

Przeszukiwanie obszarów za pomocą QuadTree i KD-Tree

Wojciech Łoboda, Krzysztof Pęczek

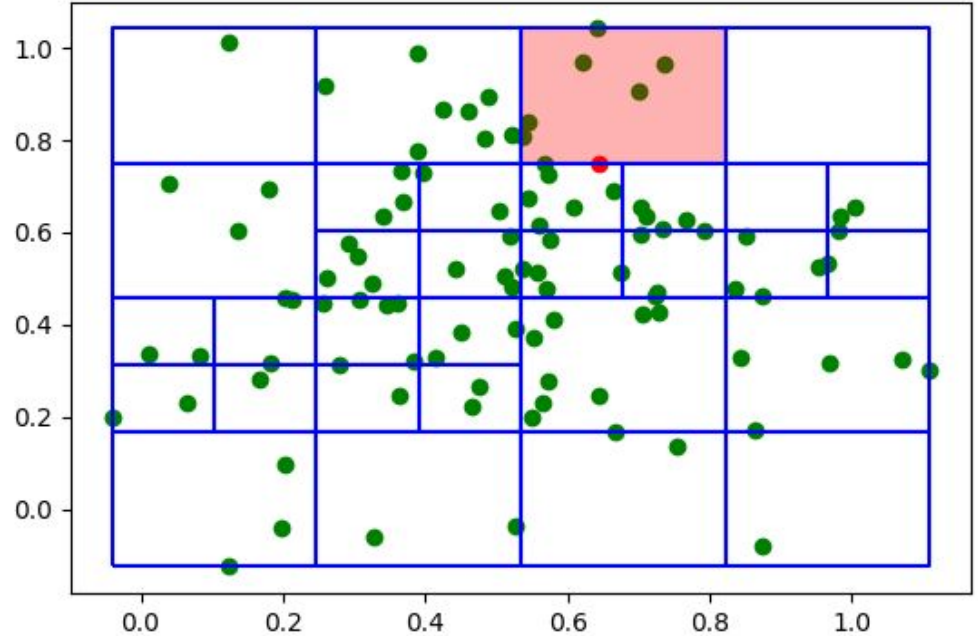
Zadanie projektowe

Podany jest zbiór punktów **P** na płaszczyźnie. Podane są także współrzędne (x_1, y_1, x_2, y_2) prostokąta na tej płaszczyźnie.

Zadanie: Zaimplementowanie oraz analiza porównawcza efektywnych metod przeszukiwania zbioru punktów, aby znaleźć wszystkie punkty w zadanym prostokącie.

Struktura QuadTree

Struktura **QuadTree** to reprezentacja przestrzeni za pomocą drzewa binarnego. Każde poddrzewo ma czworo dzieci, reprezentujące północno-wschodnią, północno-zachodnią, południowo-wschodnią i południowo-zachodnią ćwiartki rodzica.



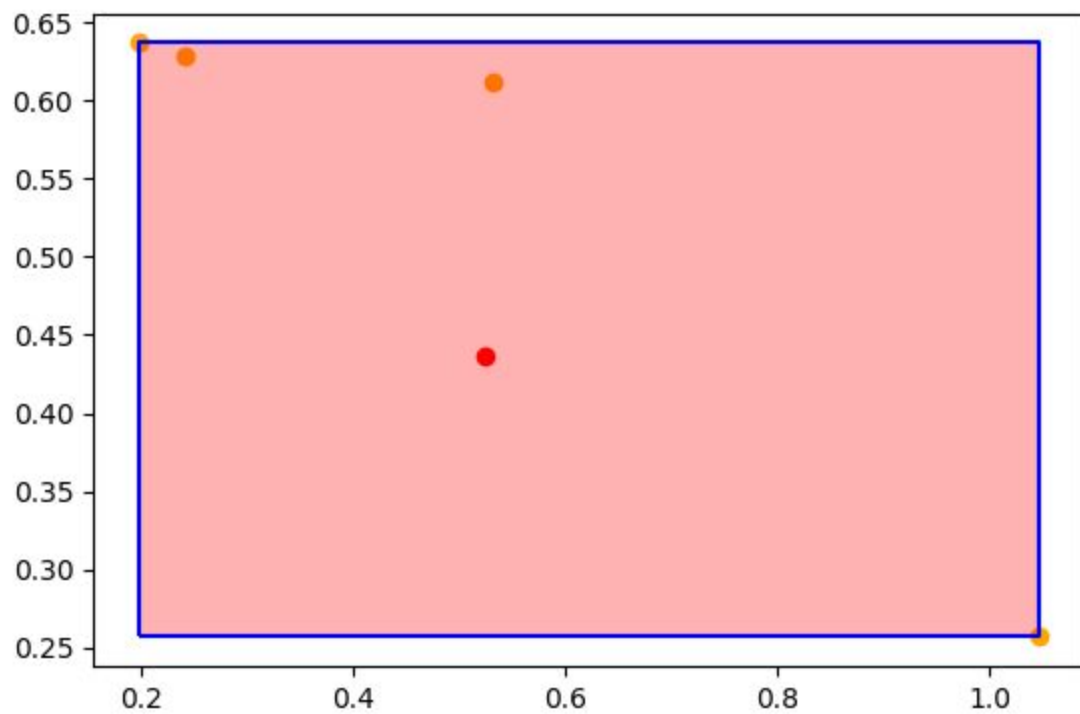
Budowa QuadTree

Drzewo QuadTree budujemy wkładając kolejne punkty do korzenia drzewa.

Każde drzewo zawiera listę punktów, której rozmiar jest ograniczony od góry.

Kiedy dane drzewo jest przepełnione tworzymy jego czwórkę dzieci i wkładamy nowy punkt do jednego z nich. Jeżeli w liście drzewa jest jeszcze miejsce dokładamy punkt do listy tego drzewa.

Wizualizacja budowy QuadTree



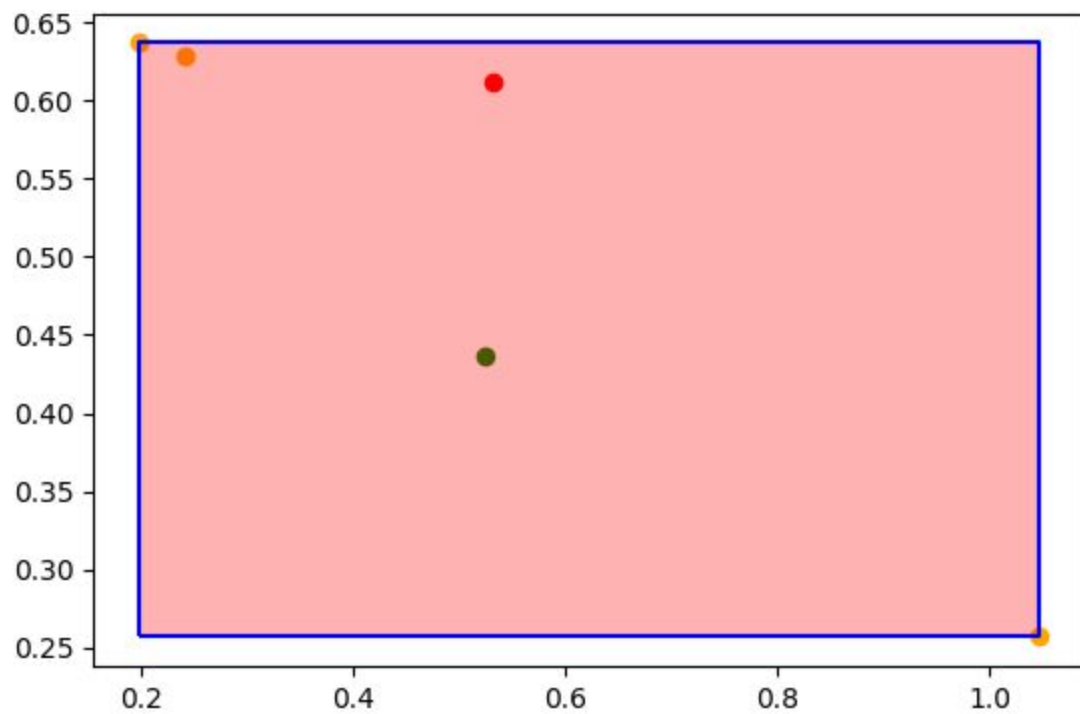
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



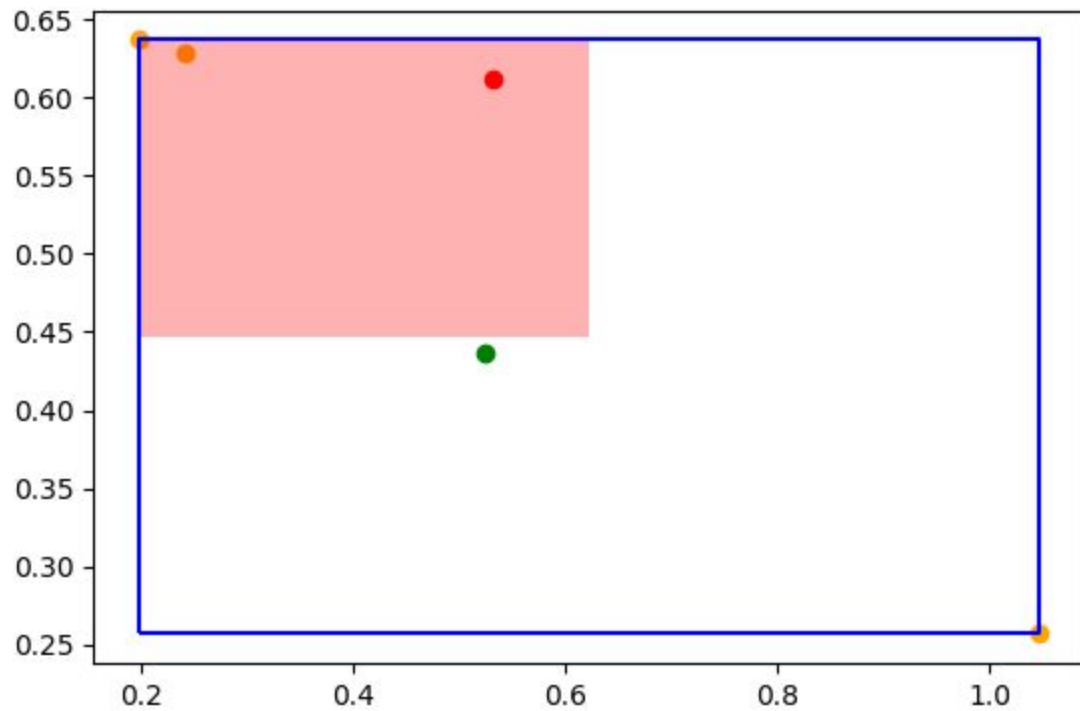
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



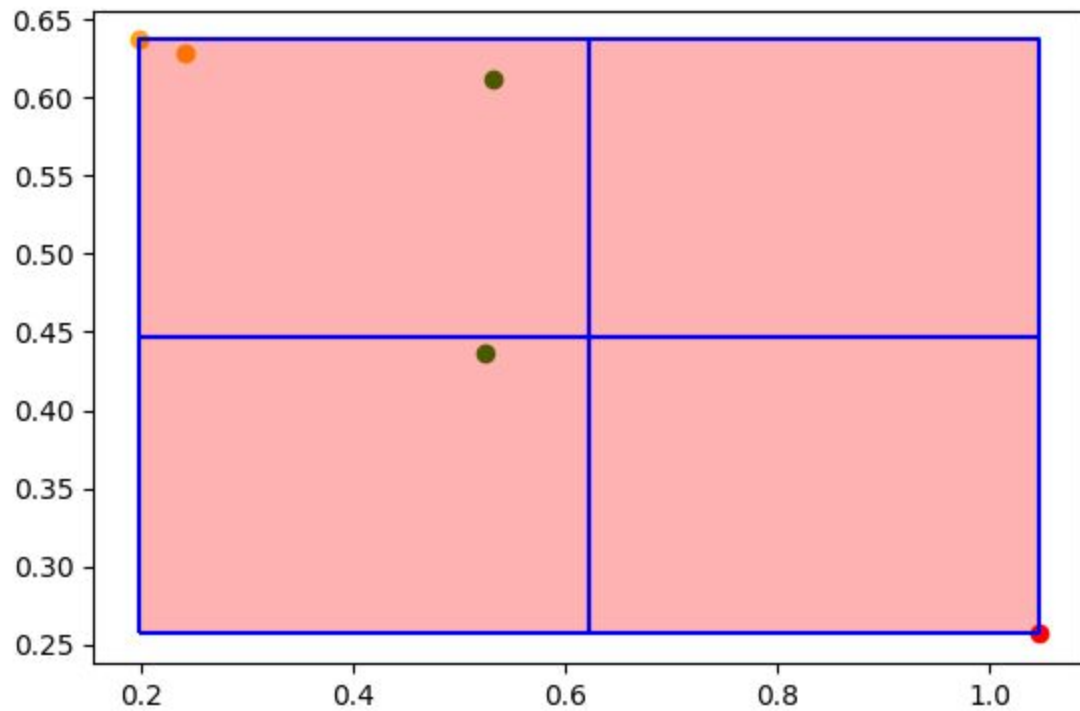
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



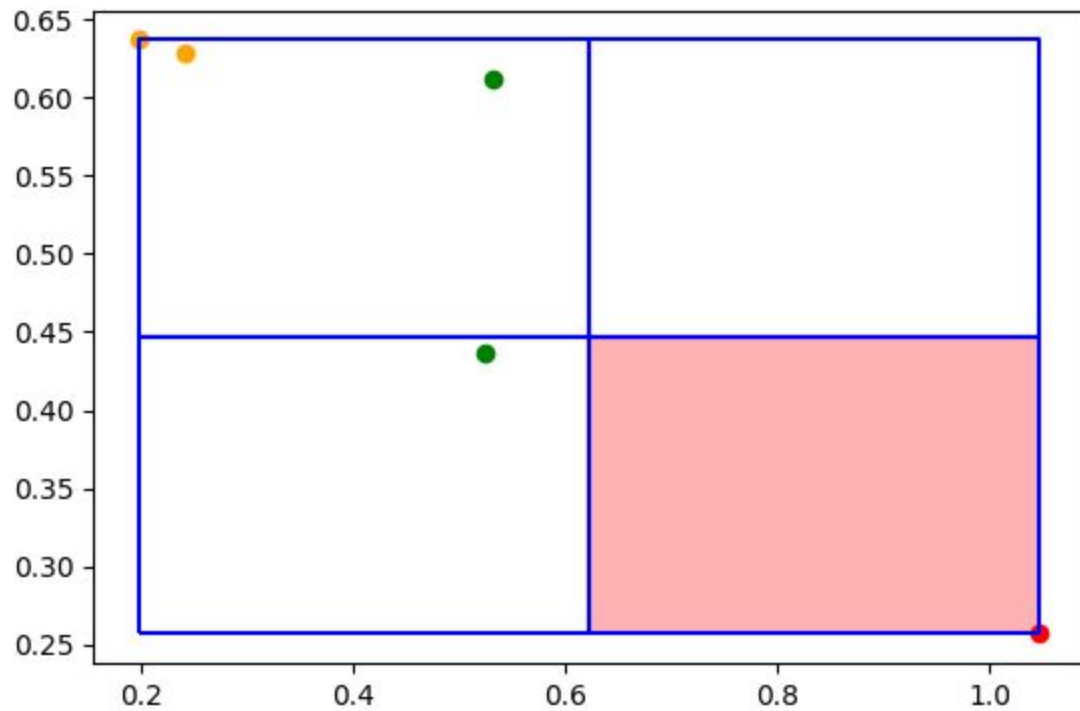
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



