Lista zadań. Nr 0. 27 lutego 2025

## ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

IIUWr. II rok informatyki

- 1. (0 pkt) Przeczytaj Notatkę nr 1 Notatkę nr 2, (zostały przesłane mailem do osób zapisanych na przedmiot).
- 2. (1pkt) Określ z dokładnością do  $\Theta$  złożoność (przy kryterium jednorodnym) poniższych fragmentów programów:

```
\begin{array}{ll} \text{for } i \leftarrow 1 \text{ to } n \text{ do} \\ j \leftarrow i \\ \text{while } j < n \text{ do} \\ sum \leftarrow P(i,j) \\ j \leftarrow j+1 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{for } i \leftarrow 1 \text{ to } n \text{ do} \\ j \leftarrow i \\ \text{while } j < n \text{ do} \\ sum \leftarrow P(i,j) \\ j \leftarrow j+j \end{array}
```

Rozważ dwa przypadki:

- koszt wykonania procedury P(i,j) wynosi  $\Theta(1)$
- koszt wykonania procedury P(i, j) wynosi  $\Theta(j)$
- 3. (1pkt) Zapisz w pseudokodzie algorytm szybkiego potęgowania liczby x, który oblicza  $x^n$  przez wymnożenie odpowiednich potęg dwójkowych liczby x (tj. potęg postaci  $x^{2^k}$ ). Zadbaj, by Twój algorytm używał stałej liczby komórek pamięci. Oszacuj jego złożoność przy kryterium jednorodnym i przy kryterium logarytmicznym.
- 4. (1pkt) Napisz w pseudokodzie rekurencyjne funkcje w pseudokodzie, które dla danego drzewa binarnego T obliczają:
  - liczbę wierzchołków w T;
  - $\bullet$  maksymalną odległość między wierzchołkami w T.
- 5. (1pkt) Napisz w pseudokodzie procedury, które dla danego drzewa binarnych przeszukiwańn T:
  - wstawiają zadany klucz do T;
  - usuwają wierzchołek z zadanym kluczem z T;
  - dla danego klucza znajdują następny co do wielkości klucz w drzewie.

Możesz założyć, że wszystkie klucze w T są różne.

- 6. (2pkt) Pokaż, w jaki sposób algorytm "macierzowy" obliczania n-tej liczby Fibonacciego można uogólnić na inne ciągi, w których kolejne elementy definiowane są liniową kombinacją skończonej liczby elementów wcześniejszych. Następnie uogólnij swoje rozwiązanie na przypadek, w którym n-ty element ciągu definiowany jest jako suma kombinacji liniowej skończonej liczby elementów wcześniejszych oraz wielomianu zmiennej n.
- 7. (1,5pkt) Ułóż algorytm, który dla drzewa T = (V, E) oraz listy par wierzchołków  $\{v_i, u_i\}$  (i = 1, ..., m), sprawdza, czy  $v_i$  leży na ścieżce z  $u_i$  do korzenia. Przyjmij, że drzewo zadane jest jako lista n-1 krawędzi  $(p_i, a_i)$ , takich, że  $p_i$  jest ojcem  $a_i$  w drzewie.
- 8. (1pkt) Udowodnij Twierdzenie 1 podane w Notatce nr 2.

9. (Z 2pkt)<sup>1</sup> Ułóż algorytm dla następującego problemu:

Problem.<sup>2</sup>

 $n, m \in \mathcal{N}$ dane:

dane:  $n, m \in \mathbb{N}$  wynik: wartość współczynnika przy  $x^2$  (wzięta modulo m) wielomianu  $\underbrace{(...((x-2)^2-2)^2...-2)^2}_{n \text{ razy}}$ 

Czy widzisz zastosowanie metody użytej w szybkim algorytmie obliczania n-tej liczby Fibonacciego do rozwiązania tego problemu?

- 10. (1pkt) Czy algorytm Dijkstry może być zmodyfikowany tak, by rozwiązywał problem najkrótszych dróg w grafach nieskierowanych, w których wagi przypisane są wierzchołkom a nie krawędziom? Długością drogi w takim grafie jest suma wag wierzchołków, przez które wiedzie.
- 11. (1,5pkt) Niech G będzie nieskierowanym grafem ważonym, w którym waga dokładnie jednej krawędzi (oznaczmy ją przez (u,v)) jest ujemna. Wagi pozostałych krawędzi są dodatnie. Czy algorytm Dijkstry uruchomiony od wierzchołka v poprawnie wylicza długości najkrótszych ścieżek prostych (tj. takich, które nie zawierają powtarzających się wierzchołków) od v do pozostałych wierzchołków?

Krzysztof Loryś

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Znaczenie etykietki **Z** zostało przedstawione na pierwszym wykładzie. Wyjaśnienie można znaleźć w dokumencie Zasady zaliczania ćwiczeń.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Zadanie zaczerpnięte ze Sparingu w Programowaniu Zespołowym - Poznań 22.01.2005