



POLITECHNIKA RZESZOWSKA
WYDZIAŁ MATEMATYKI I FIZYKI STOSOWANEJ

Szeregi czasowe

Analiza szeregów czasowych
Projekt

Grupa P05
Rolewski Wojciech
Inżynieria i analiza danych

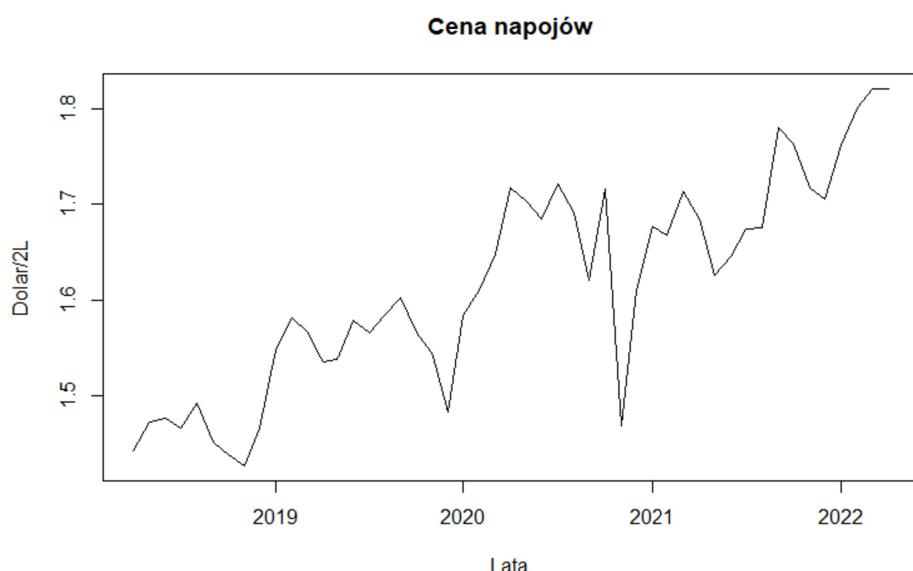
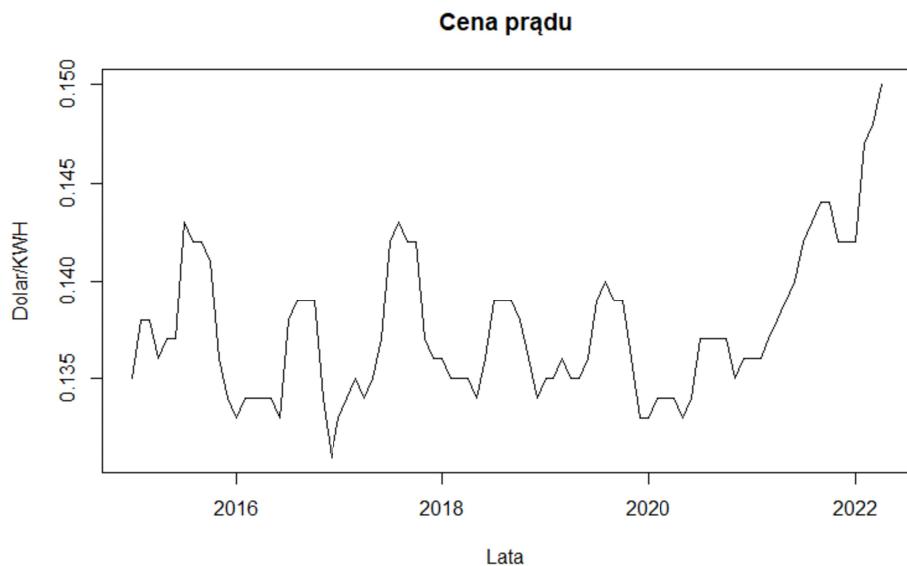
Spis treści

1.Wykorzystane dane.....	3
2.Główne cechy analizowanych szeregów.....	4
3.Dekompozycja.....	11
4.Eliminacja trendu i sezonowości.....	13
5.Szeregi stacjonarne.....	16
6.Wyznaczenie współczynników modelu AR.....	19
7.Wyznaczanie współczynnika modeli MA(q).....	20
8.Wyznaczanie optymalnych modeli.....	21
9.Porównanie analizowanych modeli.....	23
10.Prognozowanie.....	25

1. Wykorzystane dane

Pierwszy z analizowanych szeregów czasowych dotyczyć będzie średniej ceny energii elektrycznej za kilowatogodzine w Stanach Zjednoczonych w od początku 2015 roku do kwietnia roku 2022, a drugi średniej ceny napojów bezalkoholowych w przeliczeniu na 2 litry w Stanach Zjednoczonych od kwietnia 2018 roku do kwietnia 2022 roku.

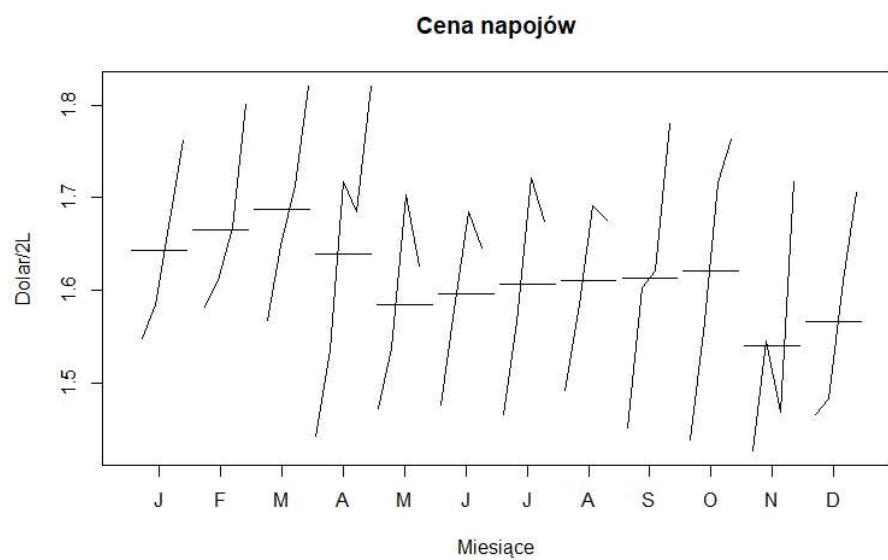
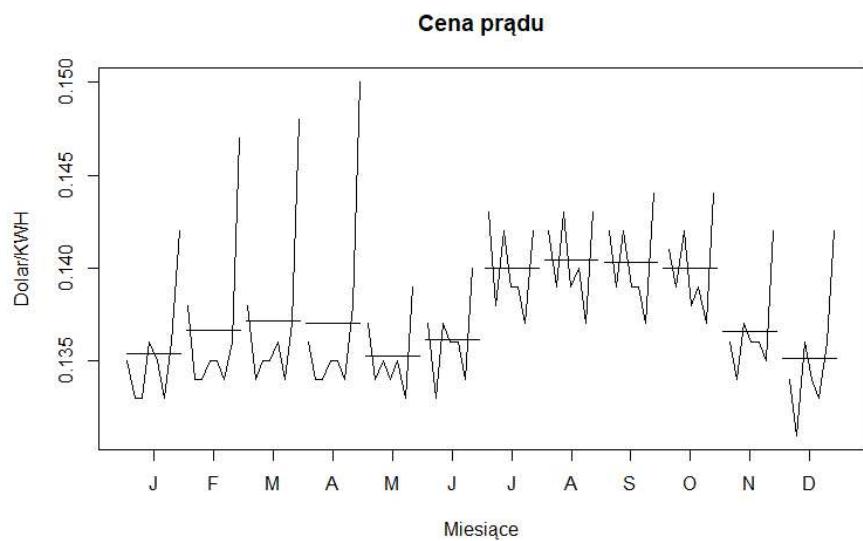
Dane pochodzą ze strony <https://fred.stlouisfed.org/>. Baza ta zawiera kilkaset tysięcy szeregów czasowych i jest prowadzona przez dział Badań Banku Rezerw Federalnych w St. Louis.



Pierwszy szereg zawiera widoczną sezonowość. Każdego roku ceny prądu rosną w okresie letnim, gdy działają wszelkiego rodzaju chłodnie. W drugim szeregu możemy dostrzec rosnący trend cen napojów bezalkoholowych, spowodowany prawdopodobnie globalnym wzrostem cen.

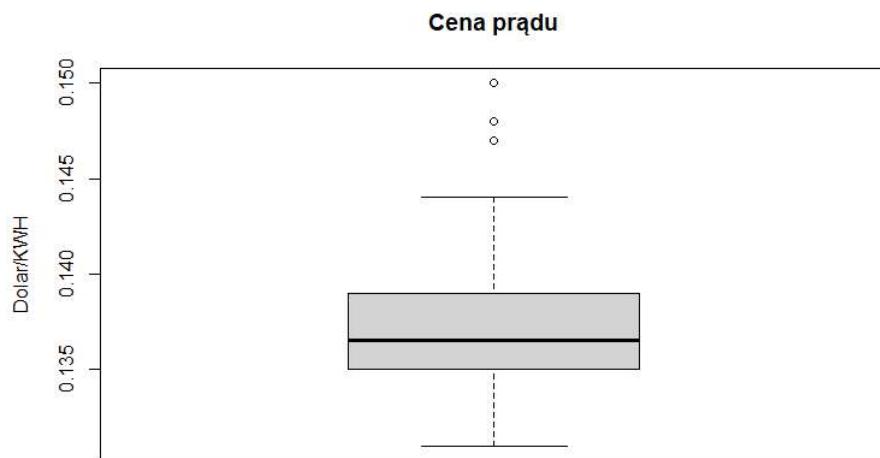
2. Główne cechy analizowanych szeregów

Wykresy miesięczne:

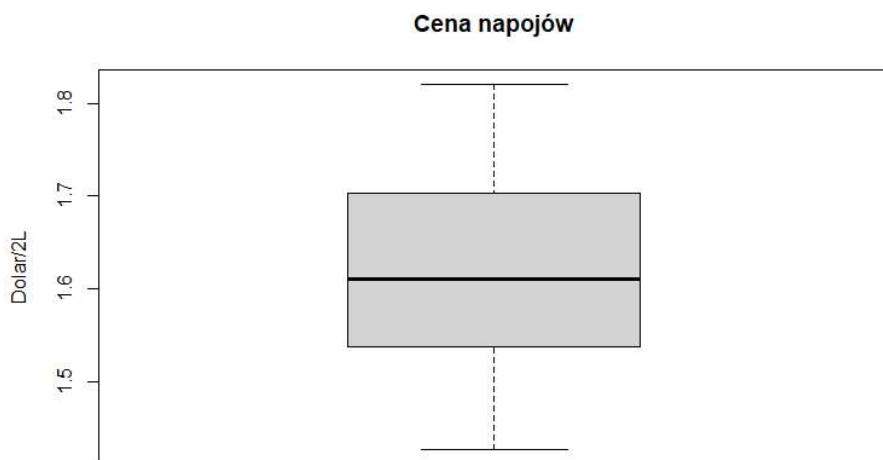


Wykres ceny prądu przedstawia widoczną sezonowość, ponieważ największy wzrost cen występuje w miesiącach letnich. Na wykresie cen napojów nie możemy natomiast dostrzec sezonowości, wartości średnie znajdują się na podobnych wysokościach.