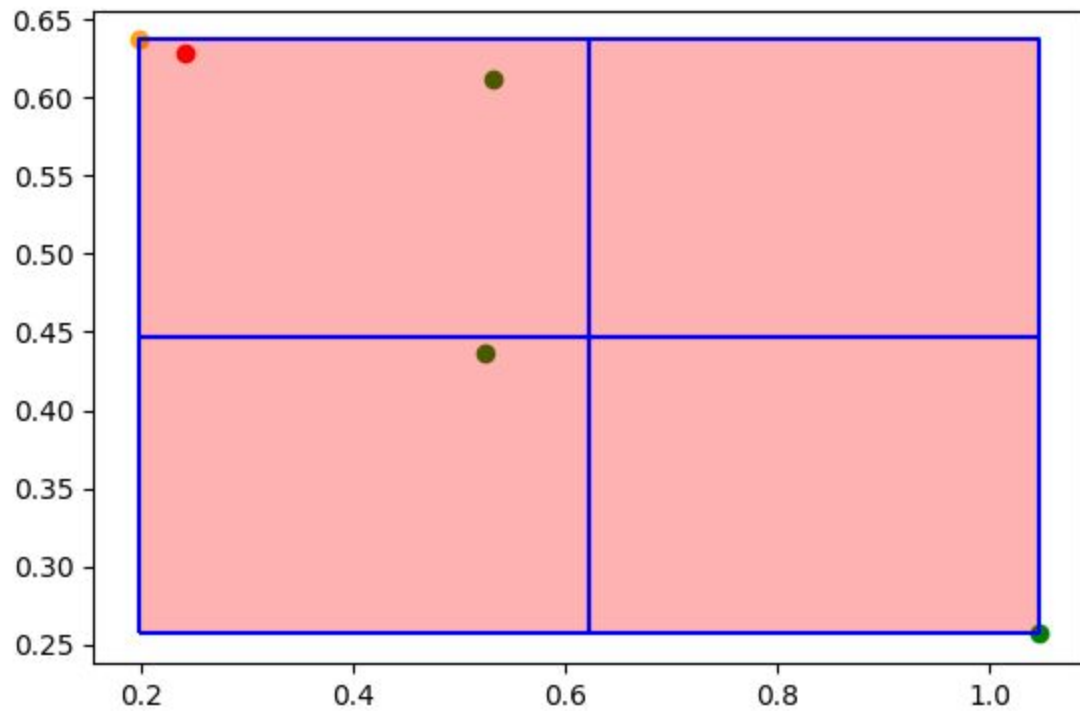
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



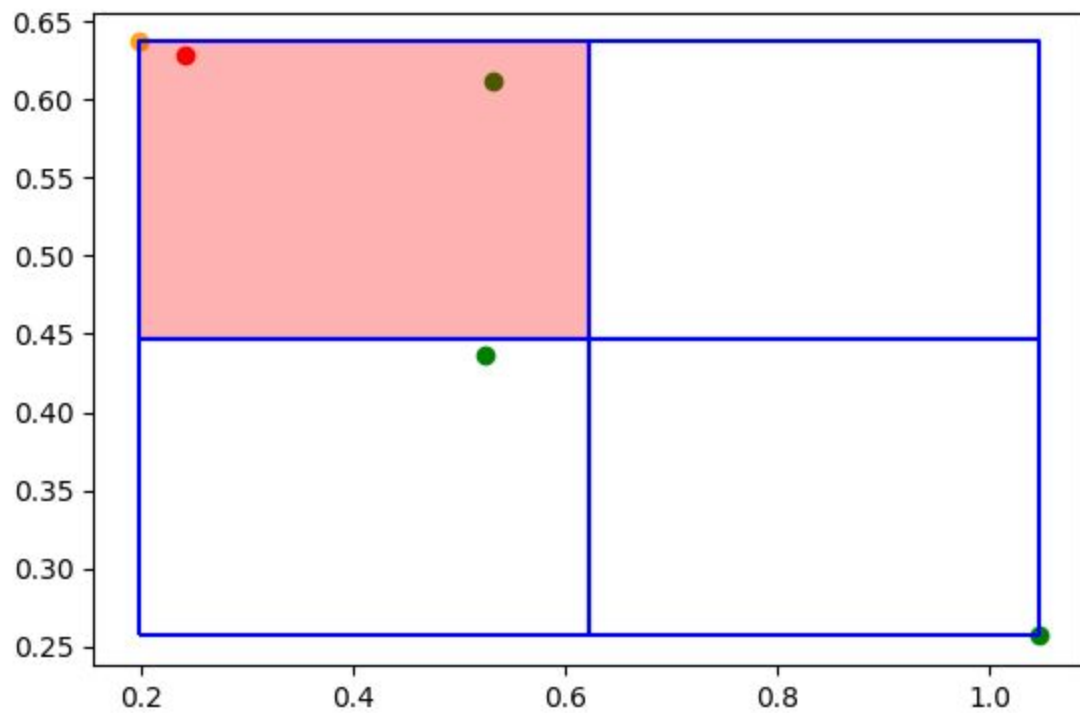
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



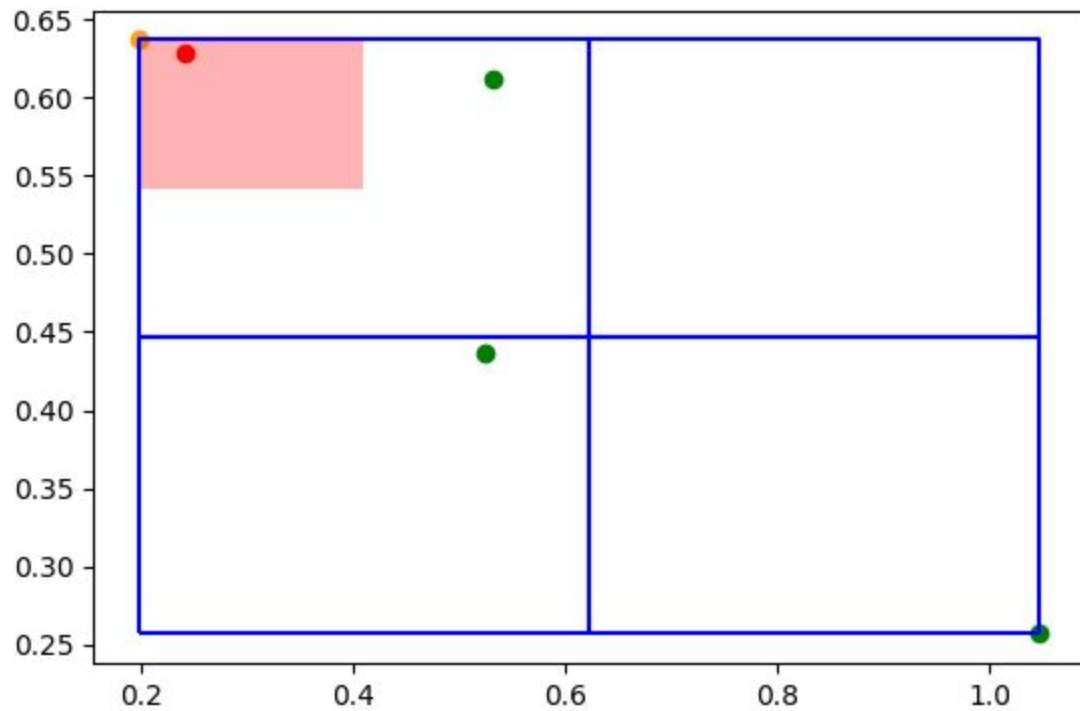
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



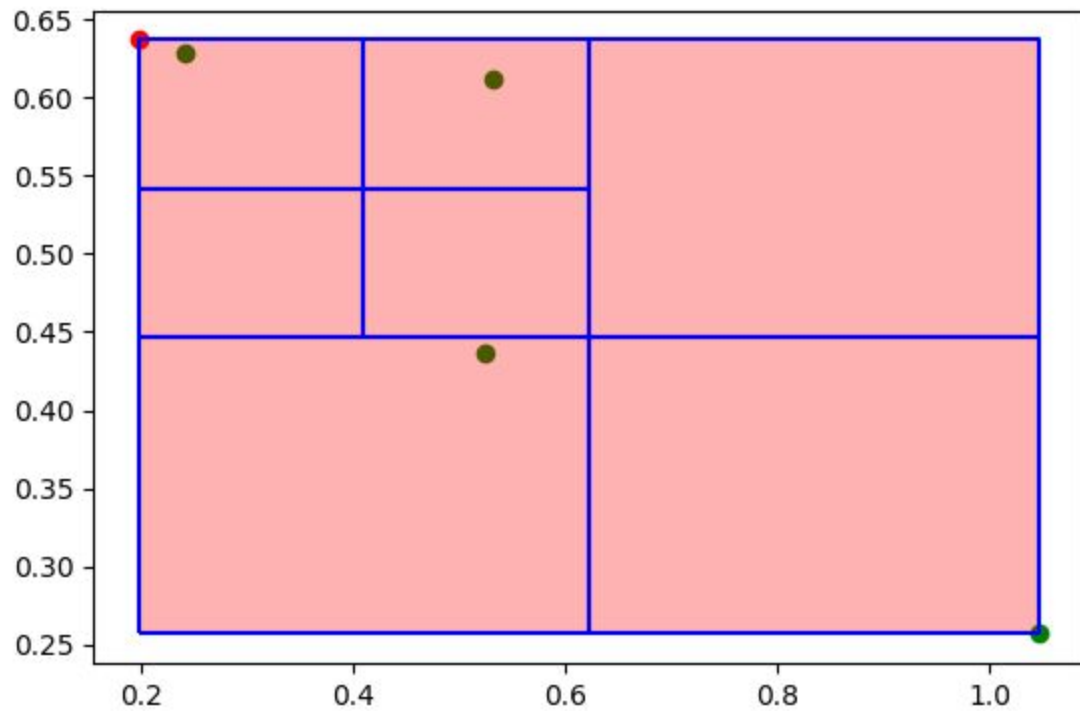
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



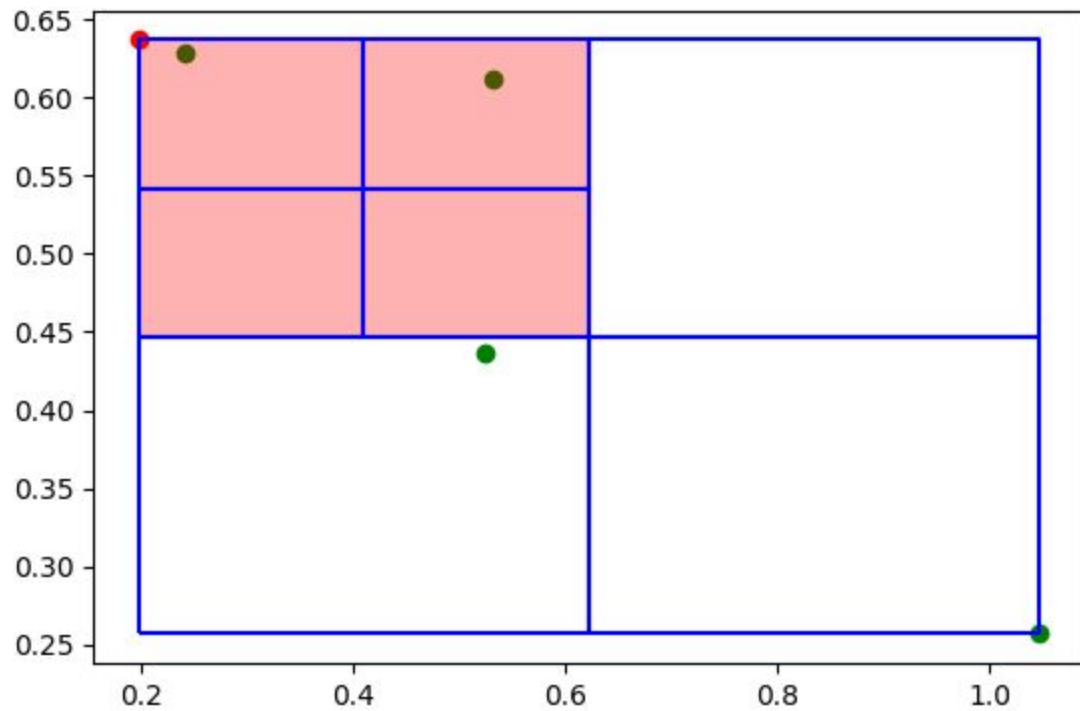
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



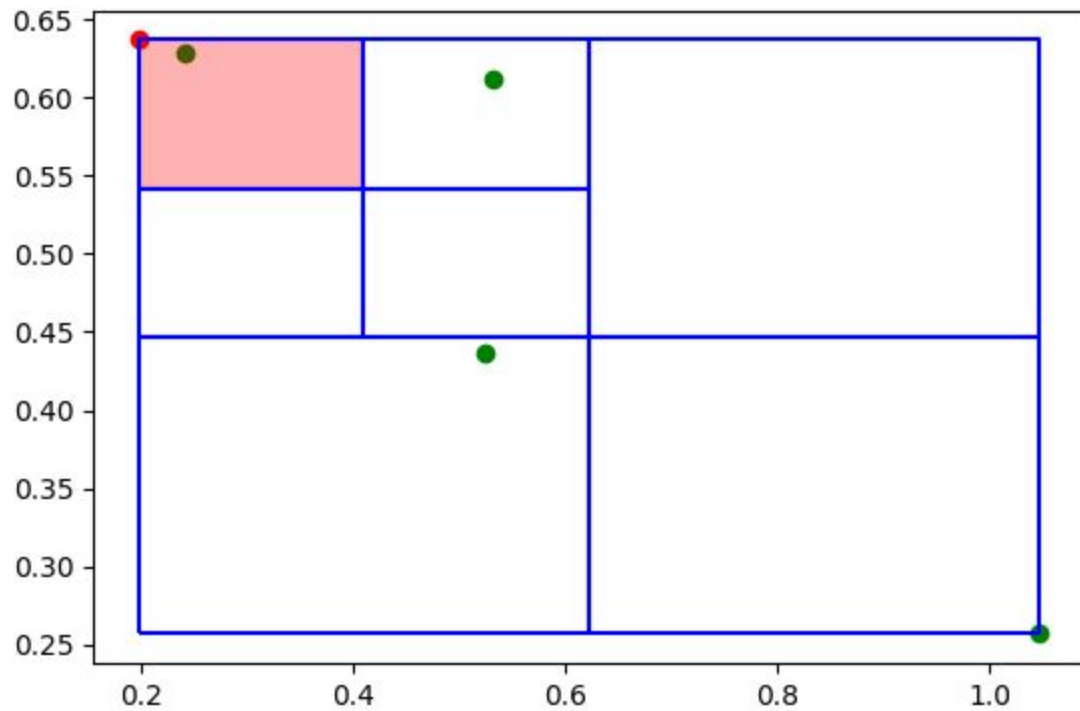
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

