



Projeto 2 - Sistemas Representados por Variáveis de Estado

Aluno: Eric Monteiro dos Reis

Curso: Engenharia Eletrônica

Disciplina: Sistemas de Controle II

Professor: Flávio Alberto Bardemaker Batista

22 de junho de 2023

1. Introdução	3
2. Objetivos	4
3. Desenvolvimento	5
3.1 Análise da planta fornecida e requisitos de projeto	5
3.2 Cálculo das matrizes de estado	6
4. Projeto do controlador por alocação de pólos	11
5. Projeto do observador de ordem plena	13
6. Simulação do sistema completo com controlador, observador e planta	15
7. Fluxograma de implementação em microcontrolador	17
8. Conclusão	19
9. Referências Bibliográficas	20

1.Introdução

O controle moderno de sistemas tem sido objeto de estudo e desenvolvimento contínuo na área de engenharia de controle. Uma abordagem amplamente utilizada é a representação dos sistemas por meio de variáveis de estado. Essa abordagem oferece uma série de vantagens e características que tornam os controladores digitais mais eficientes e flexíveis.

Um sistema moderno complexo pode ter muitas entradas e muitas saídas, e elas podem ser inter-relacionadas de maneira complexa. Para analisar esse sistema, é essencial reduzir a complexidade das expressões matemáticas, bem como recorrer aos computadores para a maioria dos processamentos tediosos necessários na análise. A abordagem com base no espaço de estados é a mais apropriada para analisar o sistema sob esse ponto de vista.

Enquanto a teoria de controle convencional é fundamentada na relação entrada-saída, ou função de transferência, a teoria de controle moderno é baseada na descrição de um sistema de equações em termos de n equações diferenciais de primeira ordem, as quais podem ser combinadas em uma equação diferencial vetorial-matricial de primeira ordem. O uso de uma notação vetorial-matricial simplifica bastante a representação matemática do sistema de equações. O aumento no número das variáveis de estado, no número de entradas ou no número de saídas não aumenta a complexidade das equações. De fato, a análise de sistemas complicados, com múltiplas entradas e múltiplas saídas, pode ser conduzida por procedimentos que são apenas ligeiramente mais complicados do que os necessários à análise dos sistemas de equações diferenciais escalares de primeira ordem.

2. Objetivos

O objetivo deste trabalho é aplicar conceitos de sistema de controle e controle digital em um projeto de controle no espaço de estados utilizando alocação de pólos e observadores. Os objetivos específicos são:

1. Determinar a representação de um sistema analógico utilizando um amplificador operacional no espaço de estados, verificando as características da planta analógica (resposta transitória).
2. Elaborar o projeto de um controlador por alocação de pólos utilizando um observador e testar o controlador, sendo que a ação de controle deve estar limitada na faixa de valores de 0 a 3.
3. Elaborar programa de simulação no Matlab/Python ou equivalente que utilizem a implementação das equações a diferenças (equações recursivas) dos elementos do sistema.
4. Elaborar e descrever o fluxograma detalhado para implementação do controle em microcontrolador, considerando a forma de operacionalizar as seguintes funcionalidades.

3. Desenvolvimento

3.1 Análise da planta fornecida e requisitos de projeto

Utilizando a curva da figura 03 abaixo, podemos observar os parâmetros necessários para obtermos a função de transferência da planta. Esses valores serão utilizados em nossa análise e foram obtidos de imagens experimentais obtidas em sala de aula com a PCB desenvolvida contendo o circuito demonstrado na figura 02. Na figura 04 podemos observar o resultado das medições feitas em sala de aula utilizando a PCB.

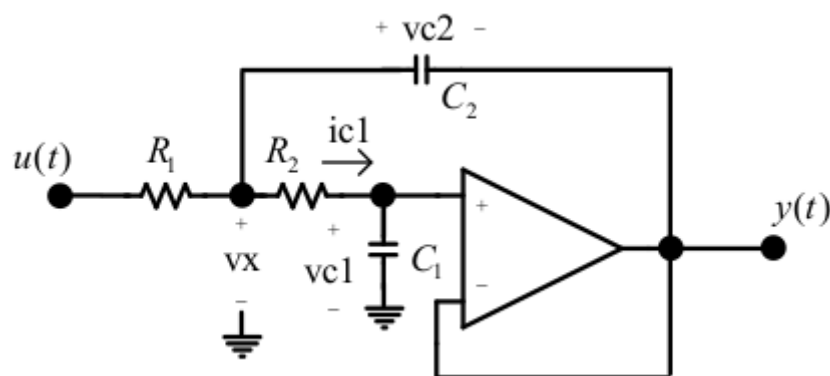


Figura 1 - Sistema analógico.

Os componentes R_1 , R_2 , C_1 e C_2 foram definidos da seguinte forma:

$R_1 = 2000 * NT \, \Omega$ (onde NT é a quantia de letras no nome completo)

$R_1 = 38000 \, \Omega$

$R_2 = 18000 \, \Omega$

$C_1 = 100 \, nF$

$C_2 = 680 \, nF$

Também foi definido que as variáveis de estado a serem utilizadas seriam **vc1** e **vx**.