Wykresy pudełkowe:

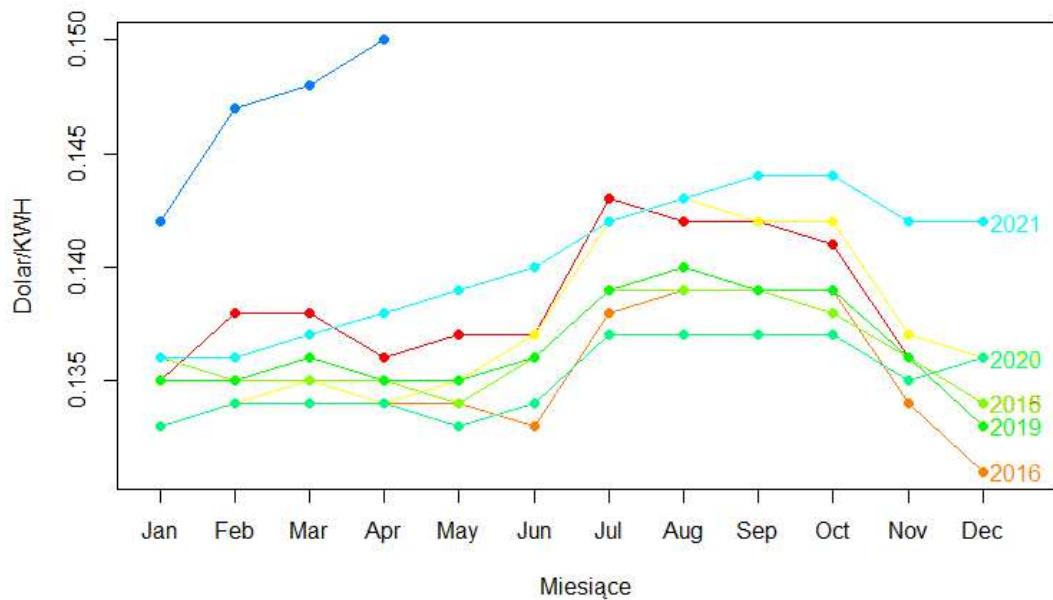


Z wykresu pudełkowego możemy odczytać informacje na temat zmienności szeregów. Na wykresie mamy medianę, kwartyle (brzegi pudełka), wartości minimalne i maksymalne (wąsy) oraz wartości odstające (kropki).

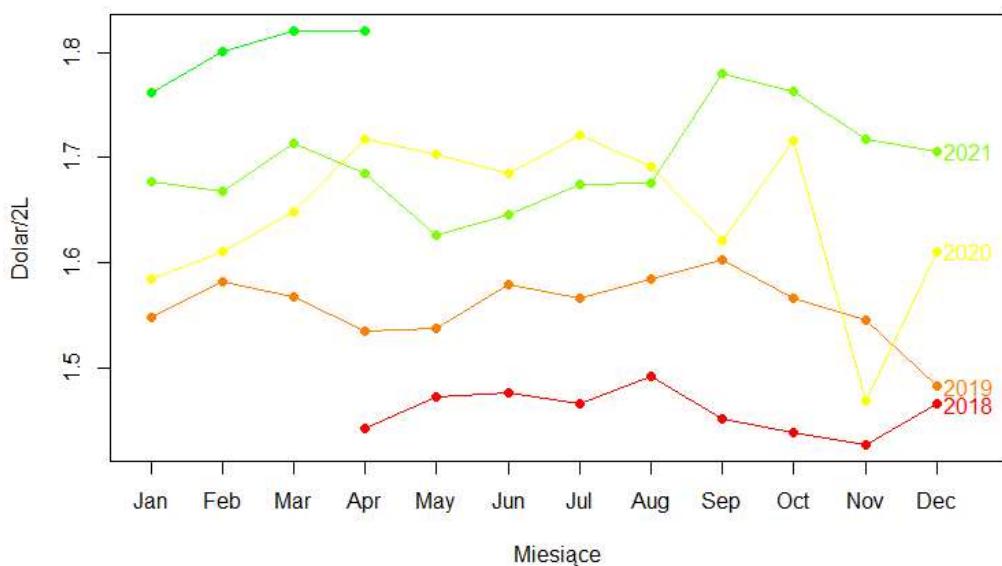


Wykresy sezonowe:

Cena prądu



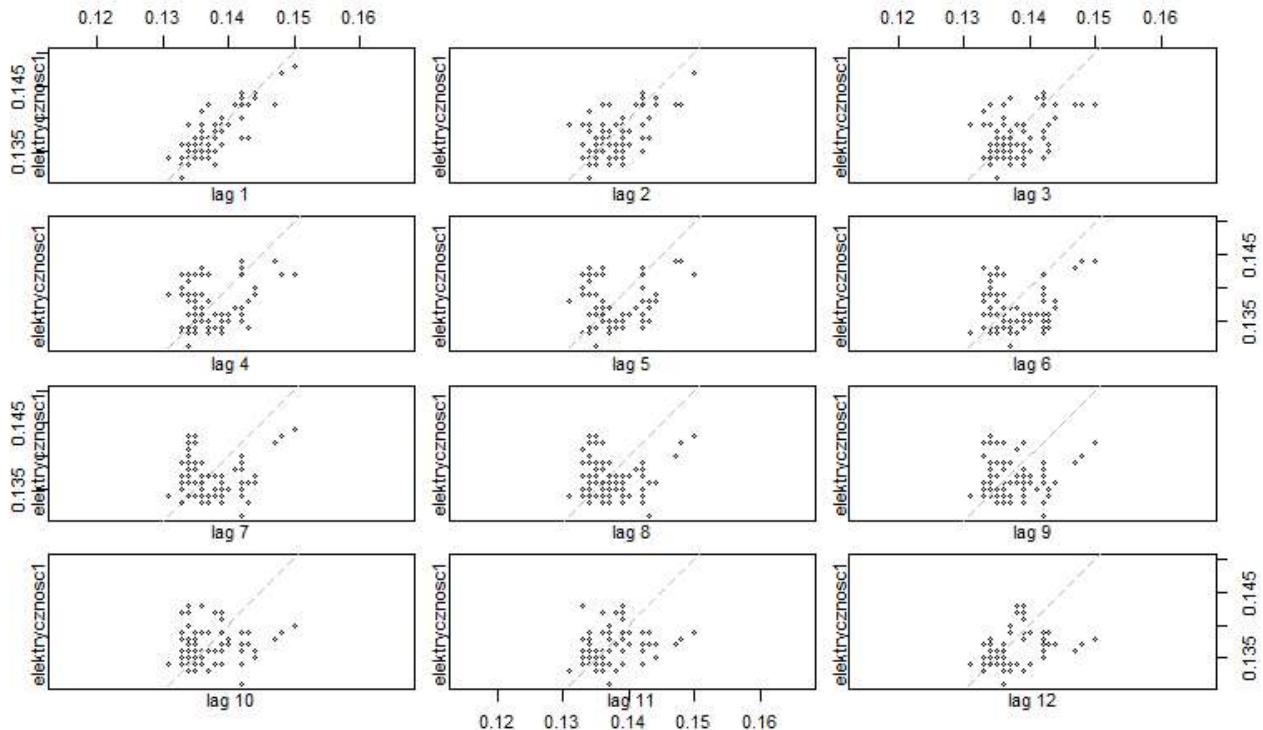
Cena napojów



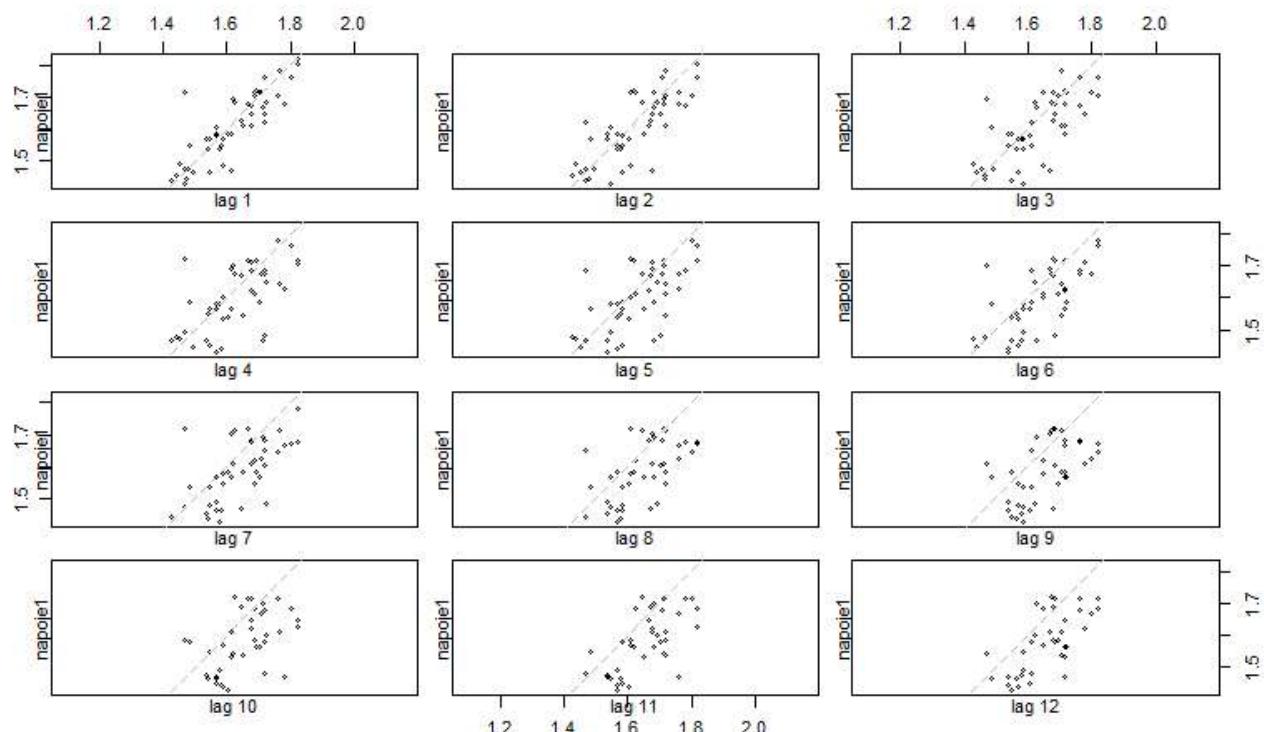
Pierwszy wykres bardzo dobrze odzwierciedla sezonowość a drugi trend, lecz na obu jest także zauważalny niepokojący drastyczny wzrost cen w pierwszych miesiącach bieżącego roku.

