

Raport z możliwości rozwiązania problemu CVRP z użyciem algorytmu mrówkowego

Wojciech Klusek

25 marca 2023

Spis treści

1	Abstrakt	2
2	Streszczenie	3
3	Opis problemu	3
3.1	Algorytm mrówkowy	3
4	Założenia	4
5	Opis algorytmu podstawowego	4
5.1	Algorytm zachłanny	5
6	Modyfikacje algorytmu podstawowego	5
7	Hipotezy badawcze	5
8	Zbiory danych	5
9	Wyniki	6
9.1	Wyniki odległości	6
9.2	Wyznaczone ścieżki dla wybranej instancji	8
9.2.1	Algorytm podstawowy	8
9.2.2	Algorytm zachłanny	8
9.2.3	Modyfikacja "elity" mrówek	9
9.2.4	Modyfikacja z ograniczeniem liczby wierzchołków	9
9.3	Zbieżność algorytmów do rozwiązania bliskiego optymalnego	10
9.3.1	Zbiór P-n16-k8	10
9.3.2	Zbiór E-n22-k4	11
9.3.3	Zbiór E-n33-k4	11
9.3.4	Zbiór E-n51-k5	12
9.3.5	Zbiór E-n101-k8	12
10	Wnioski	13
11	Bibliografia	13

1 Abstrakt

Ten dokument jest raportem z możliwości rozwiązania problemu CVRP z użyciem algorytmu mrówkowego . Na początku znajduje się streszczenie raportu. Dalej opisany jest problem CVRP oraz algorytm mrówkowy. Następnie przedstawione są założenia dotyczące problemu CVRP. Po założeniach opisane są algorytmy oraz ich modyfikacje służące do rozwiązania problemu CVRP. Dalej przedstawione są hipotezy badawcze, które zostały sprawdzone w ramach tego raportu. Po hipotezach

badawczych opiane są zbiory danych wykorzystane do przeprowadzenia eksperymentów. Następnie opisane są eksperymenty oraz ich wyniki. Na końcu opisane są wnioski wraz z bibliografią.

2 Streszczenie

Przedstawiony raport dotyczy problemu optymalizacyjnego z dziedziny logistyki, jakim jest CVRP (ang. Capacitated Vehicle Routing Problem). W ramach raportu przedstawiono algorytm mrówkowy, heurystyczny algorytm optymalizacyjny, inspirowany zachowaniem kolonii mrówek w procesie poszukiwania żywności. Algorytm ten był testowany w ramach trzech różnych wariantów, z których każdy posiadał inne modyfikacje. Wszystkie trzy warianty zostały porównane z algorytmem zachłannym.

W badaniach została porównana jakość rozwiązań poszczególnych wariantów algorytmu dla różnych rozmiarów grafów. Z przeprowadzonych eksperymentów wynika, że algorytm z modyfikacją polegającą na zmniejszeniu liczby dostępnych kroków, daje najlepsze rezultaty. Wersja podstawowa algorytmu dawała trochę gorsze rozwiązania niż wcześniej wspomniana modyfikacja. Algorytm zachłanny dawał zdecydowanie najgorsze wyniki, a jego rozwiązania nie polepszały się z kolejnymi iteracjami. Algorytm z "elitą" mrówek najszybciej zbiegał do optimum lokalnego ale najczęściej nie znajdował optimum globalnego.

Hipotezy badawcze sformułowane w raporcie, potwierdziły się w połowie podczas eksperymentów. Zgodnie z przewidywaniami, algorytm zachłanny dawał najgorsze wyniki, a z wersja z ograniczeniem liczby wierzchołków szybciej znajdowała lepsze rozwiązania od reszty algorytmów. Algorytm z ograniczeniem liczby wierzchołków był bardziej skuteczny od reszty algorytmów dla dużych grafów.

Algorytm mrówkowy jest skutecznym narzędziem do rozwiązywania problemu CVRP. Najlepsze wyniki dają wersja podstawowa algorytmu oraz wersja z modyfikacją polegającą na zmniejszeniu liczby dostępnych kroków. Algorytm zachłanny nie jest skutecznym rozwiązaniem tego problemu.

