



**POLITECHNIKA RZESZOWSKA**  
**WYDZIAŁ MATEMATYKI I FIZYKI STOSOWANEJ**

**Szeregi czasowe**  
Analiza szeregów czasowych  
Projekt

Grupa P05  
Rolewski Wojciech  
Inżynieria i analiza danych

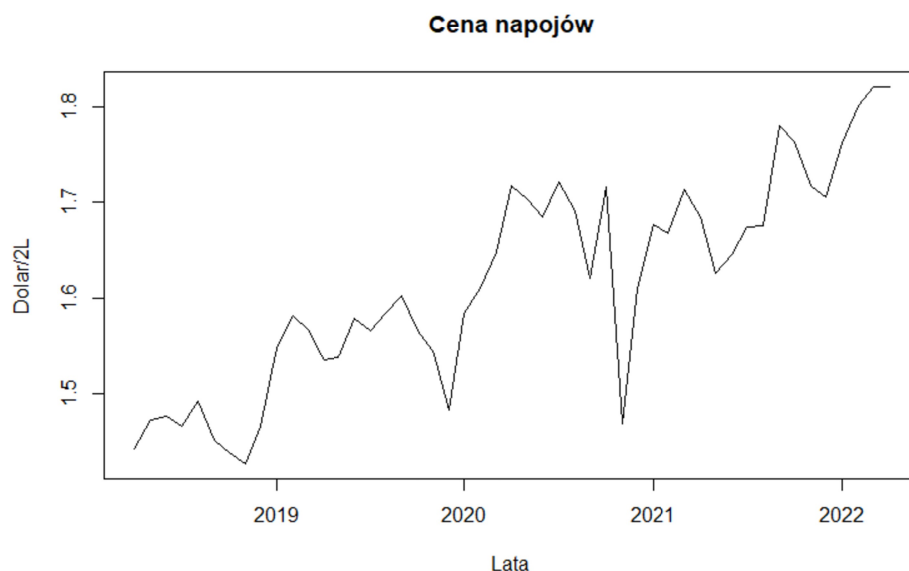
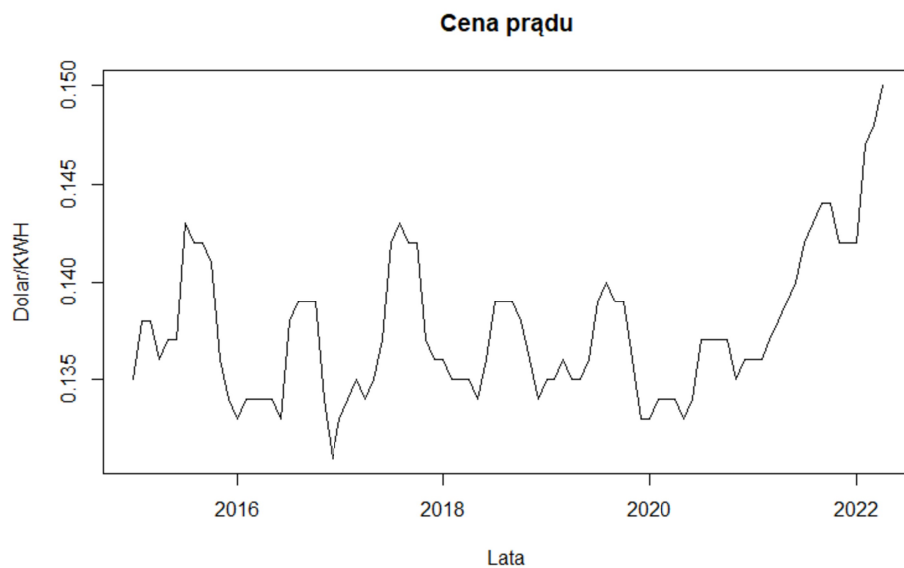
## Spis treści