As especificações mínimas do projeto foram definidas como:

- Degrau de referência de 1,0 V a 1,5 V;
- $T_{s5\%}$ = número de letras do seu nome completo (ms);
- Erro nulo em regime permanente para resposta ao degrau;
- $MP = 2 \times$ Número de letras do seu primeiro nome (%);
- Estabilidade.

Logo, teremos:

$T_{s5\%} = 19 \, ms$

$MP = 8\%$

3.2 Cálculo das matrizes de estado

Abaixo temos a dedução e o cálculo das matrizes de estado baseado na planta analógica fornecida.

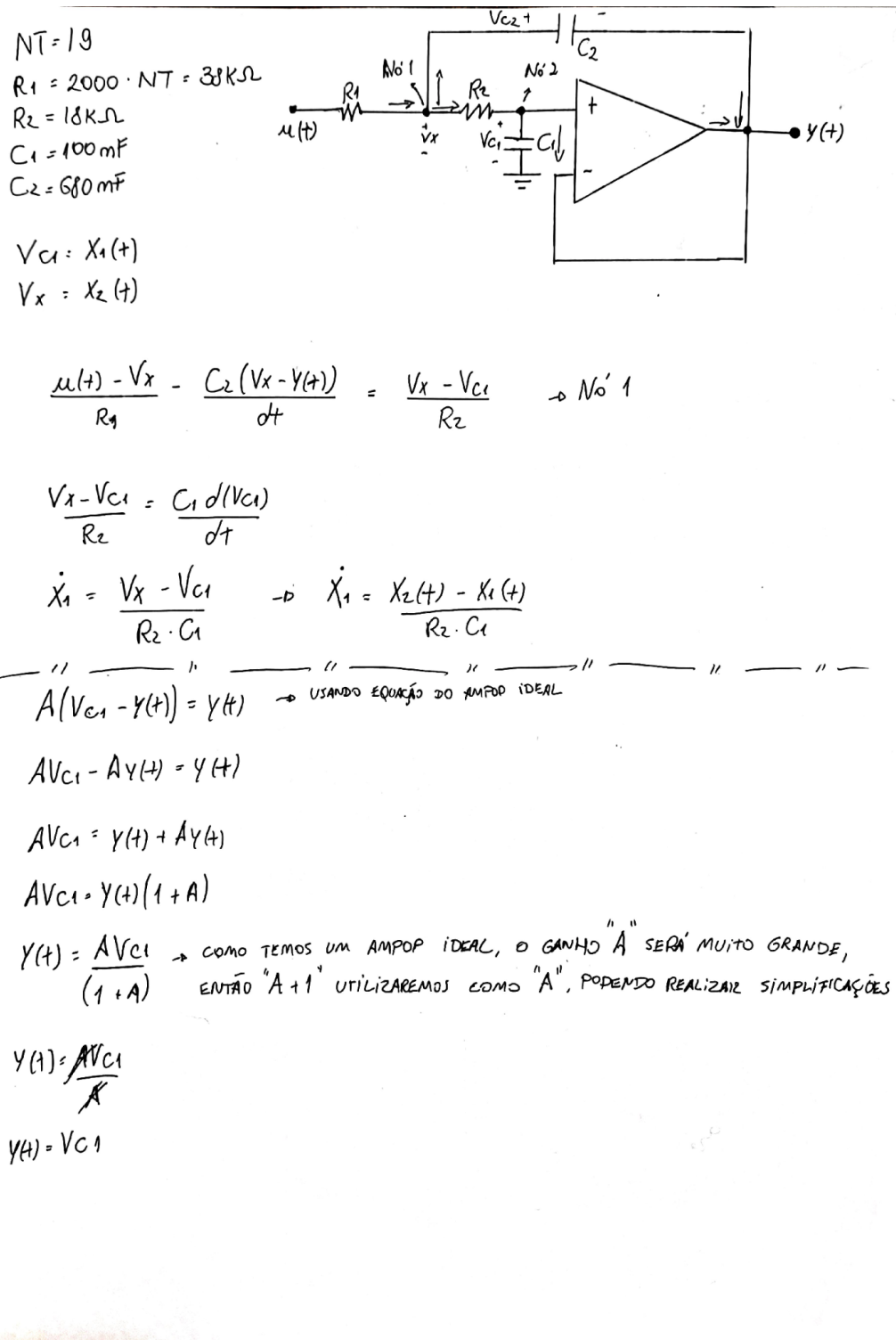


Figura 2 - Parte 1 do cálculo das matrizes de estado.

