

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum ...



Úloha č.

Název úlohy:

Jméno: Obor: FOF FAF FMUZV

Datum měření:

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

Pracovní úkoly

1. Změřte úhlovou frekvenci netlumených kmitů.
2. Určete frekvenci tlumených kmitů a koeficient tlumení pro různé velikosti útlumu.
3. Změřte amplitudu a fázové posunutí nuceného kmitání v závislosti na frekvenci budící síly. Graficky znázorněte.

Teoretická část

Budeme pozorovat pohyb harmonického oscilátoru (závaží zavěšené na pružině) ve třech případech: oscilátor kmitá sám a jeho tlumení je zanedbatelné, oscilátor je tlumený, na tlumený oscilátor působí periodická vnější síla

V případě, že oscilátor není tlumený, kmitá s kruhovou frekvencí ω .

Působí-li na harmonický oscilátor působit síla úměrná rychlosti pohybu, má jeho pohybová rovnice tvar

$$\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega^2 y = 0, \quad (1)$$

kde y je výchylka tělesa a δ je tzv. konstanta tlumení.

Pro slabou tlumící sílu ($\delta < \omega$) je řešením rovnice (1)

$$y = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_0), \quad (2)$$

kde A a φ_0 jsou integrační konstanty a ω_1 je kruhová frekvence tlumeného oscilátoru, platí [1]

$$\omega_1^2 = \omega^2 - \delta^2. \quad (3)$$

Pokud budeme na oscilátor působit periodickou vnější silou s harmonickým průběhem a kruhovou frekvencí Ω , bude mít rovnice (1) tvar

$$\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega^2 y = \frac{F_0}{m} \cdot \sin(\Omega t), \quad (4)$$

kde F_0 je maximální působící síla a m je hmotnost oscilátoru. Řešení má tvar [1]

$$y = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_0) + A_v \cdot \sin(\Omega t + \gamma), \quad (5)$$

kde A a φ_0 jsou integrační konstanty, A_v a γ jsou konstanty: [1]

$$A_v = \frac{F_0}{m\omega^2} \frac{1}{\sqrt{(1 - (\Omega/\omega)^2)^2 + 4(\delta/\omega)^2(\Omega/\omega)^2}} \quad (6)$$

$$\tan(\gamma) = -\frac{2\delta}{\omega} \cdot \frac{\Omega/\omega}{1 - (\Omega/\omega)^2}. \quad (7)$$

Po určité době (zakmitávací) vliv počátečních podmínek vymizí a v (5) zbyde jen druhý člen.

Amplituda A_v nabývá maxima při kruhové frekvenci vnější síly

$$\Omega_{res}^2 = \omega^2 - 2\delta^2. \quad (8)$$

Podmínky, pomůcky a měřicí přístroje

Měření proběhlo při pokojové teplotě (přibližně 25 °C) a normálním atmosférickém tlaku.

