

Dokumentacja projektu

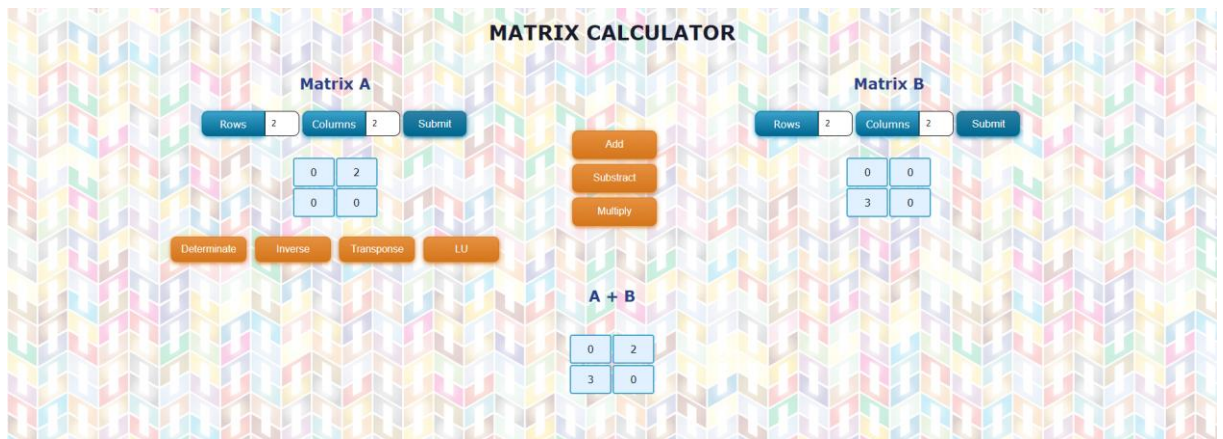
Kalkulator Macierzy

w ramach zajęć 'Techniki Internetowe'

Jan Wbjudylak, 09.01.2022

1. Opis projektu oraz założenia początkowe

W ramach projektu stworzona została strona 'Matrix Calculator', udostępniająca funkcjonalności umożliwiające stworzenie macierzy o dowolnych wymiarach oraz wykonanie na nich podstawowych operacji matematycznych. Operacje można wykonywać zarówno na jednej jak i dwóch macierzach. Tło strony stanowi grafika wektorowa svg.



Rys 1. Główny widok strony

2. Założenia wstępne

Pierwszym i podstawowym założeniem było stworzenie strony pozwalającej wykonywać obliczenia matematyczne przy użyciu przyjaznego i prostego interfejsu graficznego zrealizowanego z wykorzystaniem technologii HTML, CSS i JavaScript.

Kolejnym założeniem było wykorzystanie poznanych metod i algorytmów do działań na macierzach w ramach przedmiotu „Metody Numeryczne”, tj. dodawanie, odejmowanie, mnożenie, obliczenie wyznacznika, macierzy odwrotnej, transponowanej oraz macierzy L i U.

3. Interfejs

3.1. Specyfikacja danych wejściowych

Użytkownik może ustalić wymiary macierzy, domyślne wartości to 2x2. Wpisana wartość jest walidowana pod kątem tego, czy jest liczbą i czy jest większa od 1. Wartości mogą być wpisywane ręcznie, a po naciśnięciu przycisku Enter lub kliknięciu na przycisk 'Submit' rozmiar macierzy się zmienia. Liczbę wierszy i kolumn, można również zmieniać strzałkami dostępnymi w polu input. Automatycznie przy każdej takiej zmianie aktualizowana jest wyświetlana macierz.

Użytkownik wypełnia również elementy macierzy. Dozwolone jest tylko wpisanie liczby – nie jest możliwe wpisanie żadnego innego znaku. Użytkownik nie musi wypełniać każdej komórki – jeśli zostanie ona pusta, to automatycznie do obliczeń zostanie wypełniona zerem. Jeśli użytkownik chce zmienić liczbę w macierzy, wystarczy, że kliknie na dany element i wpisze liczbę (poprzednia wartość się kasuje).

