Logika dla Informatyków (zaawansowana)
Lista zadań nr 9

Na SKOSie w pliku “Materiały do Listy 9” (MdL9) znajduje się fragment książki “Parametrized Complexity” Downey’a i Fellowsa. Kolejne cztery zadania dotyczą dowodu Twierdzenia 7.3 z tych materiałów.

Zadanie 1. Udowodnij Twierdzenie 7.3, krok $(i) \to (ii)$ z MdL8.

Zadanie 2. Udowodnij Twierdzenie 7.3, krok $(ii) \to (iii)$ z MdL8.

Zadanie 3. Udowodnij Twierdzenie 7.3, krok $(iii) \to (iv)$ z MdL8.

Zadanie 4. Udowodnij Twierdzenie 7.3, krok $(iv) \to (i)$ z MdL8.

Zadanie 5. Zimowy Obóz Studentów Informatyki 2025 (ZOSIA) odbędzie się w specjalnie na ten cel wynajętym hotelu w Dubaju, który ma nieskończenie wiele (ω) pięter. Uczestnicy obozu, których jest skończenie wielu, będą zabawiać się w następujący sposób: od czasu do czasu, na którymś (innym niż parter) piętrze, na którym akurat będzie przebywał niepusty podzbiór zbioru uczestników, będzie się rozlegał alarm pożarowy. Wtedy każdy przebywający na tym piętrze uczestnik ZOSI musi przemieścić się na inne, dowolnie przez siebie wybrane piętro, ale przynajmniej jeden z nich musi wybrać piętro niższe niż aktualne. Pokaż, że w końcu wszyscy uczestnicy ZOSI spotkają się na parterze.

Zadanie 6. Rozwiąż Zadanie 600 z MdZ.

Zadanie 7. Rozwiąż Zadanie 601 z MdZ.

Zadanie 8. Rozwiąż Zadanie 602 z MdZ.

Zadanie 9. Rozwiąż Zadanie 608d z MdZ.

Zadanie 10. Rozwiąż Zadanie 612 z MdZ.

Zadanie 11. Rozwiąż Zadanie 613 z MdZ.

Zadanie 12. Rozwiąż Zadanie 614 z MdZ.

Zadania zaległe

Poniższe zadania można i należy deklarować ponownie.

Zadanie 13. Na bankiet zaproszono $2n$ ambasadorów. Wśród zaproszonych każdy ma nie więcej niż $n-1$ wrogów. Udowodnij, że można ich rozsadzić przy okrągłym stole, tak aby żaden nie siedział koło swojego wroga (podobnie jak w zadaniu o biskupach zakładamy, że wrogość jest symetryczna).

Zadanie 14. Kiedy Monsieur Creosote wchodzi do bistro, kelner stawia przed nim trzy talerzyki z kanapkami. Następnie, w każdej kolejnej rundzie algorytmu, pan Creosote wybiera dwa z trzech znajdujących się na stole talerzyków. Z pierwszego wybranego talerzyka zjada jedną kanapkę, a następnie drugi z wybranych talerzyków każe zabrać kelnerowi, który na miejsce zabranego przynosi inny talerzyk, na którym jest tyle samo kanapek ile (w tym momencie) na pierwszym wybranym talerzyku. Talerzyk niewybrany stoi przed panem Creosote i oczekuje na kolejne rundy. Czy istnieje taki stan talerzyków, począwszy od którego pan Creosote może jeść bez końca? *Uwaga: Należy też sprawdzić kim był Monsieur Creosote i zachować tę wiedzę dla siebie.*

Poniższe zadania można deklarować ponownie za pełną liczbę punktów.

Zadanie 15. Rozwiąż Zadanie 475 z MdZ.

Zadanie 16. Rozwiąż Zadanie 476 z MdZ.

Zadanie 17. Rozwiąż Zadanie 477 z MdZ.

Zadanie 18.* [2 pkt] Myśliwy pojmał jednego niedźwiedzia. I mówi mu tak:

Zaraz ustalę sobie funkcję $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Ty zaś wybierzesz jedną liczbę $x \in \mathbb{R}$, a ja wtedy podam Ci wartości tej funkcji dla wszystkich liczb poza x (tzn. $\{(y, f(y)) \mid y \in \mathbb{R} \setminus \{x\}\}$). Ty zaś będziesz musiał mi podać wartość $f(x)$. Jeśli powiesz źle, to zrobię z Ciebie bigos, a jak powiesz dobrze, to puszczę Ciebie wolno. A teraz się możesz zastanowić, co robić.

Udowodnij, że niedźwiedź ma strategię, która pozwala mu się uratować z prawdopodobieństwem 1.