3 Opis problemu

CVRP (ang. Capacitated Vehicle Routing Problem) to problem optymalizacyjny z dziedziny logistyki, który polega na zaplanowaniu optymalnej trasy dla floty samochodów, które mają dostarczyć produkty z magazynu do określonych punktów docelowych. Każdy z samochodów ma ograniczoną ładowność, a każdy punkt docelowy ma określoną ilość towaru, który trzeba dostarczyć. Celem CVRP jest minimalizacja kosztów transportu, a więc minimalizacja liczby użytych samochodów oraz minimalizacja łącznej przebytej trasy. CVRP jest problemem NP-trudnym.

3.1 Algorytm mrówkowy

Algorytm mrówkowy jest heurystycznym algorytmem optymalizacyjnym inspirowanym zachowaniem mrówek w poszukiwaniu żywności. Algorytm ten polega na sztucznej symulacji zachowania kolonii mrówek w procesie poszukiwania skutecznej drogi

od gniazda do pożywienia.

4 Założenia

Rozważamy wariant problemu CVRP, gdzie:

- Liczba pojazdów jest ustalona, podana na wejściu.
- Droga, którą może przebyć każdy z pojazdów jest ograniczona przez wartość s_{max} .

Należy porównać ze sobą następujące podejścia:

- Algorytm mrówkowy w podstawowej wersji.
- Dwie modyfikacje algorytmu mrówkowego.
- Algorytm zachłanny.

5 Opis algorytmu podstawowego

W algorytmie podstawowym pojedyncza mrówka odwiedza wierzchołki w następujący sposób:

1. W zbiorze nieodwiedzonych wierzchołków wyszukuje te, dla których ma wystarczająco dużo jednostek, aby wypełnić ich zapotrzebowanie. Jeśli nie ma takiego wierzchołka, a nie wszystkie zostały odwiedzone wraca do magazynu.

2. Wybór kolejnego wierzchołka do odwiedzenia następuje zgodnie z prawdopodobieństwem wyliczonym ze wzoru:

v_1 - aktualny wierzchołek

v_2 - kolejny rozpatrywany wierzchołek

$H = 1 / \text{odległość}(v_1, v_2)$

$P = \text{feromony}(v_1, v_2)^\alpha * H^\beta$

3. Po wyborze kolejnego wierzchołka odejmuje od swojej ilości jednostek zapotrzebowanie odwiedzonego wierzchołka.

4. Każda mrówka aktualizuje feromony na drodze swojego rozwiązania zgodnie ze wzorem:

$F_\delta = 1 / \text{długość drogi}$

$\text{feromony}(v_1, v_2) = \text{feromony}(v_1, v_2) + F_\delta$

5. Na koniec każdej iteracji feromony ulegają zanikowi zgodnie ze wzorem:

$\text{feromony}(v_1, v_2) = \text{feromony}(v_1, v_2) * \text{współczynnik zaniku feromonu}$

5.1 Algorytm zachłanny

Algorytm zachłanny różni się od podstawowego tym, że mrówka wybiera najbliższy wierzchołek, dla którego może spełnić zapotrzebowanie.

6 Modyfikacje algorytmu podstawowego

- Zmniejszenie liczby dostępnych kroków - w modyfikacji tej wprowadzimy ograniczenia dotyczące dostępnych kroków, które mrówka może wykonać w każdym etapie budowania swojego rozwiązania do 5, co oznacza, że mrówka może wybrać tylko jeden z 5 najbliższych wierzchołków do wyboru. Zaletą tej modyfikacji jest to, że pozwala ona na ograniczenie liczby możliwych tras, jakie mogą zostać wygenerowane przez mrówkę, co z kolei pozwala na zwiększenie skuteczności algorytmu i szybsze znalezienie optymalnego rozwiązania.
- "Elita" mrówek - polega na wybraniu najlepszej mrówki spośród całej populacji i umożliwienie tylko jej modyfikację feromonów. W ten sposób można zwiększyć zbieżność algorytmu i poprawić jakość otrzymywanych rozwiązań.