REESCREVENDO...

$$\frac{u(t) - V_x}{R_1} - \frac{C_2 d(V_x - V_{C1})}{dt} = \frac{V_x - V_{C1}}{R_2}$$

$$\frac{C_2 d(V_x - V_{C1})}{dt} + \frac{V_x - V_{C1}}{R_2} = \frac{u(t) - V_x}{R_1}$$

$$\frac{C_2 dV_x}{dt} - \frac{C_2 dV_{C1}}{dt} + \frac{V_x - V_{C1}}{R_2} = \frac{u(t) - V_x}{R_1}$$

$$\overset{x_2}{C_2 \frac{dV_x}{dt}} = \frac{u(t) - V_x}{R_1} + \frac{C_2 dV_{C1}}{dt} - \frac{V_x - V_{C1}}{R_2}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u(t) - V_x}{R_1 C_2} + \cancel{\frac{C_2 dV_{C1}}{dt}} - \frac{V_x - V_{C1}}{R_2 C_2}$$

$$C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{V_x - V_{C1}}{R_2 \cdot C_1}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u(t) - V_x}{R_1 C_2} + \frac{V_x - V_{C1}}{R_2 \cdot C_1} - \frac{V_x - V_{C1}}{R_2 C_2}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u(t) - x_2}{R_1 C_2} + \frac{x_2 - x_1}{R_2 C_1} - \frac{x_2 - x_1}{R_2 C_2}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u(t)}{R_1 C_2} - \frac{x_2}{R_1 C_2} + \frac{x_2}{R_2 C_1} - \frac{x_1}{R_2 C_1} - \frac{x_2}{R_2 C_2} - \frac{x_1}{R_2 C_2}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u(t)}{R_1 C_2} - \frac{x_2}{R_1 C_2} + \frac{x_2}{R_2 C_1} - \frac{x_2}{R_2 C_2} - \frac{x_1}{R_2 C_1} - \frac{x_1}{R_2 C_2}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u(t)}{R_1 C_2} + x_2 \left(\frac{-1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} - \frac{1}{R_2 C_2} \right) + x_1 \left(\frac{-1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/R_1 C_1 & 1/R_2 C_1 \\ \frac{-1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_2 C_2} & \frac{-1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{C1} \\ V_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R_1 C_2} \end{bmatrix} \cdot u(t)$$

Figura 3 - Parte 2 dos cálculos das matrizes de estado.

Utilizando a dedução assim obtemos então as matrizes A, B, C e D da representação do sistema no espaço de estados, onde a matriz A é a matriz de estado ou do sistema, a matriz B é a matriz de entrada, a matriz C é a matriz de saída e a matriz D é a matriz de transmissão direta. Podemos observar abaixo um diagrama representando o sistema.

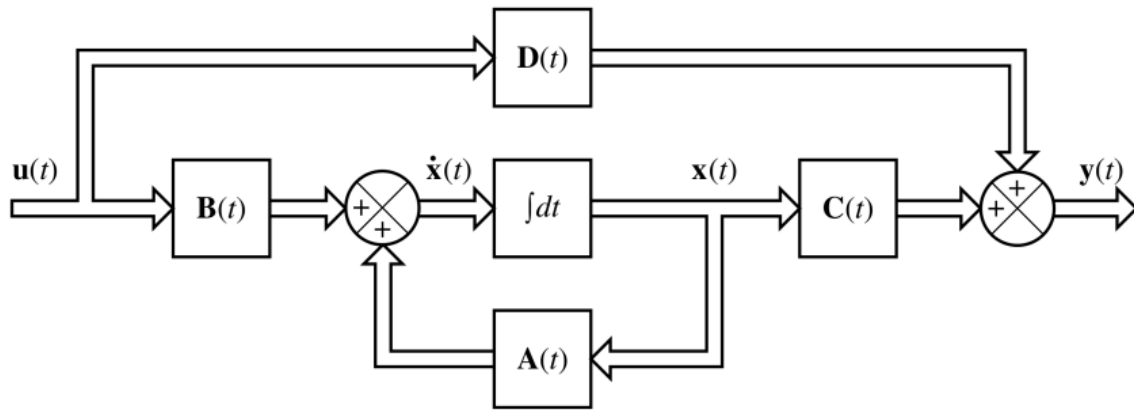


Figura 4 - Diagrama de blocos do sistema no espaço de estados.

Através das matrizes podemos obter a função de transferência que representa o sistema.

$$\frac{-5.684 \times 10^{-14}s + 2.15 \times 10^4}{s^2 + 120.4s + 2.15 \times 10^4}$$

Analisando a planta através de um script utilizando python obtivemos os seguintes pólos conjugados.

$$s1 = -60.1995184 + 133.70058334j$$

$$s2 = -60.1995184 - 133.70058334j$$

Abaixo podemos observar a resposta ao degrau unitário da planta.

