstantní délkou oscilátoru budeme měnit frekvenci zdroje. Naměřenou závislost (6) nafitujeme přímkou  $f(k) = a \cdot k$ . Z konstanty  $a$  určíme rychlost zvuku jako

$$c = 2 \cdot a \cdot l \quad (7)$$



Obrázek 1: Rozmetaný písek v Kundtově trubici

- Při konstantní frekvenci zdroje budeme měnit délku rezonátoru. Po úpravě (6) máme

$$l = \frac{c}{2f} \cdot k. \quad (8)$$

Tuto naměřenou závislost nafitujeme přímkou  $l(k) = b \cdot k$ . Porovnáním s (8) dostaneme

$$c = 2 \cdot f \cdot b. \quad (9)$$

Rychlost zvuku ve vzduchu budeme měřit oběma způsoby. Rychlost v oxidu uhličitém budeme měřit pouze při konstantní délce rezonátoru.

V plynu je rychlost zvuku určena Laplaceovým vzorcem [1]

$$c_2 = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}, \quad (10)$$

kde  $\kappa$  je Poissonova konstanta,  $p$  je tlak plynu a  $\rho$  jeho hustota. Dosazením ze stavové rovnice a následnou úpravou dostaneme

$$\kappa = \frac{c^2 \mu}{RT}, \quad (11)$$

kde  $R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  je molární plynová konstanta,  $T$  je teplota v kelvinech a  $\mu$  je molární hmotnost plynu.

*Poznámka:* Pro lineární regresi  $y = ax$  sady nezávislých proměnných  $x_i$  a závislých  $y_i$  se standardní odchylkou  $\sigma_i$  počítáme koeficient  $a$  podle vzorce [2]

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{y_i x_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}} \quad \sigma_a^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}} \quad (12)$$

## Podmínky a použité přístroje

Teplota v místnosti byla  $(26,1 \pm 0,4)^\circ\text{C}$ .

Atmosférický tlak byl  $(983 \pm 2) \text{ kPa}$ .

Relativní vlhkost vzduchu byla 36 %.

Zkoumaná tyč byla vyrobena z mosazi. Její délku jsme měřili svinovacím metrem s nejmenším dílkem 1 mm, který považujeme za standardní odchylku měření.

Tabelovaná hodnota hustoty mosazi je podle [3] v rozmezí  $8400\text{--}8750 \text{ kg m}^{-3}$  v závislosti na jejím složení. O složení mosazi, z které byla vyrobena tyč, nemáme žádné informace a proto předpokládáme rovnoměrné rozložení v tomto intervalu (standardní odchylka je rovna délce intervalu dělené odmocninou z dvanácti). Jako hustotu tyče tedy používáme  $\rho = (8580 \pm 100) \text{ kg m}^{-3}$ .

Kundtova trubice měla délku přibližně 74 cm.

Standardní odchylku určení rezonanční frekvence odhadujeme vždy na 3 Hz.

Délku rezonátoru jsme měřili vestavěným pravítkem, standardní odchylku odhadujeme  $\sigma_l = 0,5 \text{ mm}$ .

## Výsledky měření

### Kundtova trubice

Rychlost zvuku ve vzduchu budeme používat hodnotu změřenou metodou uzavřeného rezonátoru při konstantní délce rezonátoru:  $c_2 = (345,7 \pm 0,3) \text{ m s}^{-1}$  (viz níže).

Obrazec jako na obrázku 1 jsme pozorovali při délce trubice v rozmezí 60,0–62,6 cm. Pozorovaný obrazec odpovídal přesně tomu na obrázku v tom smyslu, že délka trubice byla rovna čtyřem polovinám vlnové délky.

Nejviditelnější byl obrazec právě při délce 62,6 cm, ale při délce 62,8 cm se již neobjevil vůbec. Předpokládáme, že hodnoty byly rovnoměrně rozděleny v tomto intervalu, střední hodnotu určíme jako jeho střed a standardní odchylku vlnové délky počítáme po vydělení dvěma jako  $\sigma_{\lambda_2} = (62,6 - 60,0)/(2\sqrt{12})$  cm.