7 Hipotezy badawcze

- Algorytm zachłanny będzie dawać najgorsze rozwiązania spośród wszystkich wariantów.
- Podstawowa wersja algorytmu mrówkowego szybciej znajdzie lepsze rozwiązania niż pozostałe wersje algorytmu dla małych grafów.
- Modyfikacja z wyborem "elity" mrówek znajdzie szybciej lepsze rozwiązanie niż pozostałe wersje algorytmu dla średnich grafów.
- Wersja algorytmu z modyfikacją zmniejszającą liczbę dostępnych kroków szybciej znajdzie szybciej lepsze rozwiązanie niż pozostałe wersje algorytmu dla dużych grafów.

8 Zbiory danych

Do weryfikacji hipotez wykorzystane zostało 5 zbiorów, podzielonych na dwie małe, dwie średnie i jedną dużą instancję:

- P-n16-k8 [6] - jest to mały zbiór danych zawierający 16 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 8 pojazdów o pojemności 35 jednostek. Zbiór ten składa się z pliku P-n16-k8.txt, który zawiera informacje o położeniu klientów i magazynu, a także wymaganej ilości towaru, który trzeba dostarczyć do każdego klienta.
- E-n22-k4 [7] - kolejny mały zbiór danych zawierający 22 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 4 pojazdy o pojemności 6000 jednostek. Zbiór ten składa się z pliku E-n22-k4.txt.

- E-n33-k4 [7] - to średni zbiór danych, który zawiera 33 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 4 pojazdy o pojemności 8000 jednostek. Zbiór ten składa się z pliku E-n33-k4.txt.
- E-n51-k5 [7] - kolejny średni zbiór danych zawierający 51 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 5 pojazdów o pojemności 160 jednostek. Zbiór ten składa się z pliku E-n51-k5.txt.
- E-n101-k8 [7] - to duży zbiór danych zawierający 101 klientów, którzy muszą być obsłużeni przez 8 pojazdów o pojemności 200 jednostek. Zbiór ten składa się z pliku E-n101-k8.txt.

9 Wyniki

9.1 Wyniki odległości

Poniżej przedstawione są wyniki odległości dla algorytmu podstawowego, zachłannego oraz 2 modyfikacji dla wybranych parametrów. Wynikiem dla poszczególnych algorytmów jest średnia arytmetyczna z rozwiązań dla 5 różnych ziaren generatora liczb losowych. W nawiasie zapisany jest błąd względny rozwiązania z dokładnością do 1 procenta. Rozwiązania przedstawione w pierwszej tabeli wykorzystamy jako punkt odniesienia. Jeżeli dla innych parametrów otrzymamy lepsze wyniki, będą zaznaczone kolorem **zielonym**, a jeśli gorsze - **czerwonym**. Na **niebiesko** zaznaczone będą zmienione parametry.

- $\alpha = 1$
 - $\beta = 2$
 - liczba mrówek = 50
 - liczba iteracji = 500
 - współczynnik zaniku feromonów = 0.1
 - $s_{max} = 10000$

Zbiór danych	Optymalna odległość	Algorytm podstawowy	Algorytm zachłanny	Modyfikacja "elity" mrówek	Modyfikacja z ograniczeniem liczby wierzchołków
P-n16-k8	450	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)
E-n22-k4	375	390.8(4 %)	442.2(18 %)	400.6(7 %)	381.8(2 %)
E-n33-k4	835	863.4(3 %)	930.4(11 %)	894.6(7 %)	891.8(7 %)
E-n51-k5	521	588.4(13 %)	694.8(33 %)	619.0(18 %)	577.6(11 %)
E-n101-k8	817	1043(28%)	1243.8(52 %)	1219(49 %)	941.8(15 %)

Tabela 1: Podstawowe wyniki.

- 2.
- $\alpha = 1$
 - $\beta = 2$
 - liczba mrówek = 50
 - liczba iteracji = 500
 - współczynnik zaniku feromonów = 0.1
 - $s_{max} = 2 * \text{Optymalna odległość}$

Zbiór danych	Optymalna odległość	Algorytm podstawowy	Algorytm zachłanny	Modyfikacja "elity" mrówek	Modyfikacja z ograniczeniem liczby wierzchołków
P-n16-k8	450	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)
E-n22-k4	375	388.4(3 %)	457.6(18 %)	396.6(5 %)	381.8(2 %)
E-n33-k4	835	863.4(3 %)	930.4(11 %)	894.6(7 %)	891.8(7 %)
E-n51-k5	521	591.4(14 %)	731(40 %)	650.4(25 %)	577.6(11 %)
E-n101-k8	817	1634(100 %)	1266.6(55 %)	1634(100 %)	941.8(15 %)

Tabela 2: Wyniki z ograniczoną drogą.