1. Wykorzystane dane.....	3
2. Główne cechy analizowanych szeregów.....	4
3. Dekompozycja.....	11
4. Eliminacja trendu i sezonowości.....	13
5. Szeregi stacjonarne.....	16
6. Wyznaczenie współczynników modelu AR.....	19
7. Wyznaczanie współczynnika modeli MA(q).....	20
8. Wyznaczanie optymalnych modeli.....	21
9. Porównanie analizowanych modeli.....	23
10. Prognozowanie.....	25

## 1. Wykorzystane dane

Pierwszy z analizowanych szeregów czasowych dotyczyć będzie średniej ceny energii elektrycznej za kilowatogodzinę w Stanach Zjednoczonych w od początku 2015 roku do kwietnia roku 2022, a drugi średniej ceny napojów bezalkoholowych w przeliczeniu na 2 litry w Stanach Zjednoczonych od kwietnia 2018 roku do kwietnia 2022 roku.

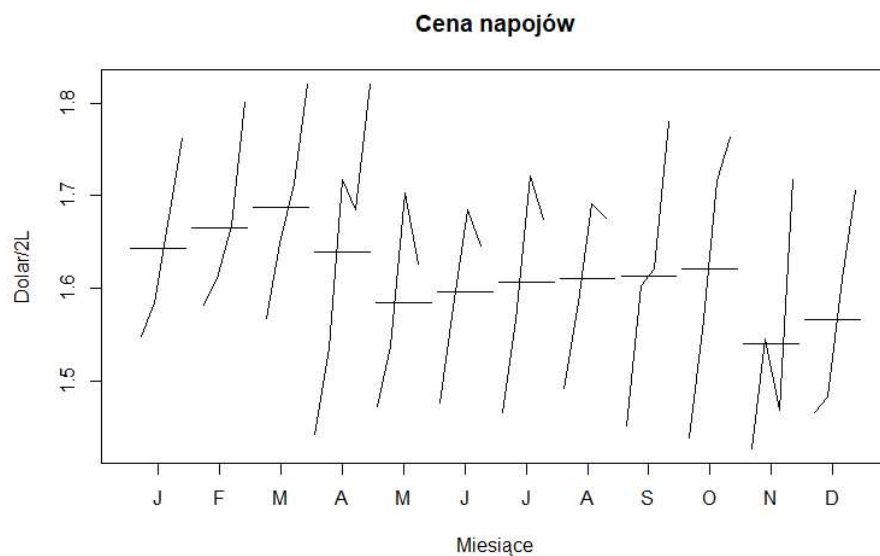
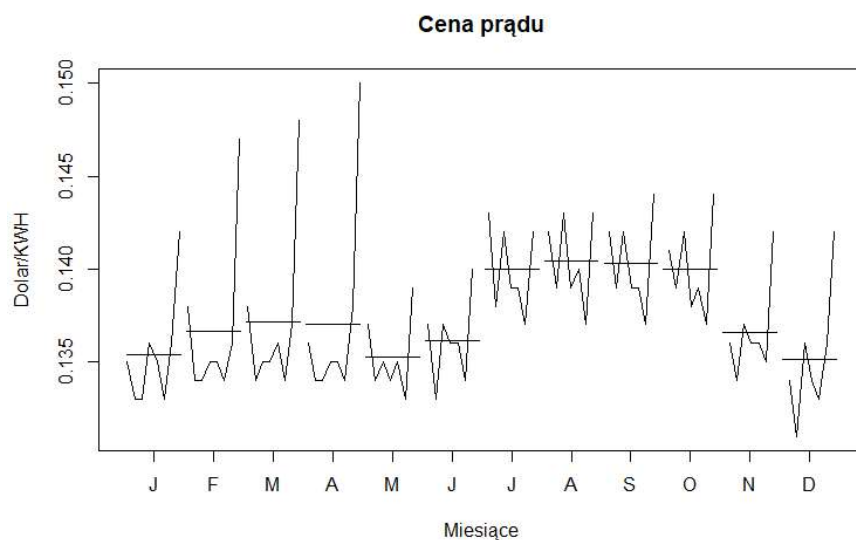
Dane pochodzą ze strony <https://fred.stlouisfed.org/>. Baza ta zawiera kilkaset tysięcy szeregów czasowych i jest prowadzona przez dział Badań Banku Rezerw Federalnych w St. Louis.