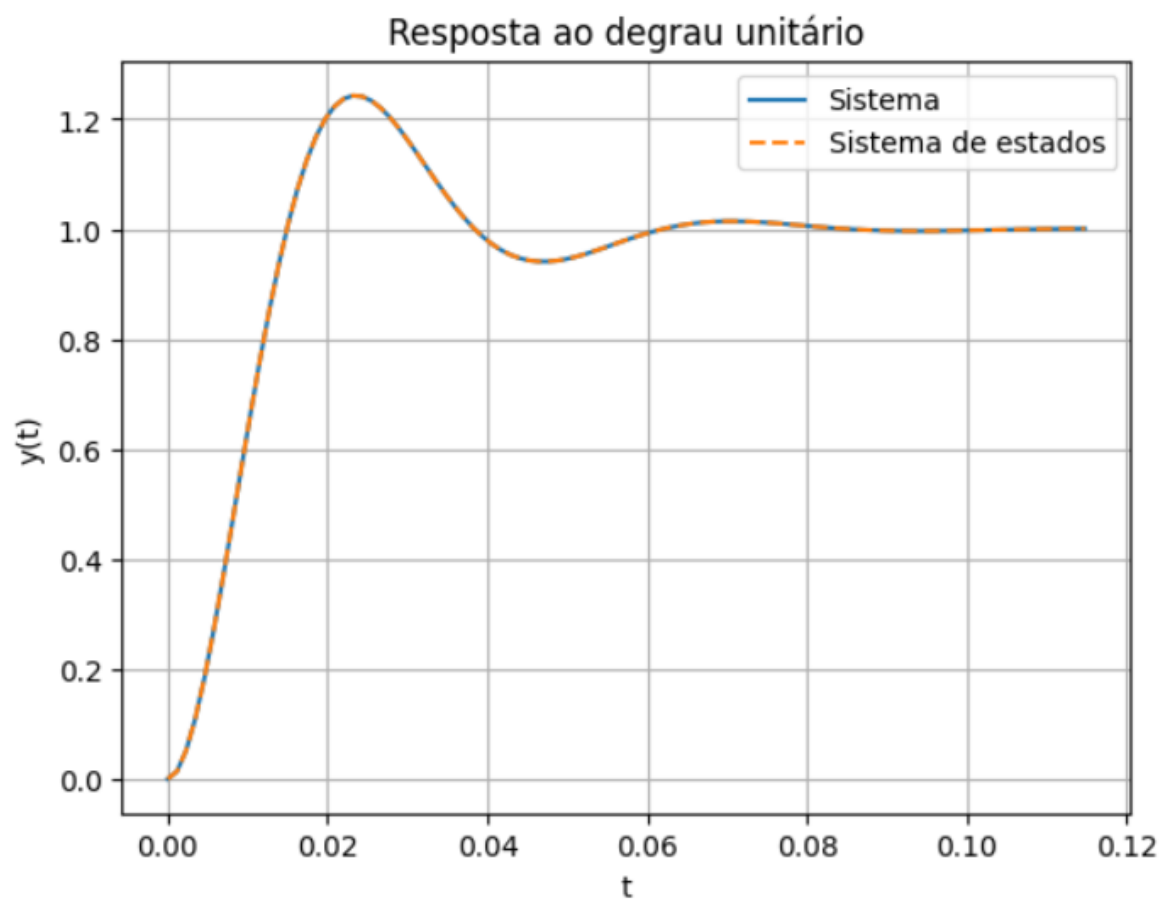


Figura 5 - Resposta ao degrau unitário da planta.

4. Projeto do controlador por alocação de pólos

Seguindo as especificações desejadas e utilizando o script em python, calculamos as variáveis desejadas. Os resultados são apresentados a seguir

$$\zeta = 0.6265771868559205$$

$$\omega_n = 251.99566813850933$$

$$\omega_d = 196.39518537412278$$

Polos:

$$s_1 = -157.8947368421053 + 196.39518537412278j$$

$$s_2 = -157.8947368421053 - 196.39518537412278j$$

$$s_3 = -2519.9566813850934$$

$$K_1 = -31.1978493$$

$$K_2 = 70.16456954$$

$$K_i = 7442.935237233444$$

Parâmetros	Desejado	Obtido	Erro
Mp	8%	7,956%	0.54
Ts5%	19ms	20,821ms	9.589%

Abaixo podemos ver o resultado do controlador utilizando equações recursivas.

