

# Raport z możliwości rozwiązania problemu CVRP z użyciem algorytmu mrówkowego

---

WOJCIECH KLUSEK

## Plan prezentacji

---

Wykorzystane algorytmy

---

Hipotezy badawcze

---

Zbiory danych

---

Wyniki

---

Wnioski

---

# Wykorzystane algorytmy (podstawowy)

---

1. W zbiorze nieodwiedzonych wierzchołków wyszukuje te, dla których ma wystarczająco dużo jednostek, aby wypełnić ich zapotrzebowanie. Jeśli nie ma takiego wierzchołka, a nie wszystkie zostały odwiedzone wraca do magazynu.
2. Wybór kolejnego wierzchołka do odwiedzenia następuje zgodnie z prawdopodobieństwem wyliczonym ze wzoru:

$v1$  – aktualny wierzchołek

$v2$  – kolejny rozpatrywany wierzchołek

$$H = \frac{1}{\text{odległość}(v1, v2)}$$

$$P = \text{feromony}(v1, v2)^\alpha * H^\beta$$

3. Po wyborze kolejnego wierzchołka odejmuje od swojej ilości jednostek zapotrzebowanie odwiedzonego wierzchołka.
4. Każda mrówka aktualizuje feromony na drodze swojego rozwiązania zgodnie ze wzorem:

$$\delta = \frac{1}{\text{długość drogi}}$$

$$\text{feromony}(v1, v2) = \text{feromony}(v1, v2) + \delta$$

5. Na koniec każdej iteracji feromony ulegają zanikowi zgodnie ze wzorem:

$$\text{feromony}(v1, v2) = \text{feromony}(v1, v2) * \text{współczynnik zaniku feromonu}$$

# Wykorzystane algorytmy (modyfikacje)

---

- **Zmniejszenie liczby dostępnych kroków** - w modyfikacji tej wprowadzimy ograniczenia dotyczące dostępnych kroków, które mrówka może wykonać w każdym etapie budowania swojego rozwiązania do 5, co oznacza, że mrówka może wybrać tylko jeden z 5 najbliższych wierzchołków do wyboru. Zaletą tej modyfikacji jest to, że pozwala ona na ograniczenie liczby możliwych tras, jakie mogą zostać wygenerowane przez mrówkę, co z kolei pozwala na zwiększenie skuteczności algorytmu i szybsze znalezienie optymalnego rozwiązania.
- **„Elita” mrówek** - polega na wybraniu najlepszej mrówki spośród całej populacji i umożliwienie tylko jej modyfikację feromonów. W ten sposób można zwiększyć zbieżność algorytmu i poprawić jakość otrzymywanych rozwiązań.
- **Algorytm zachłanny** – w każdym kroku mrówka losuje jeden z trzech najbliższych możliwych do odwiedzenia wierzchołków.

# Hipotezy badawcze

---

- Algorytm zachłanny będzie dawać najgorsze rozwiązania spośród wszystkich wariantów.
- Podstawowa wersja algorytmu mrówkowego szybciej znajdzie lepsze rozwiązania niż pozostałe wersje algorytmu dla małych grafów.
- Modyfikacja z wyborem "elity" mrówek znajdzie szybciej lepsze rozwiązanie niż pozostałe wersje algorytmu dla średnich grafów.
- Wersja algorytmu z modyfikacją zmniejszającą liczbę dostępnych kroków szybciej znajdzie lepsze rozwiązanie niż pozostałe wersje algorytmu dla dużych grafów.

# Zbiory danych

---

- **P-n16-k8** - jest to mały zbiór danych zawierający 16 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 8 pojazdów o pojemności 35 jednostek. Zbiór ten zawiera informacje o położeniu klientów i magazynu, a także wymaganej ilości towaru, który trzeba dostarczyć do każdego klienta.
- **E-n22-k4** - kolejny mały zbiór danych zawierający 22 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 4 pojazdy o pojemności 6000 jednostek.
- **E-n33-k4** - to średni zbiór danych, który zawiera 33 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 4 pojazdy o pojemności 8000 jednostek.
- **E-n51-k5** - kolejny średni zbiór danych zawierający 51 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 5 pojazdów o pojemności 160 jednostek.
- **E-n101-k8** - to duży zbiór danych zawierający 101 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 8 pojazdów o pojemności 200 jednostek.