Pierwszy szereg zawiera widoczną sezonowość. Każdego roku ceny prądu rosną w okresie letnim, gdy działają wszelkiego rodzaju chłodnie. W drugim szeregu możemy dostrzec rosnący trend cen napojów bezalkoholowych, spowodowany prawdopodobnie globalnym wzrostem cen.

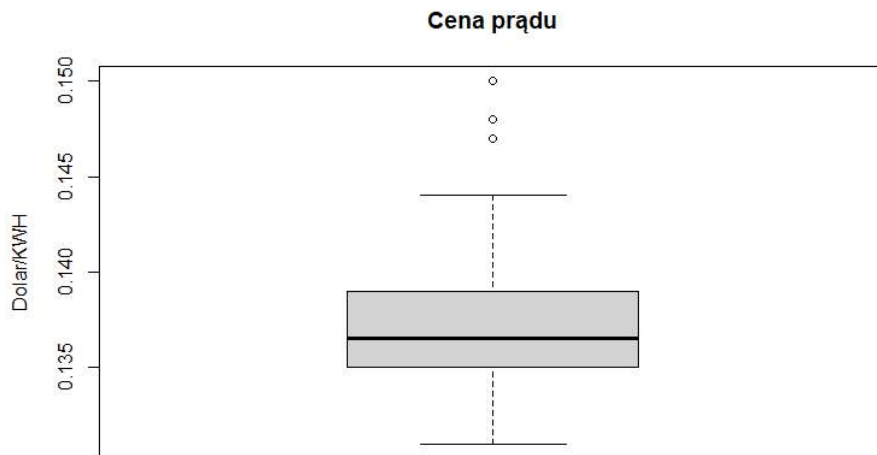
## 2. Głównie cechy analizowanych szeregów

Wykresy miesięczne:

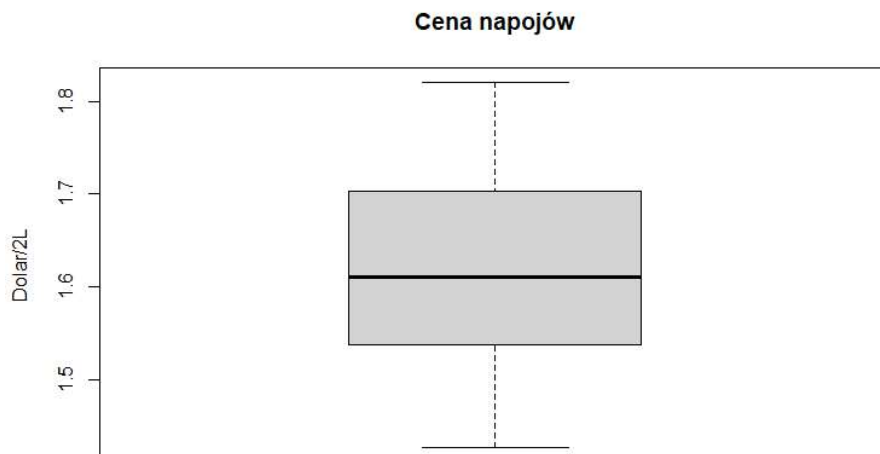


Wykres ceny prądu przedstawia widoczną sezonowość, ponieważ największy wzrost cen występuje w miesiącach letnich. Na wykresie cen napojów nie możemy natomiast dostrzec sezonowości, wartości średnie znajdują się na podobnych wysokościach.

