

Zadanie 1.

Ile elementów może mieć zbiór $\{0, 1, a, a^2\}$, jeśli $a \in \mathbb{Z}$?

Rozwiązanie

Musi mieć co najmniej 2 elementy: 0 i 1. Może mieć co najwyżej 4, bo elementy mogą się co najwyżej powtarzać, a przed policzeniem powtórzeń są 4 elementy. Ten zbiór ma 2 elementy gdy $a = 0$, 3 elementy gdy $a = -1$ i cztery elementy gdy $a = 2$. Tak więc zbiór możliwych liczb elementów tego zbioru to $\{2, 3, 4\}$.

Zadanie 2.

Uzasadnij następującą równość $A - (A - B) = A \cap B$.

Rozwiązanie

$A - (A - B) \subseteq A$ i $A \cap B \subseteq A$, więc jeśli $x \notin A$, to $x \notin A - (A - B)$ i $x \notin A \cap B$. Jeśli $x \in A$ oraz $x \notin B$, to $x \notin A \cap B$ oraz $x \in A - B$, więc $x \notin A - (A - B)$. Jeśli $x \in A$ i $x \in B$, to $x \in A \cap B$ oraz $x \notin A - B$, więc $x \in A - (A - B)$. We wszystkich przypadkach przynależność dowolnego elementu do obu zbiorów jest taka sama, więc te zbiory są równe.