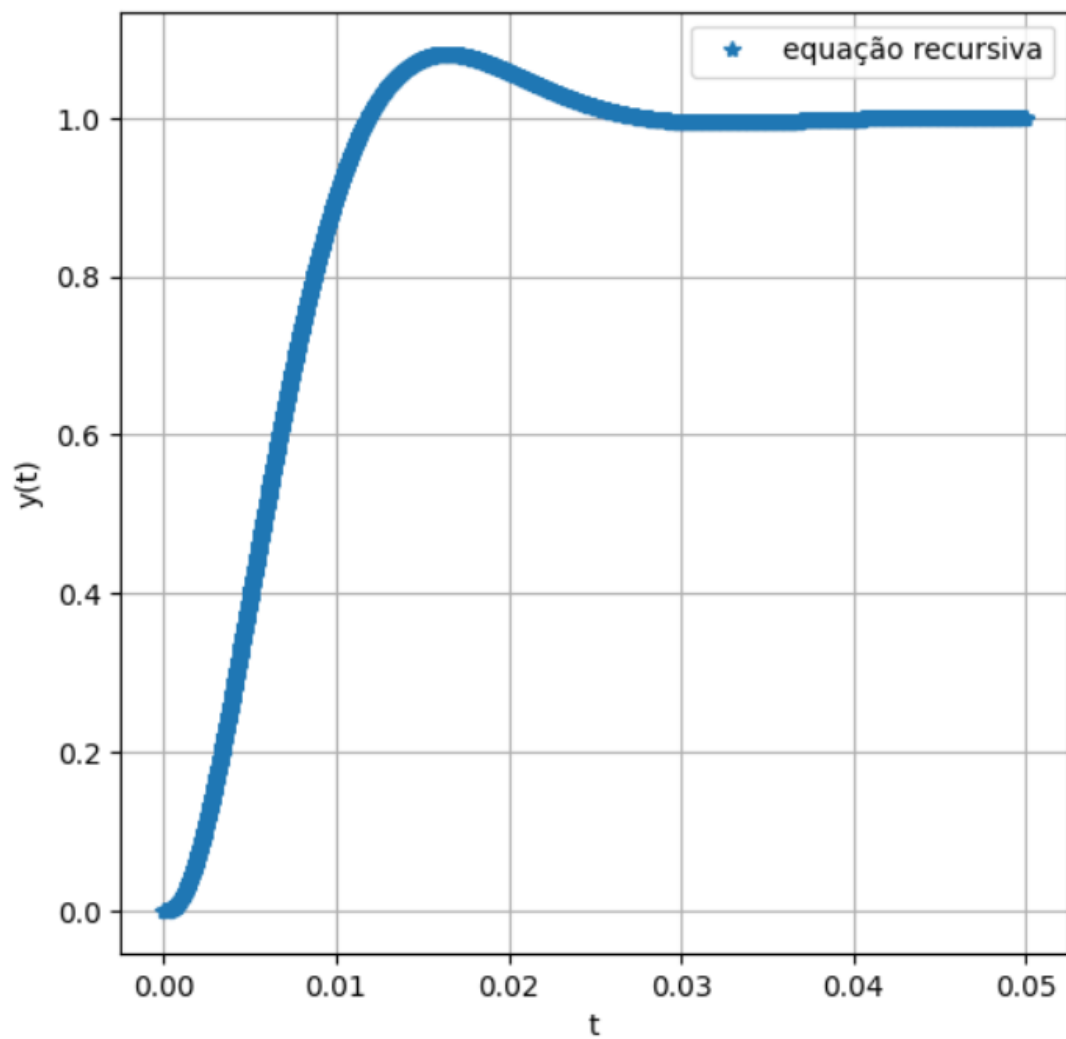


Figura 6 - Resposta ao impulso do sistema controlado utilizando equações recursivas..

5. Projeto do observador de ordem plena

Um dos requisitos do projeto é a utilização de um observador de ordem plena. Um observador de ordem plena, também conhecido como observador de estado completo, é um componente utilizado em sistemas de controle para estimar o estado não medido de um sistema dinâmico com base nas informações disponíveis. Ele é projetado para replicar o comportamento do sistema real e fornecer uma estimativa precisa do estado do sistema, mesmo quando nem todos os estados são diretamente observáveis.

Abaixo podemos observar a topologia deste observador.

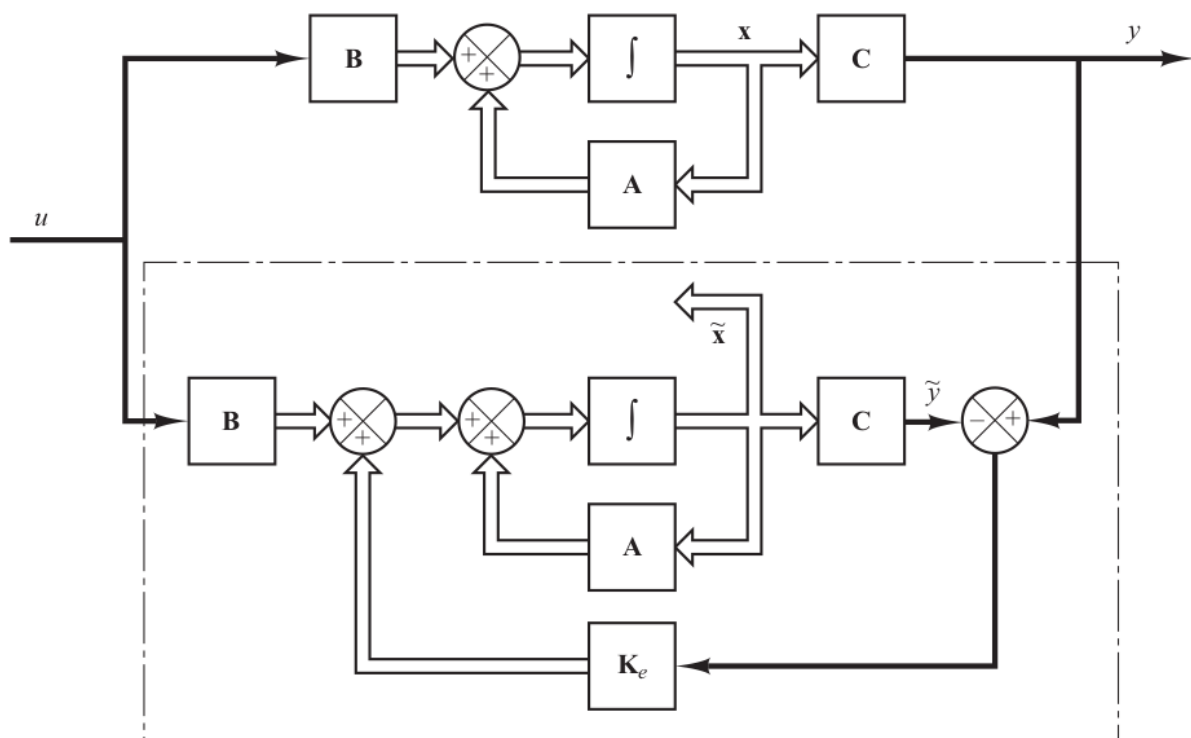


Figura 7 - Diagrama de blocos do sistema com o bloco do observador expandido.