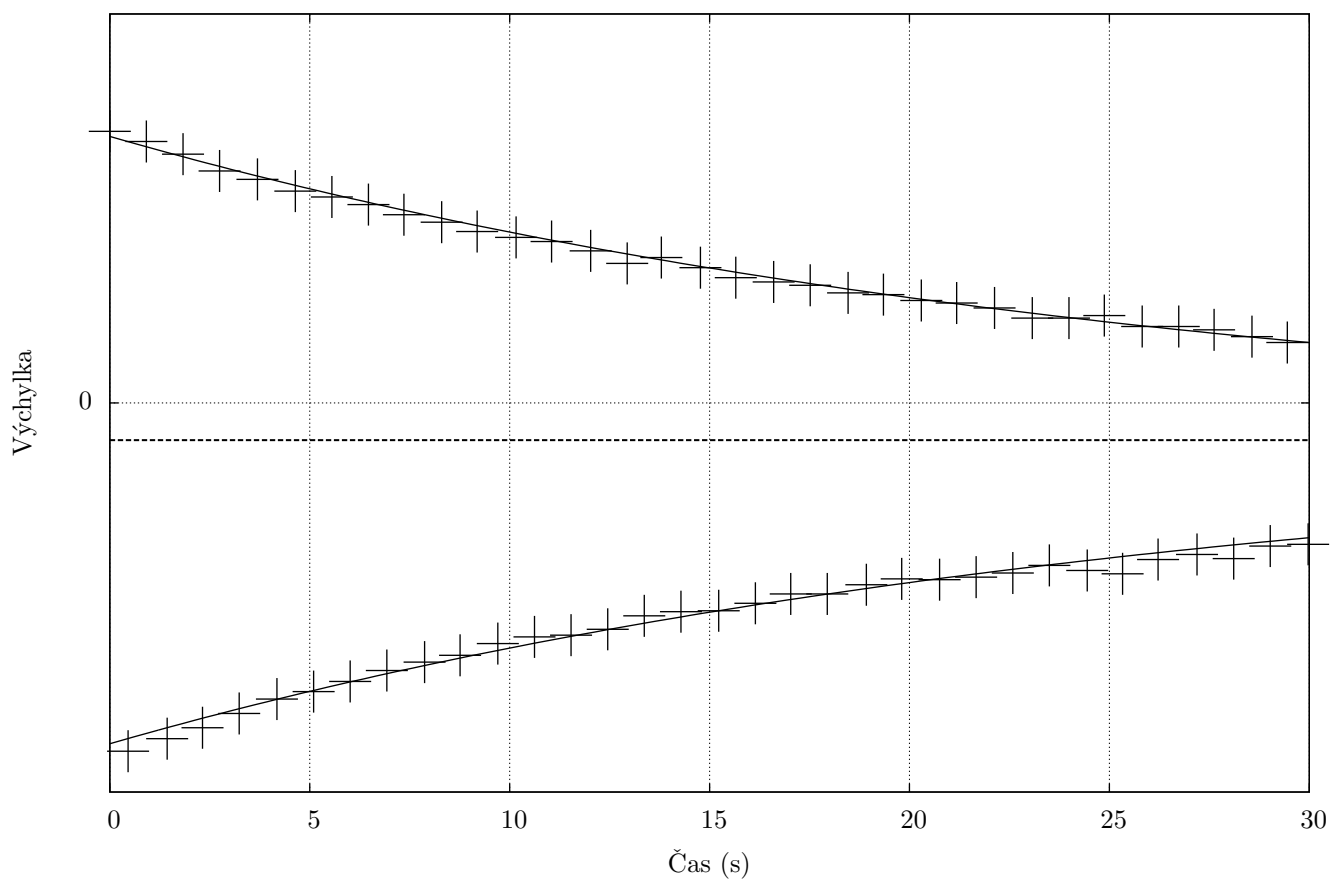
Jako oscilátor jsme použili permanentní magnet zavěšený na pružině.

Pod magnetem byla umístěna cívka připojená k počítači, který nám umožňoval do ní pouštět střídavé napětí o zvolené frekvenci a také zobrazovat