Wykresy rozrzutu dla wartości opóźnionych:

Cena prądu

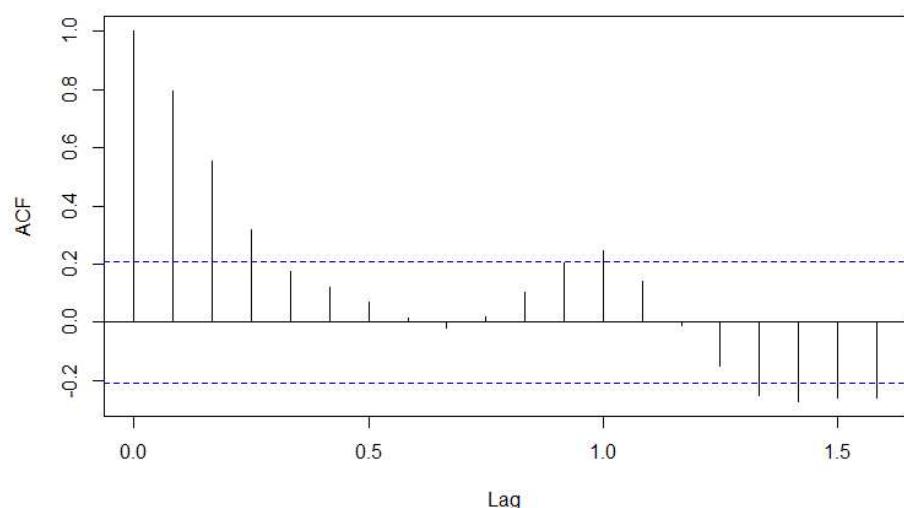


Cena napojów



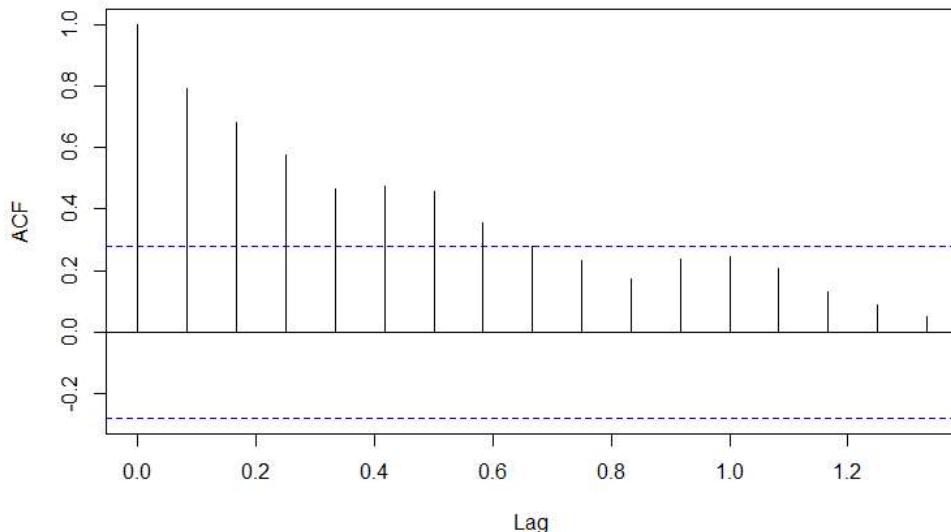
Wykresy autokorelacji ACF:

Autokorelacja [prąd]



Wartości maleją cyklicznie, co wskazuje sezonowość.

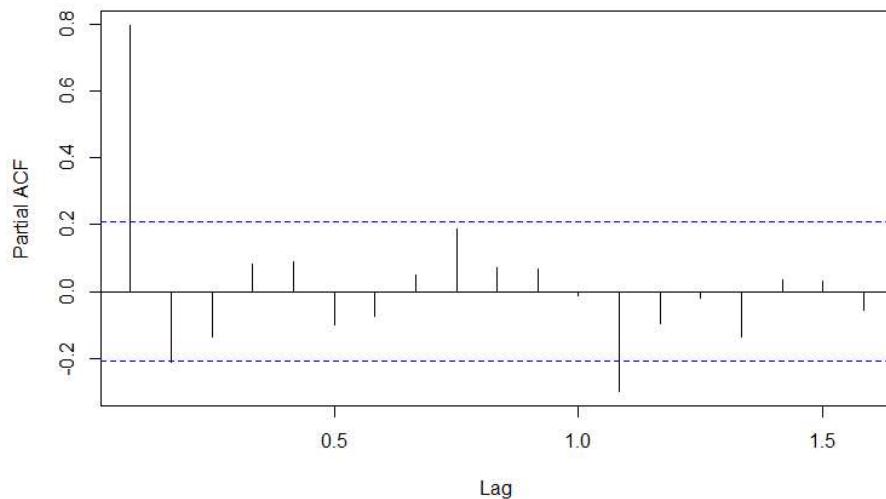
Autokorelacja [napoje]



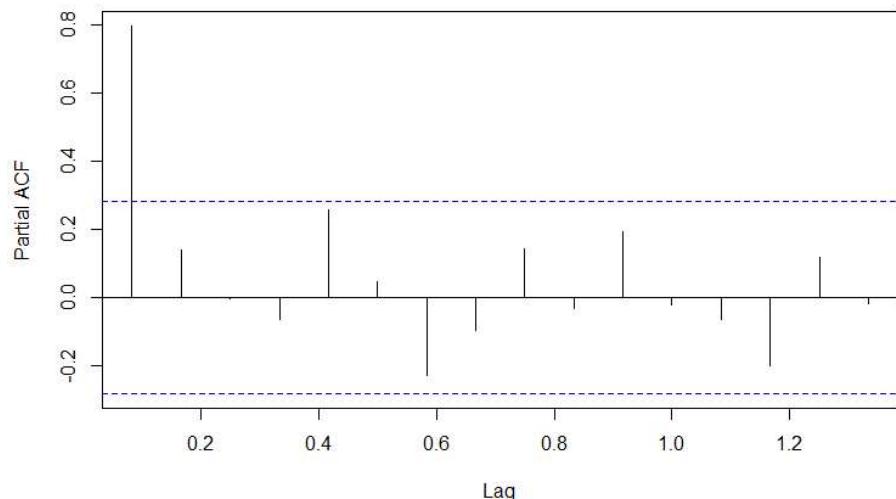
Wartości maleją dość równomiernie, co oznacza występowanie trendu.

Wykres autokorelacji PACF:

Częściowa autokorelacja [prąd]



Częściowa autokorelacja [napoje]

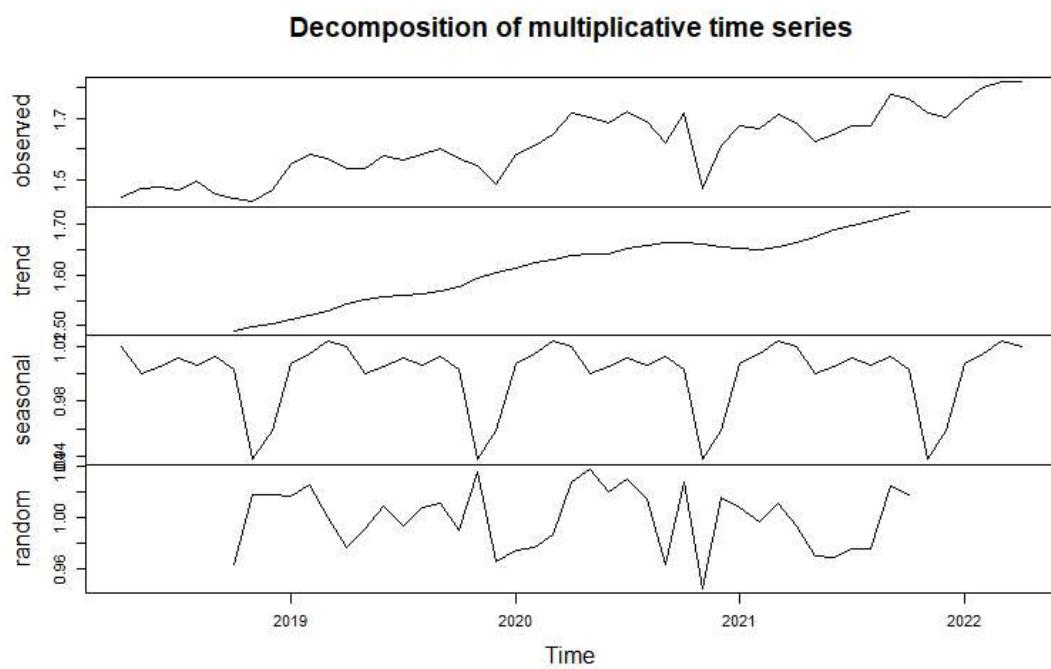
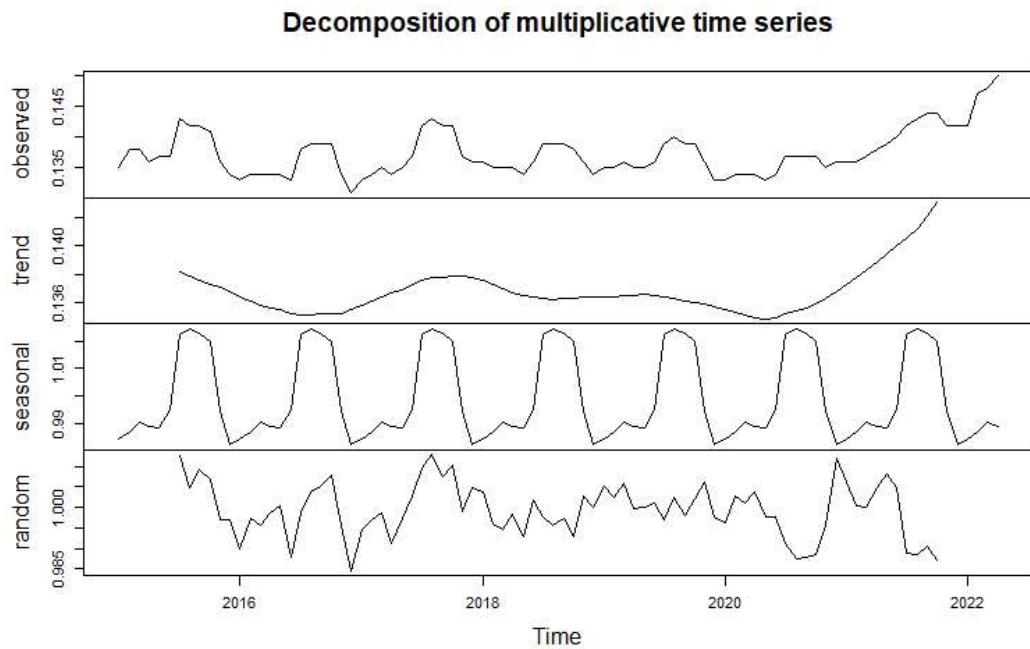


