

[2pkt.] **Zadanie 1.** Cyfra jednokrotna to taka, która występuje w danej liczbie dokładnie jeden raz. Cyfra wielokrotna to taka, która w liczbie występuje więcej niż jeden raz. Mówimy, że liczba naturalna A jest ładniejsza od liczby naturalnej B jeżeli w liczbie A występuje więcej cyfr jednokrotnych niż w B , a jeżeli cyfr jednokrotnych jest tyle samo to ładniejsza jest ta liczba, która posiada mniej cyfr wielokrotnych. Na przykład: liczba 123 jest ładniejsza od 455, liczba 1266 jest ładniejsza od 114577, a liczby 2344 i 67333 są jednakowo ładne.

Dana jest tablica T zawierająca liczby naturalne. Proszę zaimplementować funkcję:

`pretty_sort(T)`

która sortuje elementy tablicy T od najładniejszych do najmniej ładnych. Użyty algorytm powinien być możliwie jak najszybszy. Proszę w rozwiązaniu umieścić 1-2 zdaniowy opis algorytmu oraz proszę oszacować jego złożoność czasową.

$$T = \left[\begin{array}{c} 123 \\ \text{3 0} \end{array}, \begin{array}{c} 445 \\ \text{1 1} \end{array}, \begin{array}{c} 28 \\ \text{2 0} \end{array}, \begin{array}{c} 22 \\ \text{0 1} \end{array}, \begin{array}{c} 4456 \\ \text{2 1} \end{array} \right]$$

$$T = [123, 28, 4456, 445, 22]$$

$$A = [(123, \boxed{3}, \boxed{0}), (445, 1, 1), \dots]$$

$$O(m \log(m)) \quad O(m)$$

QS ✓
HS ✓
MS ✓

[2pkt.] Zadanie 2.

Szablon rozwiązania: zad2.py

Węzły jednokierunkowej listy odsyłaczowej reprezentowane są w postaci:

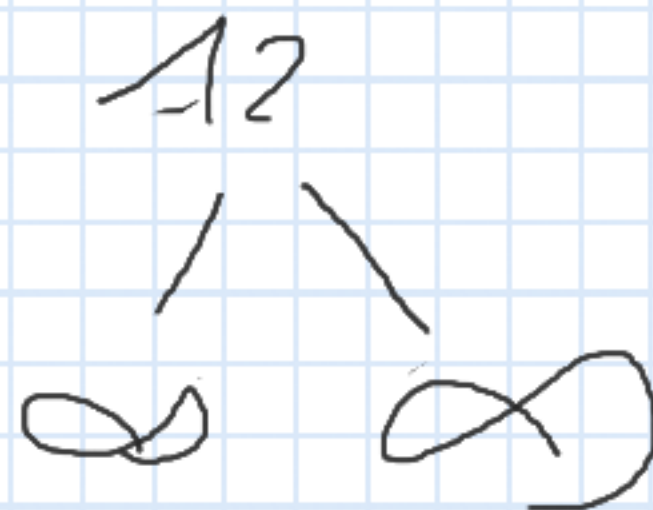
```
class Node:
    def __init__(self):
        self.val = None # przechowywana liczba rzeczywista
        self.next = None # odsyłacz do następnego elementu
```

Niech p będzie wskaźnikiem na niepustą listę odsyłaczową zawierającą parami różne liczby rzeczywiste a_1, a_2, \dots, a_n (lista nie ma wartownika). Mówimy, że lista jest k -chaotyczna jeśli dla każdego elementu zachodzi, że po posortowaniu listy znalazłby się na pozycji różniącej się od bieżącej o najwyżej k . Tak więc 0-chaotyczna lista jest posortowana, przykładem 1-chaotycznej listy jest $1, 0, 3, 2, 4, 6, 5$, a $(n-1)$ -chaotyczna lista długości n może zawierać liczby w dowolnej kolejności. Proszę zaimplementować funkcję $\text{SortH}(p, k)$, która sortuje k -chaotyczną listę wskazywaną przez p . Funkcja powinna zwrócić wskazanie na posortowaną listę. Algorytm powinien być jak najszybszy oraz używać jak najmniej pamięci (w sensie asymptotycznym, mierzonym względem długości n listy oraz parametru k). Proszę oszacować jego złożoność czasową dla $k = \Theta(1)$, $k = \Theta(\log n)$ oraz $k = \Theta(n)$.

$$k = 3$$

$$O(n \log n)$$

$$O(n \log k)$$



$$g \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 12$$

[2pkt.] Zadanie 3.