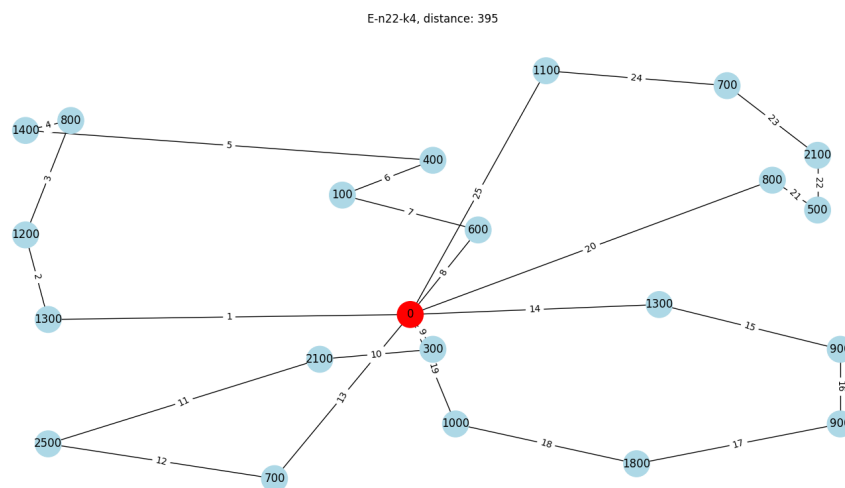
- 3.
- $\alpha = 2$
 - $\beta = 1$
 - liczba mrówek = 50
 - liczba iteracji = 500
 - współczynnik zaniku feromonów = 0.1
 - $s_{max} = 10000$

Zbiór danych	Optymalna odległość	Algorytm podstawowy	Algorytm zachłanny	Modyfikacja "elity" mrówek	Modyfikacja z ograniczeniem liczby wierzchołków
P-n16-k8	450	451.8(0 %)	450(0 %)	450(0 %)	450(0 %)
E-n22-k4	375	407.4(9 %)	442.2(18 %)	422(13 %)	387.8(3 %)
E-n33-k4	835	891.6(7 %)	930.4(11 %)	971.0(16 %)	911.8(9 %)
E-n51-k5	521	618(19 %)	694.8(33 %)	720.8(38 %)	578.4(11 %)
E-n101-k8	817	1088.4(33 %)	1243.8(52 %)	1424.6(74 %)	938(15 %)

Tabela 3: Wyniki z odwróconą α i β .

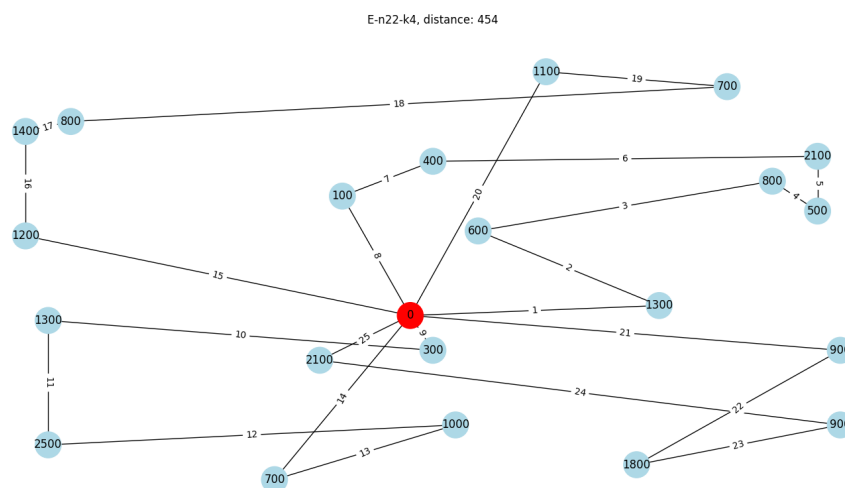
9.2 Wyznaczone ścieżki dla wybranej instancji