# Wyniki

---

$\alpha = 1$ ,  $\beta = 2$ , liczba mrówek = 50, liczba iteracji = 500, współczynnik zaniku feromonów = 0.1,  $s_{max} = 10000$

Zbiór danych	Optymalna odległość	Algorytm podstawowy	Algorytm zachłanny	Modyfikacja "elity" mrówek	Modyfikacja z ograniczeniem liczby wierzchołków
P-n16-k8	450	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)
E-n22-k4	375	390.8(4 %)	442.2(18 %)	400.6(7 %)	381.8(2 %)
E-n33-k4	835	863.4(3 %)	930.4(11 %)	894.6(7 %)	891.8(7 %)
E-n51-k5	521	588.4(13 %)	694.8(33 %)	619.0(18 %)	577.6(11 %)
E-n101-k8	817	1043(28%)	1243.8(52 %)	1219(49 %)	941.8(15 %)

Tabela 1: Podstawowe wyniki.

# Wyniki (c.d.)

$\alpha = 1$ ,  $\beta = 2$ , liczba mrówek = 50, liczba iteracji = 500, współczynnik zaniku feromonów = 0.1,  $s_{max} = 2 *$   
Optymalna odległość

Zbiór danych	Optymalna odległość	Algorytm podstawowy	Algorytm zachłanny	Modyfikacja "elity" mrówek	Modyfikacja z ograniczeniem liczby wierzchołków
P-n16-k8	450	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)
E-n22-k4	375	388.4(3 %)	457.6(18 %)	396.6(5 %)	381.8(2 %)
E-n33-k4	835	863.4(3 %)	930.4(11 %)	894.6(7 %)	891.8(7 %)
E-n51-k5	521	591.4(14 %)	731(40 %)	650.4(25 %)	577.6(11 %)
E-n101-k8	817	1634(100 %)	1266.6(55 %)	1634(100 %)	941.8(15 %)

Tabela 2: Wyniki z ograniczoną drogą.



# Wyniki (c.d.)

$\alpha = 2$ ,  $\beta = 1$ , liczba mrówek = 50, liczba iteracji = 500, współczynnik zaniku feromonów = 0.1, smax = 10000

