



1. No sistema de controle da Fig. 1, onde as condições iniciais para $k=0$ são nulas e período de amostragem é $T=0,2$ s.

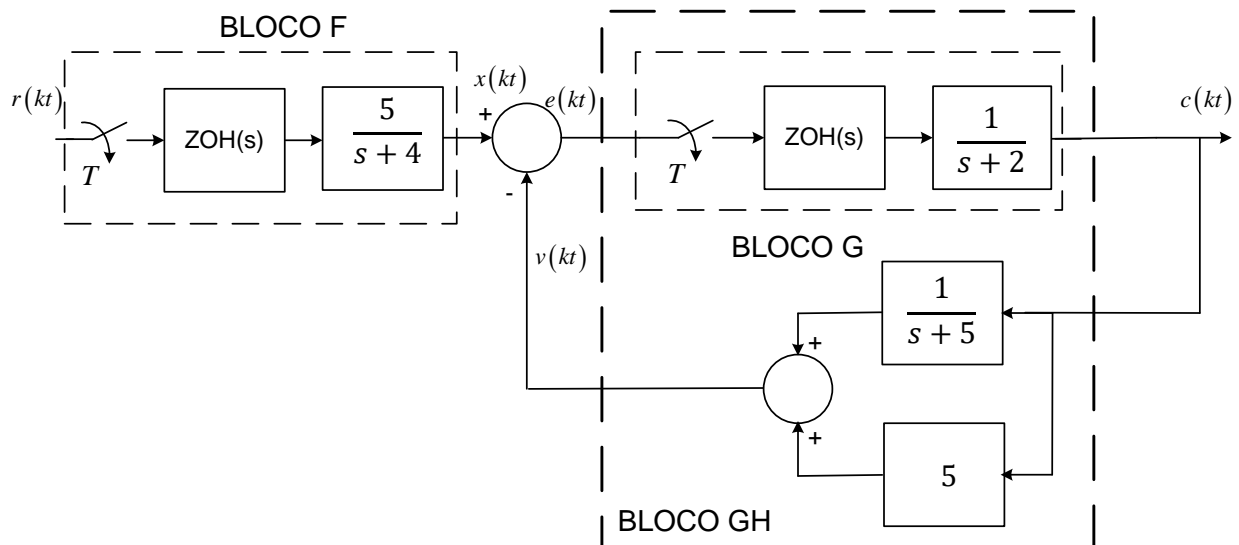


Fig. 1 – Sistema de Controle.

Encontre a equação recursiva de cada um dos blocos discretos do sistema e elabore um programa que utilize estas equações e a equação do somador para visualizar graficamente ($k_{max} = 50$) os valores de $c(kT)$ para uma entrada do tipo rampa unitária.

As equações recursivas devem determinar o valor atual da saída de cada bloco.

Equação recursiva do bloco G:

Equação recursiva do bloco GH:

Equação recursiva do bloco F:

2. No sistema de controle da Figura 2, onde as condições iniciais são nulas e período de amostragem é $T=0,2$ s. A equação recursiva equivalente do controlador digital é:
 $u(k+1) - 0,8187 \cdot u(k) = 0,1813 \cdot e(k)$.