časový průběh napětí indukované magnetem.

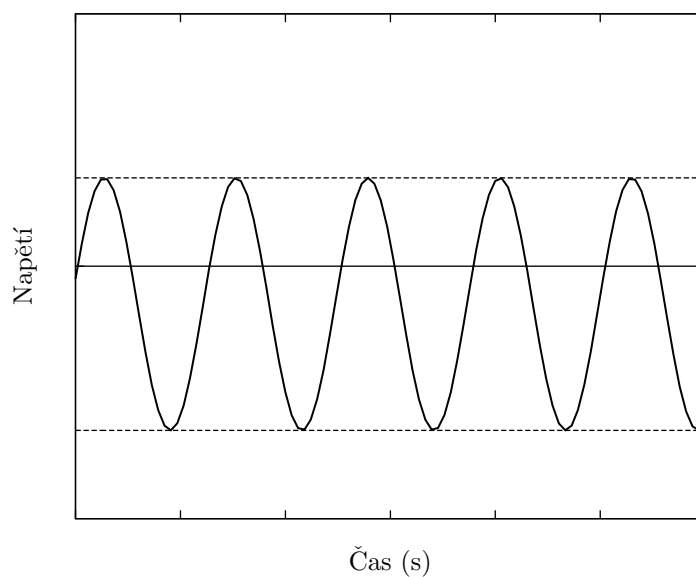
Indukované napětí by mělo být přibližně přímo úměrné okamžité rychlosti magnetu. Periodu kmitu můžeme odečíst podle časové vzdálenosti jednotlivých peaků napětí.