Tylko pierwsza wartość nie mieści się w przedziale ufności, co oznacza brak sezonowości.

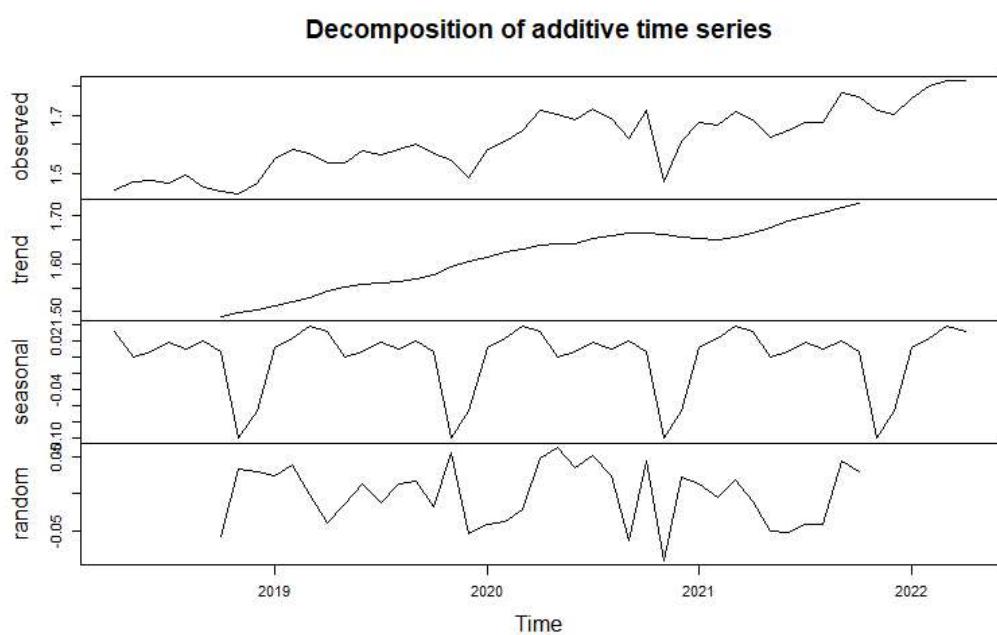
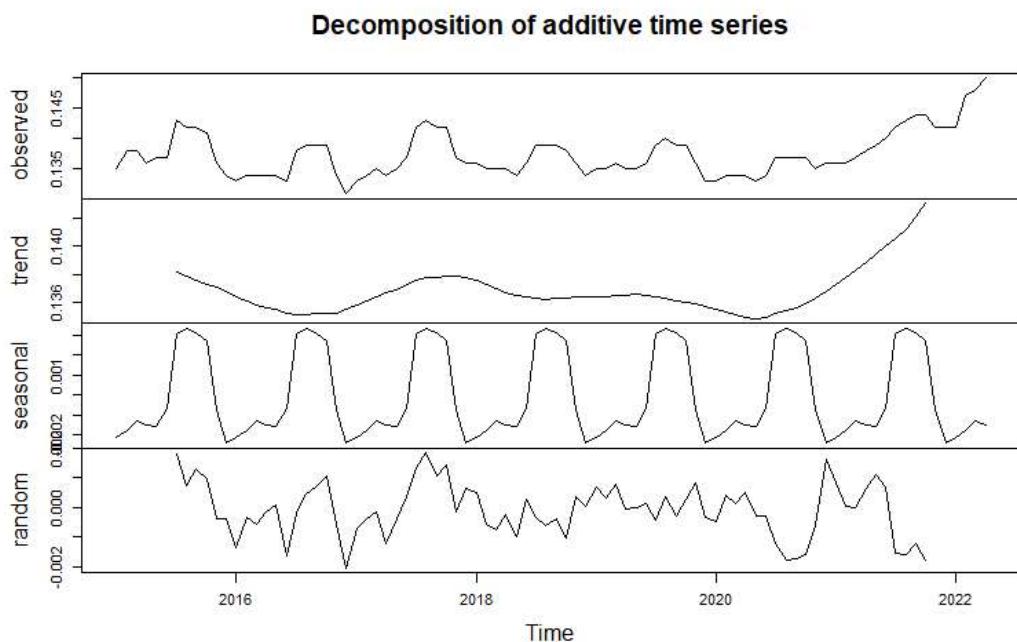
3. Dekompozycja

Funkcja Decompose rozdziela szereg na trend, sezonowość i reszty losowe.

Dekompozycja multiplikatywna:

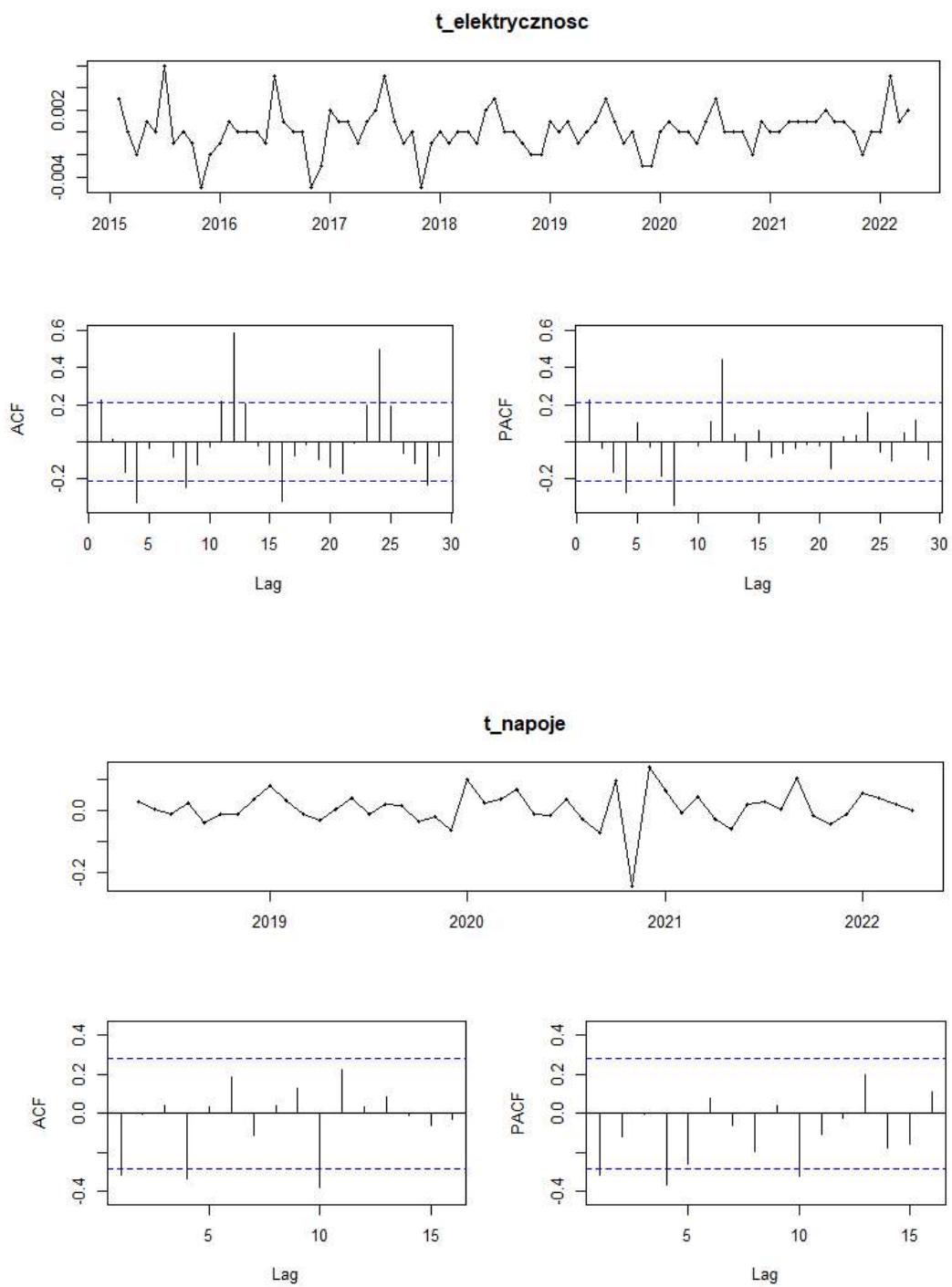


Dekompozycja addytywna:



