

# Logika dla Informatyków (zaawansowana)

## Lista zadań nr 1

### Rezolucja

Ta część ćwiczeń poświęcona jest metodzie rezolucji, która jest czymś w rodzaju systemu dowodowego dla rachunku zdań (a także dla pewnych bardziej skomplikowanych logik, ale nie będziemy tam na razie się wyprawiać). Na początek przeczytaj Definicje 47-47 w Materiałach do Zajęć (MdZ).

**Zadanie 1.** Rozwiąż Zadanie 127 z MdZ.

**Zadanie 2.** Rozwiąż Zadanie 128 z MdZ.

**Zadanie 3.** Rozwiąż Zadanie 129 z MdZ.

**Zadanie 4.** Rozwiąż Zadanie 130 z MdZ.

**Zadanie 5.** Rozwiąż Zadanie 131 z MdZ.

**Zadanie 6.** Rozwiąż Zadanie 132 z MdZ.

**Zadanie 7\*** [3 pkt] Udowodnij, że jeżeli zbiór klauzul  $\mathcal{F}$  jest spreczny to istnieje rezolucyjny dowód sprzeczności dla  $\mathcal{F}$ .

**Zadanie 8.** Pokaż, że istnieją przykłady sprzecznych zbiorów klauzul o  $n$  zmiennych, dla których rezolucyjny dowód sprzeczności wymaga wykładniczej liczby kroków w stosunku do  $n$ .<sup>1</sup>

### Relacje

Przed przystąpieniem do rozwiązywania kolejnych zadań przeczytaj Definicje 70, 80, 84, 86 oraz 91 z materiałów do zajęć. Zwróć uwagę, że autor Materiałów do Zajęć oznacza złożenie relacji jako  $R;P$ , my zaś będziemy używać bardziej standardowego zapisu  $RP$ . Jest w matematyce rzeczą zupełnie normalną, że różni ludzie na to samo pojęcie używają różnych oznaczeń, albo nawet różnych nazw. Byle się nawzajem rozumieli.

**Zadanie 9.** Rozwiąż Zadanie 262 z materiałów do zajęć.

---

<sup>1</sup>To zadanie jest znacznie trudniejsze jeżeli  $n$  jest wielkością zbioru klauzul a nie liczbą zmiennych w nich występujących.

**Zadanie 10.** Udowodnij, że

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} (R \cup R^{-1})^n$$

jest relacją równoważności dla dowolnej relacji  $R \subseteq A \times A$ .

**Zadanie 11.** Czy

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} R^n \cup R^{-n}$$

jest relacją równoważności dla dowolnej relacji  $R \subseteq A \times A$ ?

**Zadanie 12.** Rozwiąż Zadanie 306 z materiałów do zajęć.

**Zadanie 13.** Rozwiąż Zadanie 325 z materiałów do zajęć.

**Zadanie 14.** Pokaż, że relacja  $R$  jest przechodnia wtedy i tylko wtedy, gdy  $RR \subseteq R$ .