Měřili jsme maximální napětí při pohybu magnetu nahoru i dolů. Při pohybu dolů bylo napětí většinou výrazně vyšší (viz graf 1), takže předpokládáme, že měřicí přístroj byl zatížen systematickou chybou. Při měření konstanty tlumení se tuto chybu pokusíme odstranit tím, že u souboru naměřených peaků napětí nejdříve určíme střed jako průměr nulových a nenulových hodnot. Dále vezmeme vzdálenost všech bodů od této hodnoty a až tento soubor hodnot prokládáme exponenciálou.

Soustava nebyla kalibrována k měření výchylky, takže amplitudy u nuceného kmitání uvádíme pouze v poměru k nejvyšší naměřené hodnotě. Při pohybu dolů bylo napětí opět vyšší, relativní velikost výchylky určíme jako rozdíl průměru kladných maxim a průměru záporných maxim (viz graf 2).



Graf 1: Naměřené hodnoty při kmitání tlumeném modrým diskem, graf ilustruje způsob zpracování



Graf 2: Ilustrace metody určení amplitudy při nucených kmitech, poměrnou amplitudu určíme jako vzdálenost dvou čárkovaných přímek

Výsledky měření

Ke tlumení jsme používali čtyři tlumící disky (viz tabulka 1).

barva	hmotnost (g)	průměr (cm)
oranžová	$5,59 \pm 0,01$	$13,5 \pm 0,5$
zelená	$5,62 \pm 0,01$	$15,5 \pm 0,5$
modrá	$5,45 \pm 0,01$	$18,7 \pm 0,5$
žlutá	$5,38 \pm 0,01$	$21,0 \pm 0,5$

Tabulka 1: Tlumící disky

Při měření netlumených kmitů jsme místo tlumícího disku připevnili k magnetu přívazek o hmotnosti $(5,27 \pm 0,01)$ g. Kruhou frekvenci netlumených kmitů jsme naměřili $\omega = (6,89 \pm 0,02) \text{ rad s}^{-1}$.

Frekvence a konstanty tlumení jsme změřili pro všechny čtyři tlumící disky. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2. Časová závislost amplitudy pro modrý disk je vynesena do grafu 3.

tlumící disk	$\omega_1 (\text{rad s}^{-1})$	$\delta (\text{s}^{-1})$
oranžový	$6,86 \pm 0,01$	$0,021 \pm 0,001$
zelený	$6,84 \pm 0,01$	$0,031 \pm 0,001$
modrý	$6,82 \pm 0,01$	$0,038 \pm 0,001$
žlutý	$6,81 \pm 0,01$	$0,049 \pm 0,001$

Tabulka 2: Tlumené kmity

Nucené kmity jsme měřili pouze s modrým tlumícím diskem. Očekávaná rezonanční frekvence podle (8) byla 1,096 Hz, nicméně skutečná rezonanční frekvence byla přibližně 1,08 Hz. Naměřené amplitudy A_v a fázové posuny γ pro různé frekvence zdroje jsou uvedeny v tabulce 3 a v grafech 4 a 5. Standardní chybu všech naměřených amplitud a fázových posunů odhadujeme na 10 %.