9.2.1 Algorytm podstawowy



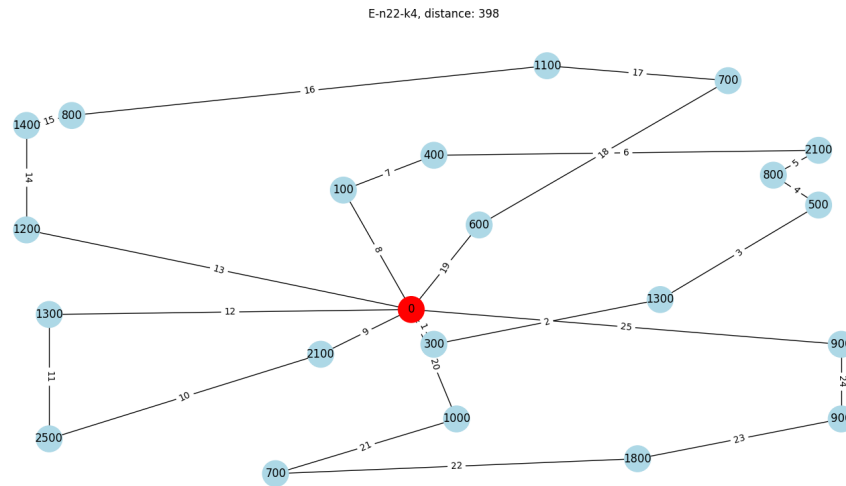
Rysunek 1: Rozwiązanie dla algorytmu podstawowego.

9.2.2 Algorytm zachłanny



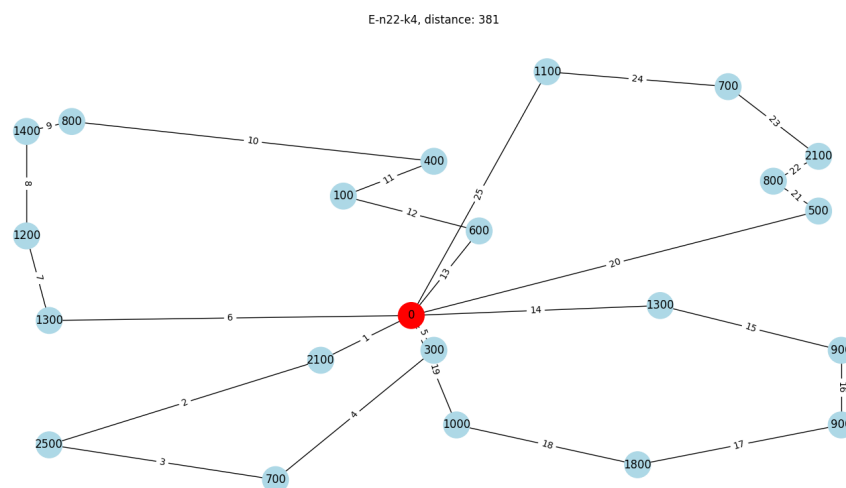
Rysunek 2: Rozwiązanie dla algorytmu zachłannego.

9.2.3 Modyfikacja "elity" mrówek



Rysunek 3: Rozwiązanie dla modyfikacji z "elitą" mrówek.

9.2.4 Modyfikacja z ograniczeniem liczby wierzchołków



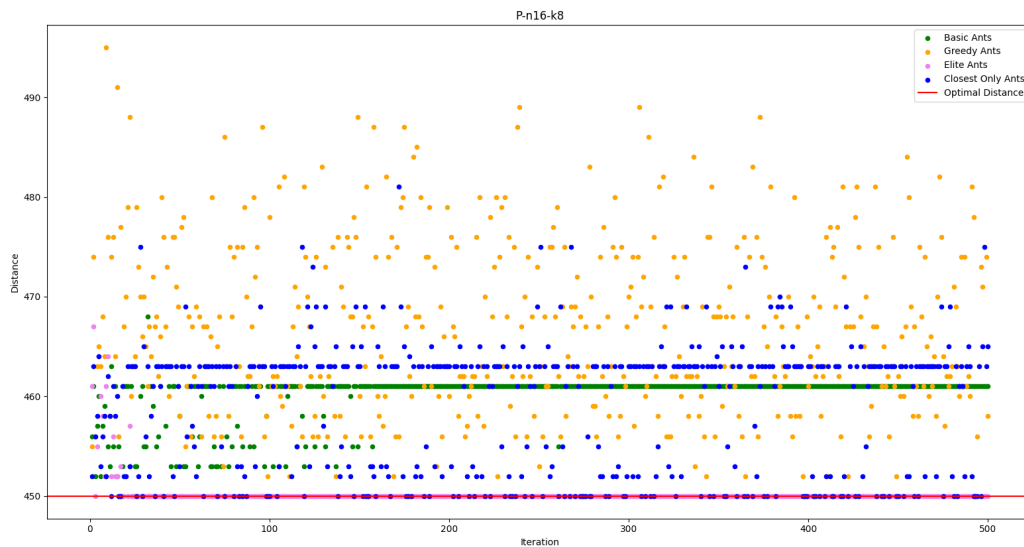
Rysunek 4: Rozwiązanie dla modyfikacji z ograniczeniem liczby wierzchołków.