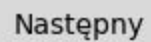
Poprzedni

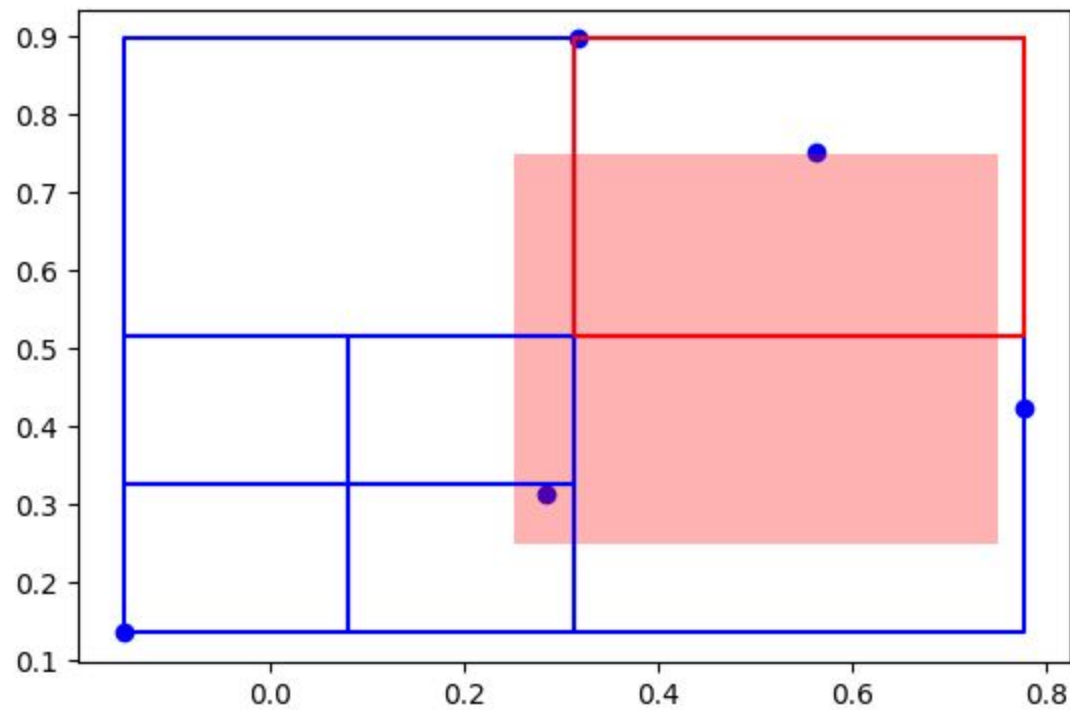
Następny

Przeszukiwanie struktury QuadTree

Szukanie punktów na obszarze zadanym przez skrajne punkty $(x1, y1)$ oraz $(x2, y2)$ wykonywane jest rekurencyjnie danym algorytmem:

1. Jeżeli obecne drzewo nie przecina się z przeszukiwanym obszarem - kończymy wywołanie rekurencyjne (odcinamy gałąź)
2. Jeżeli obecne drzewo przecina się z przeszukiwanym obszarem - przechodzimy po liście drzewa i szukamy punktów zawartych w obszarze (oraz dodajemy je do tablicy wynikowej). Po tej operacji do tablicy wynikowej dodajemy wyniki zapytania rekurencyjnego dla każdego z dzieci danego drzewa





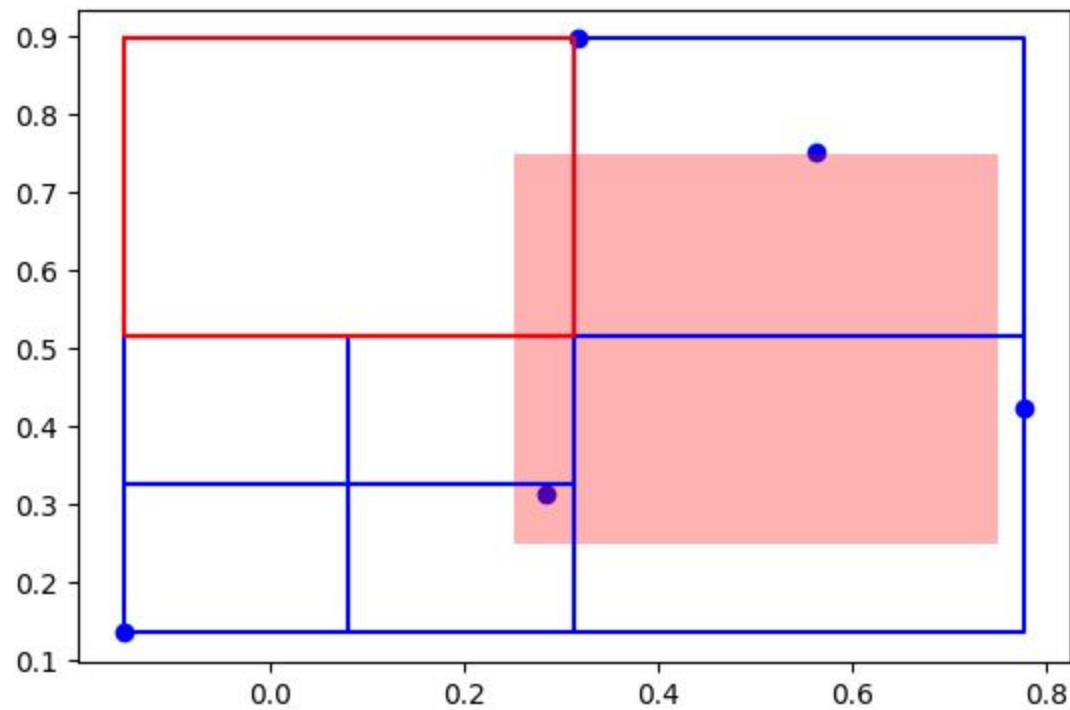
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



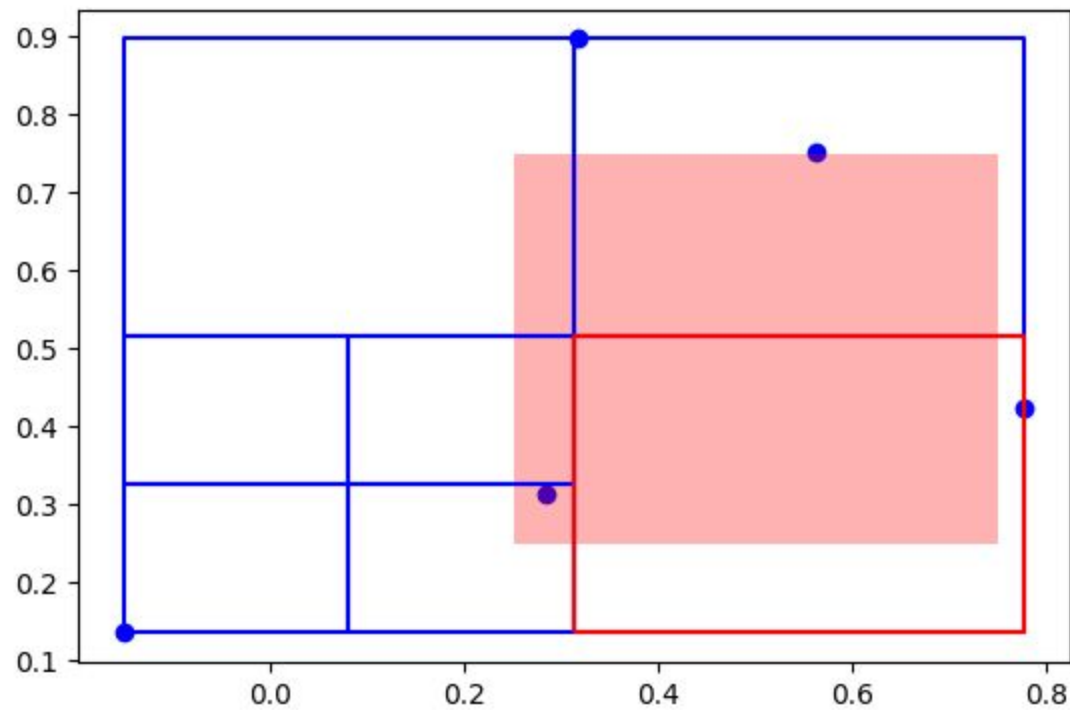
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



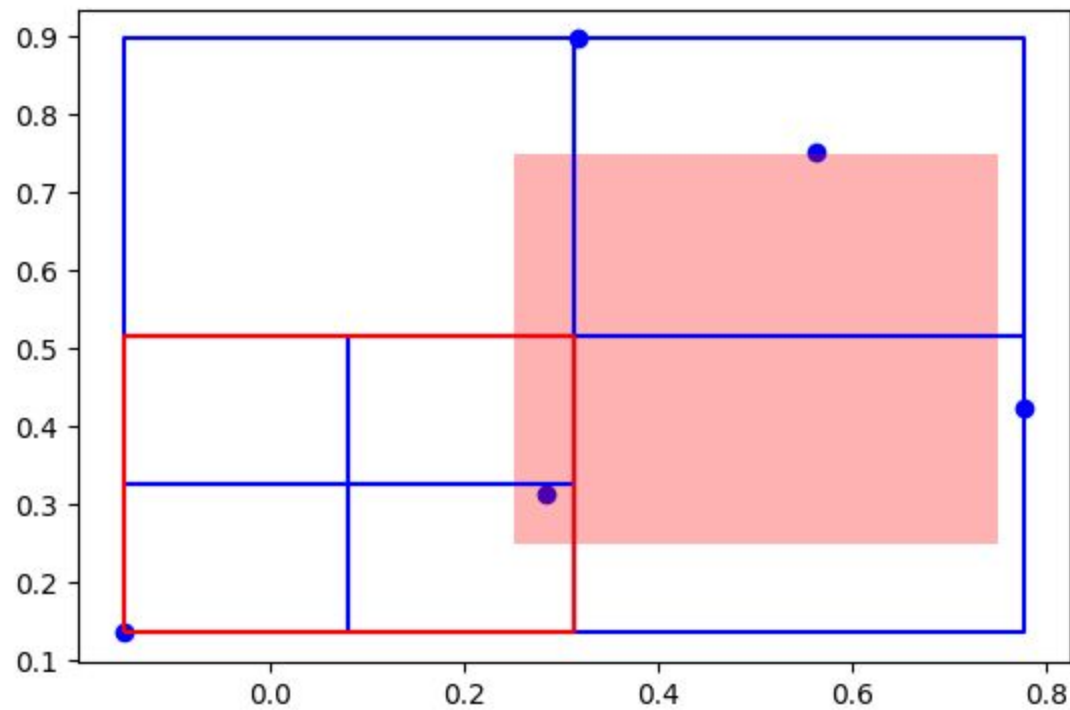
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



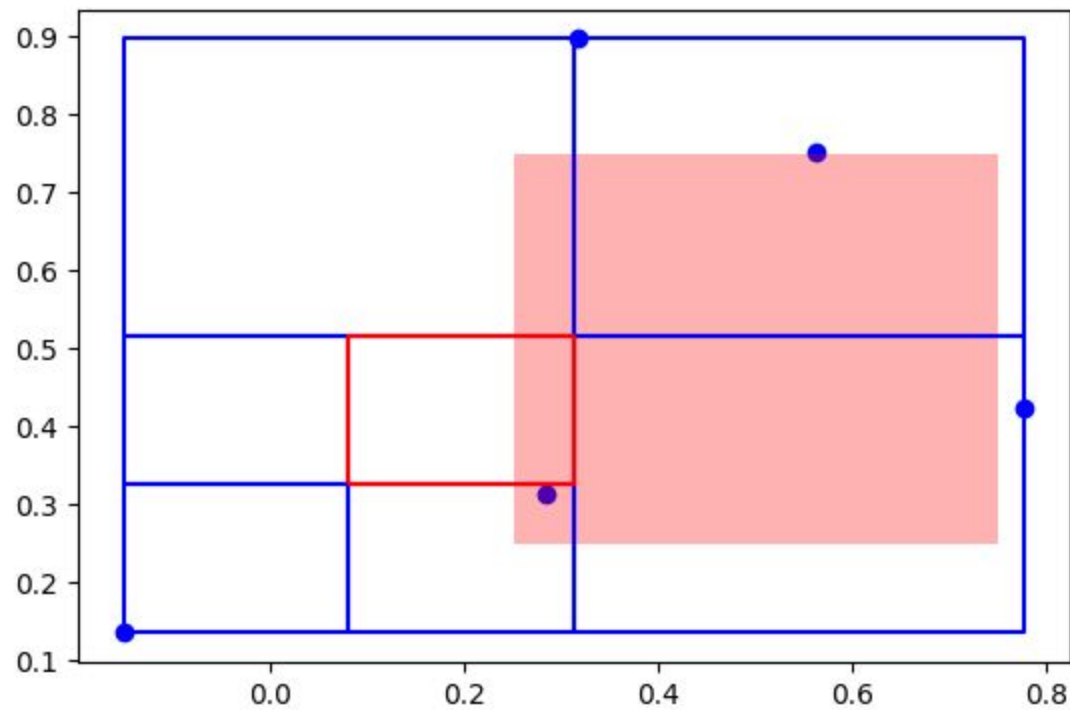
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