Diskuze

Kruhou frekvenci netlumeného kmitání ω jsme měřili bez tlumícího disku a k magnetu jsme připevnili přívazek, který měl lehce odlišnou hmotnost než disk. Tato naměřená hodnota ω se tedy může od skutečné mírně lišit, což by mělo za následek nepřesnost při výpočtu ω_1 a Ω_{res} .

Teoretická hodnota podle (3) vychází díky velmi slabému tlumení totožně pro všechny disky $6,89 \text{ rad s}^{-1}$. Skutečné hodnoty jsou nižší. Naměřené kruhové frekvence se výrazně liší i pro různé disky a odpovídají teorii v tom smyslu, že s rostoucí konstantou tlumení klesá. Aby však měly za následek takové rozdíly naměřených ω_1 mezi různými tlumícími disky, musely by být téměř o dva řády vyšší. To znamená, že se nám buď nepodařilo správně změřit konstantu tlumení, nebo vztah (3) v našem pokusu neplatí.

Z grafu 3 je také vidět, že amplituda tlumených kmitů neměla zcela exponenciální průběh, hodnoty ve středu jsou více pod křivkou, zatímco hodnoty na krajích jsou většinou nad křivkou. Usuzujeme, že tlumící síla nebyla přesně přímo úměrná rychlosti pohybu, ale při vyšších rychlostech byla větší. Pokud bychom závislost nefitovali čistou exponenciálou, ale přidali bychom absolutní člen, vyšla by konstanta tlumení pro modrý disk přibližně $0,055 \text{ s}^{-1}$, tento postup ale zřejmě nemá fyzikální význam.

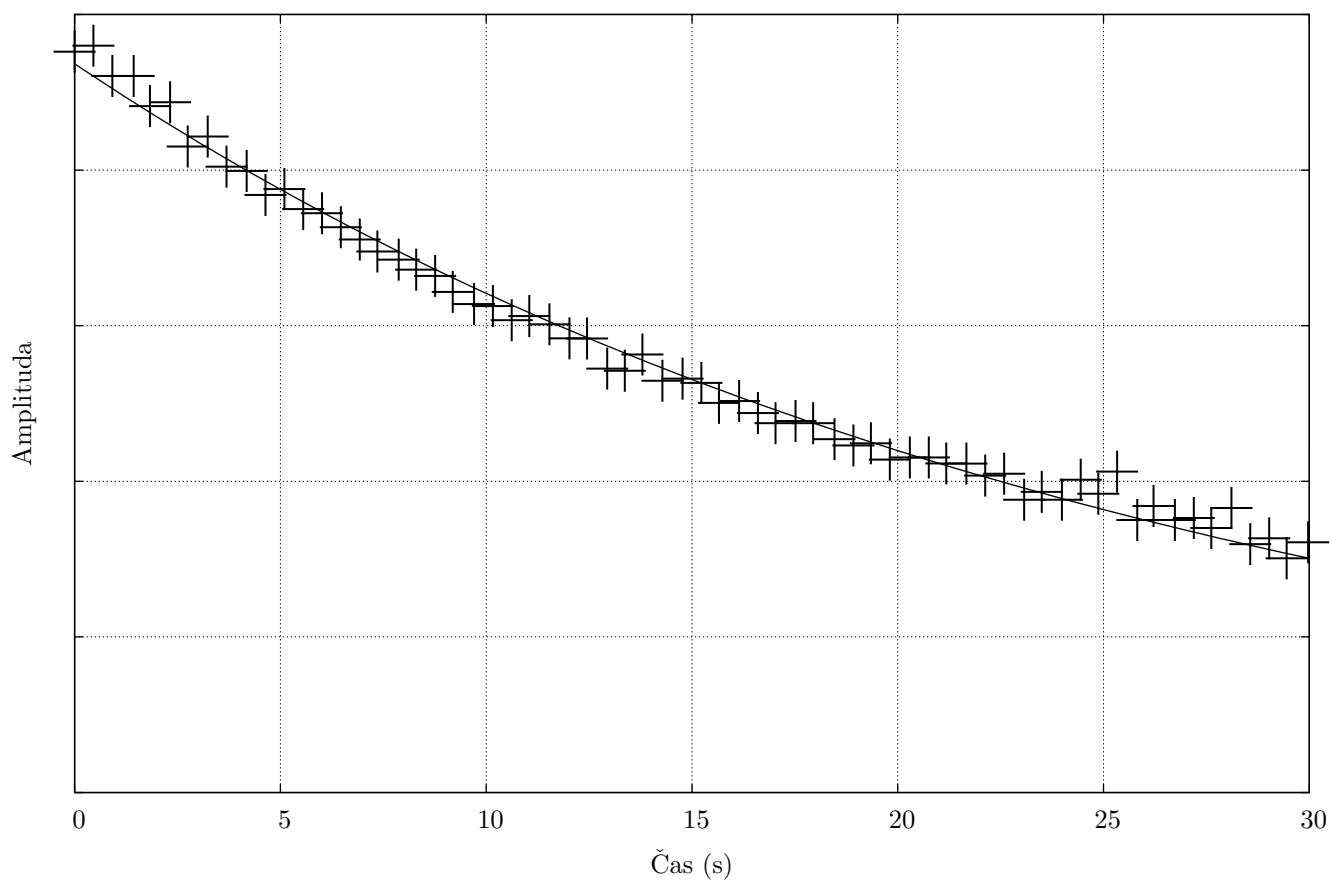
Fázové posunutí nám pro vyšší frekvence vyšlo větší než 180° , což podle [1] není možné. Tuto skutečnost považujeme za chybu přístroje nebo metody.

