1. No sistema de controle da Fig. 1, onde as condições iniciais são nulas e o período de amostragem é T=1 s. Para K = 0,5.

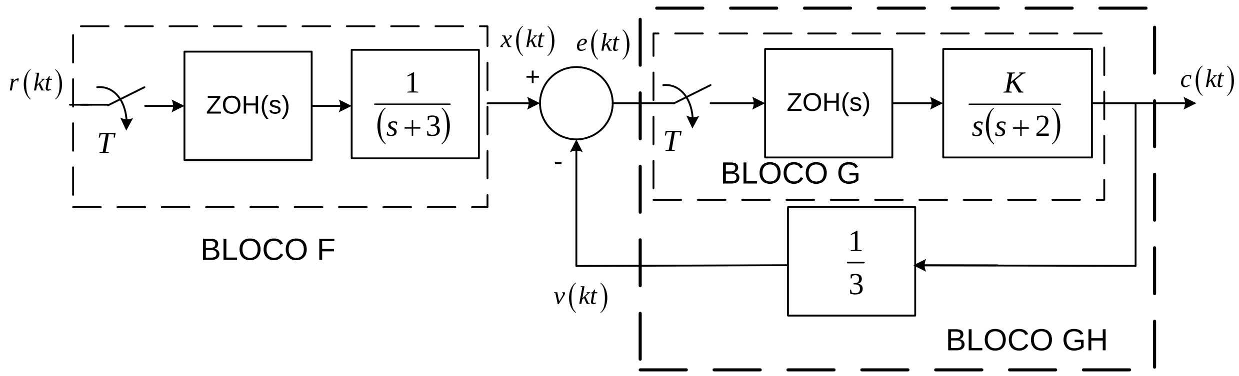

Fig. 1 – Sistema de Controle.

a) Encontre a equação recursiva de cada um dos blocos discretos indicados na Figura 1 e elabore um programa que utilize estas equações e a equação do somador para visualizar graficamente (kmax = 25) os valores de c(kT) para uma entrada do tipo degrau unitário.

As equações recursivas devem determinar o valor atual da saída de cada bloco.

Equação recursiva do bloco G:

Equação recursiva do bloco GH:

Equação recursiva do da F:

b) Determine a expressão exata que representa a resposta do sistema c(k) para a entrada do tipo degrau unitário em r(k), compare com a resposta do item anterior.
Apresente as equações utilizadas.

2. No sistema de controle da Fig. 2, onde as condições iniciais são nulas e período de amostragem é *T*=0,1 s.

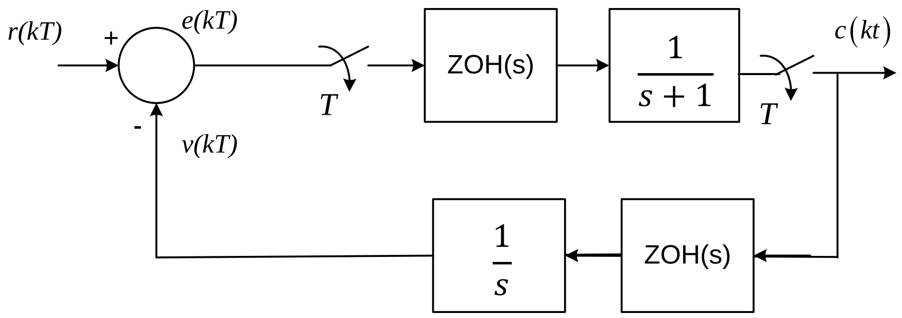

Fig. 2 – Sistema de Controle.

Determine o valor do erro em regime permanente e_{ss} para uma entrada do tipo rampa unitária em *r(kt)* (demonstre, prove matematicamente) e elabore um programa que permita verificar este resultado.

Apresente as equações utilizadas.

3. No sistema de controle da Fig. 3, onde as condições iniciais são nulas e período de amostragem é *T*=0,4 s. A função de transferência G1(z) é dada por:

$$G_1(z) = \frac{0{,}3297}{z - 0{,}6703}$$

A equação recursiva equivalente ao bloco $G_2(z)$ é: c(k+1)-0.1353*c(k)=0.1729*u(k)

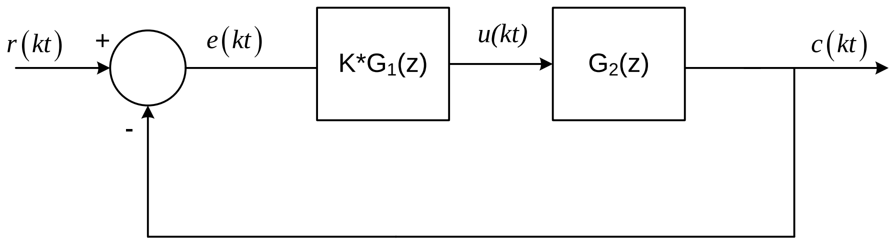

Fig. 3 – Sistema de Controle.

a) **Calcule** o valor do ganho K para que o polo z_1= 0,3403+0,396i seja um dos polos de malha fechada. (demonstre, prove matematicamente, apresentando as equações utilizadas) .

b) **Calcule** o fator de amortecimento e a frequência natural dos polos de malha fechada. (demonstre, prove matematicamente, apresentando as equações utilizadas) .

