Sformułowanie problemu decyzyjnego (pytanie o istnienie takiego zbioru manewrów samolotów, który pozwala uniknąć kolizji/konfliktu)

Dane wejściowe:

n – liczba samolotów

m – liczba manewrów – taka sama dla każdego samolotu (w tym "manewr" polegający na poruszaniu się po wcześniej ustalonej trasie)

$CM[n \cdot m \times n \cdot m]$ – tablica konfliktów (ang. *Conflict Matrix*)

wersja dla tablicy CM indeksowanej od 1:

$$CM[(i-1) \cdot m + j; (k-1) \cdot m + l] = \begin{cases} 1, & \text{jeśli samolot } i \ (i = 1, \dots, n) \text{wykonując manewr } j \ (j = 1, \dots, m) \text{ jest w konflikcie z samolotem } k \text{ wykonującym manewr } l \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku (czyli nie ma kofliktu między samolotami wykonującymi dane manewry)} \end{cases}$$

wersja dla tablicy CM indeksowanej od 0:

$$CM[(i-1) \cdot m + j - 1; (k-1) \cdot m + l - 1]$$
$$= \begin{cases} 1, & \text{jeśli samolot } i \ (i = 1, \dots, n) \text{wykonując manewr } j \ (j = 1, \dots, m) \text{ jest w konflikcie z samolotem } k \text{ wykonującym manewr } l \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku (czyli nie ma kofliktu między samolotami wykonującymi dane manewry)} \end{cases}$$

Niewiadome:

x_{ij} – zmienna binarna wskazująca czy samolot i $(i = 1, \dots, n)$ wykonuje manewr j $(j = 1, \dots m)$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli samolot } i \ (i = 1, \dots, n) \text{ ma wykonać manewr } j \ (j = 1, \dots, m) \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku (czyli samolot } i \text{ nie wykonuje manewru } j) \end{cases}$$

Sfomułowanie problemu decyzyjnego (wersja: CM indeksowana od 1)**:**

minimize 1 //funkcja celu jest stała, poszukujemy tylko rozwiązania dopuszczalnego

s.t.

$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n$ // samolot może wykonać tylko jeden manewr

$x_{ij} + x_{kl} \leq 1$, dla każdego $CM[(i-1) \cdot m + j; (k-1) \cdot m + l] == 1$ // unikanie konfliktów zapisanych w CM
// Uwaga! wystarczy uwzględnić tylko te „jedynki" w CM, które znajdują się nad
// (lub pod) jej „przekątną numerów samolotów";

$x_{ij} \in \{0,1\}$ //zmienne decyzyjne są binarne

Przykład dla $n = 3$, $m = 4$ i CM *postaci:*

Samolot		*1*				*2*				*3*			
	Manewr	*1*	*2*	*3*	*4*	*1*	*2*	*3*	*4*	*1*	*2*	*3*	*4*
1	*1*	-*	-	-	-	0	0	1	0	1	0	0	0
	2	-	-	-	-	1	1	0	0	0	1	0	1
	3	-	-	-	-	0	1	0	1	0	0	0	1
	4	-	-	-	-	1	0	1	1	0	0	0	0
2	*1*	0	1	0	1	-	-	-	-	1	1	0	0
	2	0	1	1	0	-	-	-	-	0	0	0	1
	3	1	0	0	1	-	-	-	-	1	0	1	1
	4	0	0	1	1	-	-	-	-	0	0	0	0
3	*1*	1	0	0	0	1	0	1	0	-	-	-	-
	2	0	1	0	0	1	0	0	0	-	-	-	-
	3	0	0	0	0	0	0	1	0	-	-	-	-
	4	0	1	1	0	0	1	1	0	-	-	-	-

* pozycje CM o wartości ”-” są nadmiarowe i nie są sprawdzane, gdyż samolot nie może być w konflikcie sam ze sobą

Sformułowanie problemu:

Minimize 1

s.t.

$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1$

$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1$

$x_{11} + x_{23} \leq 1$

$x_{11} + x_{31} \leq 1$

$x_{12} + x_{21} \leq 1$

$x_{12} + x_{22} \leq 1$

$x_{12} + x_{32} \leq 1$

$x_{12} + x_{34} \leq 1$

$x_{13} + x_{22} \leq 1$

$x_{13} + x_{24} \leq 1$

$x_{13} + x_{34} \leq 1$

$x_{14} + x_{21} \leq 1$

$x_{14} + x_{23} \leq 1$

$x_{14} + x_{24} \leq 1$

$x_{21} + x_{31} \leq 1$

$x_{21} + x_{32} \leq 1$

$x_{22} + x_{34} \leq 1$

$x_{23} + x_{31} \leq 1$

$x_{23} + x_{33} \leq 1$

$x_{23} + x_{34} \leq 1$

$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34} \in \{0,1\}$