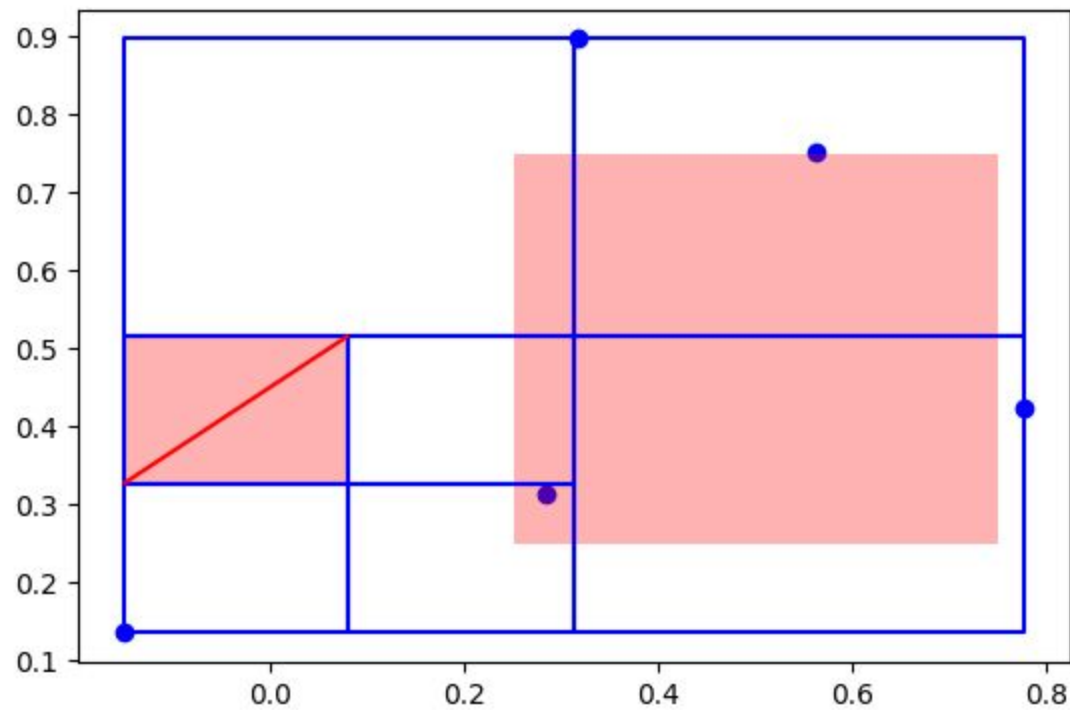
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



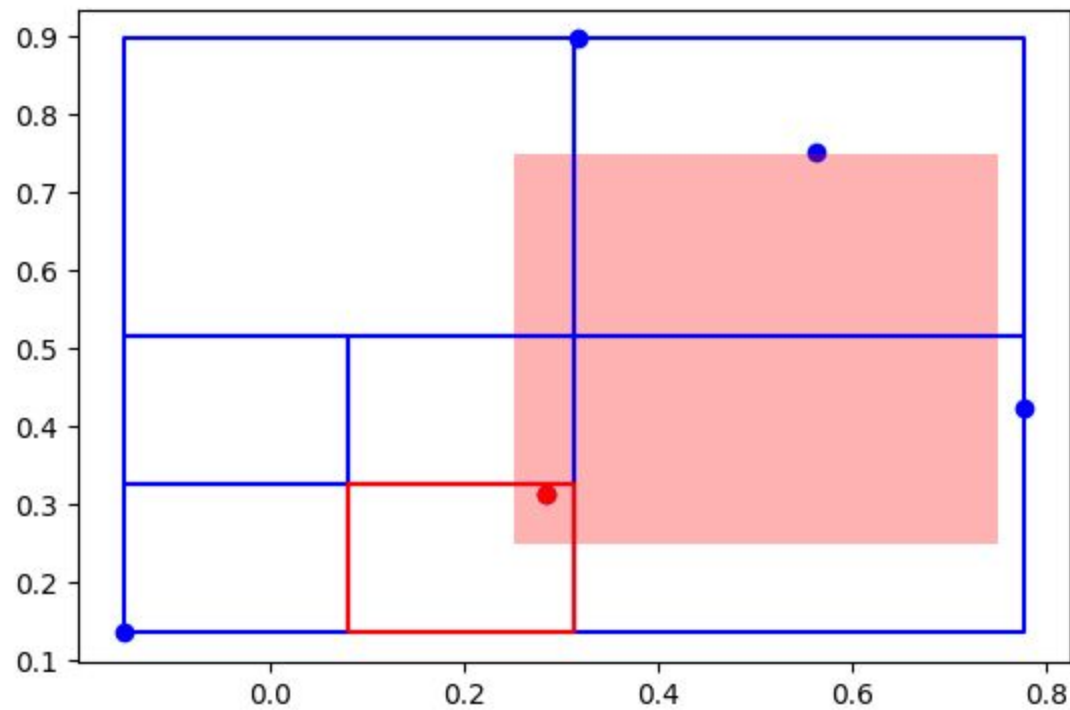
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



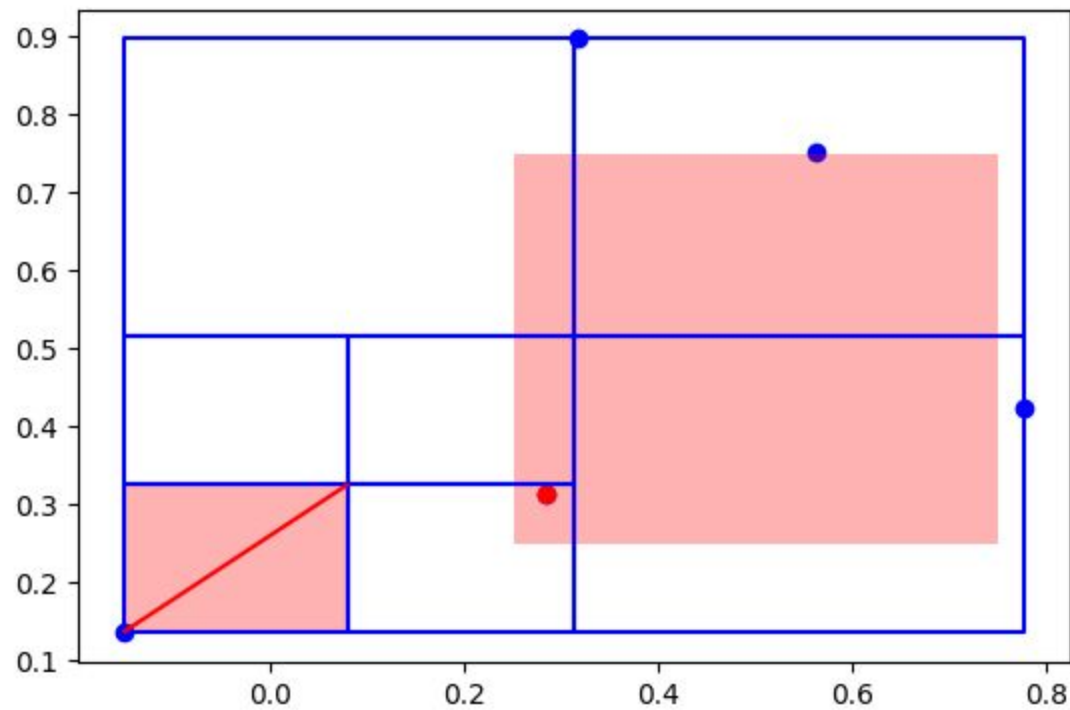
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



Dodaj figurę

Dodaj linię

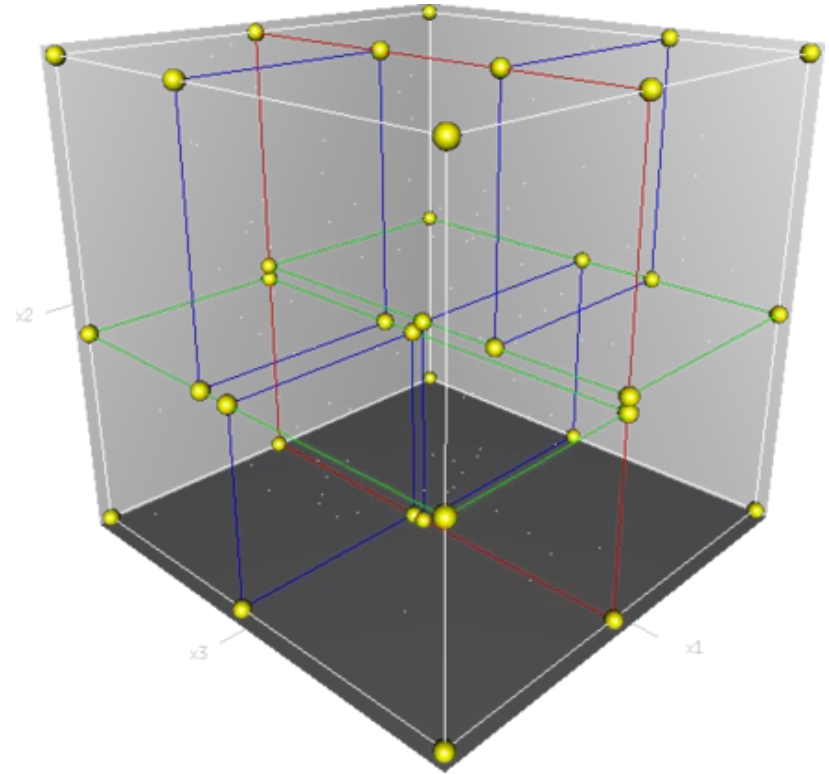
Dodaj punkt

Poprzedni

Następny

KDTree

Struktura danych będąca uogólnieniem drzewa przeszukiwań 1-wymiarowego. Jest to drzewo binarne w którym każdy wierzchołek jest punktem k -wymiarowym.



Budowanie KDTree

Inicjowanie drzewa polega na odpowiednim dzieleniu przestrzeni.

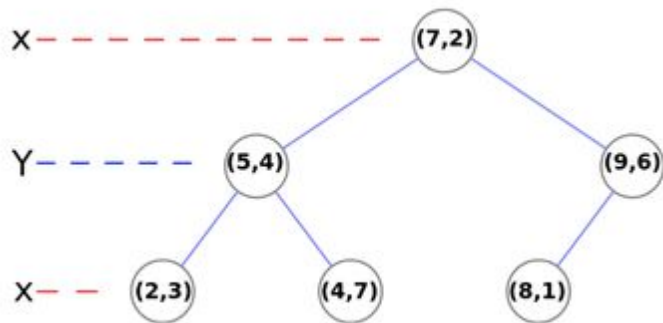
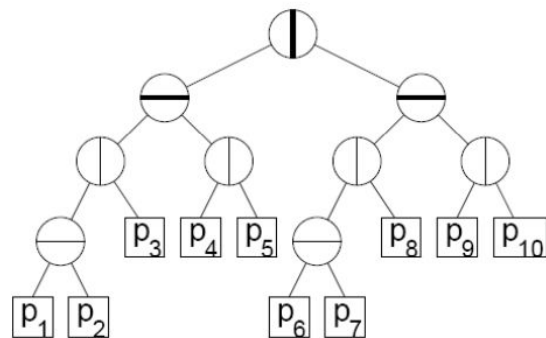
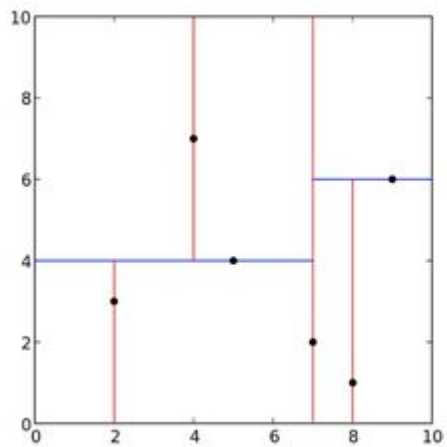
Dla wierzchołków nie będących liśćmi drzewa, punkt wyznacza hiperpłaszczyznę podziału przestrzeni.

Punkty o wymiarze podziału mniejszym niż ten dzielącego wierzchołka, dodawane są do lewego poddrzewa natomiast punkty o większym do prawego. Punkty należące do dzielącej hiperpłaszczyzny można dodawać do lewego lub prawego poddrzewa, lub dzielić je odpowiednio na poddrzewa w celu zrównoważenia struktury.

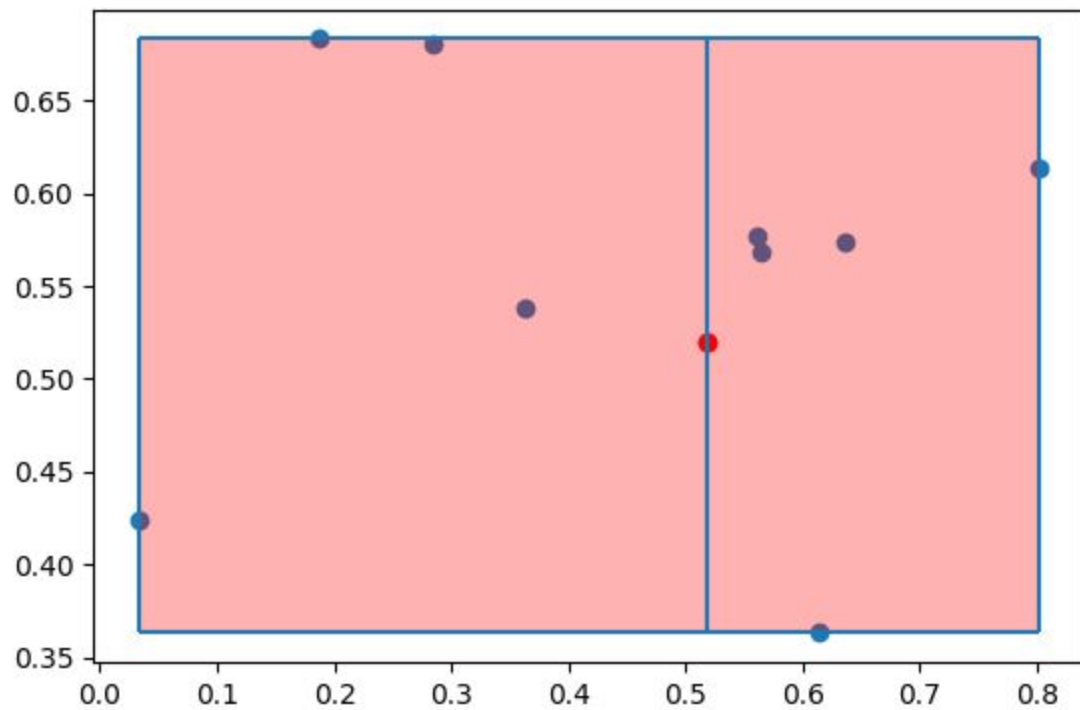
Istnieją różne warianty wyboru wymiaru dla podziału. Dobór odpowiedniego ma wpływ na wydajność drzewa KD w naszej implementacji:

Wybieramy kolejne wymiary (dla 2d, jeżeli ojciec wierzchołka dzielił przestrzeń względem wymiaru "x", wierzchołek będzie dzielił względem "y" a dziecko znów względem "x")

Punkt podziału wyznaczający hiperpłaszczyznę dobierany jako mediana punktów aktualnie rozpatrywanych względem wymiaru, którym będziemy dzielić przestrzeń.