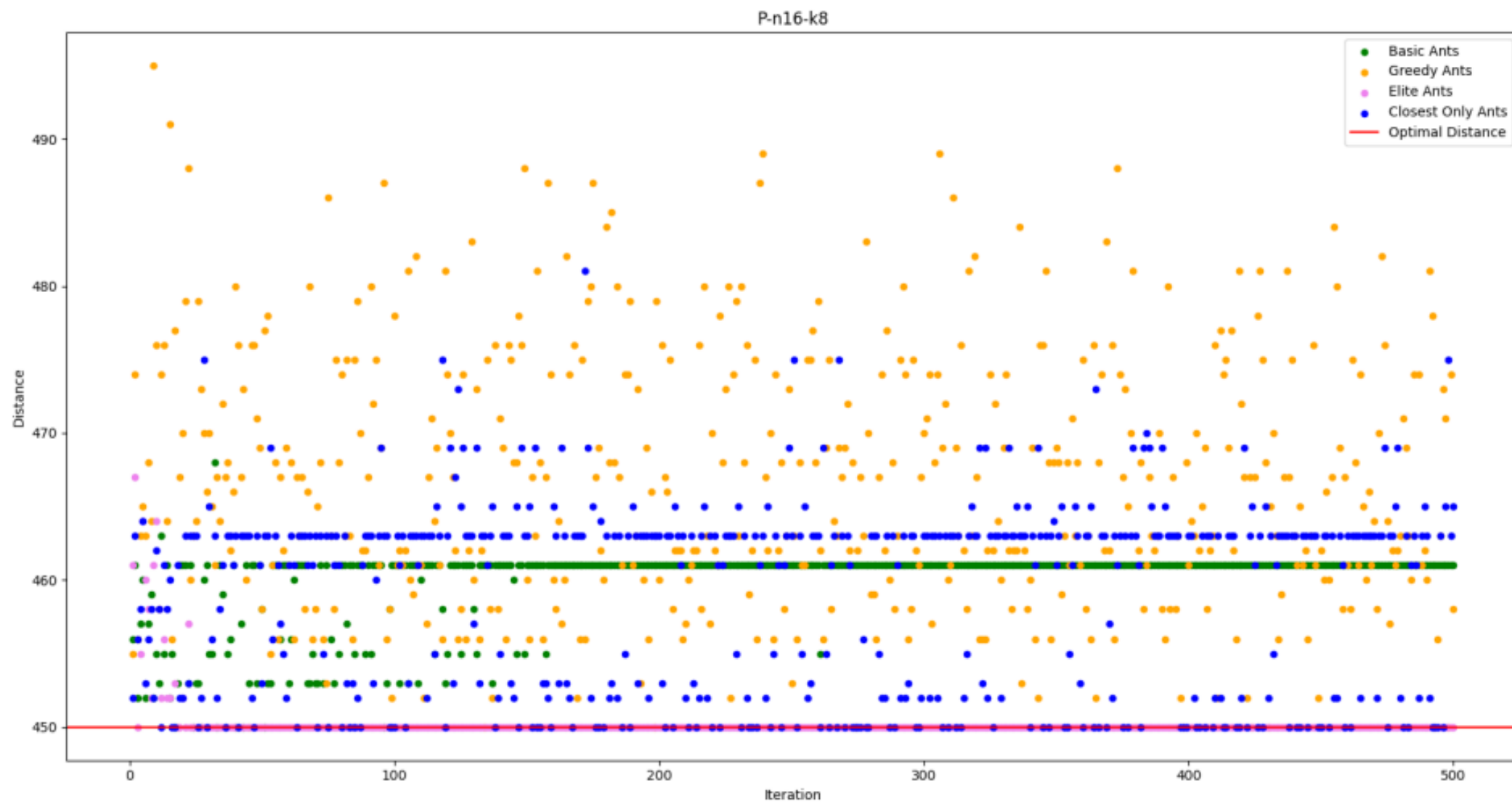
Zbiór danych	Optymalna odległość	Algorytm podstawowy	Algorytm zachłanny	Modyfikacja "elity" mrówek	Modyfikacja z ograniczeniem liczby wierzchołków
P-n16-k8	450	451.8(0 %)	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)
E-n22-k4	375	407.4(9 %)	442.2(18 %)	422(13 %)	387.8(3 %)
E-n33-k4	835	891.6(7 %)	930.4(11 %)	971.0(16 %)	911.8(9 %)
E-n51-k5	521	618(19 %)	694.8(33 %)	720.8(38 %)	578.4(11 %)
E-n101-k8	817	1088.4(33 %)	1243.8(52 %)	1424.6(74 %)	938(15 %)

Tabela 3: Wyniki z odwróconą  $\alpha$  i  $\beta$ .