Závěr

Změřili jsme kruhou frekvenci netlumených kmitů $\omega = (6,89 \pm 0,02) \text{ rad s}^{-1}$.

Změřili jsme kruhou frekvenci a koeficient tlumení pro kmity tlumené čtyřmi různými tlumícími disky:

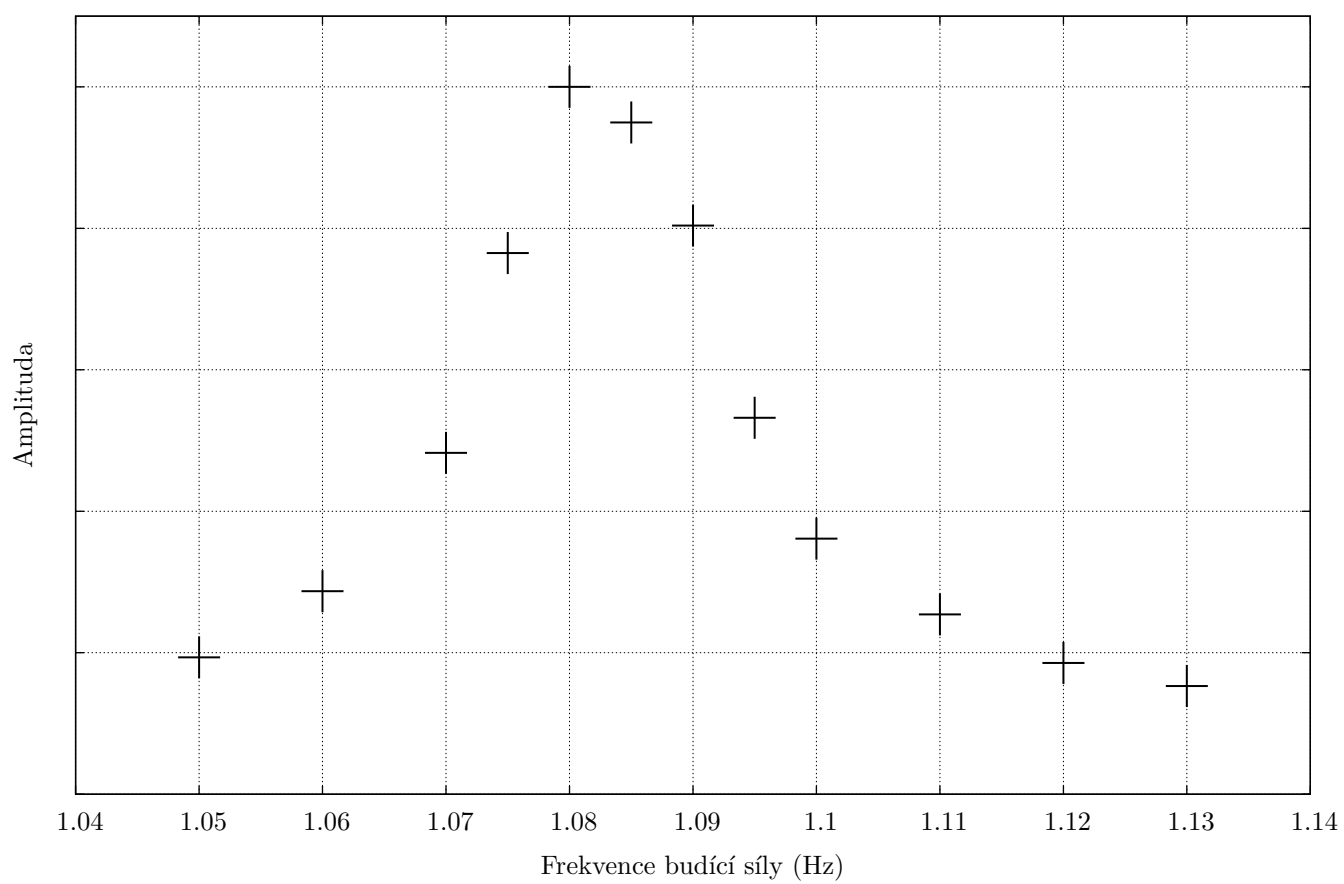
- oranžový — $\omega_1 = (6,86 \pm 0,01) \text{ rad s}^{-1}$, $\delta = (0,021 \pm 0,001) \text{ s}^{-1}$
- zelený — $\omega_1 = (6,84 \pm 0,01) \text{ rad s}^{-1}$, $\delta = (0,031 \pm 0,001) \text{ s}^{-1}$
- modrý — $\omega_1 = (6,82 \pm 0,01) \text{ rad s}^{-1}$, $\delta = (0,038 \pm 0,001) \text{ s}^{-1}$
- žlutý — $\omega_1 = (6,81 \pm 0,01) \text{ rad s}^{-1}$, $\delta = (0,049 \pm 0,001) \text{ s}^{-1}$