Naměřená vlnová délka ve vzduchu tedy byla  $\lambda_2 = (30,7 \pm 0,4)$  cm.

Délka tyče byla  $l_T = (150,9 \pm 0,1)$  cm. Po dosazení do (1) a vypočtení standardní odchylky  $\sigma_{\lambda_1} = 2\lambda_1 \cdot \sigma_{l_T}/l_T$  dostáváme vlnovou délku v tyči  $\lambda_1 = (301,8 \pm 0,2)$  cm.

Dosazením do (2) dostáváme rychlost zvuku v tyči  $c_1 = (3404 \pm 42)$  m s<sup>-1</sup>. Standardní odchylku počítáme podle

$$\sigma_{c_1} = c_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{c_2}}{c_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\lambda_1}}{\lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\lambda_2}}{\lambda_2}\right)^2}. \quad (13)$$

Dosazením této hodnoty do (4) vypočítáme modul pružnosti v tahu mosazi  $E = (99 \pm 3)$  GPa. Standardní odchylku počítáme podle

$$\sigma_E = E \cdot \sqrt{\left(2\frac{\sigma_{c_1}}{c_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\rho}{\rho}\right)^2}. \quad (14)$$

## Uzavřený rezonátor

Při konstantní délce rezonátoru jsme našli základní frekvenci pro vzduch 213 Hz a pro oxid uhličitý 162 Hz. Všechny naměřené rezonanční frekvence jsou uvedeny v tabulce 1 a zaneseny do grafu 1. Frekvence, u nichž není uvedeno číslo  $k$ , nebyly celočíselnými násobky základní frekvence. Pravděpodobně se jednalo o tzv. vlnčí frekvence, tyto hodnoty jsme vyřadili ze zpracování.

vzduch				oxid uhličitý					
$k$	$f$ (Hz)	$k$	$f$ (Hz)	$k$	$f$ (Hz)	$k$	$f$ (Hz)	$k$	$f$ (Hz)
1	213	8	1728	1	162	8	1347	16	2692
—	324	9	1941	2	338	9	1511	17	2858
2	436	10	2159	—	486	10	1681	18	3028
3	650	11	2375	—	523	11	1851		
4	872	12	2597	4	675	12	2018		
5	1078	13	2806	5	838	13	2184		
6	1297	14	3023	6	1009	14	2354		
7	1515			7	1179	15	2524		

Tabulka 1: Naměřené rezonanční frekvence při délce rezonátoru  $l = 800$  mm

Při konstantní frekvenci 3025 Hz jsme v rezonátoru naplněném vzduchem zaznamenali rezonanci při délkách rezonátoru uvedených v tabulce 2 a vyneseny do grafu 2.

Nafitované koeficienty  $a$ ,  $b$  a z nich pomocí (7) a (9) vypočtené rychlosti zvuku jsou uvedeny v tabulce 3. Odchylku rychlosti zvuku počítáme podle

$$\sigma_c = c \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2} \quad \text{resp.} \quad \sigma_c = c \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2} \quad (15)$$