Primeiramente, realizamos a verificação da matriz de observabilidade, com o intuito de confirmarmos que se trata de uma matriz observável.

Os pólos desejados para o observador foram escolhidos de forma que tivessem duas vezes a velocidade do controlador (o ideal é um valor de 2 a 5 vezes maior que o controlador).

$$s1_{obs} = -2 * abs(s1) = -503.99133627701866$$

$$s2_{obs} = -2 * abs(s2) = -503.99133627701866$$

Agora utilizando o método de ackermann, calculamos o valor do ganho '**Ke**' do observador.

$$Ke = [887.58363575; 1113.74143933]$$

Na figura abaixo podemos observar a simulação do observador utilizando as equações recursivas.

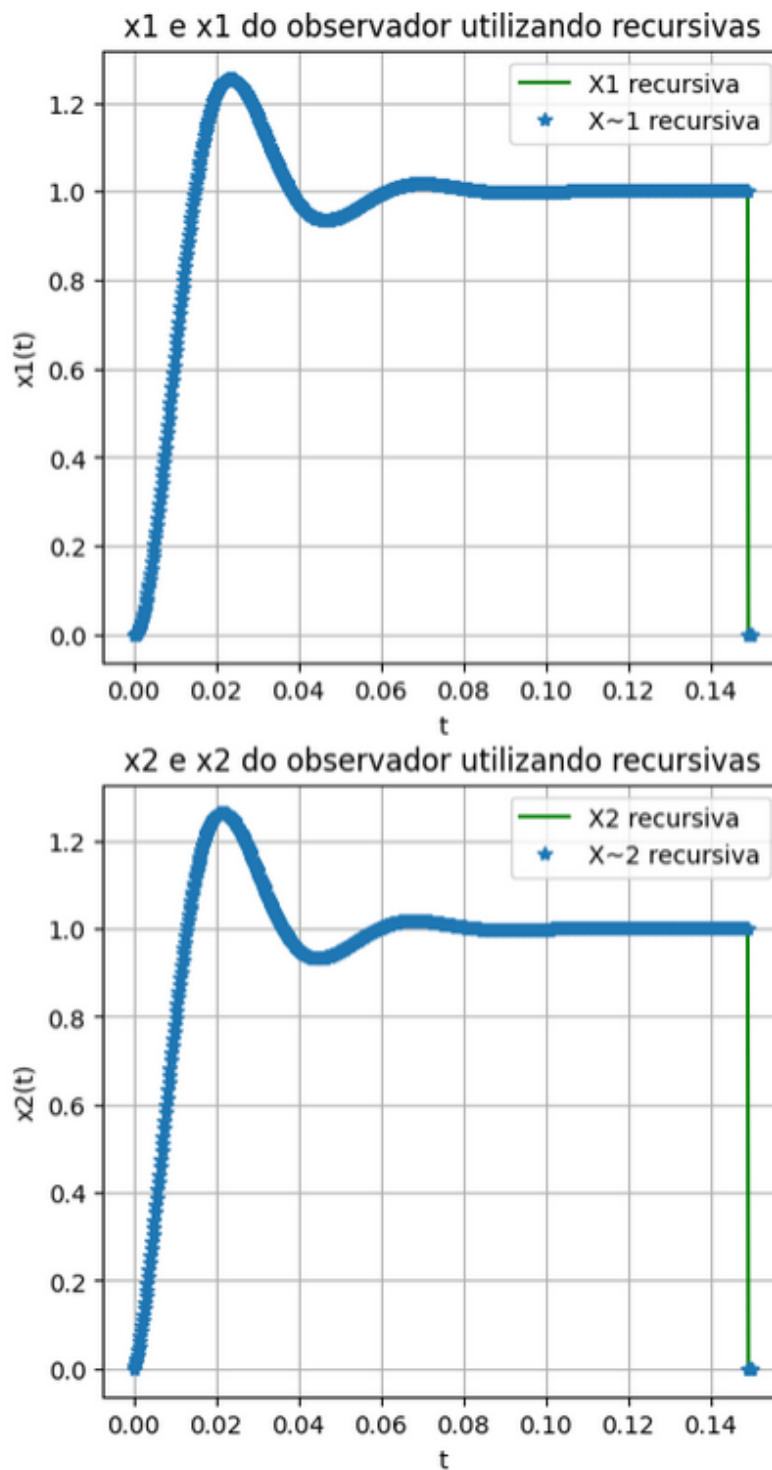


Figura 8 - Simulação do observador utilizando as equações recursivas.

6. Simulação do sistema completo com controlador, observador e planta

Finalmente podemos realizar a simulação do projeto completo, integrando os blocos de controle, observador e planta analógica, a fim de avaliar o desempenho do sistema antes da implementação física. Essa abordagem permite realizar testes, ajustes e otimizações de forma eficiente, reduzindo custos e riscos associados a protótipos reais.

O bloco controlador é responsável por receber informações sobre o estado do sistema e gerar o sinal de controle adequado para alcançar os objetivos desejados.