Szablon rozwiązania: zad3.py

Mamy daną N elementową tablicę T liczb rzeczywistych, w której liczby zostały wygenerowane z pewnego rozkładu losowego. Ten rozkład mamy zadany jako k przedziałów $[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_k, b_k]$ takich, że i -ty przedział jest wybierany z prawdopodobieństwem c_i , a liczba z przedziału jest wybierana zgodnie z rozkładem jednostajnym. Przedziały mogą na siebie nachodzić, liczby a_i, b_i są liczbami naturalnymi ze zbioru $\{1, \dots, N\}$. Proszę zaimplementować funkcję `SortTab(T,P)` sortującą podaną tablicę. Pierwszy argument to tablica do posortowania a drugi to opis przedziałów w postaci:

$$P = [(a_1, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_2), \dots, (a_k, b_k, c_k)].$$

Na przykład dla wejścia:

$$P = [(1, 5, 0.75), (4, 8, 0.25)]$$

$$T = [6.1, 1.2, 1.5, 3.5, 4.5, 2.5, 3.9, 7.8]$$

po wywołaniu `SortTab(T,P)` tablica T powinna być postaci:

$$T = [1.2, 1.5, 2.5, 3.5, 3.9, 4.5, 6.1, 7.8]$$

Algorytm powinien być możliwie jak najszybszy. Proszę podać złożoność czasową i pamięciową zaproponowanego algorytmu.

BS ✓

$[1, 2], [2, 3], \dots, [N-1, N]$

Mówimy, że tablica T ma współczynnik nieuporządkowania równy k (jest k -Chaotyczna), jeśli spełnione są łącznie dwa warunki:

1. tablicę można posortować niemalejąco przenosząc każdy element $A[i]$ o co najwyżej k pozycji (po posortowaniu znajduje się on na pozycji różniącej się od i co najwyżej o k),
2. tablicy nie da się posortować niemalejąco przenosząc każdy element o mniej niż k pozycji.

Proszę zaproponować i zaimplementować algorytm, który otrzymuje na wejściu tablicę liczb rzeczywistych T i zwraca jej współczynnik nieuporządkowania. Algorytm powinien być jak najszybszy oraz używać jak najmniej pamięci. Proszę uzasadnić jego poprawność i oszacować złożoność obliczeniową. Algorytm należy zaimplementować jako funkcję:

```
def chaos_index( T ):
```

```
    ...
```

przyjmującą tablicę T i zwracającą liczbę całkowitą będącą wyznaczonym współczynnikiem nieuporządkowania.

Przykład. Dla tablicy:

$T = [0, 2, 1, 1, 2]$

prawidłowym wynikiem jest $k = 1$.