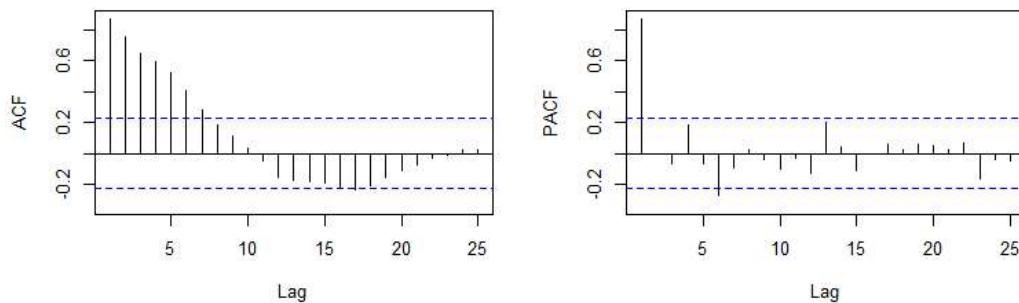
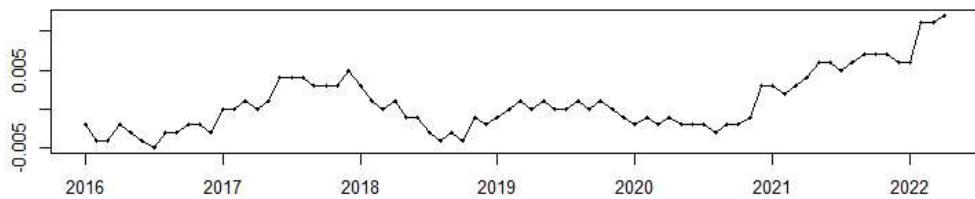
4. Eliminacja trendu i sezonowości

Eliminacja trendu:

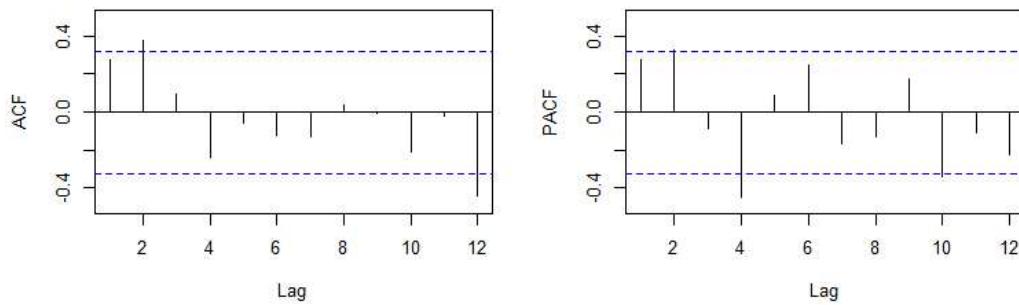
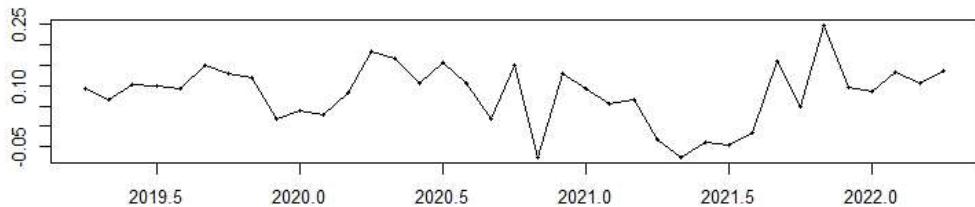


Eliminacja sezonowości:

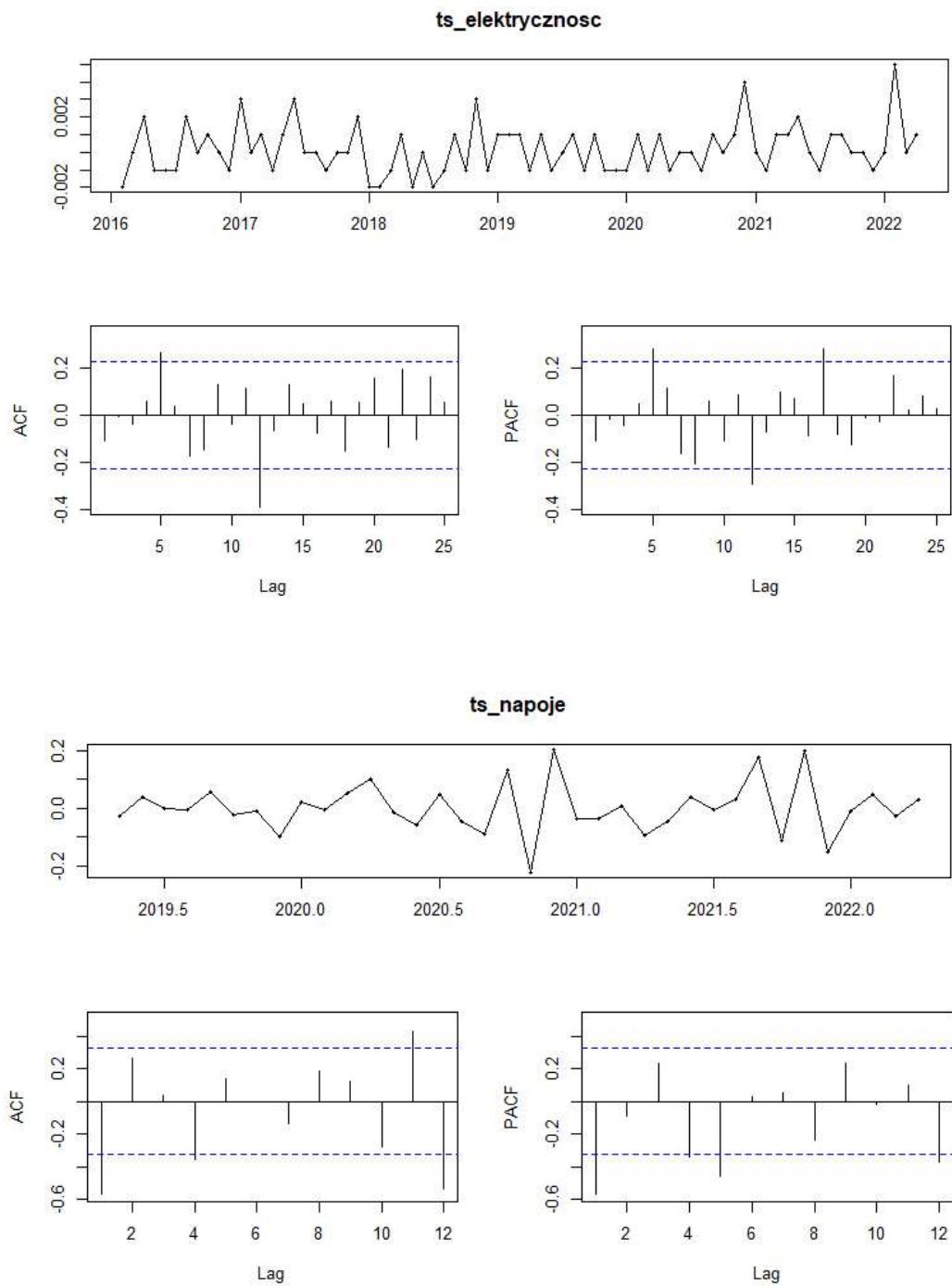
s_elektrycznosc



s_napoje

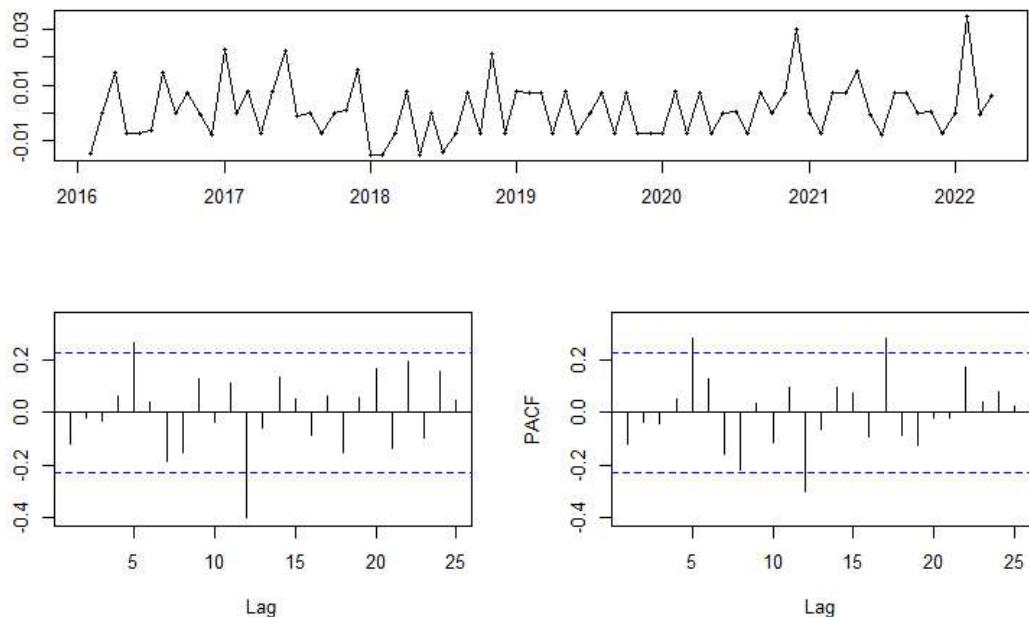


Eliminacja trendu i sezonowości:



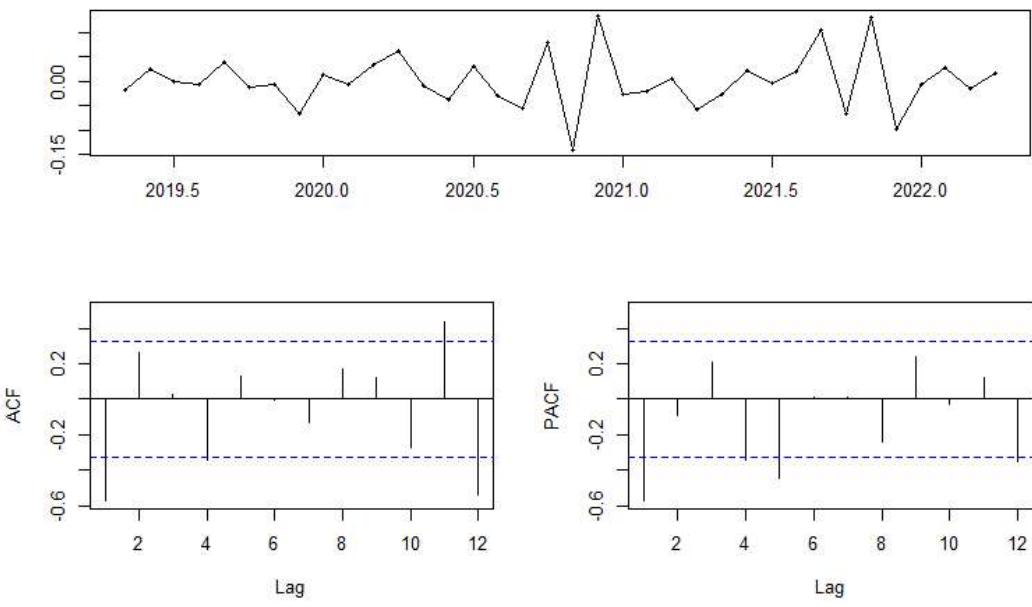
5. Szeregi stacjonarne

elektrycznosc3

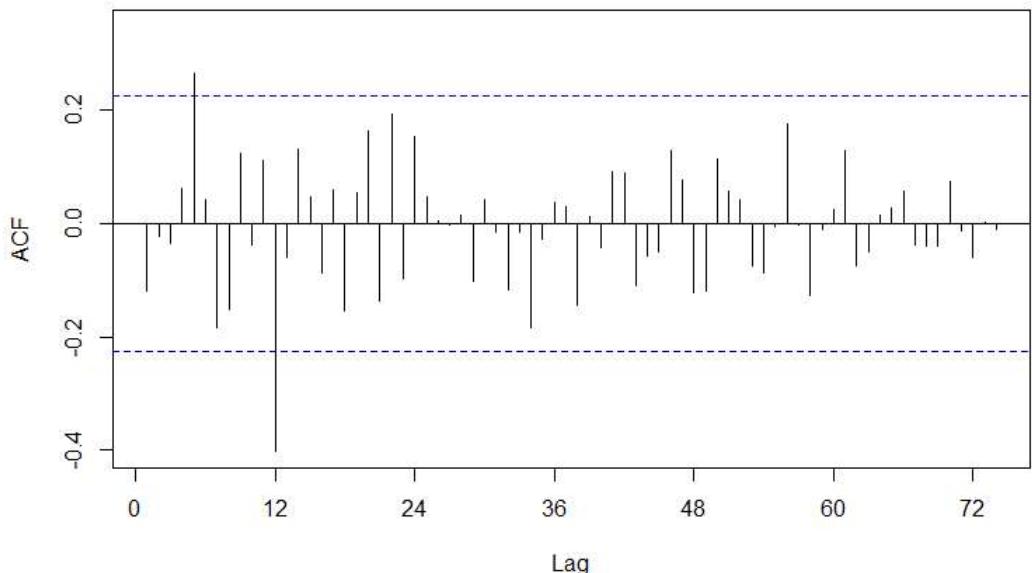


Autokorelacja szeregów stacjonarnych

napoje3

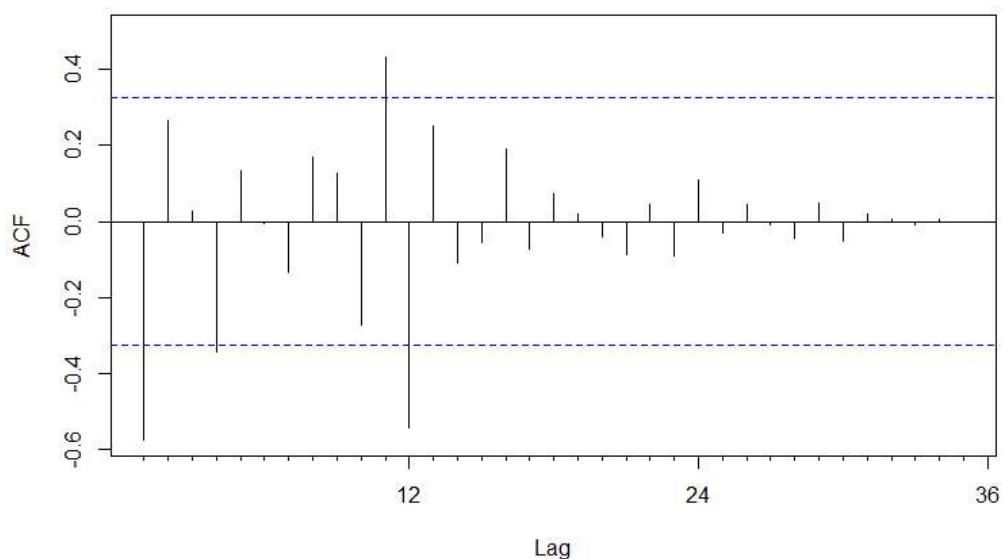


Series elektrycznosc3



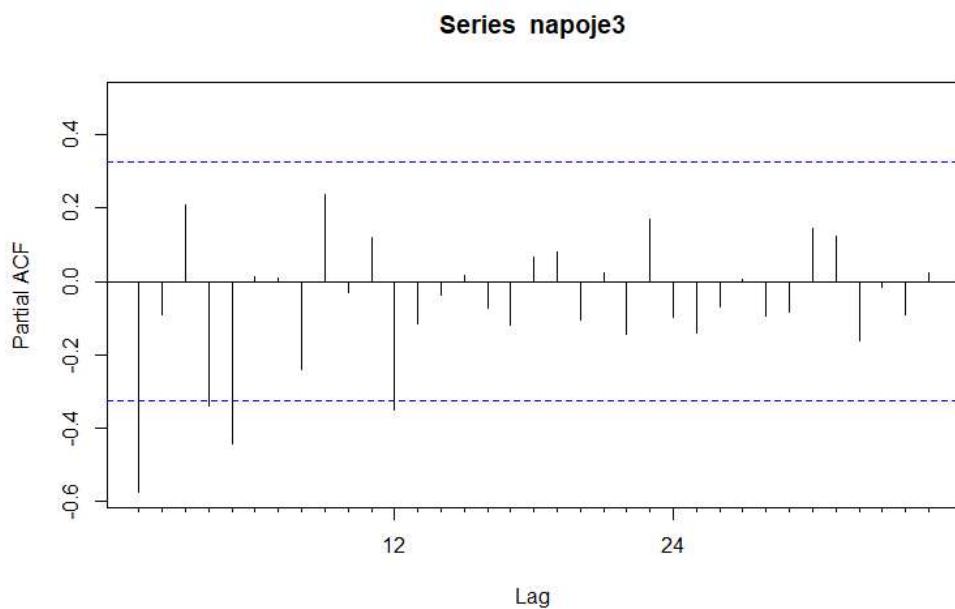
Szereg nie jest realizacją szumu białego, ponieważ istnieją wartości wykraczające poza przedział ufności. (rząd p=12)

Series napoje3

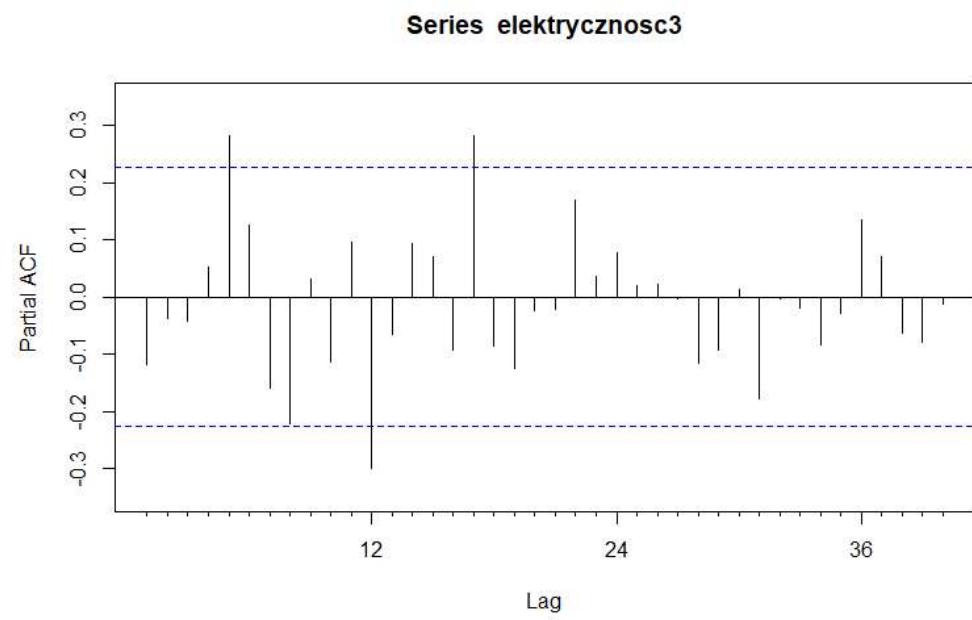


Szereg nie jest realizacją szumu białego, ponieważ istnieją wartości wykraczające poza przedział ufności. (rząd $p=12$)

Wykres autokorelacji cząstkowej szeregów stacjonarnych:



Współczynnik MA $q=12$.



Współczynnik MA q=17.