O observador, como foi explicado anteriormente, estima o estado não medido do sistema com base nas informações disponíveis. Ele replica o comportamento da planta real e fornece uma estimativa precisa do estado atual.

A planta analógica representa o sistema físico que está sendo controlado. A planta analógica é modelada utilizando equações matemáticas que descrevem seu comportamento dinâmico.

Abaixo podemos observar um diagrama de blocos que representa o sistema montado com todos seus elementos.

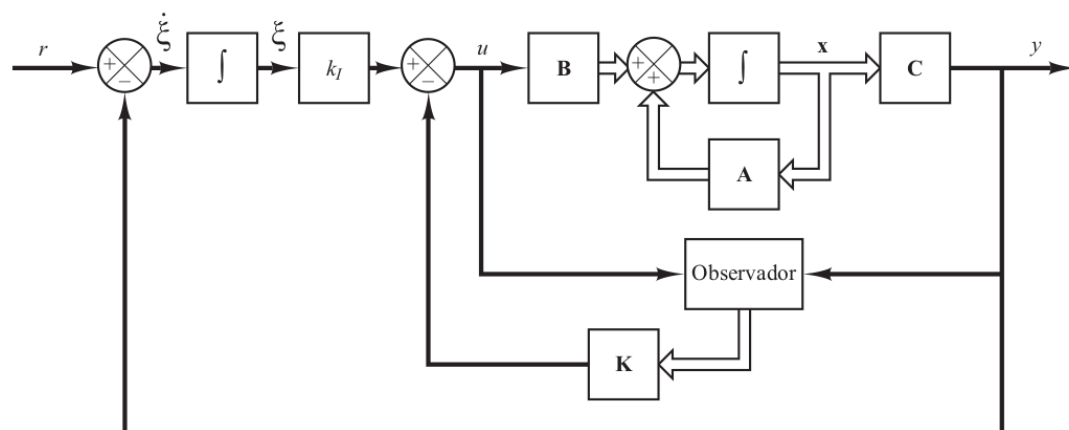


Figura 9 - Diagrama de blocos do servossistema completo com controlador, observador e planta.

Os gráficos a seguir foram feitos utilizando as equações recursivas e aplicados em um degrau de referência que vai de 1V a 1,5V.

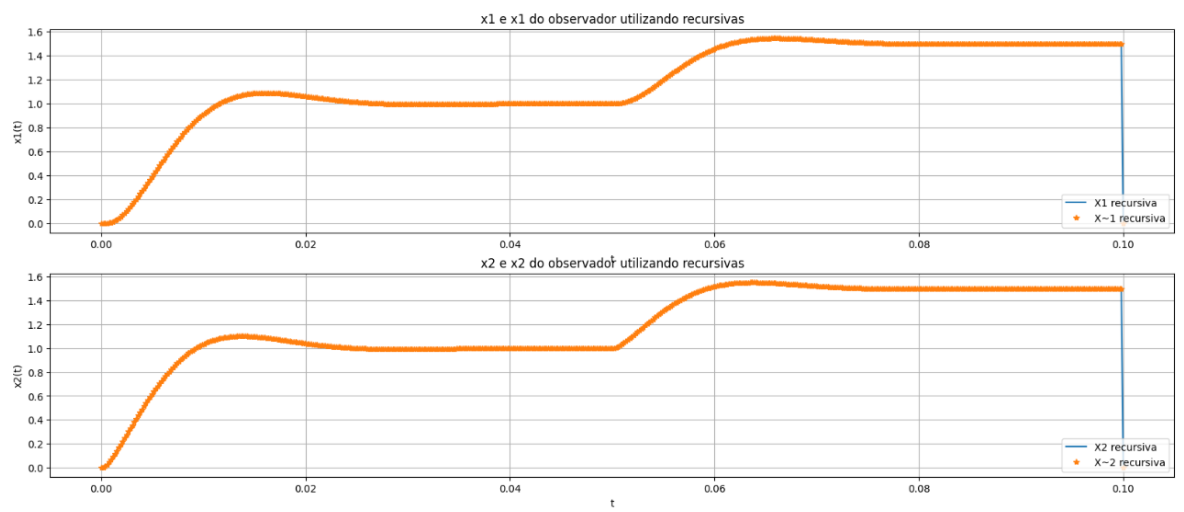


Figura 10 - Simulação do controlador completo utilizando equações recursivas.

7. Fluxograma de implementação em microcontrolador

A implementação de sistemas de controle utilizando representação de estados em microcontroladores requer a utilização de equações recursivas, onde o sinal de feedback é medido por um conversor analógico-digital (ADC) e o sinal de controle é enviado para a planta. Nesse contexto, é comum adotar um período de amostragem fixo e utilizar interrupções ativadas por um temporizador para controlar a execução do código. A cada interrupção, o buffer de amostras passadas é atualizado e uma iteração da equação recursiva é calculada.

Para garantir o correto funcionamento do sistema, é necessário levar em consideração as limitações do hardware do microcontrolador, incluindo os limites de tensão e a corrente drenada. Assim, pode ser necessário aplicar restrições ao sinal de saída, como limitar sua faixa de valores (por exemplo, de 0V a 5V), e utilizar um driver entre o microcontrolador e a planta.