Wizualizacja budowania struktury KD-Tree



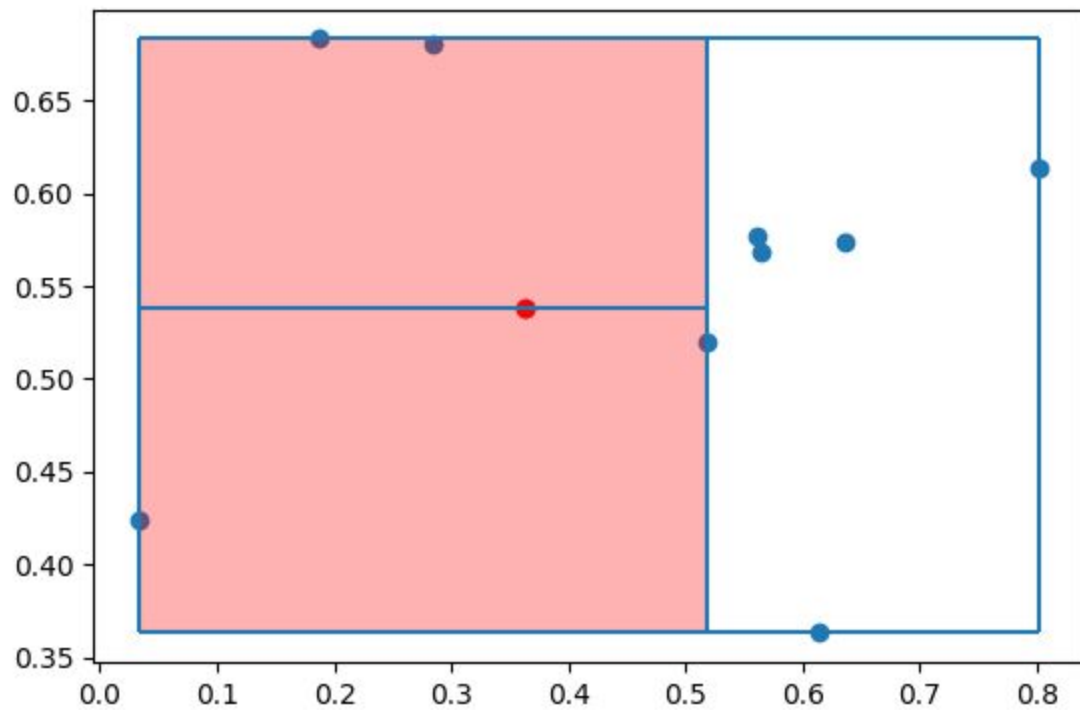
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



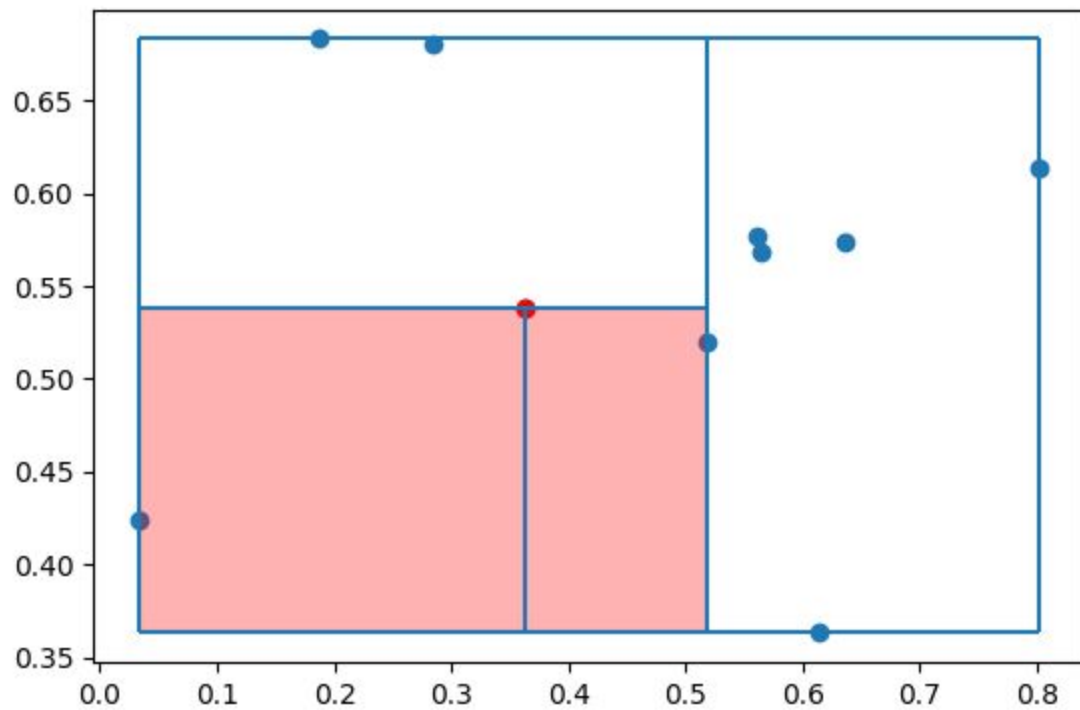
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



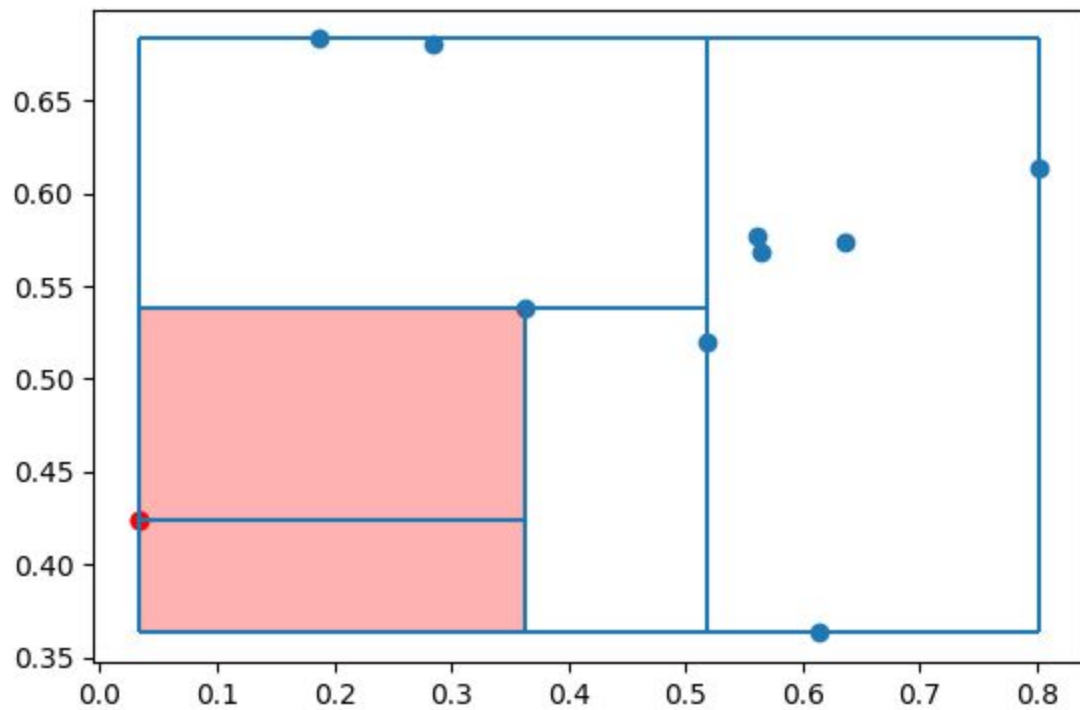
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



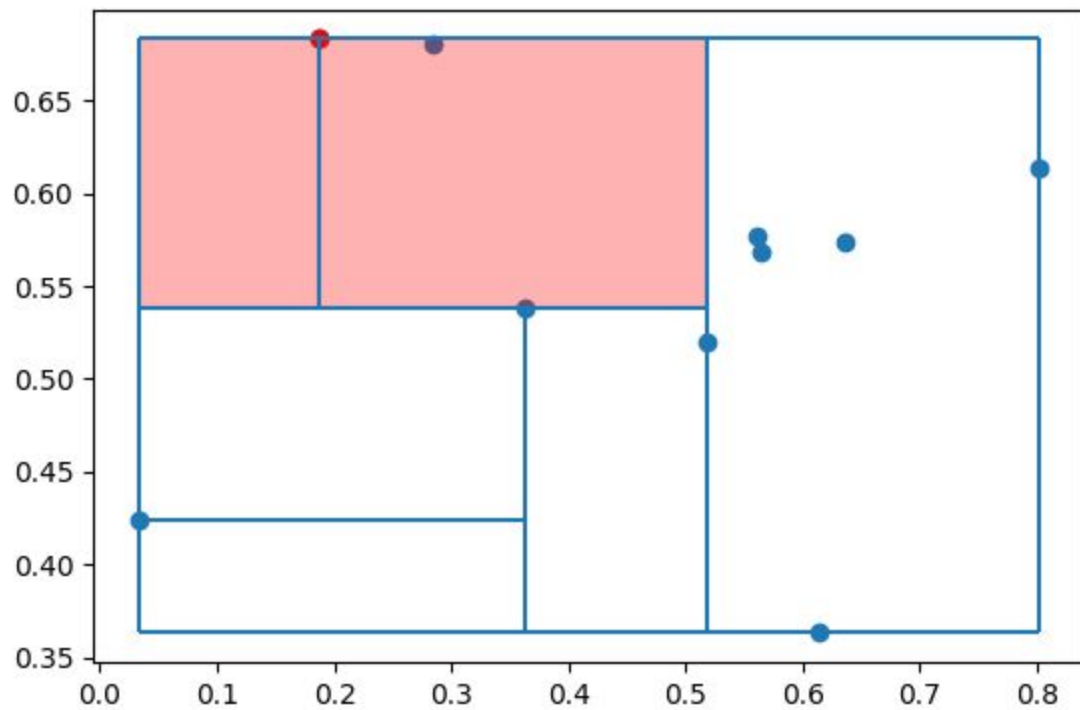
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



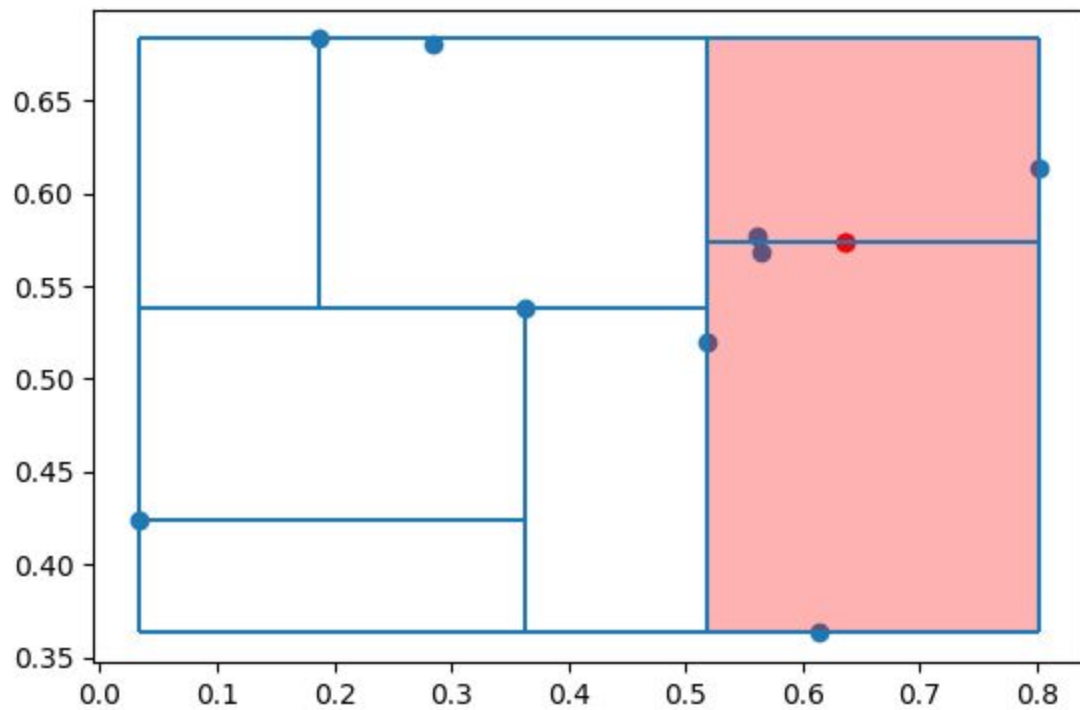
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



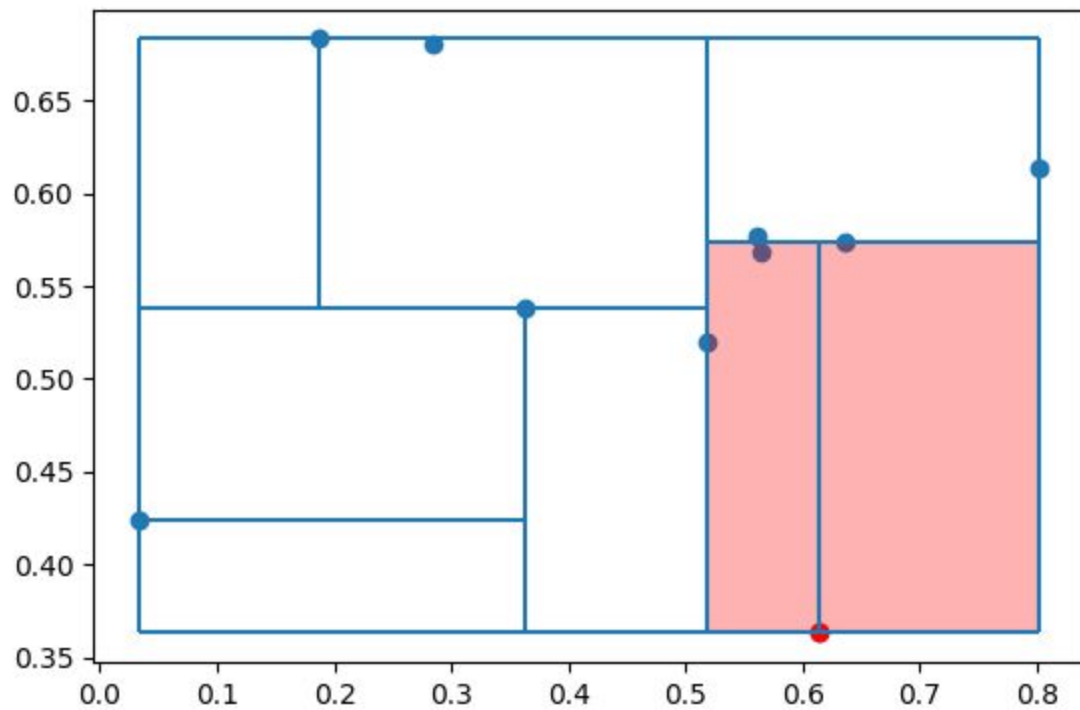
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