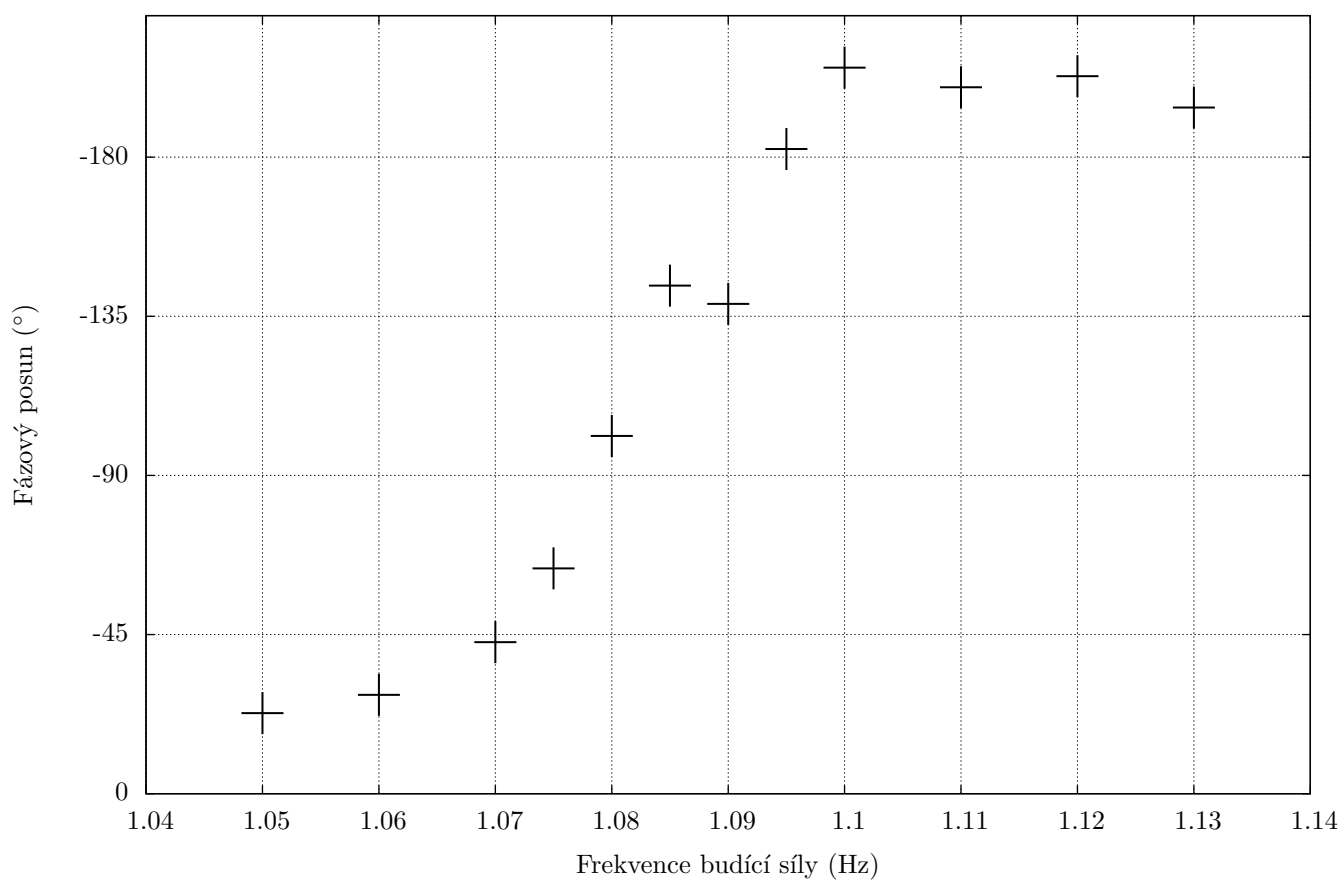
Graf 3: Časová závislost maximální výchylky při kmitání s modrým tlumícím diskem (hodnoty amplitudy jsou jen poměrné)

frekvence nutící síly (Hz)	amplituda	fázový posun
1,050	0,19	-23°
1,060	0,29	-28°
1,070	0,48	-43°
1,075	0,77	-64°
1,080	1,00	-101°
1,085	0,95	-144°
1,090	0,80	-139°
1,095	0,53	-182°
1,100	0,36	-205°
1,110	0,25	-200°
1,120	0,19	-203°
1,130	0,15	-194°

Tabulka 3: Nucené kmitý s modrým tlumícím diskem ($\delta = (0,038 \pm 0,001) \text{ s}^{-1}$)



Graf 4: Závislost amplitudy na frekvenci budící síly (hodnoty amplitudy jsou jen poměrné)



Graf 5: Závislost fázového posunu na frekvenci budící síly

S modrým diskem jsme změřili závislost amplitudy a fázového posunu na frekvenci budící síly. Resonanční frekvenci jsme změřili 1,08 Hz.

Seznam použité literatury

1. *Studium tlumených a nucených kmitů — Studijní text pro fyzikální praktikum I MFF UK* [online]. [cit. 2016-05-03]. Dostupný z WWW: http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_125.pdf.