Visando manter a abordagem generalizada em relação ao hardware e à linguagem de programação utilizada, a implementação do sistema de controle utilizando representação de estados em um microcontrolador pode ser esquematizada pelo seguinte fluxograma:

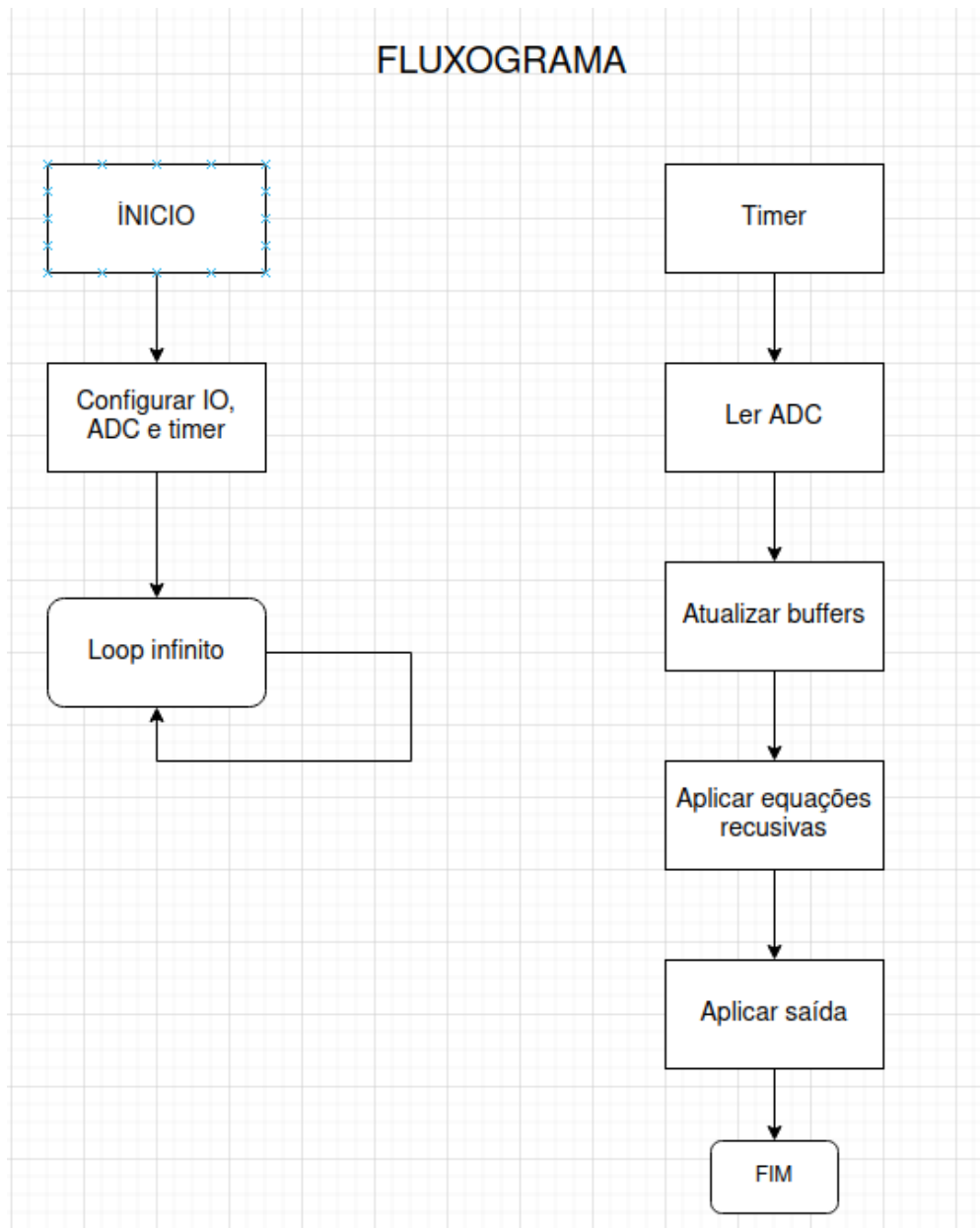


Figura 11 - Fluxograma de implementação do controlador em microcontrolador.

Esse fluxograma ilustra o processo básico de implementação de um sistema de controle utilizando representação de estados em um microcontrolador. No entanto, é importante destacar que a implementação detalhada pode variar de acordo com o microcontrolador específico, a linguagem de programação utilizada e as particularidades do sistema em questão.

8. Conclusão

Através das simulações realizadas foi possível confirmarmos o funcionamento do sistema, demonstrando o funcionamento da ação de controle além de cumprir os requisitos estipulados no projeto. Utilizando as equações recursivas foi possível observarmos a ação de todos os blocos do sistema em uníssono.

9. Referências Bibliográficas

- [1] Katsuhiko Ogata. Modern Control Engineering. Prentice Hall, 2010.
- [2] Royce D. Harbor Charles L. Phillips. Sistemas de controle e realimentação. Makron Books, 1996.
- [3] Robert H. Bishop Richard C. Dorf. Modern Control Systems. Prentice Hall, 2008.