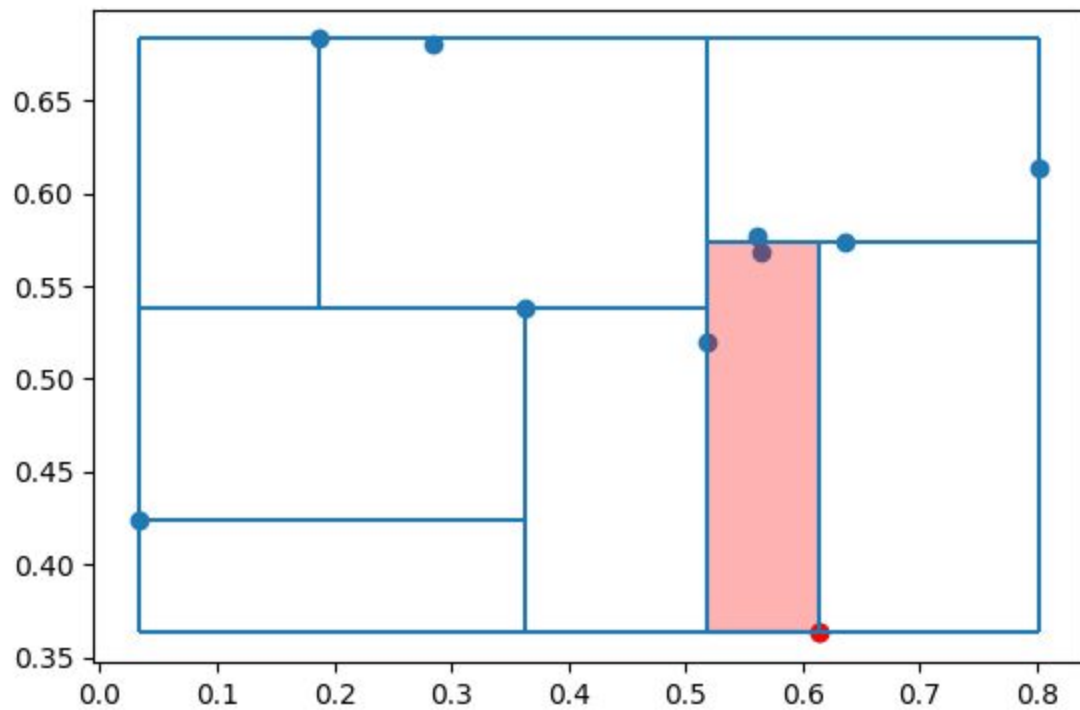
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



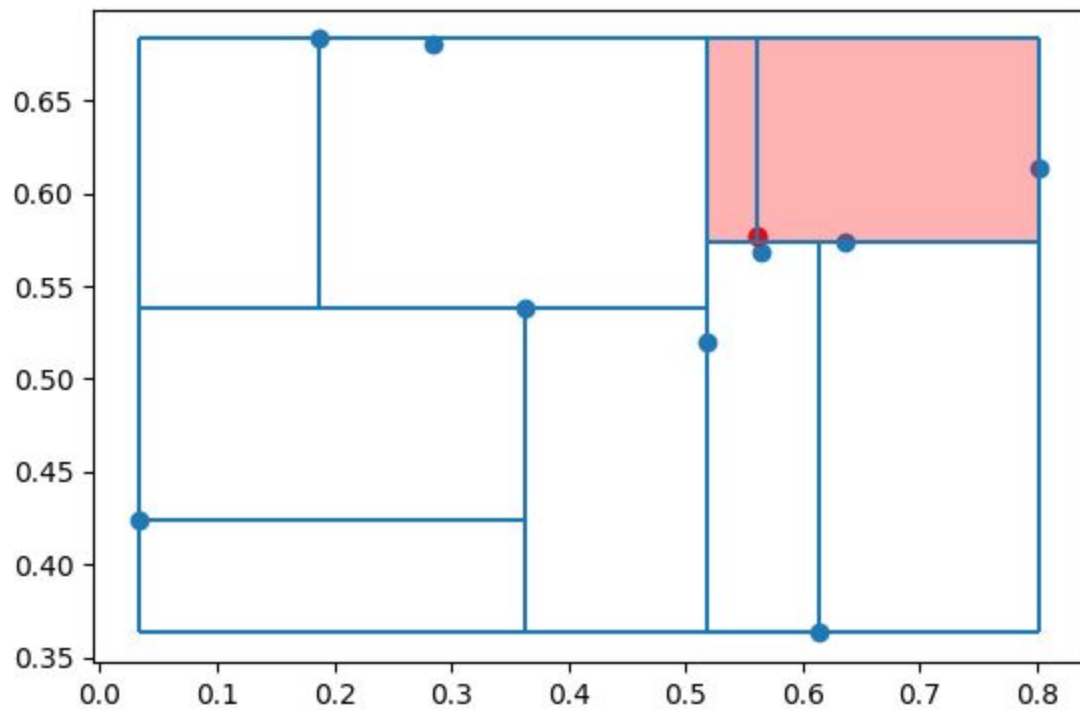
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

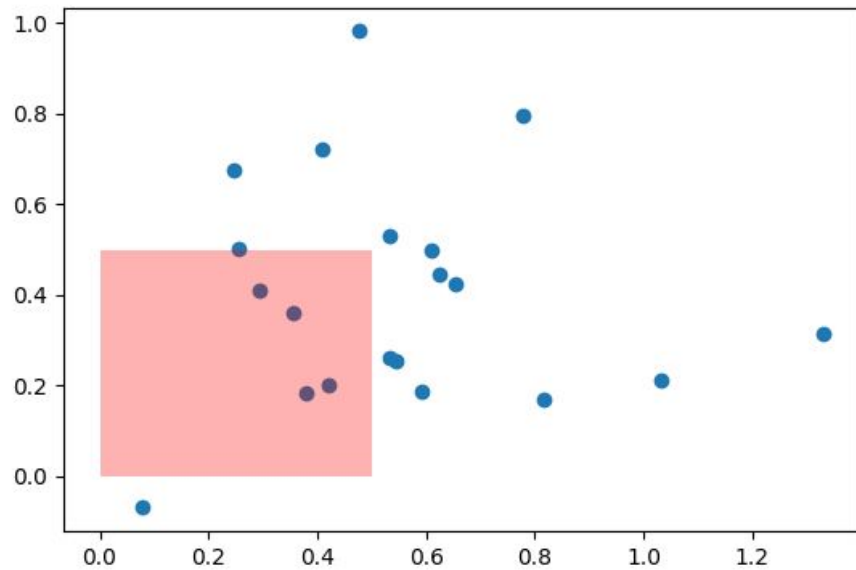
Następny

Wyszukiwanie punktów należących do zadanego obszary KDTree

Przy szukaniu punktów znajdujących się w zadanych obszarze trawersujemy drzewo zaczynając od korzenia w następujący sposób:

- Jeżeli rozpatrywany wierzchołek jest liściem do rozwiązania dodajemy punkt który reprezentuje.
- Jeżeli nie rozpatrujemy liścia sprawdzamy czy regiony które dzielą dzieci wierzchołka należą do szukanego obszaru
 - Jeżeli region dziecka należy do szukanego obszaru, do rozwiązania dodajmy wszystkie punkty będącymi liśćmi odpowiedniego poddrzewa.
 - Jeżeli region dziecka przecina się z szukanym obszarem przechodzimy do rozpatrywania wierzchołka dziecka.

Wizualizacja wyszukiwania



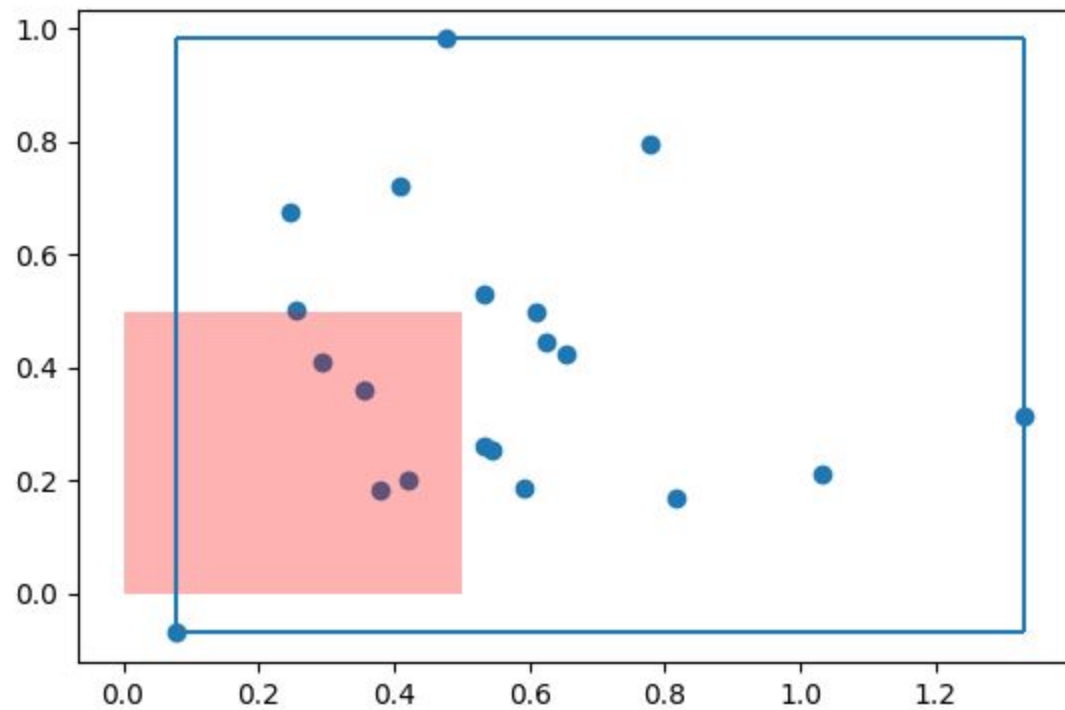
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



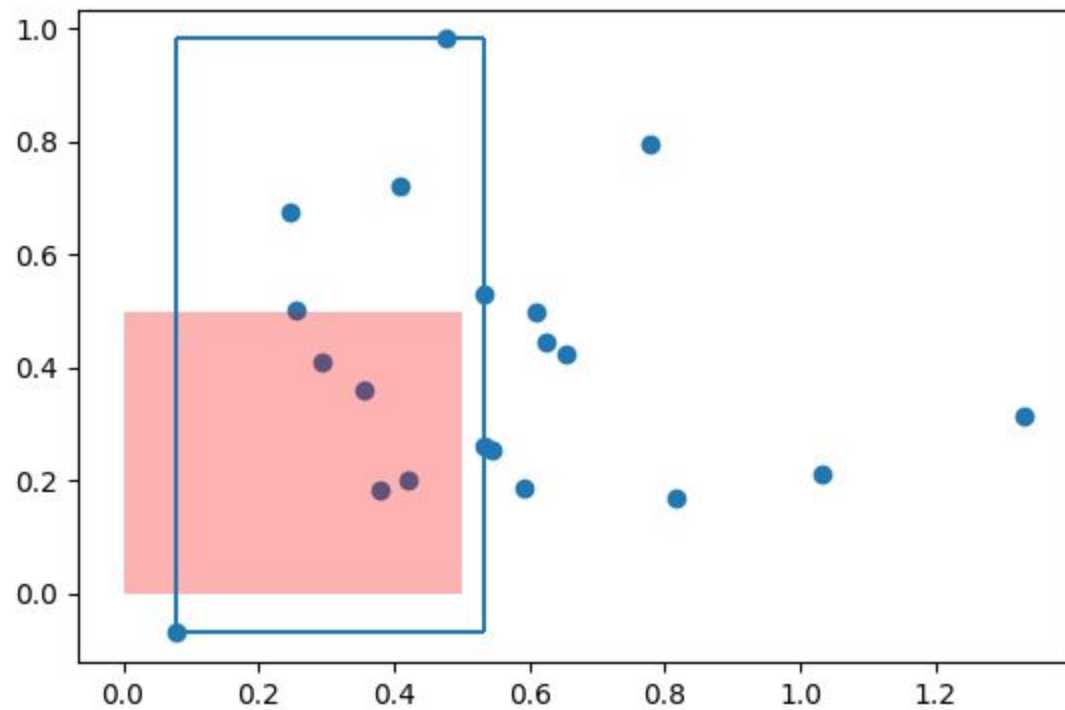
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



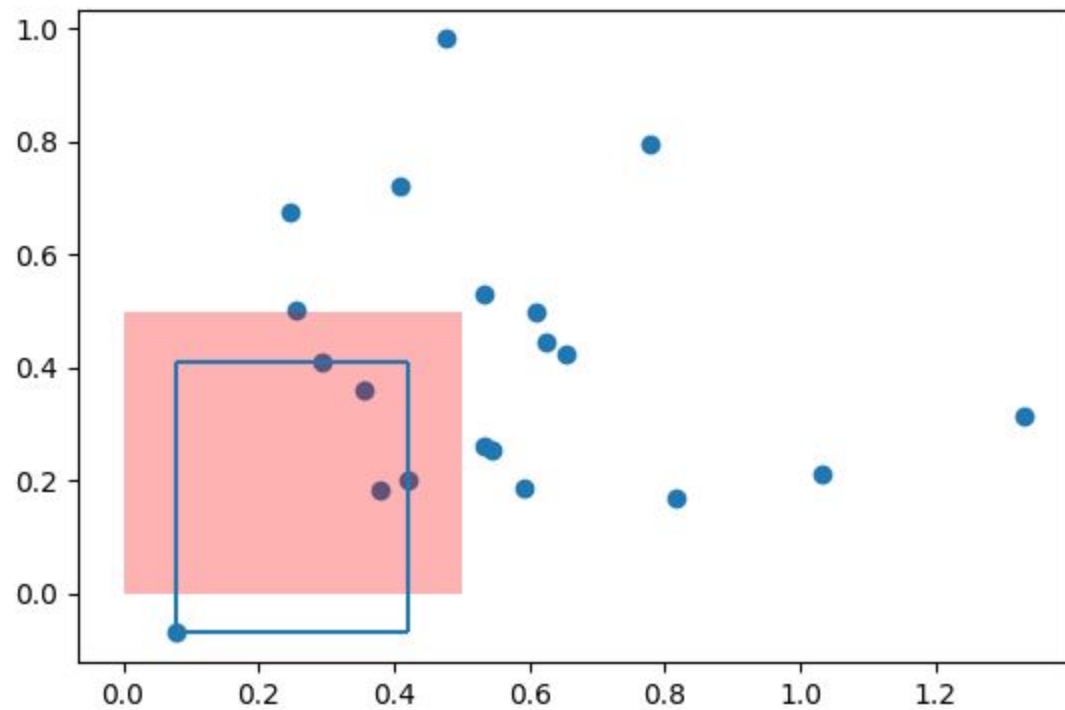
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