$$T = [0, 2, 1, 2]$$

0 1 2 3

$$\downarrow$$
$$T = [0, 1, 2, 2]$$

0 1 1 1

$$k = 1$$

$$O(n \log n)$$

$$T = [0, 2, 1, 2]$$

2 2

$$[(0, 0), (2, 1), (1, 2), (2, 3)]$$

$$[(0, 0), (1, 2), (2, 3), (2, 1)]$$

$$k = 2$$

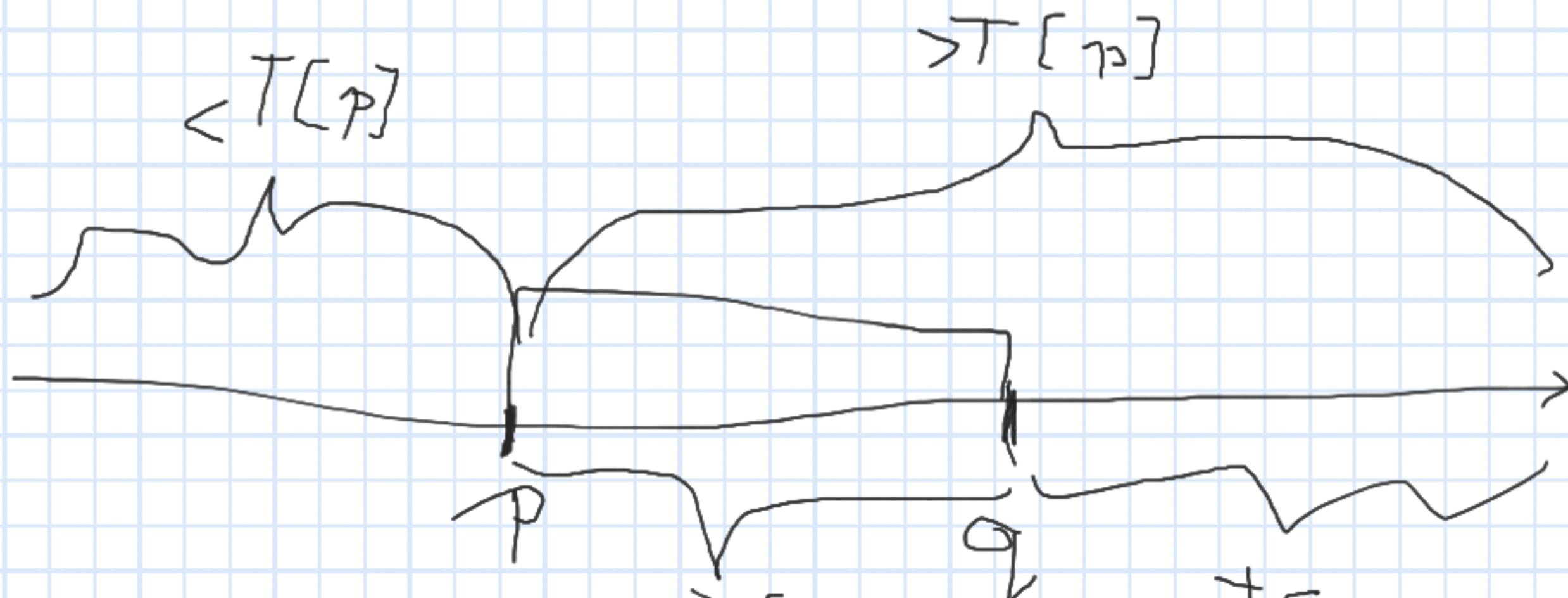
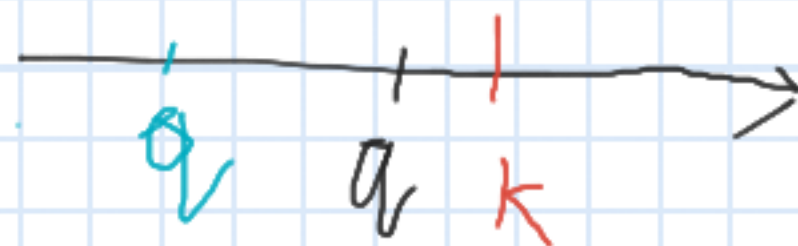
[2pkt.] **Zadanie 2.** Mamy n żołnierzy różnego wzrostu i nieuporządkowaną tablicę, w której podano wzrosty żołnierzy. Żołnierze zostaną ustawieni na placu w szeregu malejąco względem wzrostu. Proszę zaimplementować funkcję:

`section(T,p,q)`

która zwróci tablicę ze wzrostami żołnierzy na pozycjach od p do q włącznie. Użyty algorytm powinien być możliwie jak najszybszy. Proszę w rozwiązaniu umieścić 1-2 zdaniowy opis algorytmu oraz proszę oszacować jego złożoność czasową.

$[144, 277, \dots, 157]$

k



$< T[q]$

$T[q]$

$O(n)$

$T[p:q+1]$

[2pkt.] Zadanie 3.

Szablon rozwiązania: zad2.py

Pewien eksperyment fizyczny daje w wyniku liczby rzeczywiste postaci a^x , gdzie a to pewna stała większa od 1 ($a > 1$) zaś x to liczby rzeczywiste rozłożone równomiernie na przedziale $[0,1]$. Napisz funkcję `fast_sort`, która przyjmuje tablicę liczb z wynikami eksperymentu oraz stałą a i zwraca tablicę z wynikami eksperymentu posortowanymi rosnąco. Funkcja powinna działać możliwie jak najszybciej. Uzasadnij poprawność zaproponowanego rozwiązania i oszacuj jego złożoność obliczeniową. Nagłówek funkcji `fast_sort` powinien mieć postać:

```
def fast_sort(tab, a):  
    ...
```

$[10.5, 11.7, \dots]$

$[\underbrace{10.5}, \underbrace{3.2}, \dots]$