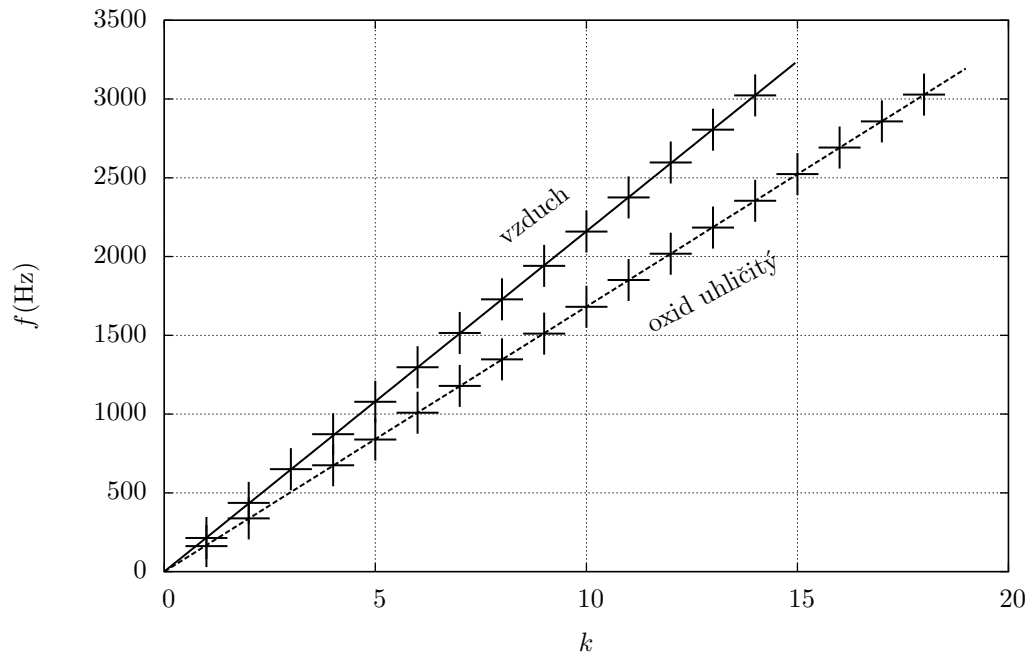
Z naměřené rychlosti zvuku v oxidu uhličitém můžeme vypočítat jeho Poissonovu konstantu  $\kappa$  podle (11). Molekulová hmotnost oxidu uhličitého je  $\mu = 0,044$  kg mol<sup>-1</sup>. Standardní odchylku počítáme jako

$$\sigma_\kappa = \kappa \cdot \sqrt{\left(2\frac{\sigma_c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2}. \quad (16)$$

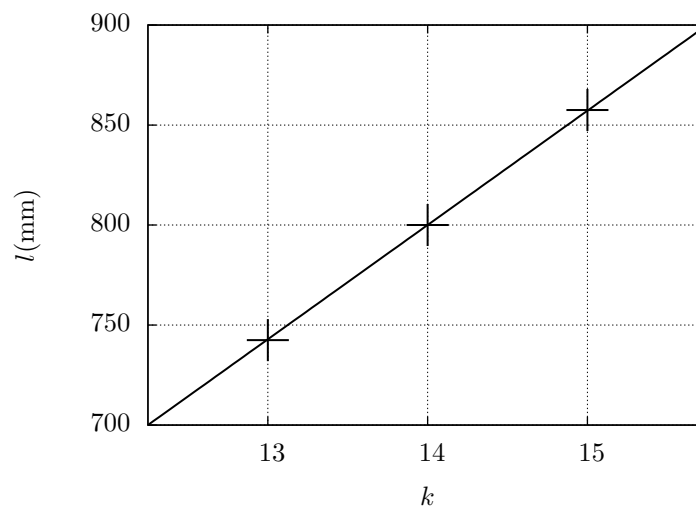
Výsledná změřená Poissonova konstanta oxidu uhličitého je  $\kappa = 1,280 \pm 0,003$ .

## Diskuze

Podle [3] je při 25 °C rychlost zvuku v oxidu uhličitém 259 m s<sup>-1</sup>. Naše naměřená hodnota  $(269,1 \pm 0,2)$  m s<sup>-1</sup> se od ní mírně liší. Tato odchylka může být způsobena pouze teplotním rozdílem (teplota při našem měření byla  $(26,1 \pm 0,4)$  °C), v tom případě by bylo vše v pořádku. Je ale také možné, že se nám nepodařilo rezonátor dostatečně "profouknout" a oxid uhličitý v něm byl naředěný vzduchem.