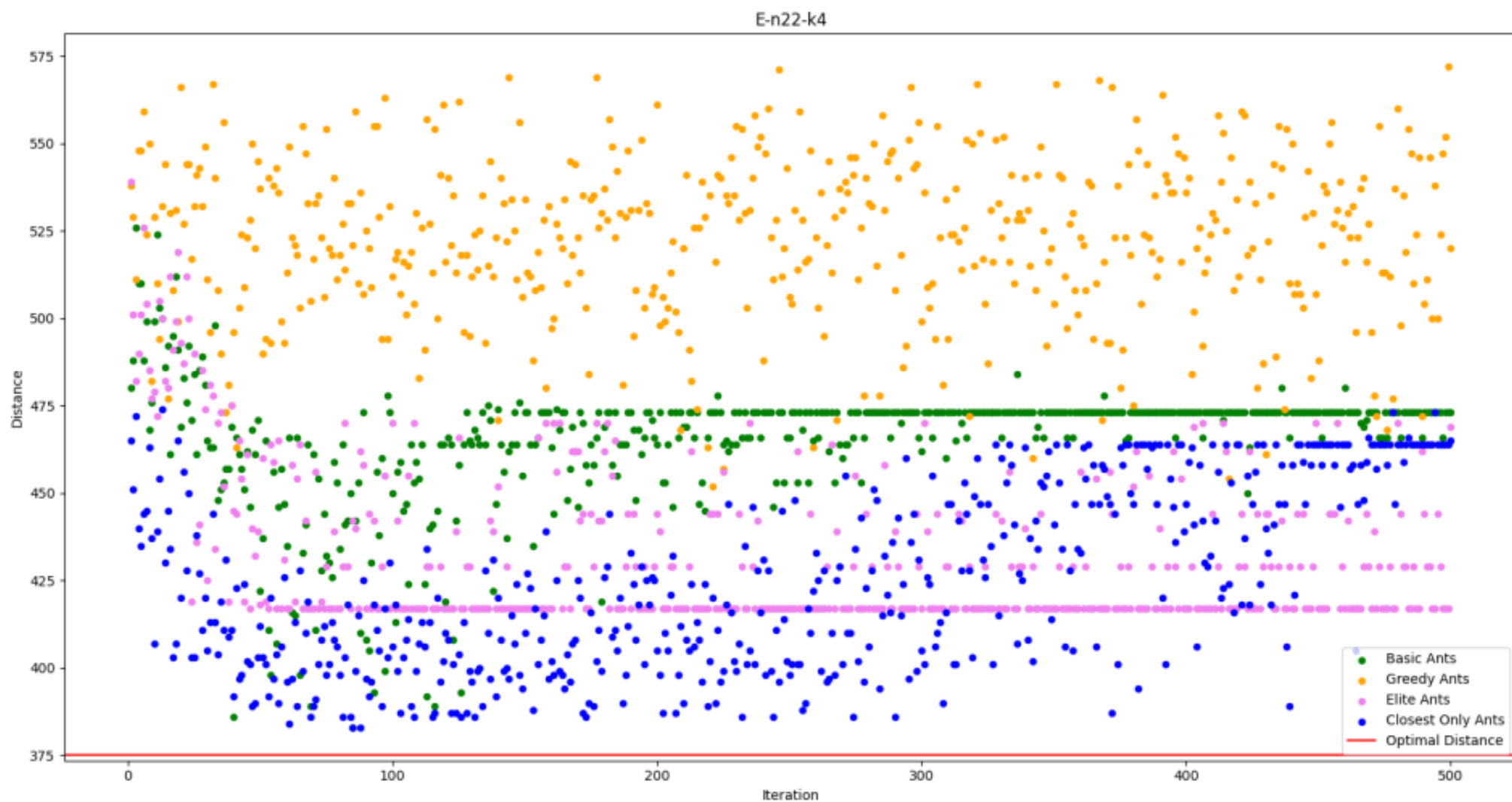
# Zbieżność algorytmów do rozwiązania bliskiego optymalnego

