1. Obtenha a representação no espaço de estados do circuito da figura 1. Considere com entrada a tensão V_i, como saída a tensão V_o e como variáveis de estado a tensão no capacitor e a corrente no indutor.

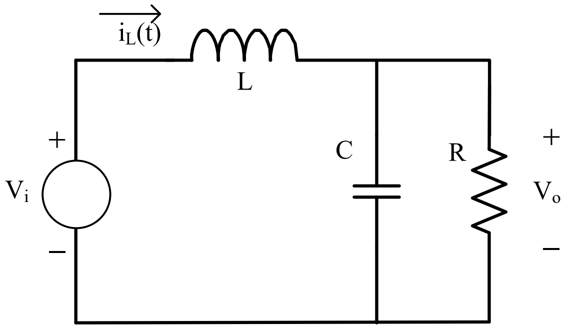

Fig. 1 – Circuito Elétrico.

Resposta:

2. Para um sistema com a seguinte representação no espaço de estados:

Determine a expressão que representa o comportamento da saída **x(t)** para uma entrada de em degrau unitário com condições iniciais nulas

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{bmatrix} . x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} . u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . x + 0. u$$

Resposta:

Apresente a matriz de Observabilidade do sistema, diga e o sistema é observável ou não e justifique sua resposta

Resposta:

3. Para um sistema com a seguinte representação no espaço de estados:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} . x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} . u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} . x + 0 . u$$

Determine a matriz de ganho do controlador para que a saída tenha polos dominantes com fator de amortecimento $\zeta = 0{,}7$, frequência natural $\omega n = 4$ rad/s e erro nulo para uma entrada do tipo degrau unitário

Resposta:

Apresente um programa do sistema no espaço de estados que permita comparar os valores de sobressinal e de tempo de pico da simulação com os valores calculados teoricamente

Resposta:

	Valor Teórico	Valor da Simulação
Mp		
tp		

Formulário

$\dot{\mathrm{x}} = \mathrm{Ax} + \mathrm{Bu}$ Eq. Diferencial de Estado

$y = \mathbf{C}\mathrm{x} + \mathbf{D}\mathrm{u}$ Eq. de Saída

Função de Transferência

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D$$

Solução da Equação diferencia de Estados

$$\mathbf{X}(s) = [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{x}(0) + [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U}(s)$$

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}(0) + \int_0^t \mathbf{\Phi}(t - \tau)\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)\, d\tau.$$

Matriz de Transição de Estados

$$[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} = \mathbf{\Phi}(s)$$

$$\mathbf{\Phi}(t) = \exp(\mathbf{A}t)$$

Erro em Regime Permanente

$$\lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} sR(s)[\mathbf{I} - \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}]$$

Erro em Regime Permanente - Degrau

$$e(\infty) = 1 + \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$$

Erro em Regime Permanente - Rampa

$$e(\infty) = [\lim_{t\to\infty}[(1 + \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}]t + \mathbf{C}(\mathbf{A}^{-1})^2\mathbf{B}]$$

Matriz de Controlabilidade

$$[\mathbf{B} \;\vdots\; \mathbf{AB} \;\vdots\; \cdots \;\vdots\; \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$$

Matriz de Controlabilidade da Saída

$$[\mathbf{CB} \;\vdots\; \mathbf{CAB} \;\vdots\; \mathbf{CA}^2\mathbf{B} \;\vdots\; \cdots \;\vdots\; \mathbf{CA}^{n-1}\mathbf{B} \;\vdots\; \mathbf{D}]$$

Matriz de Observabilidade

$$[\mathbf{C}^* \;\vdots\; \mathbf{A}^*\mathbf{C}^* \;\vdots\; \cdots \;\vdots\; (\mathbf{A}^*)^{n-1}\mathbf{C}^*]$$

Projeto por alocação de polos

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x}$$

Equação Característica

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n$$

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2)\cdots(s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1}s + \alpha_n$$

Fórmula de Ackremann

$$\mathbf{K} = [0 \;\; 0 \;\; \cdots \;\; 0 \;\; 1][\mathbf{B} \;\vdots\; \mathbf{AB} \;\vdots\; \cdots \;\vdots\; \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]^{-1}\phi(\mathbf{A})$$

Projeto de Servossistemas tipo 1

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_1 r$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} + \mathbf{B}k_1 r$$

Projeto de Servossistemas tipo 0

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_I \xi$$

$$\dot{\xi} = r - y = r - \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{K}} = [\mathbf{K} \;\vdots\; -k_I]$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K} & \mathbf{B}k_I \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r(t)$$

Resposta Transitória

$$M_P = e^{-\frac{\pi\cdot\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$t_P = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Sistema de Segunda ordem

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$s = -\zeta\cdot\omega_n + j\cdot\omega_n\cdot\sqrt{1-\zeta^2}$$