6. Wyznaczenie współczynników modelu AR

```
> elektrycznosc_ar1 <- ar(elektrycznosc3, aic = TRUE, order.max = 74, method = c("yule-walker"))
> print(elektrycznosc_ar1)

Call:
ar(x = elektrycznosc3, aic = TRUE, order.max = 74, method = c("yule-walker"))

order selected 0 sigma^2 estimated as 0.0001025
```

```
> print(napoje_ar1)

Call:
ar(x = napoje3, aic = TRUE, order.max = 35, method = c("yule-walker"))

Coefficients:
      1       2       3       4       5
-0.6853  0.0550  0.0272 -0.5772 -0.4418
Order selected 5 sigma^2 estimated as 0.001685
```

```
> elektrycznosc_ar2 <- ar(elektrycznosc3, aic = TRUE, order.max = 20, method = c("mle"))
> print(elektrycznosc_ar2)

Call:
ar(x = elektrycznosc3, aic = TRUE, order.max = 20, method = c("mle"))

Coefficients:
      1       2       3       4       5       6       7       8       9       10      11      12      13      14
-0.0913  0.1118  0.0381  0.0390  0.4372  0.1022 -0.0364 -0.1899  0.0212 -0.0825  0.0301 -0.4479 -0.0521  0.2409
      15      16      17
  0.0960 -0.1092  0.3306
Order selected 17 sigma^2 estimated as 5.135e-05
```

```
> print(napoje_ar2)

Call:
ar(x = napoje3, aic = TRUE, order.max = 10, method = c("mle"))

Coefficients:
      1       2       3       4       5
-0.6855  0.0548  0.0400 -0.5565 -0.4502
Order selected 5 sigma^2 estimated as 0.001353
> |
```

7. Wyznaczanie współczynnika modeli MA(q)

```
> elektrycznosc_ma <- Arima(elektrycznosc1, order = c(0,0,17))
> summary(elektrycznosc_ma)
Series: elektrycznosc1
ARIMA(0,0,17) with non-zero mean

Coefficients:
      ma1     ma2     ma3     ma4     ma5     ma6     ma7     ma8     ma9     ma10    ma11    ma12    ma13    ma14    ma15    ma16
1.1206  1.2239  1.0367  0.6568  0.6073  0.6465  0.7194  0.4144  0.4834  0.4132  0.7294  1.3430  1.0422  0.7787  0.3536  0.122
s.e.  0.1352  0.2041  0.2613  0.2863  0.2933  0.2524  0.2285  0.2810  0.3334  0.3579  0.3776  0.3934  0.3467  0.3045  0.2658  0.212
      ma17    mean
0.0755  0.1382
s.e.  0.1370  0.0017

sigma^2 = 2.088e-06:  log likelihood = 451.26
AIC=-864.52  AICc=-853.34  BIC=-817.45

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 3.945905e-05 0.001288814 0.001005212 0.01668291 0.7295328 0.3472551 -0.0001521042
```

```
> napoje_ma <- Arima(napoje1, order = c(0,0,12))
> summary(napoje_ma)
Series: napoje1
ARIMA(0,0,12) with non-zero mean

Coefficients:
      ma1     ma2     ma3     ma4     ma5     ma6     ma7     ma8     ma9     ma10    ma11    ma12    mean
0.8967  1.1733  0.9851  0.6508  0.5884  0.6119  0.3690  0.5099  0.6312  -0.0556  0.1329  -0.1733  1.6192
s.e.  0.2654  0.2415  0.3062  0.3942  0.4114  0.4256  0.2998  0.2520  0.3724  0.3707  0.2746  0.2235  0.0420

sigma^2 = 0.002483:  log likelihood = 79.06
AIC=-130.11  AICc=-117.76  BIC=-103.63

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 0.002261715 0.04271017 0.03165753 0.04952902 1.982638 0.3315393 -0.02789254
```

8.Wyznaczanie optymalnych modeli

```
> elektrycznosc_aicc <- auto.arima(ektrycznosc3, ic = "aic"))
Series: elektrycznosc3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with non-zero mean

Coefficients:
            sar1      mean
            -0.5166  0.0011
s.e.      0.1069  0.0007

sigma^2 = 7.786e-05:  log likelihood = 247.51
AIC=-489.01  AICC=-488.67  BIC=-482.06
> elektrycznosc_aic <- auto.arima(ektrycznosc3, ic = "aic"))
Series: elektrycznosc3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with non-zero mean

Coefficients:
            sar1      mean
            -0.5166  0.0011
s.e.      0.1069  0.0007

sigma^2 = 7.786e-05:  log likelihood = 247.51
AIC=-489.01  AICC=-488.67  BIC=-482.06
> elektrycznosc_bic <- auto.arima(ektrycznosc3, ic = "bic"))
Series: elektrycznosc3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
            sar1
            -0.5036
s.e.      0.1089

sigma^2 = 7.962e-05:  log likelihood = 246.26
AIC=-488.52  AICC=-488.36  BIC=-483.89
```

```
> (napoje_aicc <- auto.arima(napoje3, ic = "aicc"))
Series: napoje3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
          ar1      sar1
        -0.5203  -0.6762
s.e.    0.1398   0.1164

sigma^2 = 0.001161: log likelihood = 67.78
AIC=-129.55  AICC=-128.8  BIC=-124.8
> (napoje_aic <- auto.arima(napoje3, ic = "aic"))
Series: napoje3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
          ar1      sar1
        -0.5203  -0.6762
s.e.    0.1398   0.1164

sigma^2 = 0.001161: log likelihood = 67.78
AIC=-129.55  AICC=-128.8  BIC=-124.8
> (napoje_bic <- auto.arima(napoje3, ic = "bic"))
Series: napoje3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
          ar1      sar1
        -0.5203  -0.6762
s.e.    0.1398   0.1164

sigma^2 = 0.001161: log likelihood = 67.78
AIC=-129.55  AICC=-128.8  BIC=-124.8
```

9.Porównanie analizowanych modeli

```
> #Porównanie analizowanych modeli
> summary(elektrycznos_ma)
Series: elektrycznos1
ARIMA(0,0,17) with non-zero mean

Coefficients:
      ma1     ma2     ma3     ma4     ma5     ma6     ma7     ma8     ma9     ma10    ma11    ma12    ma13    ma14    ma15    ma16
1.1206  1.2239  1.0367  0.6568  0.6073  0.6465  0.7194  0.4144  0.4834  0.4132  0.7294  1.3430  1.0422  0.7787  0.3536  0.122
s.e.  0.1352  0.2041  0.2613  0.2863  0.2933  0.2524  0.2285  0.2810  0.3334  0.3579  0.3776  0.3934  0.3467  0.3045  0.2658  0.212
      ma17   mean
0.0755  0.1382
s.e.  0.1370  0.0017

sigma^2 = 2.088e-06: log Likelihood = 451.26
AIC=-864.52 AICC=-853.34 BIC=-817.45

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 3.945905e-05 0.001288814 0.001005212 0.01668291 0.7295328 0.3472551 -0.0001521042
> summary(elektrycznos_aic)
Series: elektrycznos3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with non-zero mean

Coefficients:
      sar1   mean
-0.5166  0.0011
s.e.  0.1069  0.0007

sigma^2 = 7.786e-05: log Likelihood = 247.51
AIC=-489.01 AICC=-488.67 BIC=-482.06

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 7.390995e-06 0.008705187 0.006613842 NaN Inf 0.4741395 -0.1483939
> summary(elektrycznos_afc)
Series: elektrycznos3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with non-zero mean

Coefficients:
      sar1   mean
-0.5166  0.0011
s.e.  0.1069  0.0007

sigma^2 = 7.786e-05: log Likelihood = 247.51
AIC=-489.01 AICC=-488.67 BIC=-482.06

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 7.390995e-06 0.008705187 0.006613842 NaN Inf 0.4741395 -0.1483939
```

```
> summary(elektrycznos_bic)
Series: elektrycznos3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      sar1
-0.5036
s.e.  0.1089

sigma^2 = 7.962e-05: log Likelihood = 246.26
AIC=-488.52 AICC=-488.36 BIC=-483.89

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 0.001581399 0.00886343 0.006531513 NaN Inf 0.4682374 -0.1452367
```

```
> summary(napoje_ma)
Series: napoje1
ARIMA(0,0,12) with non-zero mean

Coefficients:
      ma1     ma2     ma3     ma4     ma5     ma6     ma7     ma8     ma9     ma10    ma11    ma12   mean
      0.8967  1.1733  0.9851  0.6508  0.5884  0.6119  0.3690  0.5099  0.6312 -0.0556  0.1329 -0.1733 1.6192
  s.e.  0.2654  0.2415  0.3062  0.3942  0.4114  0.4256  0.2998  0.2520  0.3724  0.3707  0.2746  0.2235  0.0420

sigma^2 = 0.002483: log likelihood = 79.06
AIC=-130.11  AICc=-117.76  BIC=-103.63

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set -0.002261715 0.04271017 0.03165753 0.04952902 1.982638 0.3315393 -0.02789254
> summary(napoje_aicc)
Series: napoje3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      ar1     sar1
      -0.5203 -0.6762
  s.e.  0.1398  0.1164

sigma^2 = 0.001161: log likelihood = 67.78
AIC=-129.55  AICc=-128.8  BIC=-124.8

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set -0.001762516 0.03311264 0.02423836 7.878428 120.2392 0.294355 -0.1315517
> summary(napoje_aic)
Series: napoje3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      ar1     sar1
      -0.5203 -0.6762
  s.e.  0.1398  0.1164

sigma^2 = 0.001161: log likelihood = 67.78
AIC=-129.55  AICc=-128.8  BIC=-124.8

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set -0.001762516 0.03311264 0.02423836 7.878428 120.2392 0.294355 -0.1315517
```

```
> summary(napoje_bic)
Series: napoje3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

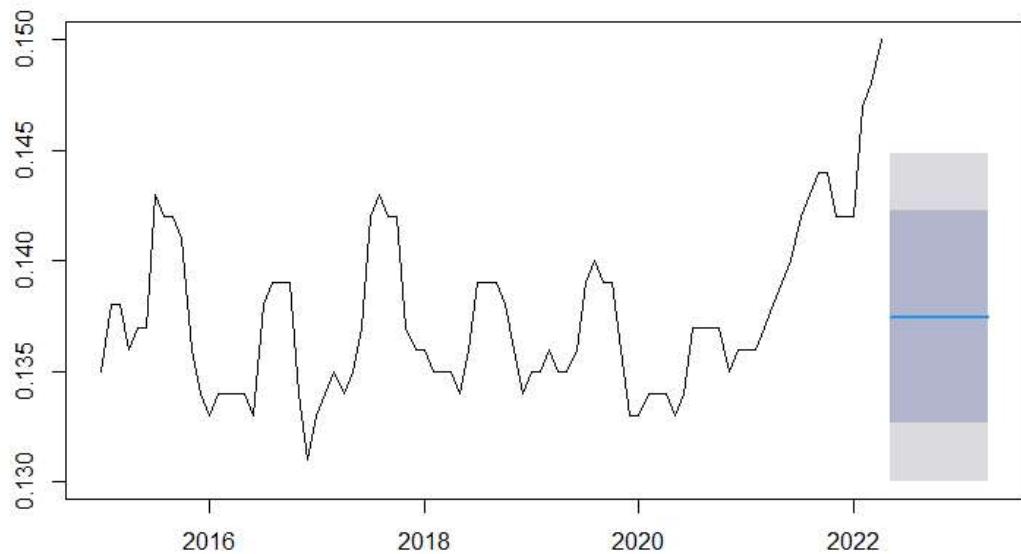
Coefficients:
      ar1     sar1
      -0.5203 -0.6762
  s.e.  0.1398  0.1164

sigma^2 = 0.001161: log likelihood = 67.78
AIC=-129.55  AICc=-128.8  BIC=-124.8

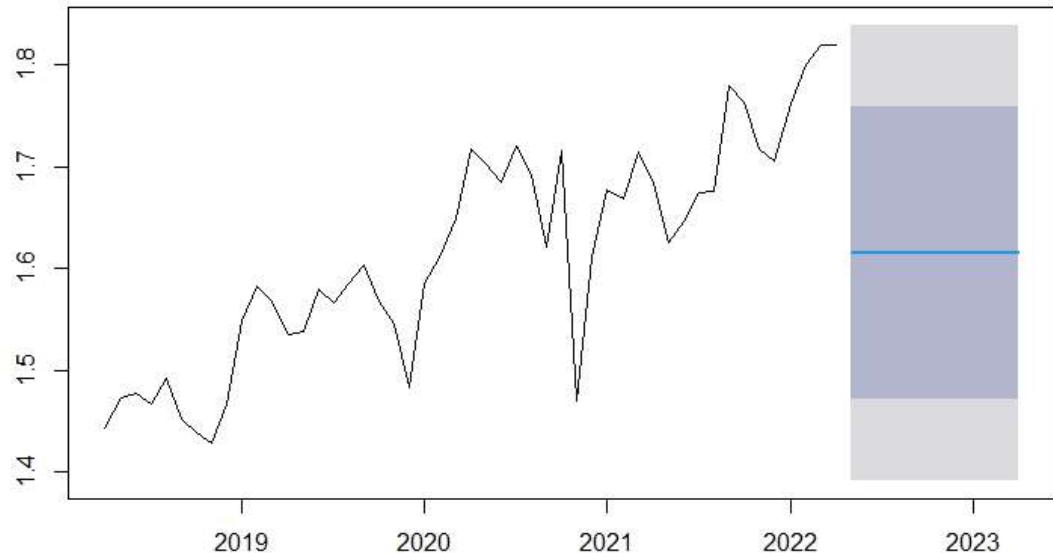
Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set -0.001762516 0.03311264 0.02423836 7.878428 120.2392 0.294355 -0.1315517
```