---

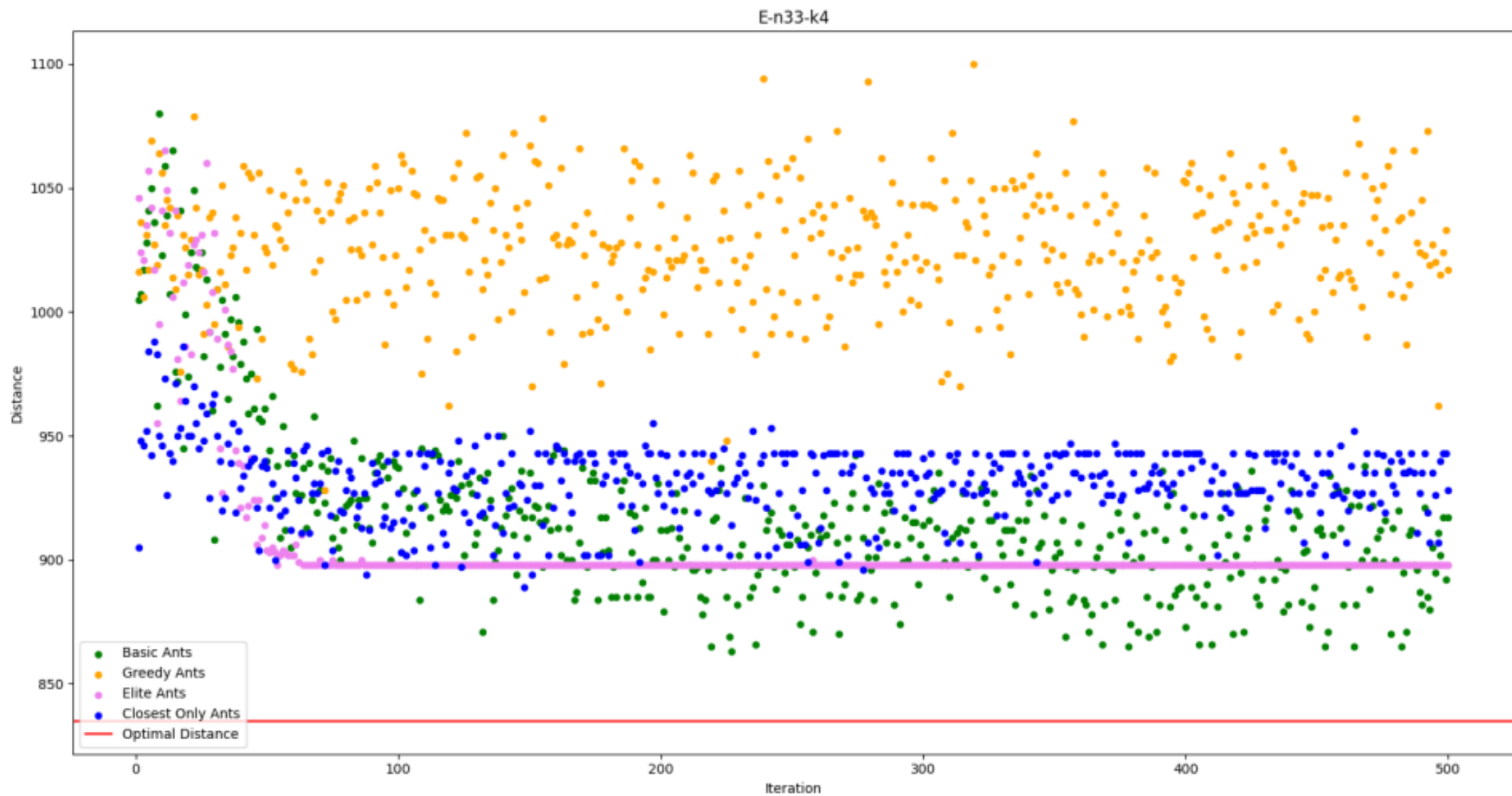
- $\alpha = 1$
- $\beta = 2$
- liczba mrówek = 50
- liczba iteracji = 500
- współczynnik zaniku feromonów = 0.1
- $s_{\max} = 10000$