9.3 Zbieżność algorytmów do rozwiązania bliskiego optymalnego

Poniższe wyniki uzyskane są dla następujących parametrów:

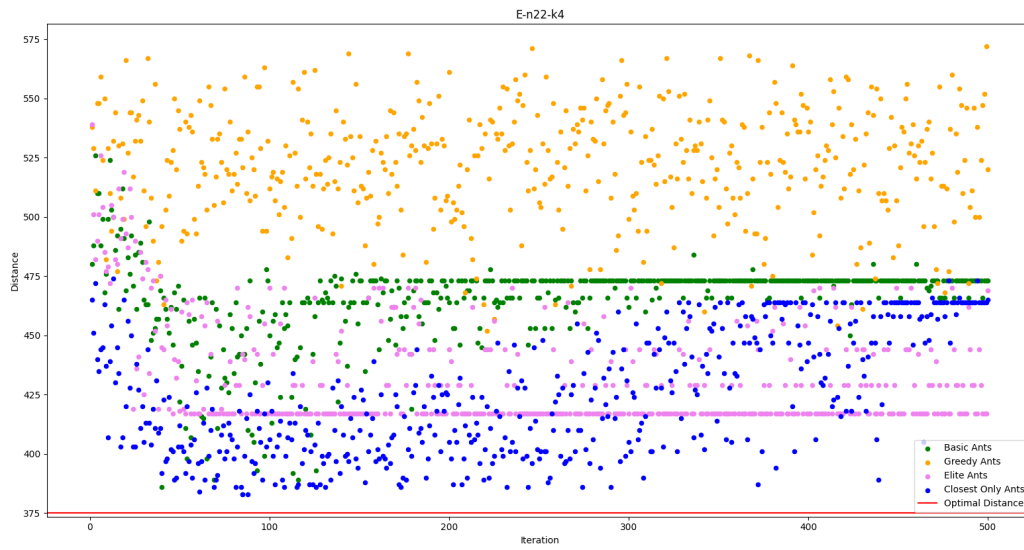
- $\alpha = 1$
- $\beta = 2$
- liczba mrówek = 50
- liczba iteracji = 500
- współczynnik zaniku feromonów = 0.1
- $s_{max} = 10000$

9.3.1 Zbiór P-n16-k8



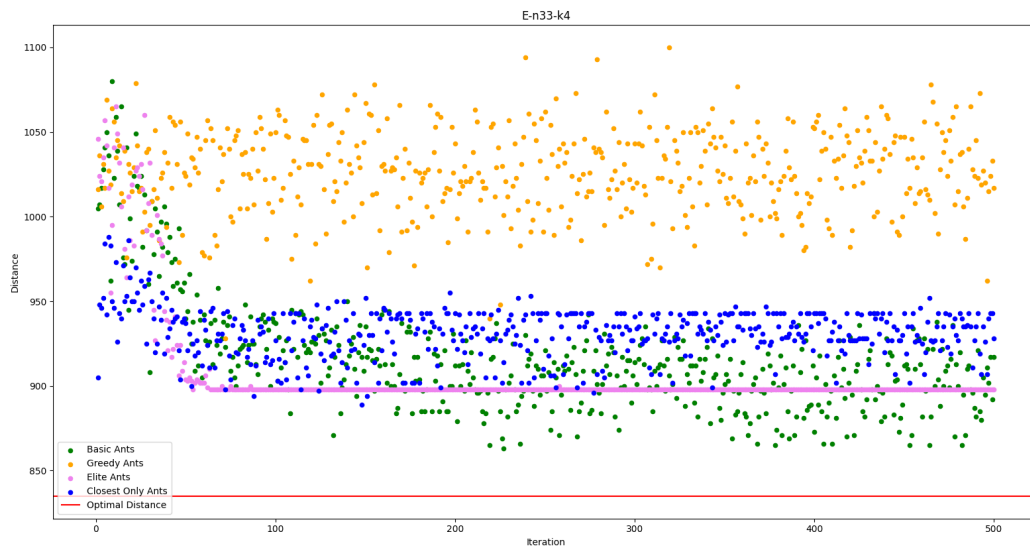
Rysunek 5: Wyniki dla zbioru P-n16-k8.