3.2. Opis oczekiwanych danych wyjściowych

Macierz wynikowa wyświetla się pod macierzami składowymi z nagłówkiem zawierającym nazwę operacji, która została wykonana. W przypadku obliczania wyznacznika wyświetla się tylko sama liczba jako wynik.

Wyniki są wyświetlane jako liczby dziesiętne, zaokrąglone do 3 miejsc po przecinku.

3.3. Skalowalność

Wraz ze zmianą rozmiaru okna, elementy umieszczone na stronie przemieszczają się zachowując spójność i przejrzystość interfejsu. Przy zmianie rozmiaru macierzy wejściowej (zmiana ilości kolumn) rozmiar komórek również podlega skalowaniu.

4. Opis algorytmów

Dodawanie i odejmowanie – macierze muszą być tych samych rozmiarów, dodajemy/odejmujemy elementy z dwóch macierzy o tych samych indeksach

Mnożenie – można je wykonać tylko wtedy, gdy pierwsza macierz ma tyle samo kolumn, ile druga wierszy (mnożenie nie jest przemienne). Ogólny wzór na mnożenie macierzy $A = [a_{ij}]_{n \times p}$ i $B = [b_{ij}]_{p \times m}$ zapisujemy jako:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj} = \sum_{k=1 \dots p} a_{ik}b_{kj}$$

Gdzie macierz wynikowa to macierz $C = [c_{ij}]_{n \times m}$

Rozkład LU – rozkład macierzy wejściowej na dwie macierze takie, że $A = L * U$ i macierz U to macierz górnotrójkątna, a macierz L to macierz dolnotrójkątna z 1 na diagonalu. Do rozkładu wykorzystujemy metodę Gaussa.

Wyznacznik – korzystając z metody LU łatwo można wyliczyć wyznacznik macierzy korzystając z twierdzenia Cauchy'ego:

$$\text{Det}(A) = \text{det}(L * U) = \text{det}(L) * \text{det}(U)$$

Oraz z faktu, że wyznacznik macierzy trójkątnej jest iloczynem elementów na przekątnej

$$\begin{aligned}\text{det}(L) &= l_{11} * l_{22} * \dots * l_{nn} = 1 * 1 * \dots * 1 = 1 \\ \text{det}(U) &= u_{11} * u_{22} * \dots * u_{nn}\end{aligned}$$

Macierz odwrotna – korzystając z metody LU oraz przy założeniu, że macierz A jest macierzą możemy obliczyć macierz odwrotną A^{-1} jako iloczyn macierzy odwrotnych.

$$A^{-1} = U^{-1} * L^{-1}$$

Macierze odwrotne obliczamy łatwo korzystając z tego, że są one górno/dolno – trójkątne.

Transponowanie – Macierzą transponowaną nazywamy macierz powstałą z macierzy wejściowej przez przestawienie w niej wierszy na miejsce kolumn z zachowaniem kolejności.

5. Kodowanie

Szkielet strony stanowi dokument HTML, którego wygląd i rozmieszczenie poszczególnych elementów ustalony został przy pomocy arkusza CSS. W dokumencie HTML nie są jednak generowane wszystkie elementy strony, tj. macierze reprezentowane przez tabele tworzone są za pomocą kodu JavaScript. Korzystając z metody `getElementById()`, pobrane zostają tabele z kodu HTML i wstawiane są do niej wiersze oraz komórki o liczbie równej wartości podanej przez użytkownika – tutaj również wykorzystujemy metodę `getElementById()`. Komórki macierzy wejściowych posiadają atrybut `contentEditable = true`, który pozwala na łatwy sposób wpisywania wartości do macierzy.

Dla łatwiejszych operacji (dodawanie, odejmowanie i sumowanie) wykorzystywane są jedynie metody dostępne dla tabeli, jednak dla bardziej skomplikowanych algorytmów pomocne jest przekonwertowanie tabeli do tablicy dwuwymiarowej.