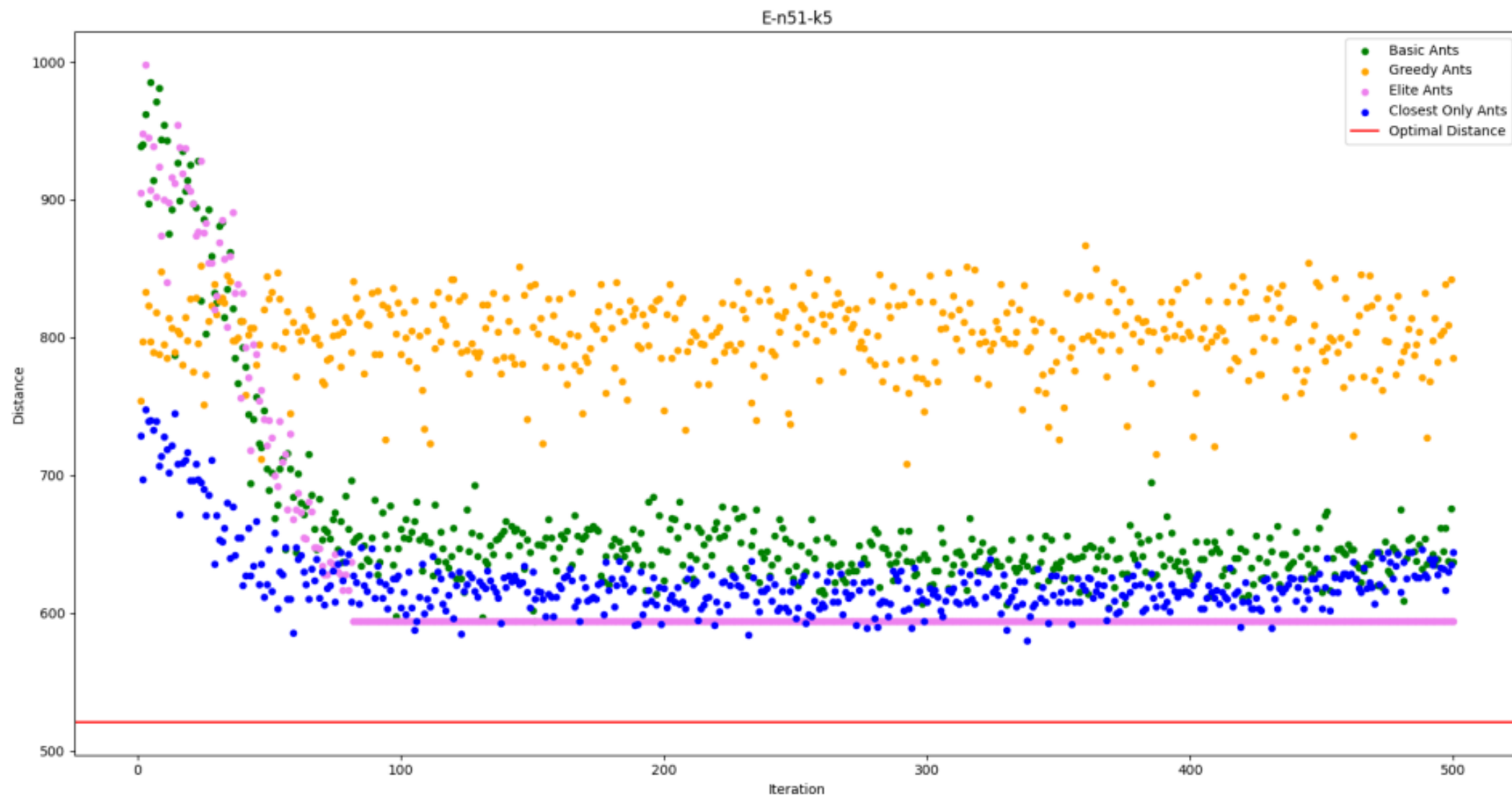
Rysunek 5: Wyniki dla zbioru P-n16-k8.