9.3.2 Zbiór E-n22-k4



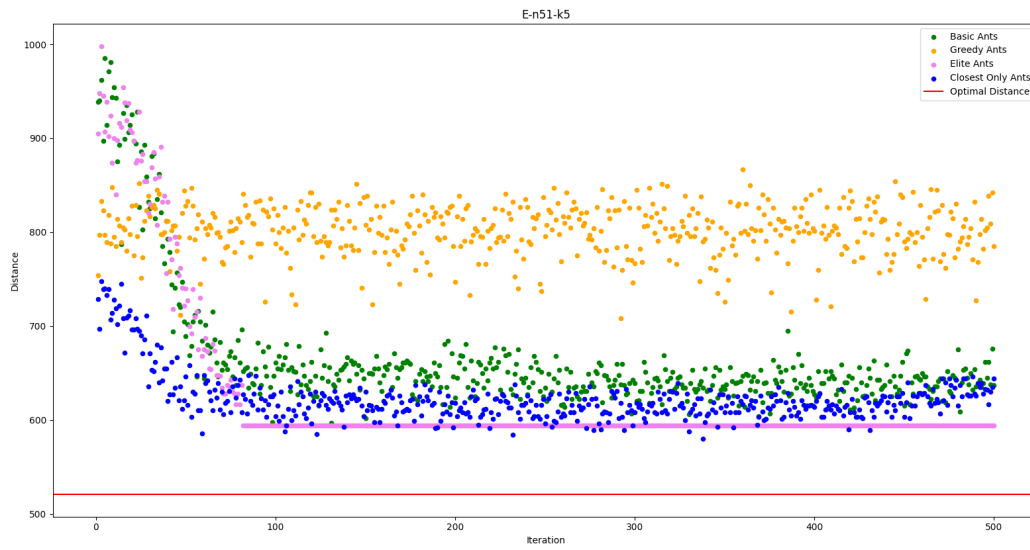
Rysunek 6: Wyniki dla zbioru E-n22-k4.

9.3.3 Zbiór E-n33-k4



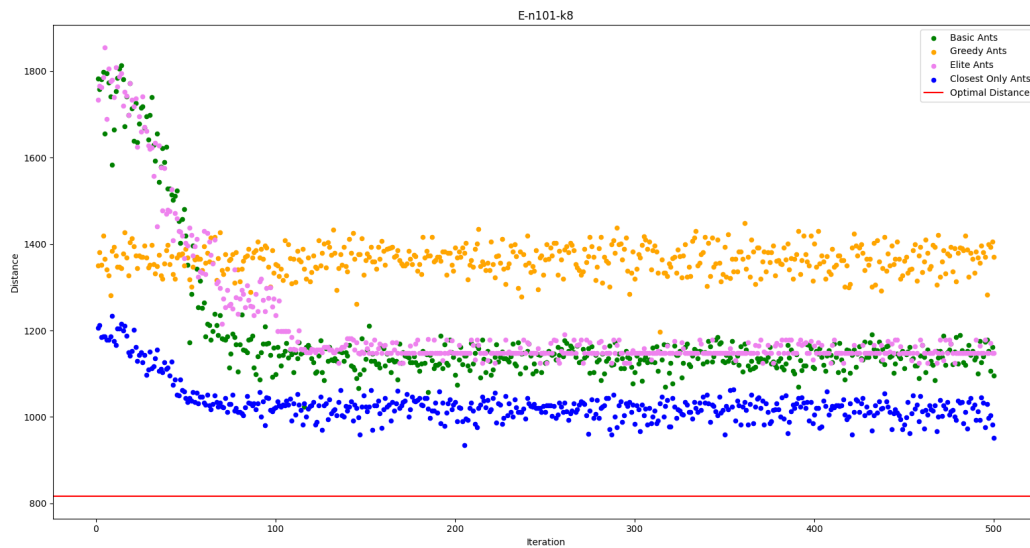
Rysunek 7: Wyniki dla zbioru E-n33-k4.