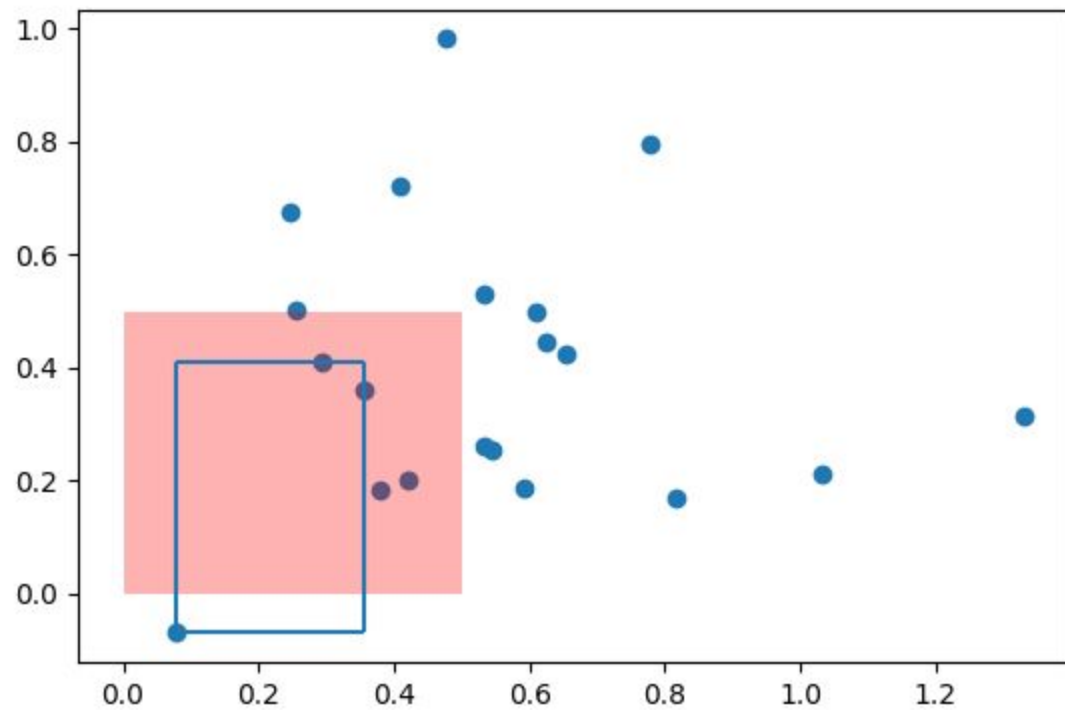
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



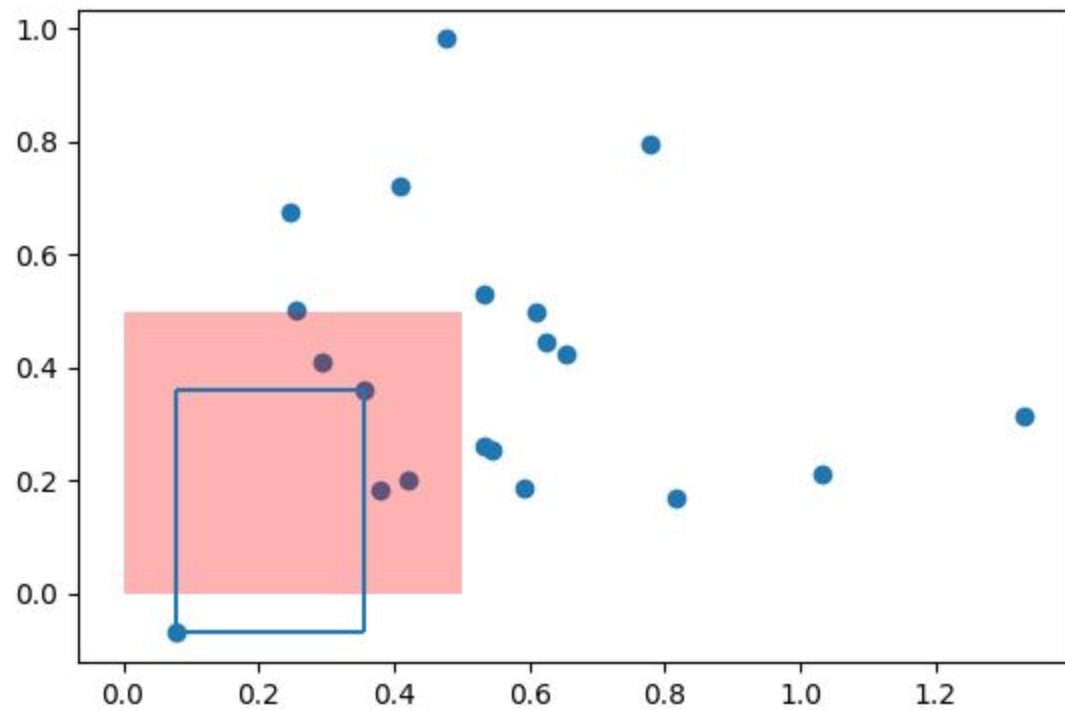
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



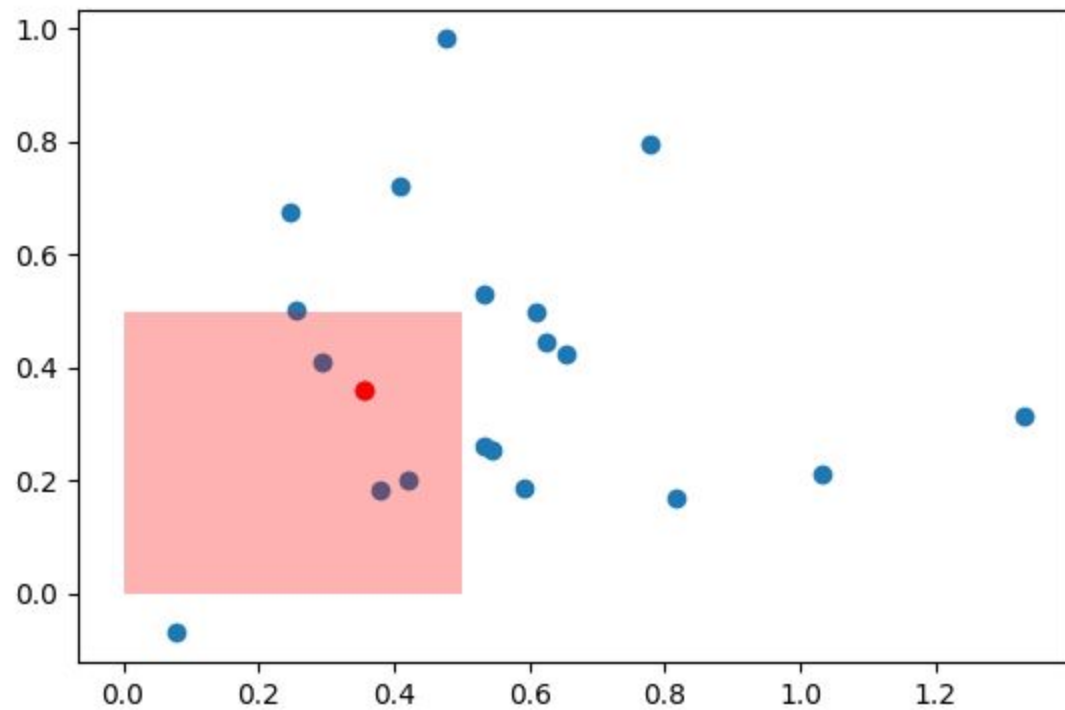
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



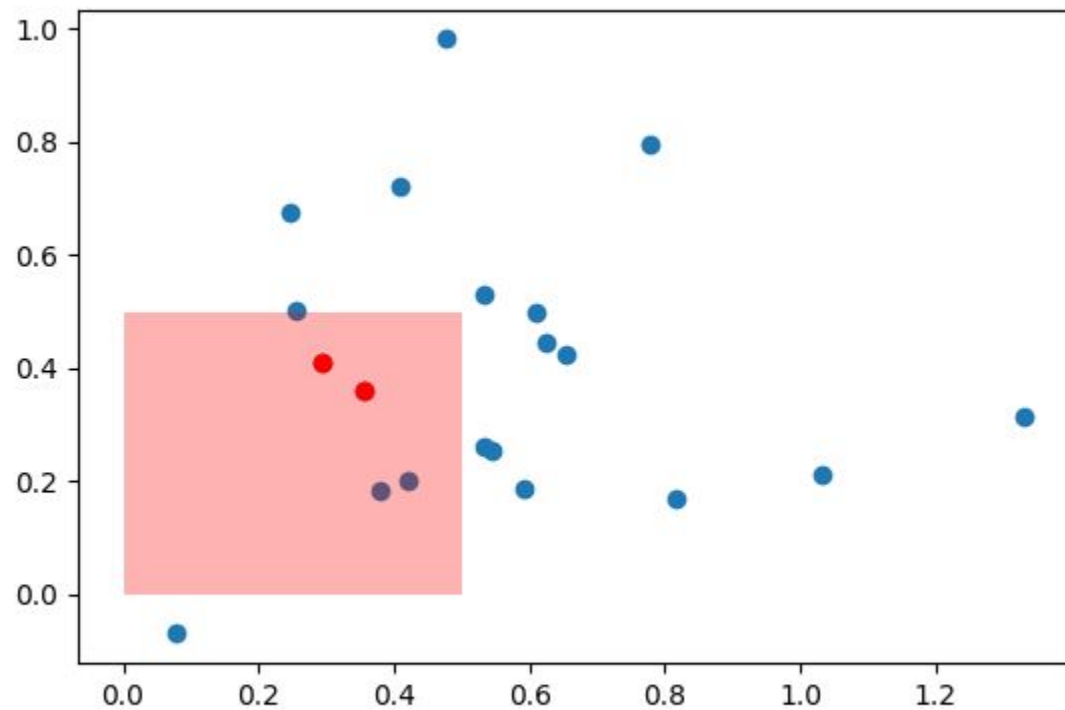
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



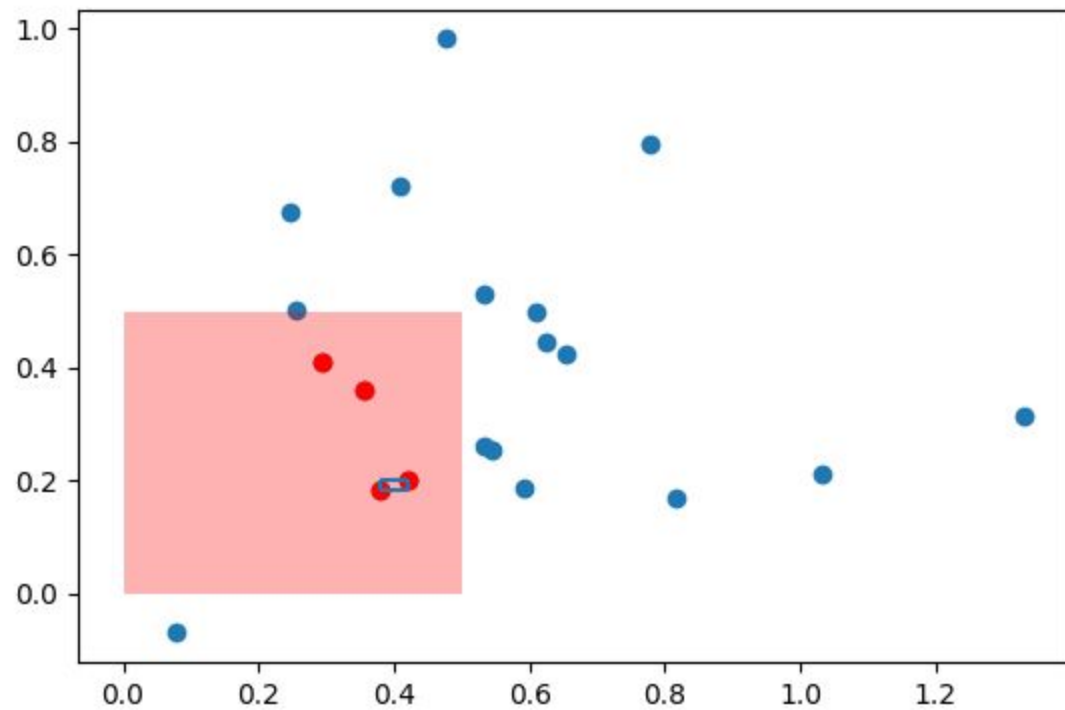
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