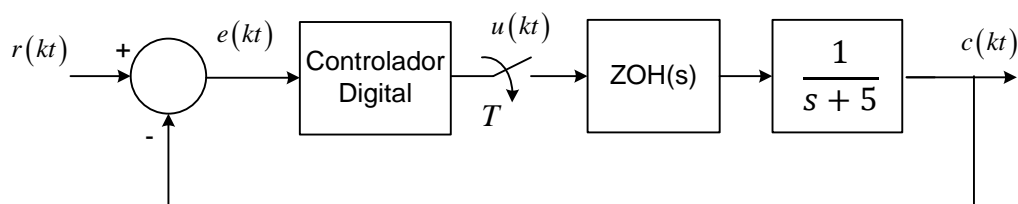


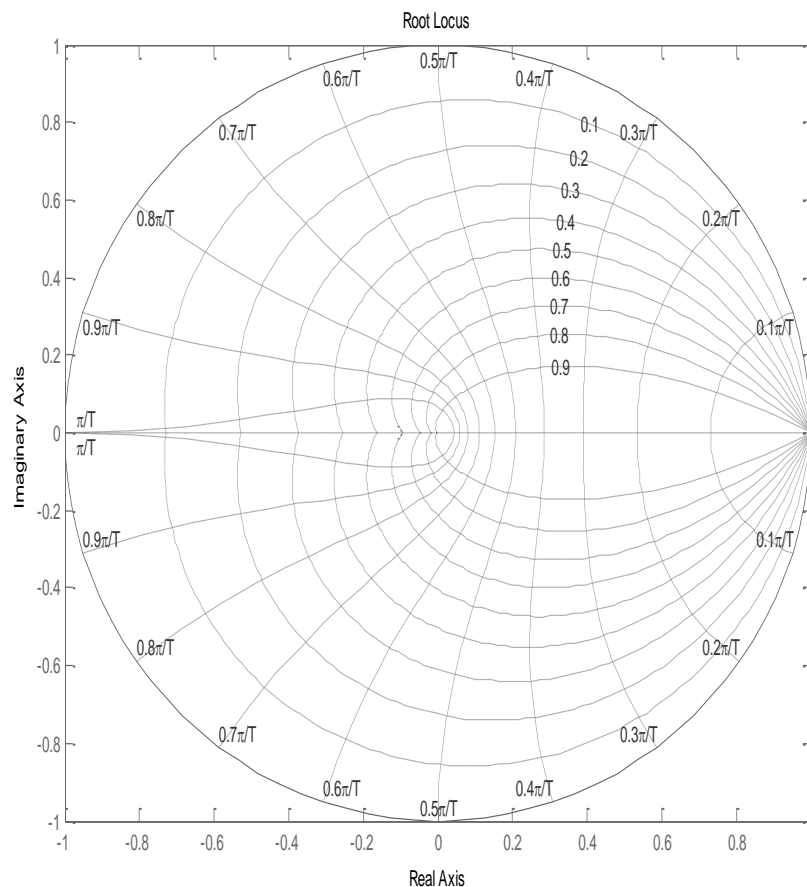
Fig. 2 – Sistema de Controle.

a) Determine a expressão exata que representa a resposta do sistema $c(k)$ para a entrada do tipo degrau unitário.

Apresente as equações utilizadas.



- b) Determine o erro de regime permanente para a entrada de degrau unitário. (demonstre, prove matematicamente, apresentando as equações utilizadas). { 10 % }
- c) Determine o ganho K_c a ser inserido na função de transferência do controlador para que os polos $z_1 = 0,5933 + 0,2944i$ seja um dos polos de malha fechada. (demonstre, prove matematicamente, apresentando as equações utilizadas) . { 15 % }
- d) Desenhe o lugar das raízes do sistema do item c). { 10 % }



- e) Determine o fator de amortecimento e a frequência natural dos polos de malha fechada. (demonstre, prove matematicamente, apresentando as equações utilizadas) . { 15 % }

Formulário

$$H(z) = \mathcal{Z}[ZOH(s)G(s)] = \mathcal{Z}\left[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} G(s)\right] = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left[\frac{G(s)}{s}\right]$$

$$C(z) = \frac{G(z)}{1 + GH(z)} R(z)$$

$$M_p = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$K_p = \lim_{z \rightarrow 1} G(z)H(z)$$



$$K_v = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1})G(z)H(z)}{T}$$

$$K_a = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1})^2 G(z)H(z)}{T^2}$$

$$K_p = \lim_{z \rightarrow 1} GH(z)$$

$$K_v = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1})GH(z)}{T}$$

$$K_a = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(1 - z^{-1})^2 GH(z)}{T^2}$$

$$t_{s5\%} = 3\tau = \frac{3}{\zeta \cdot \omega_n}$$

$$t_{s2\%} = 3,9\tau = \frac{3,9}{\zeta \cdot \omega_n}$$

$$t_{s1\%} = 4,6\tau = \frac{4,6}{\zeta \cdot \omega_n}$$

$$|z| = e^{-T\zeta\omega_n}$$

$$\angle z = T\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\frac{360^\circ}{\theta} = \frac{360^\circ}{\angle z} = \frac{\omega_a}{\omega_d}$$

