Ćwiczenie nr 4: Analityczne i symulacyjne rozwiązanie równania 1.rzędu

Imię i nazwisko: ....
Nr albumu: ....
Termin: ....
Data lab.: ....

1 Parametry równania

$k_1 = a_0 = 1$
$k_2 = a_1 = 1$
$k_3 = b = 8$
$k_4 = u_0 = 8$
$k_5 = 4$

Wzór naszego równania:

$$a_1\dot{x}(t) + a_0x(t) = bu_0 \tag{1}$$

Po podstawieniu parametrów otrzymujemy następujące równanie:

$$\dot{x}(t) + x(t) = 64 \tag{2}$$

Rozwiązanie swobodne:

$$\dot{x} + x = 0$$

$$\lambda = -1$$

$$x_s = A_1e^{-t} \tag{3}$$

Rozwiązanie wymuszone - stałe dla wszystkich przypadków:

$$\dot{x} + x = 64$$

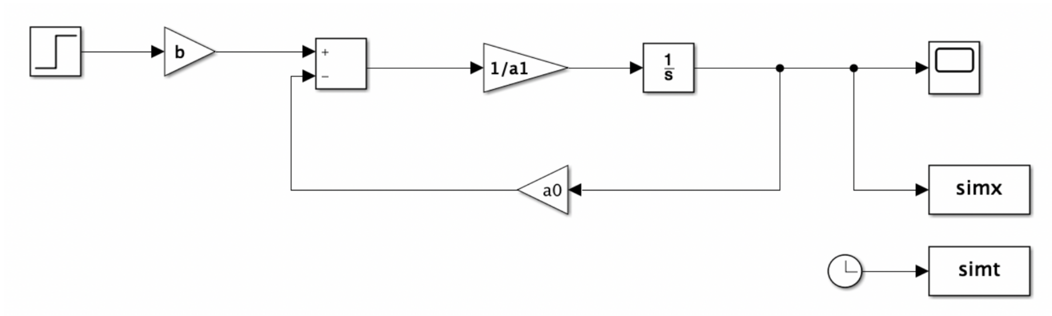
$$x_w = C_1 * 8$$

$$C_1 * 8 = 64$$

$$C_1 = 8$$

$$x_w = 8u_0 = 64 \tag{4}$$

2 Schemat blokowy z Simulinka



Rysunek 1: Schemat blokowy modelu z Simulinka

3 Rozwiązania – stałe wymuszenie ($u_0 \neq 0, d_u = 0$), różne warunki początkow

3.1 Warunki początkowe: $\dot{x}(0) = 0$

$$\dot{x}(t) = -A_1 e^{-t}$$

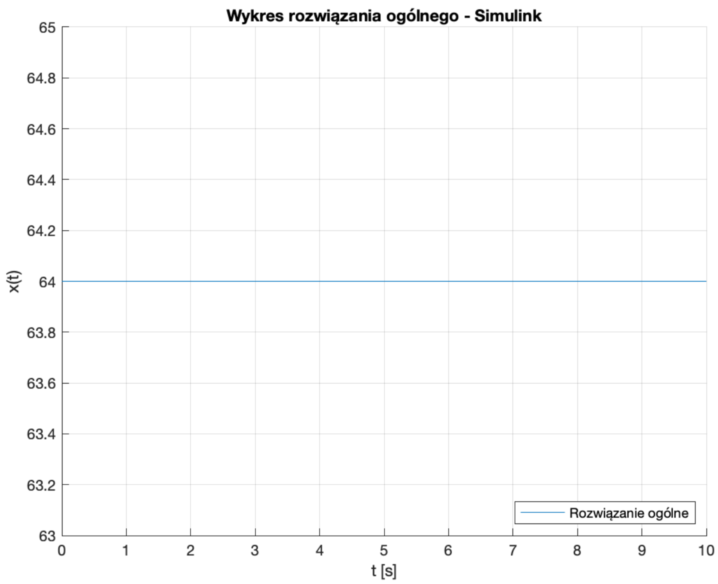
$$A_1 = 0$$

Korzystając ze wzoru (3) i z powyższego wyliczenia A_1 uzyskujemy rozwiązanie swobodne:

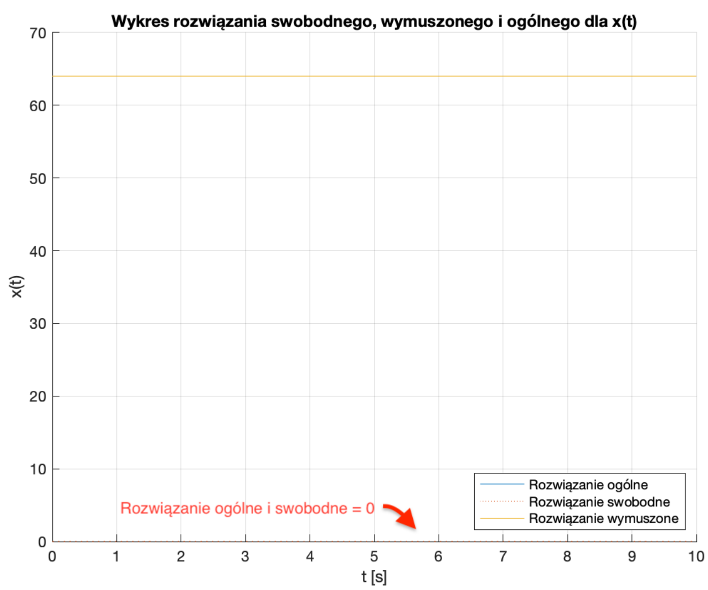
$$x_s = 0$$

Rozwiązanie ogólne:

$$x(t) = x_s + x_w = 64$$



Rysunek 2: Wykres dla rozwiązania symulacyjnego (Simulink)



Rysunek 3: Wykres rozwiązania analitycznego i jego składowych

3.2 Warunki początkowe: $\dot{x}(0) = 5$

$$\dot{x}(t) = -A_1 e^{-t}$$

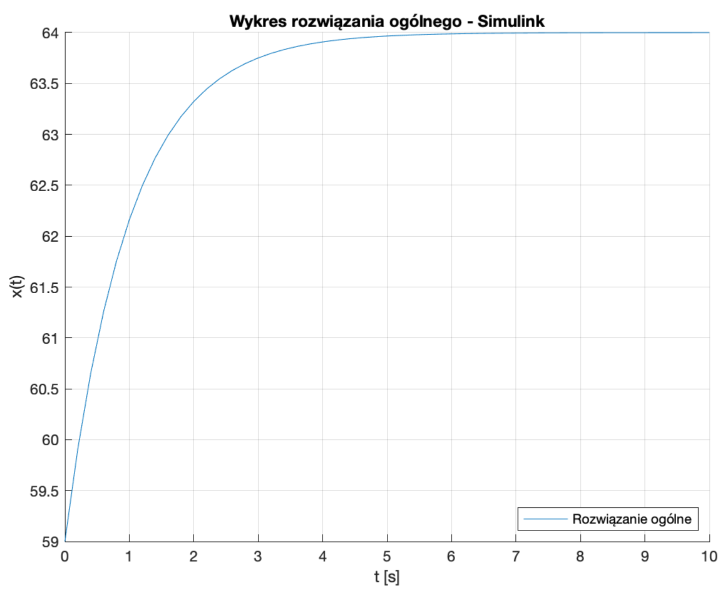
$$A_1 = -5$$

Korzystając ze wzoru (3) i z powyższego wyliczenia A_1 uzyskujemy rozwiązanie swobodne:

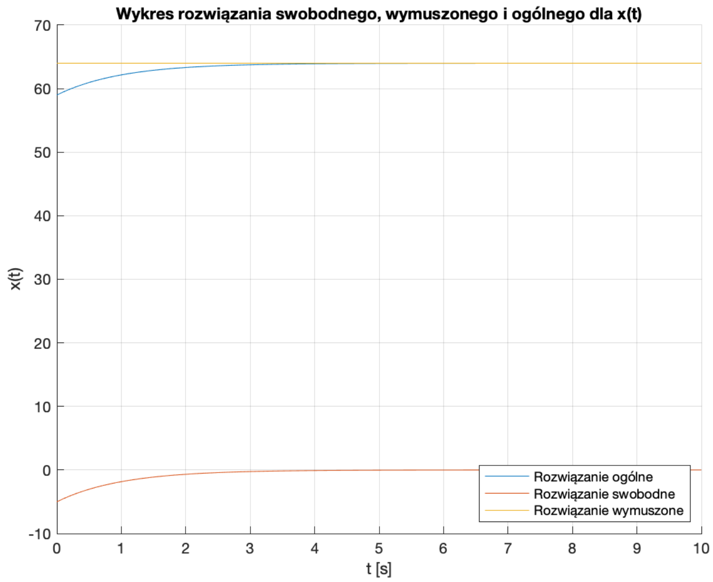
$$x_s(t) = -5e^{-t}$$

Rozwiązanie ogólne:

$$x(t) = x_s + x_w = -5e^{-t} + 64$$



Rysunek 4: Wykres dla rozwiązania symulacyjnego (Simulink)



Rysunek 5: Wykres rozwiązania analitycznego i jego składowych

3.3 Warunki początkowe: $x(0) = 0$

$$x(t) = A_1 e^{-t} + 64$$

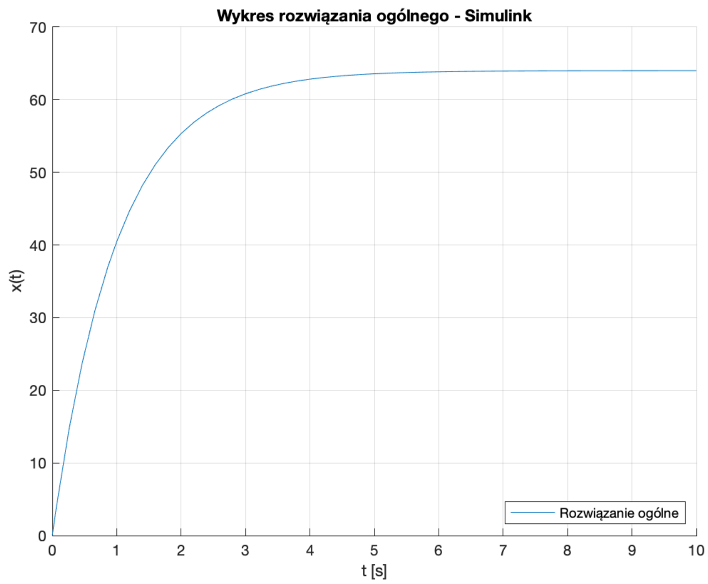
$$A_1 = -64$$

Korzystając ze wzoru (3) i z powyższego wyliczenia A_1 uzyskujemy rozwiązanie swobodne:

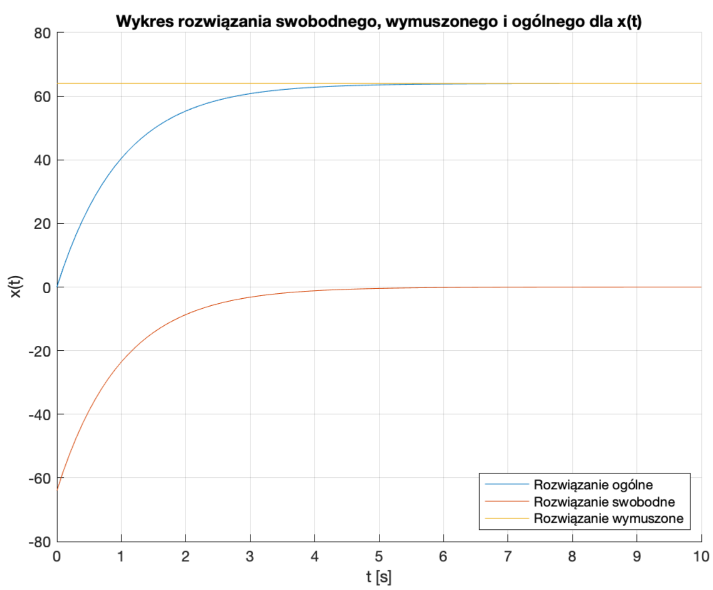
$$x_s = -64e^{-t}$$

Rozwiązanie ogólne:

$$x(t) = x_s + x_w = -64e^{-t} + 64$$



Rysunek 6: Wykres dla rozwiązania symulacyjnego (Simulink)