10. Prognozowanie

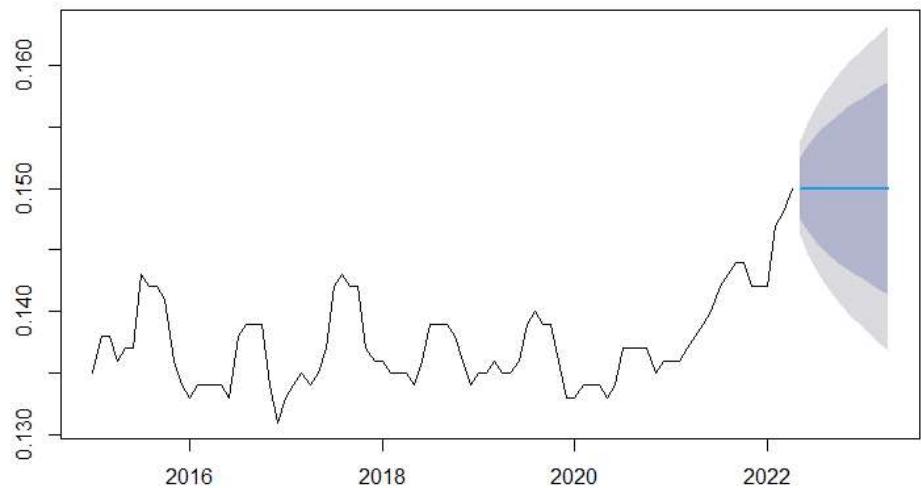
Prognoza na podstawie średniej



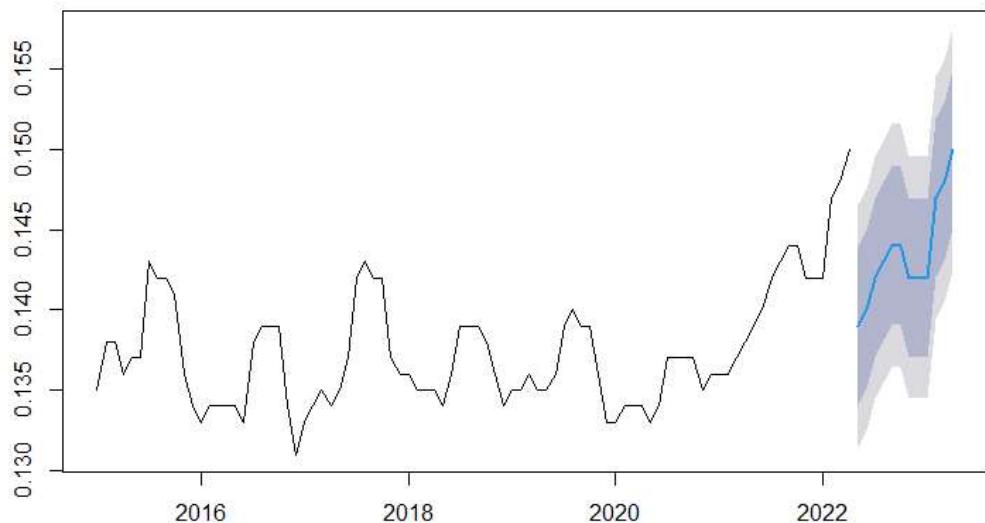
Prognoza na podstawie średniej



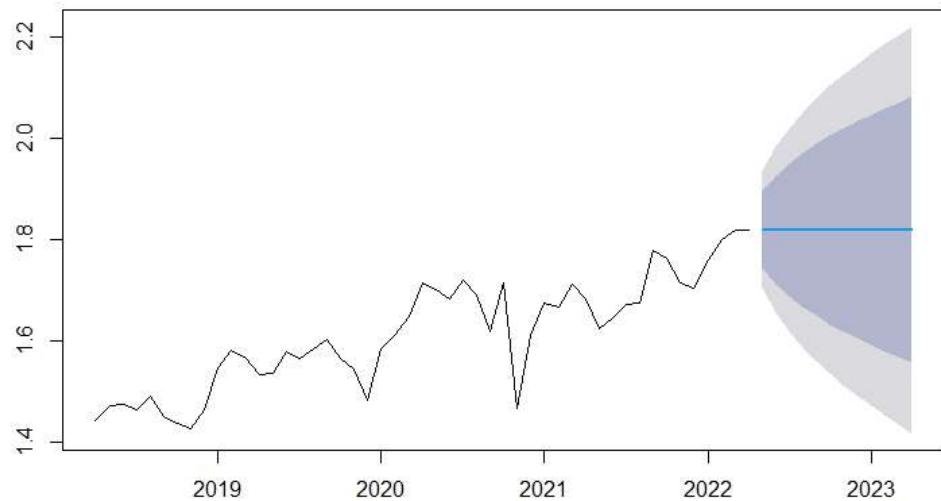
Metoda Naiwna



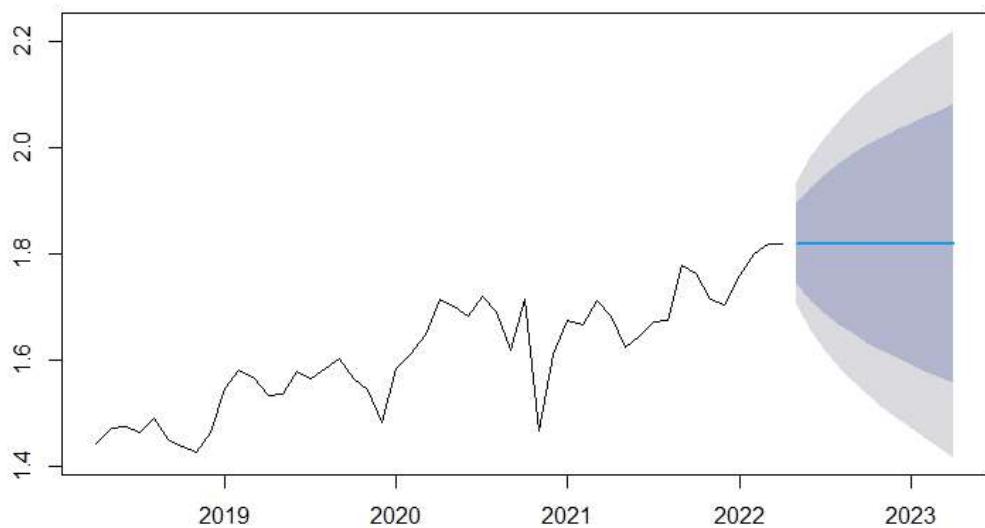
Metoda Naiwna Sezonowa



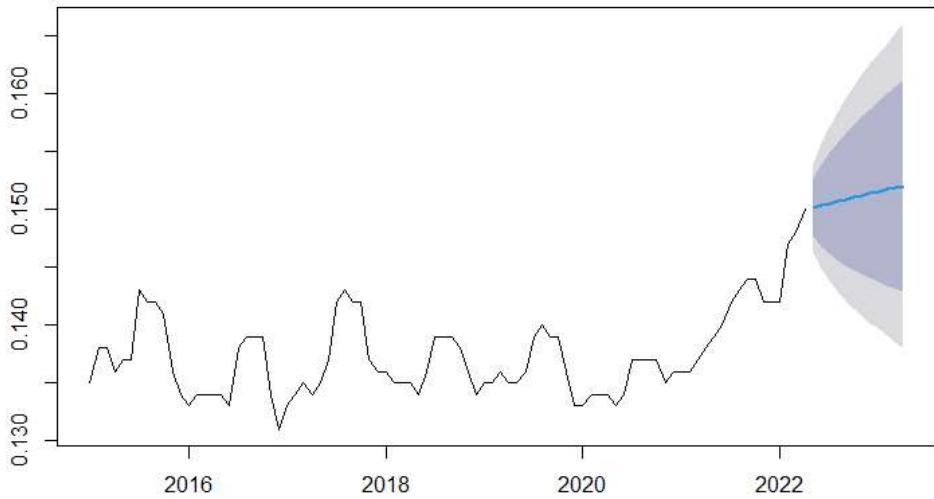
Metoda Naiwna



Metoda Naiwna Sezonowa



Metoda uwzględniająca dryf



Metoda uwzględniająca dryf