9.3.4 Zbiór E-n51-k5



Rysunek 8: Wyniki dla zbioru E-n51-k5.

9.3.5 Zbiór E-n101-k8



Rysunek 9: Wyniki dla zbioru E-n101-k8.

10 Wnioski

Z przeprowadzonych eksperymentów wynika, że najlepsze rezultaty daje algorytm z ograniczeniem liczby wierzchołków. Algorytm podstawowy dawał nieco gorsze rozwiązania od modyfikacji z ograniczoną liczbą wierzchołków. Algorytm zachłanny dawał zdecydowanie najgorsze wyniki, a jego rozwiązania nie polepszały się z kolejnymi iteracjami co wynika z niewykorzystania informacji o feromonach. Algorytm z "elitą" mrówek najszybciej zbiegał do rozwiązania całkiem dobrego aczkolwiek zatrzymywał się na nim ze względu na zostawianie feromonów tylko przez najlepszą mrówkę w danej iteracji.

Zmniejszenie ograniczenia ogległości dla mrówek może poprawić rozwiązanie dla małych grafów, lecz daje gorsze rozwiązanie dla większych grafów. Ustawienie współczynnika α (odpowiedzialnego za udział feromonów) na większy niż β (odpowiedzialnego za udział heurystyki) pograsza jakość rozwiązań.

Wyniki eksperymentalne potwierdzają hipotezę, że algorytm zachłanny będzie zwracać najgorsze wyniki w porównaniu z innymi wersjami algorytmu.

Hipotezę, iż podstawowa wersja algorytmu mrówkowego szybciej znajdzie lepsze rozwiązania niż pozostałe wersje algorytmu dla małych grafów można uznać za fałszywą. Algorytm ten zwracał wyniki trochę gorsze od modyfikacji z ograniczoną liczbą wierzchołków.

Hipoteza dotycząca tego iż algorytm z "elitą" mrówek będzie najszybciej zbiegał do rozwiązania optymalnego dla grafów średniej wielkości można uznać za fałszywą. Ta wersja algorytmu dosyć szybko znajdowała w miarę dobre rozwiązanie aczkolwiek zatrzymywała się na minimum lokalnym, a nie globalnym rozwiązaniu.

Hipotezę, iż wersja algorytmu z modyfikacją zmniejszającą liczbę dostępnych kroków szybciej znajdzie lepsze rozwiązanie niż pozostałe wersje algorytmu dla dużych grafów można uznać za prawdziwą. Dla dużych grafów wersja ta najszybciej zbiegała do najlepszego rozwiązania spośród innych algorytmów.

11 Bibliografia

- [1] M. Dorigo and L. M. Gambardella, "Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem," in IEEE Transactions on Evolutionary Computation, April 1997
- [2] Yu Bin, Yang Zhong-Zhen, Yao Baozhen, "An improved ant colony optimization for vehicle routing problem", European Journal of Operational Research, 2009
- [3] Silvia Mazzeo, Irene Loiseau, "An Ant Colony Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing", Electronic Notes in Discrete Mathematics, 2004
- [4] Amir Hajjam, Lyamine Bouhafs, A. Koukam, "A Hybrid Ant Colony System Approach for the Capacitated Vehicle Routing Problem and the Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows", 2008
- [5] Christian Blum, "Ant colony optimization: Introduction and recent trends", Physics of Life Reviews, 2005

[6] <http://vrp.galgos.inf.puc-rio.br/index.php/en/>

[7] <http://www.dca.fee.unicamp.br/projects/infobiosys/vrp/>