Rysunek 7: Wykres rozwiązania analitycznego i jego składowych

3.4 Warunki początkowe $x(t) = 2$

$$x(t) = A_1 e^{-t} + 64$$

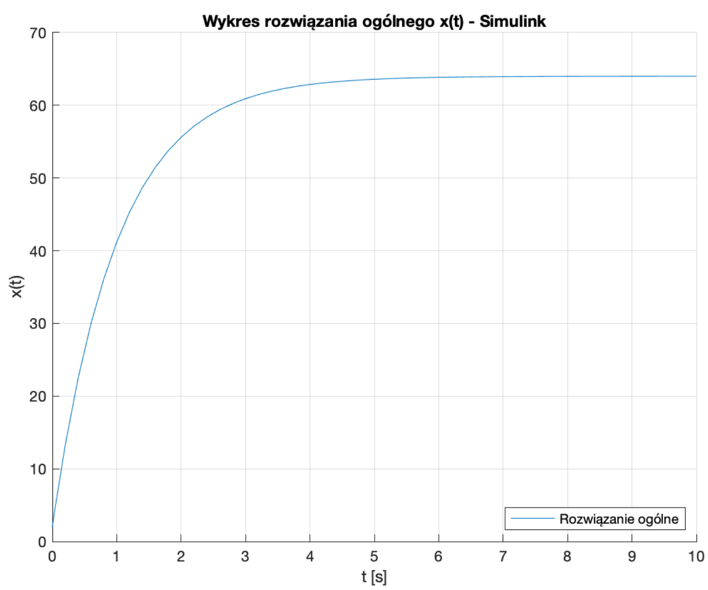
$$A_1 = -62$$

Korzystając ze wzoru (3) i z powyższego wyliczenia A_1 uzyskujemy rozwiązanie swobodne:

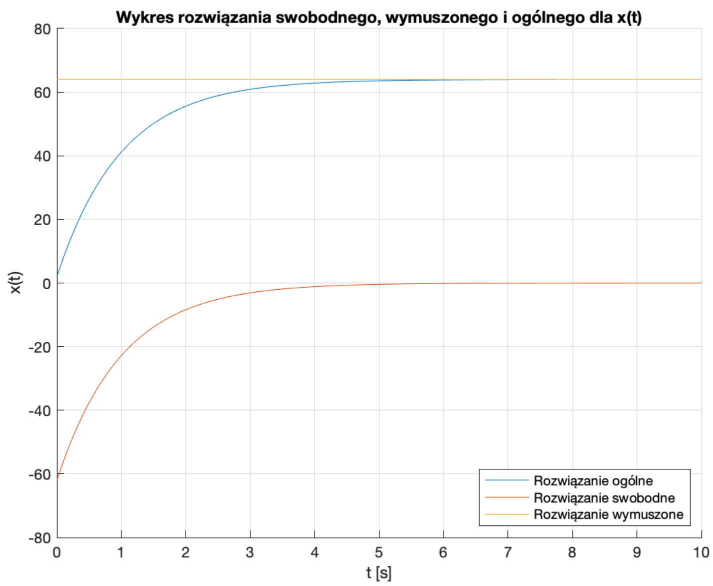
$$x_s = -62e^{-t}$$

Rozwiązanie ogólne:

$$x(t) = x_s + x_w = -62e^{-t} + 64$$



Rysunek 8: Wykres dla rozwiązania symulacyjnego (Simulink)



Rysunek 9: Wykres rozwiązania analitycznego i jego składowych