Graf 1: Naměřená závislost rezonanční frekvence  $f$  na čísle  $k$  (viz rovnice (6)) při délce rezonátoru 800 mm



Graf 2: Délky rezonátoru, při kterých nastala rezonance (vzduch,  $f = 3025$  Hz)

$k$	$l$ (mm)
13	742,5
14	800,0
15	857,5

Tabulka 2: Délky rezonátoru, při kterých nastala rezonance (vzduch,  $f = 3025$  Hz)

vzduch	$a = (216,03 \pm 0,13) \text{ Hz}$	$\Rightarrow c = (345,7 \pm 0,3) \text{ m s}^{-1}$
	$b = (57,14 \pm 0,03) \text{ mm}$	$\Rightarrow c = (345,7 \pm 0,4) \text{ m s}^{-1}$
oxid uhličitý	$a = (168,17 \pm 0,10) \text{ Hz}$	$\Rightarrow c = (269,1 \pm 0,2) \text{ m s}^{-1}$

Tabulka 3: Nafitované koeficienty a vypočtené rychlosti zvuku pro metodu uzavřeného rezonátoru

Podle [4] je při teplotě  $26\text{ }^{\circ}\text{C}$  a relativní vlhkosti  $36\%$  rychlost zvuku ve vzduchu přibližně  $347,6\text{ m s}^{-1}$ . Zdroj [3] uvádí při  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  rychlost  $343\text{ m s}^{-1}$  a při  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  rychlost  $349\text{ m s}^{-1}$ . Naši naměřenou hodnotu  $(345,7 \pm 0,4)\text{ m s}^{-1}$  považujeme za přibližně správnou.

Podle [3] je rychlost zvuku v mosazi přibližně  $3400\text{ m s}^{-1}$ . Naše naměřená hodnota  $(3404 \pm 42)\text{ m s}^{-1}$  se s ní velmi přesně shoduje.

Podle [5] je modul pružnosti v tahu mosazi

## Závěr

Pomocí uzavřeného rezonátoru jsme změřili rychlost zvuku ve vzduchu dvěma metodami, při konstantní délce rezonátoru jsme měnili frekvenci zdroje a poté jsme při konstantní frekvenci zdroje měřili délky rezonátoru, při kterých nastala rezonance. Rychlost zvuku ve vzduchu vyšla shodně oběma metodami  $(345,7 \pm 0,4)\text{ m s}^{-1}$ .

První metodou (při konstantní délce rezonátoru) jsme také měřili rychlost zvuku v oxidu uhličitém  $(269,1 \pm 0,2)\text{ m s}^{-1}$ . Pomocí této změřené rychlosti zvuku jsme spočítali Poissonovu konstantu oxidu uhličitého  $\kappa = 1,280 \pm 0,003$ .

Dále jsme pomocí Kundtova trubice změřili rychlost zvuku v mosazné tyči  $(3404 \pm 42)\text{ m s}^{-1}$ . V závislosti na rychlosti zvuku a hustotě jsme vypočítali modul pružnosti v tahu  $E$  mosazi  $(99 \pm 3)\text{ GPa}$ .

Všechny uvedené odchylky jsou standardní ( $P = 0,68$ ).

## Seznam použité literatury

1. *Rychlost šíření vzduchu—Studijní text pro fyzikální praktikum I MMF UK* [online]. [cit. 2016-04-10]. Dostupný z WWW: [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_110.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_110.pdf).
2. ENGLISH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky I: Zpracování výsledků měření*. Praha: MATFYZPRESS, 2006. ISBN 80-86732-93-2.
3. *Fyzikální tabulky na webu conVERTER* [online]. [cit. 2016-04-13]. Dostupný z WWW: <http://www.converter.cz/tabulky/index.htm>.
4. *Calculation—Speed of sound in humid air* [online]. [cit. 2016-04-13]. Dostupný z WWW: <http://www.sengpielaudio.com/calculator-airpressure.htm>.
5. *Mechanické vlastnosti pevných látek—Portál pro strojní konstruktéry* [online]. [cit. 2016-04-13]. Dostupný z WWW: <http://e-konstrukter.cz/prakticka-informace/mechanicke-vlastnosti-pevnych-latek>.