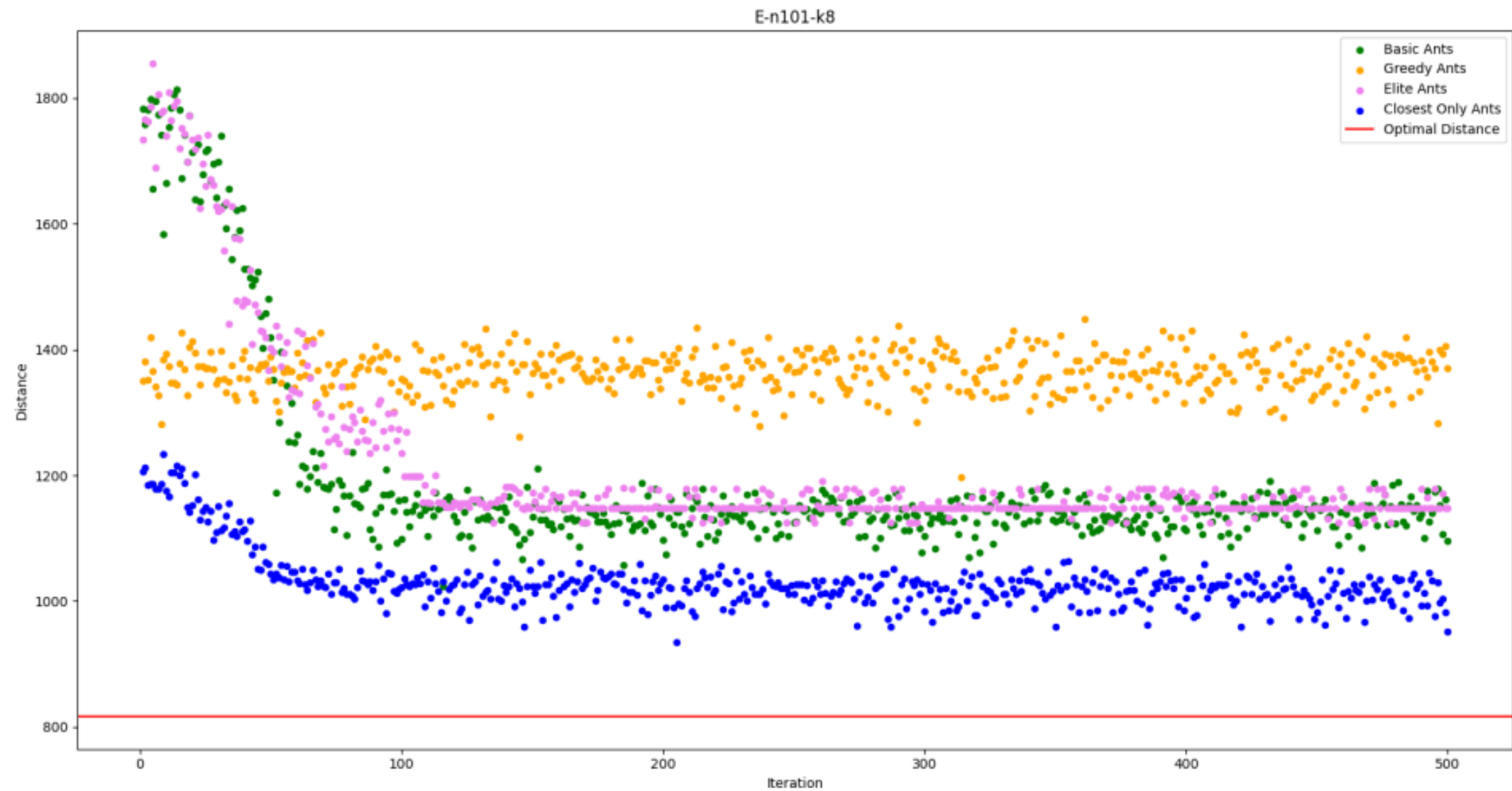
Rysunek 6: Wyniki dla zbioru E-n22-k4.



Rysunek 7: Wyniki dla zbioru E-n33-k4.



Rysunek 8: Wyniki dla zbioru E-n51-k5.



Rysunek 9: Wyniki dla zbioru E-n101-k8.

# Wnioski

---

1. Algorytm z ograniczoną liczbą wierzchołków daje najlepsze wyniki, a algorytm podstawowy jest nieco gorszy.
2. Algorytm zachłanny zwraca najgorsze wyniki z powodu niewykorzystania informacji o feromonach.
3. Algorytm z „elitą” mrówek zbiega najszybciej do dobrej jakości rozwiązania, ale może zatrzymać się na minimum lokalnym.
4. Zmniejszenie ograniczenia odległości dla mrówek może poprawić wyniki dla małych grafów, ale pogarsza dla większych grafów.
5. Zwiększenie udziału feromonów poprawia jakość rozwiązań.
6. Algorytm podstawowy nie jest najlepszy dla małych grafów jak również algorytm z „elitą” mrówek dla średnich grafów, ale algorytm z modyfikacją zmniejszającą liczbę dostępnych kroków najszybciej znajduje lepsze rozwiązania dla dużych grafów.



# Bibliografia

---

1. M. Dorigo and L. M. Gambardella, "Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem," in IEEE Transactions on Evolutionary Computation, April 1997
2. Yu Bin, Yang Zhong-Zhen, Yao Baozhen, "An improved ant colony optimization for vehicle routing problem", European Journal of Operational Research, 2009
3. Silvia Mazzeo, Irene Loiseau, "An Ant Colony Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing", Electronic Notes in Discrete Mathematics, 2004
4. Amir Hajjam, Lyamine Bouhafs, A. Koukam, "A Hybrid Ant Colony System Approach for the Capacitated Vehicle Routing Problem and the Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows", 2008
5. Christian Blum, "Ant colony optimization: Introduction and recent trends", Physics of Life Reviews, 2005
6. <http://vrp.galgos.inf.puc-rio.br/index.php/en/>
7. <http://www.dca.fee.unicamp.br/projects/infobiosys/vrp>