Formulário

$$H(z) = \mathcal{Z}[ZOH(s)G(s)] = \mathcal{Z}[\frac{1-e^{-Ts}}{s}G(s)] = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left[\frac{G(s)}{s}\right]$$

$$C(z) = \frac{G(z)}{1+GH(z)}R(z)$$

$$M_P = e^{-\frac{\pi\cdot\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$K_p = \lim_{z\to 1} G(z)H(z)$$

$$K_v = \lim_{z\to 1}\frac{(1-z^{-1})G(z)H(z)}{T}$$

$$K_a = \lim_{z\to 1}\frac{(1-z^{-1})^2G(z)H(z)}{T^2}$$

$$K_p = \lim_{z\to 1} GH(z)$$

$$K_v = \lim_{z\to 1}\frac{(1-z^{-1})GH(z)}{T}$$

$$K_a = \lim_{z\to 1}\frac{(1-z^{-1})^2GH(z)}{T^2}$$

$$t_{S5\%} = 3\tau = \frac{3}{\zeta\cdot\omega_n}$$

$$t_{S2\%} = 3{,}9\tau = \frac{3{,}9}{\zeta\cdot\omega_n}$$

$$t_{S1\%} = 4{,}6\tau = \frac{4{,}6}{\zeta\cdot\omega_n}$$

$$|z| = e^{-T\zeta\omega_n}$$

$$\angle z = T\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\frac{360^\circ}{\theta} = \frac{360^\circ}{\angle z} = \frac{\omega_a}{\omega_d}$$

$$\omega_a = \frac{2\pi}{T_a}$$

$$\angle F(z) = \pm 180^0(2k+1), \qquad k = 0,1,2,\dots$$

$$|F(z)| = 1$$

$$\lim_{k\to\infty} x(k) = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z)$$

$$C(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)H(z)}R(z)$$

$$R(P_i) = \left[(s-P_i)F(s)\frac{z}{z-e^{sT}}\right]_{s=P_i}$$

$$R(P_i) = \frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}}\left[(s-P_i)^m F(s)\frac{z}{z-e^{sT}}\right]_{s=P_i}$$

$$\mathcal{Z}[x(kT+T)] = zX(z) - zx(0)$$

$$\mathcal{Z}[x(kT+2T)] = z^2X(z) - z^2x(0) - zx(T)$$

$$\mathcal{Z}[x(k+m)] = z^mX(z) - z^mx(0) - z^{m-1}x(1) - \cdots - zx(m-1)$$

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{a_1}{s+p_1} + \frac{a_2}{s+p_2} + \cdots + \frac{a_n}{s+p_n}$$

$$a_k = \left[(s+p_k)\frac{B(s)}{A(s)}\right]_{s=-p_k}$$

$$e_{SS} = \lim_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})\frac{1}{1+GH(z)}R(z)\right]$$

TABELA 3.4

Erros em regime estacionário em termos do ganho K

Tipo do sistema	Entrada em degrau	Entrada em rampa	Entrada em parábola
Sistema tipo 0	$\frac{1}{1+K}$	∞	∞
Sistema tipo 1	0	$\frac{1}{K}$	∞
Sistema tipo 2	0	0	$\frac{1}{K}$
Sistema tipo 3 ou maior	0	0	0

TABLE 2–1 TABLE OF z TRANSFORMS

	$X(s)$	$x(t)$	$x(kT)$ or $x(k)$	$X(z)$
1.	—	—	Kronecker delta $\delta_0(k)$ $1, \quad k = 0$ $0, \quad k \neq 0$	1
2.	—	—	$\delta_0(n-k)$ $1, \quad n = k$ $0, \quad n \neq k$	z^{-k}
3.	$\frac{1}{s}$	$1(t)$	$1(k)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$
4.	$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}}$
5.	$\frac{1}{s^2}$	t	kT	$\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$
6.	$\frac{2}{s^3}$	t^2	$(kT)^2$	$\frac{T^2z^{-1}(1+z^{-1})}{(1-z^{-1})^3}$
7.	$\frac{6}{s^4}$	t^3	$(kT)^3$	$\frac{T^3z^{-1}(1+4z^{-1}+z^{-2})}{(1-z^{-1})^4}$
8.	$\frac{a}{s(s+a)}$	$1-e^{-at}$	$1-e^{-akT}$	$\frac{(1-e^{-aT})z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-e^{-aT}z^{-1})}$
9.	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$e^{-at}-e^{-bt}$	$e^{-akT}-e^{-bkT}$	$\frac{(e^{-aT}-e^{-bT})z^{-1}}{(1-e^{-aT}z^{-1})(1-e^{-bT}z^{-1})}$
10.	$\frac{1}{(s+a)^2}$	te^{-at}	kTe^{-akT}	$\frac{Te^{-aT}z^{-1}}{(1-e^{-aT}z^{-1})^2}$
11.	$\frac{s}{(s+a)^2}$	$(1-at)e^{-at}$	$(1-akT)e^{-akT}$	$\frac{1-(1+aT)e^{-aT}z^{-1}}{(1-e^{-aT}z^{-1})^2}$
13.	$\frac{a^2}{s^2(s+a)}$	$at-1+e^{-at}$	$akT-1+e^{-akT}$	$\frac{[(aT-1+e^{-aT})+(1-e^{-aT}-aTe^{-aT})z^{-1}]z^{-1}}{(1-z^{-1})^2(1-e^{-aT}z^{-1})}$
18.			a^k	$\frac{1}{1-az^{-1}}$