$$\omega_a = \frac{2\pi}{T_a}$$

$$\angle F(z) = \pm 180^\circ (2k + 1), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$|F(z)| = 1$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)X(z)$$

$$C(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)H(z)} R(z)$$

$$R(P_i) = \left[(s - P_i) F(s) \frac{z}{z - e^{sT}} \right]_{s=P_i}$$

$$R(P_i) = \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}} \left[(s - P_i)^m F(s) \frac{z}{z - e^{sT}} \right]_{s=P_i}$$

$$\mathcal{Z}[x(kT + T)] = zX(z) - zx(0)$$

$$\mathcal{Z}[x(kT + 2T)] = z^2 X(z) - z^2 x(0) - zx(T)$$

$$\mathcal{Z}[x(k + m)] = z^m X(z) - z^m x(0) - z^{m-1} x(1) - \dots - zx(m-1)$$

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{a_1}{s + p_1} + \frac{a_2}{s + p_2} + \dots + \frac{a_n}{s + p_n}$$

$$a_k = \left[(s + p_k) \frac{B(s)}{A(s)} \right]_{s=-p_k}$$

$$e_{ss} = \lim_{z \rightarrow 1} \left[(1 - z^{-1}) \frac{1}{1 + GH(z)} R(z) \right]$$

TABELA 3.4

Erros em regime estacionário em termos do ganho K

Tipo do sistema	Entrada em degrau	Entrada em rampa	Entrada em parábola
Sistema tipo 0	$\frac{1}{1 + K}$	∞	∞
Sistema tipo 1	0	$\frac{1}{K}$	∞
Sistema tipo 2	0	0	$\frac{1}{K}$
Sistema tipo 3 ou maior	0	0	0



TABLE 2-1 TABLE OF z TRANSFORMS

	$X(s)$	$x(t)$	$x(kT)$ or $x(k)$	$X(z)$
1.	—	—	Kronecker delta $\delta_0(k)$ 1, $k = 0$ 0, $k \neq 0$	1
2.	—	—	$\delta_0(n - k)$ 1, $n = k$ 0, $n \neq k$	z^{-k}
3.	$\frac{1}{s}$	$1(t)$	$1(k)$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$
4.	$\frac{1}{s + a}$	e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{1}{1 - e^{-aT} z^{-1}}$
5.	$\frac{1}{s^2}$	t	kT	$\frac{Tz^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$
6.	$\frac{2}{s^3}$	t^2	$(kT)^2$	$\frac{T^2 z^{-1}(1 + z^{-1})}{(1 - z^{-1})^3}$
7.	$\frac{6}{s^4}$	t^3	$(kT)^3$	$\frac{T^3 z^{-1}(1 + 4z^{-1} + z^{-2})}{(1 - z^{-1})^4}$
8.	$\frac{a}{s(s + a)}$	$1 - e^{-at}$	$1 - e^{-akT}$	$\frac{(1 - e^{-aT})z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - e^{-aT} z^{-1})}$
9.	$\frac{b - a}{(s + a)(s + b)}$	$e^{-at} - e^{-bt}$	$e^{-akT} - e^{-bkT}$	$\frac{(e^{-aT} - e^{-bT})z^{-1}}{(1 - e^{-aT} z^{-1})(1 - e^{-bT} z^{-1})}$
10.	$\frac{1}{(s + a)^2}$	te^{-at}	kTe^{-akT}	$\frac{Te^{-aT} z^{-1}}{(1 - e^{-aT} z^{-1})^2}$
11.	$\frac{s}{(s + a)^2}$	$(1 - at)e^{-at}$	$(1 - akT)e^{-akT}$	$\frac{1 - (1 + aT)e^{-aT} z^{-1}}{(1 - e^{-aT} z^{-1})^2}$
13.	$\frac{a^2}{s^2(s + a)}$	$at - 1 + e^{-at}$	$akT - 1 + e^{-akT}$	$\frac{[(aT - 1 + e^{-aT}) + (1 - e^{-aT} - aTe^{-aT})z^{-1}]z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2(1 - e^{-aT} z^{-1})}$
18.			a^k	$\frac{1}{1 - az^{-1}}$