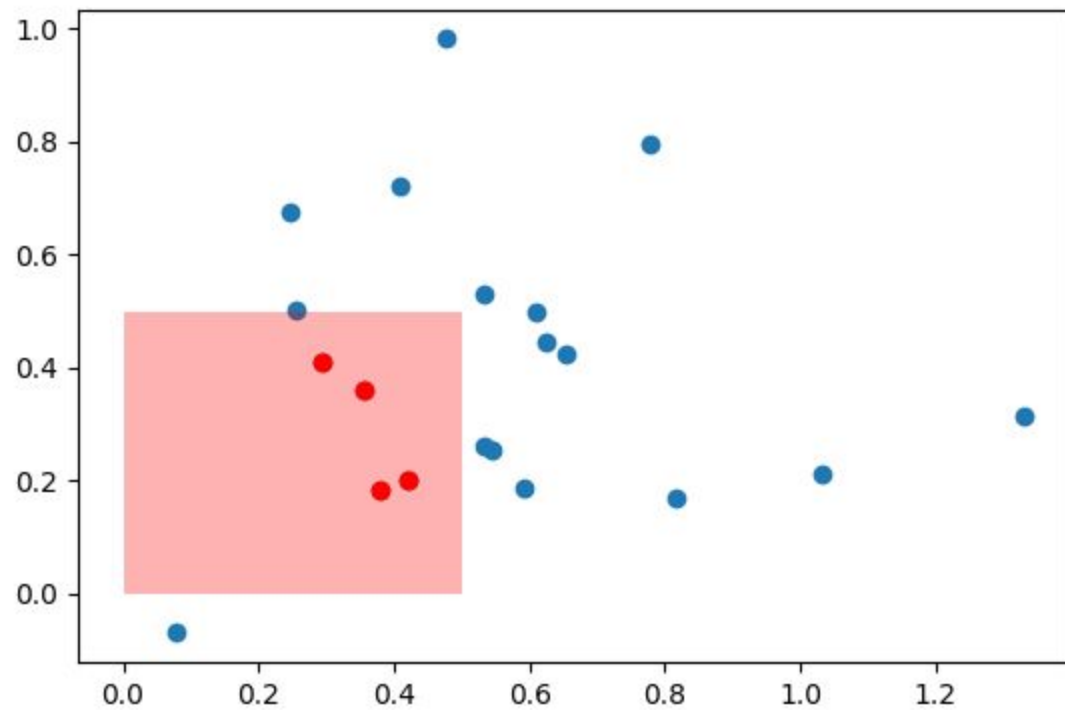
Dodaj figurę

Dodaj linię

Dodaj punkt

Poprzedni

Następny



Dodaj figurę

Dodaj linię

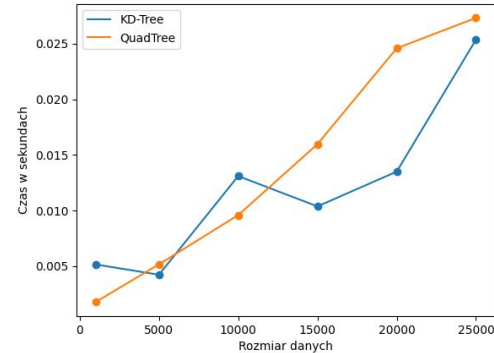
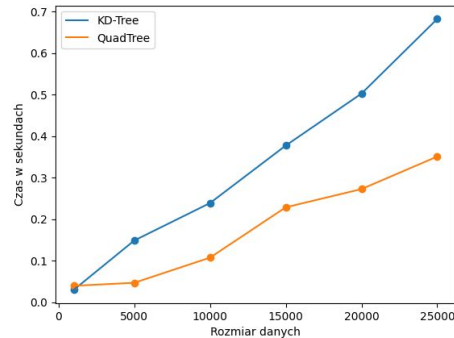
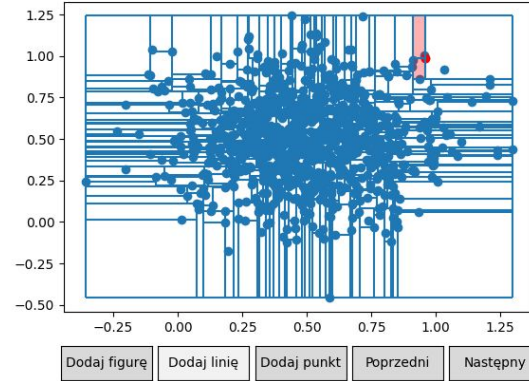
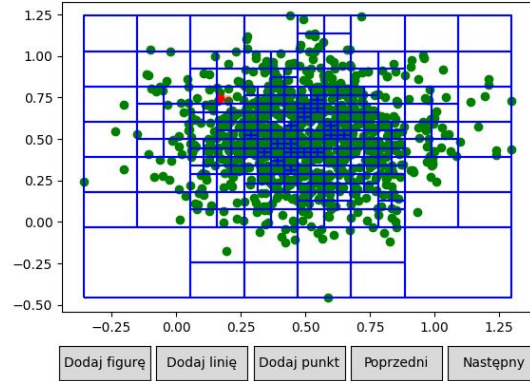
Dodaj punkt

Poprzedni

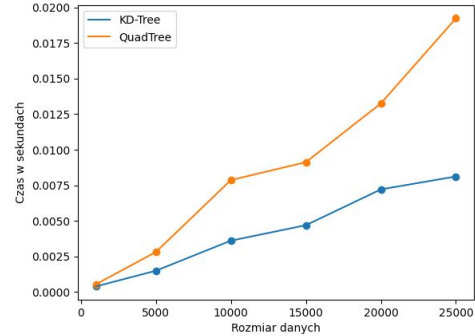
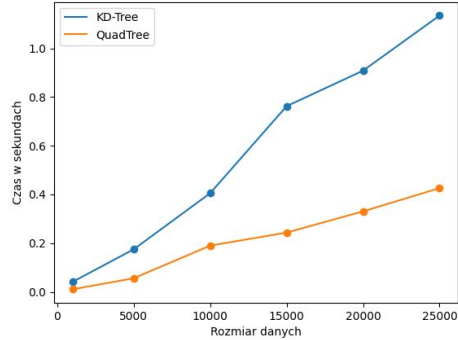
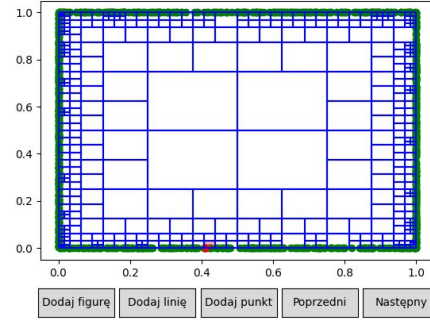
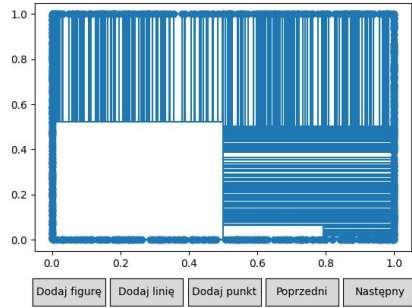
Następny

Porównywanie struktur

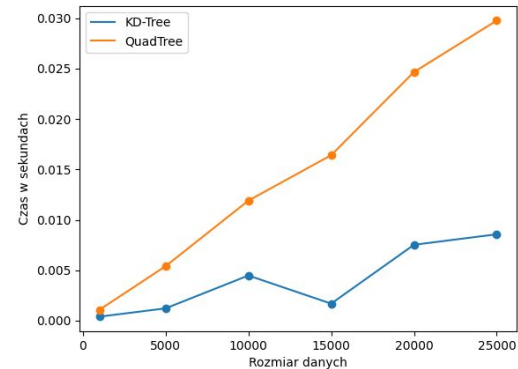
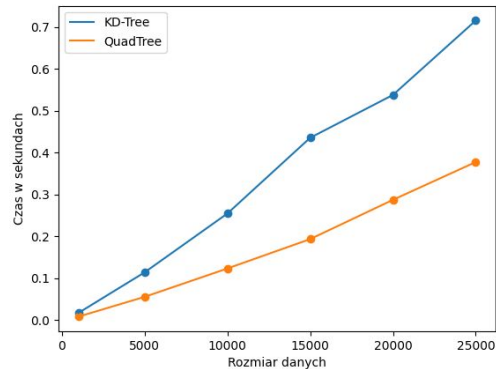
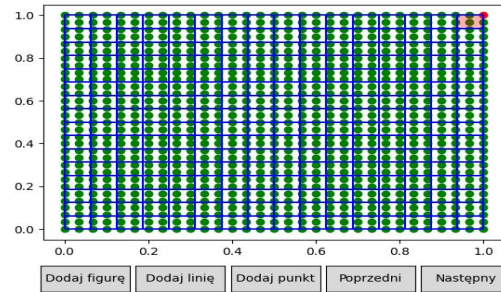
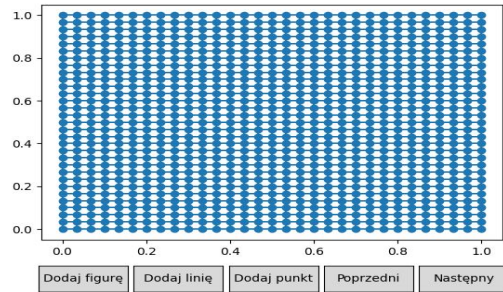
Rozkład normalny



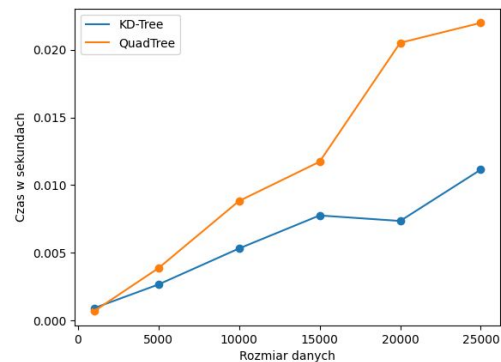
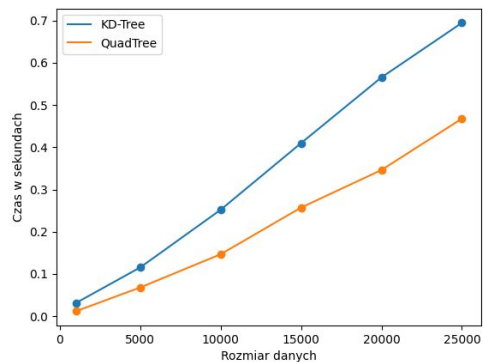
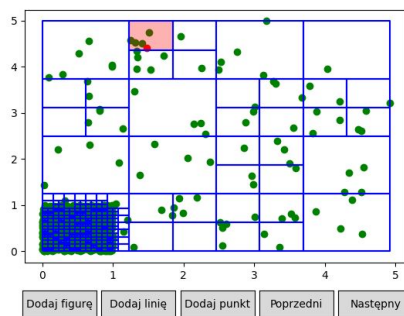
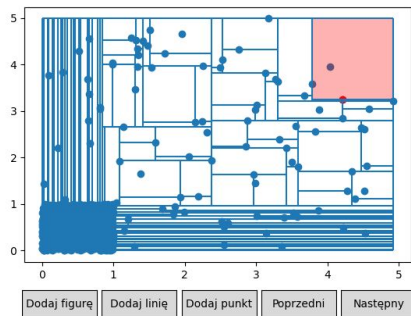
Punkty na brzegu prostokąta



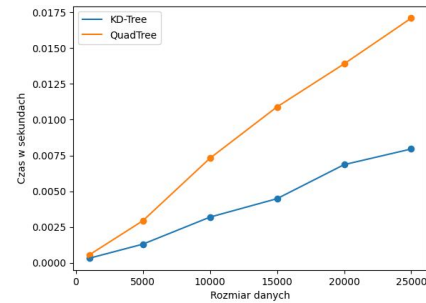
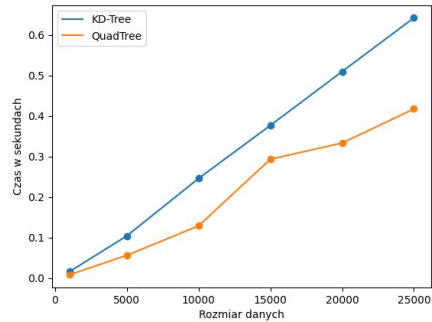
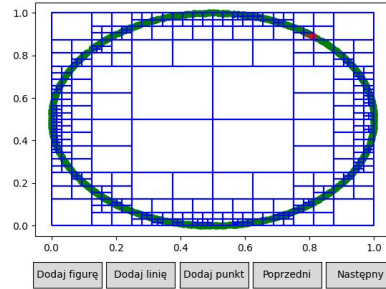
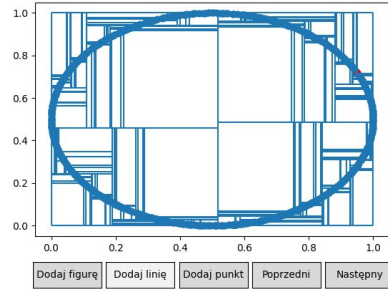
Zbiór punktów na siatce



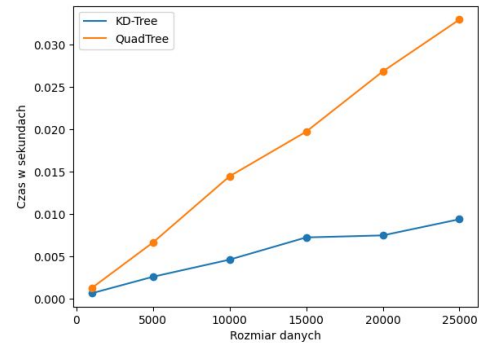
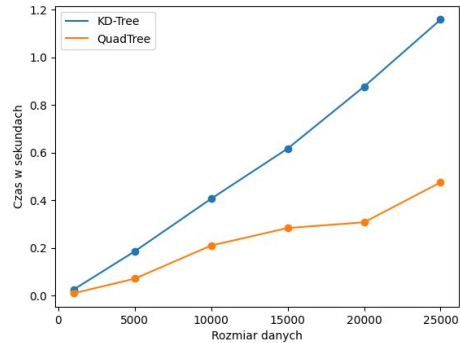
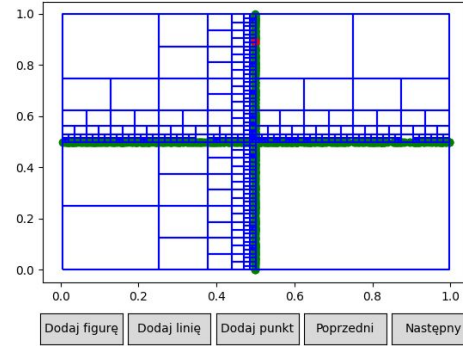
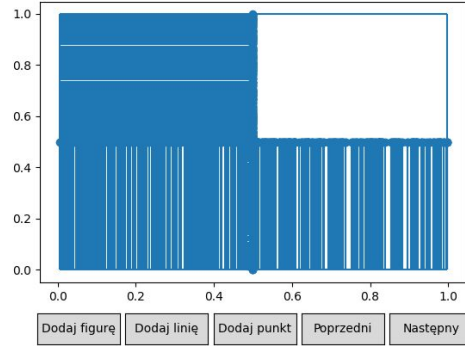
Wartości odstające



Zbiór punktów na okręgu



Zbiór punktów na krzyżu



Wnioski

- Z przeprowadzonych testów wynika, że obie struktury zostały zaimplementowane poprawnie
- Budowanie QuadTree zazwyczaj jest szybsze (w przypadku punktów na brzegu prostokąta jest znacznie szybsze)
- Wyszukiwanie danych jest zazwyczaj szybsze za pomocą KD-Tree
- Przeszukiwanie danych w QuadTree kiedy drzewo jest niezbalansowane zajmuje znacznie więcej czasu
- Budowanie KD-Tree zajmuje zazwyczaj znacznie więcej czasu ponieważ musimy posortować punkty po wszystkich współrzędnych.
- Z analizy poszczególnych wykresów wynika, że struktury osiągają oczekiwaną

Zastosowania QuadTree

- Szukanie które punkty znajdują się w zadany obszarze.
 - W szczególności sprawdzanie czy dany jeden punkt znajduje się w strukturze
- Zapisywanie danych o całym regionie poddrzewa (na przykład kolorów, informacji o głębokości)
 - W szczególności QuadTree może być używane do zapisywania skompresowanych obrazów.
- Znajdowania maksymalnego zbioru rozłącznego - największy zbiór nie nakładających się na siebie parami kształtów
 - W szczególności QuadTree może być używane do szybkiego znadywania kolizji między kształtami
- Cachowanie geolokalizacji

Zastosowania KDTree

- Wyszukiwanie punktów w danym obszarze.
- Szukanie najbliższych sąsiadów.
- Zapytania w bazach danych z wielowymiarowymi kluczami.
- Problem n-ciał
- Kompresja

Wojciech Łoboda & Krzysztof Pęczek