Wykresy pudełkowe:

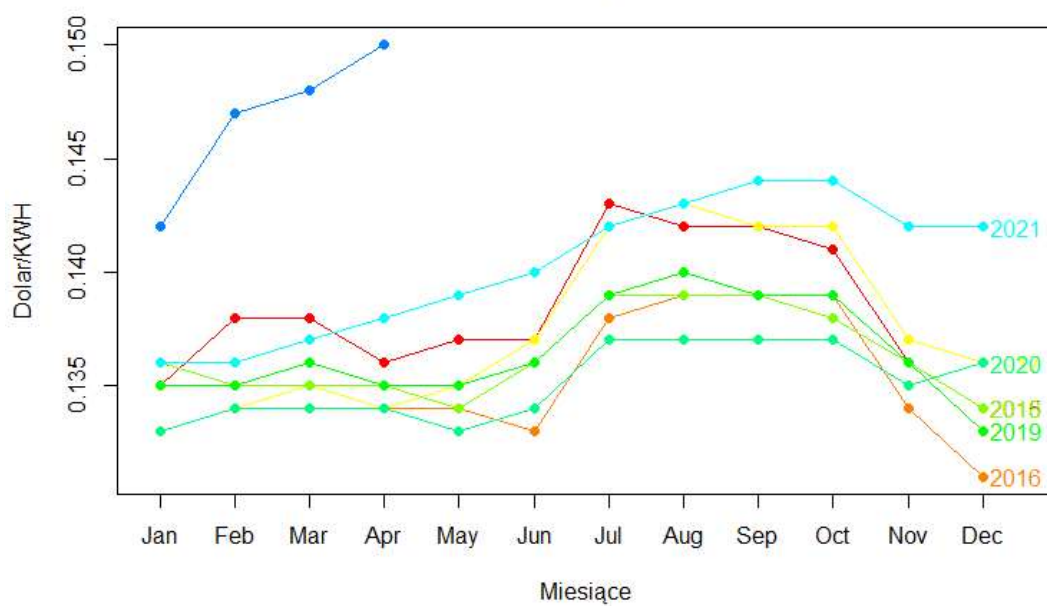


Z wykresu pudełkowego możemy odczytać informacje na temat zmienności szeregów. Na wykresie mamy medianę, kwartyle (brzegi pudełka), wartości minimalne i maksymalne (wąsy) oraz wartości odstające (kropki).

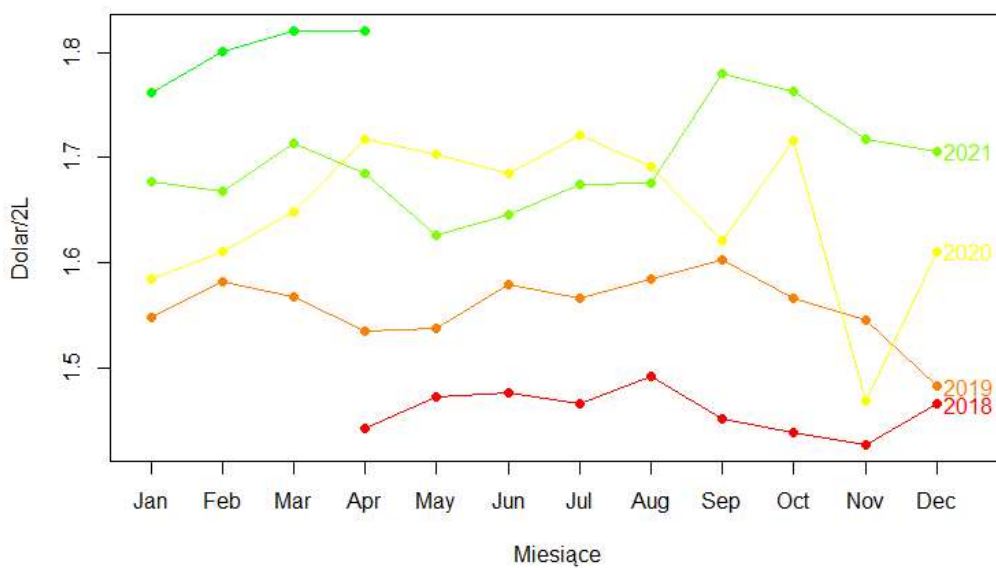


Wykresy sezonowe:

**Cena prądu**

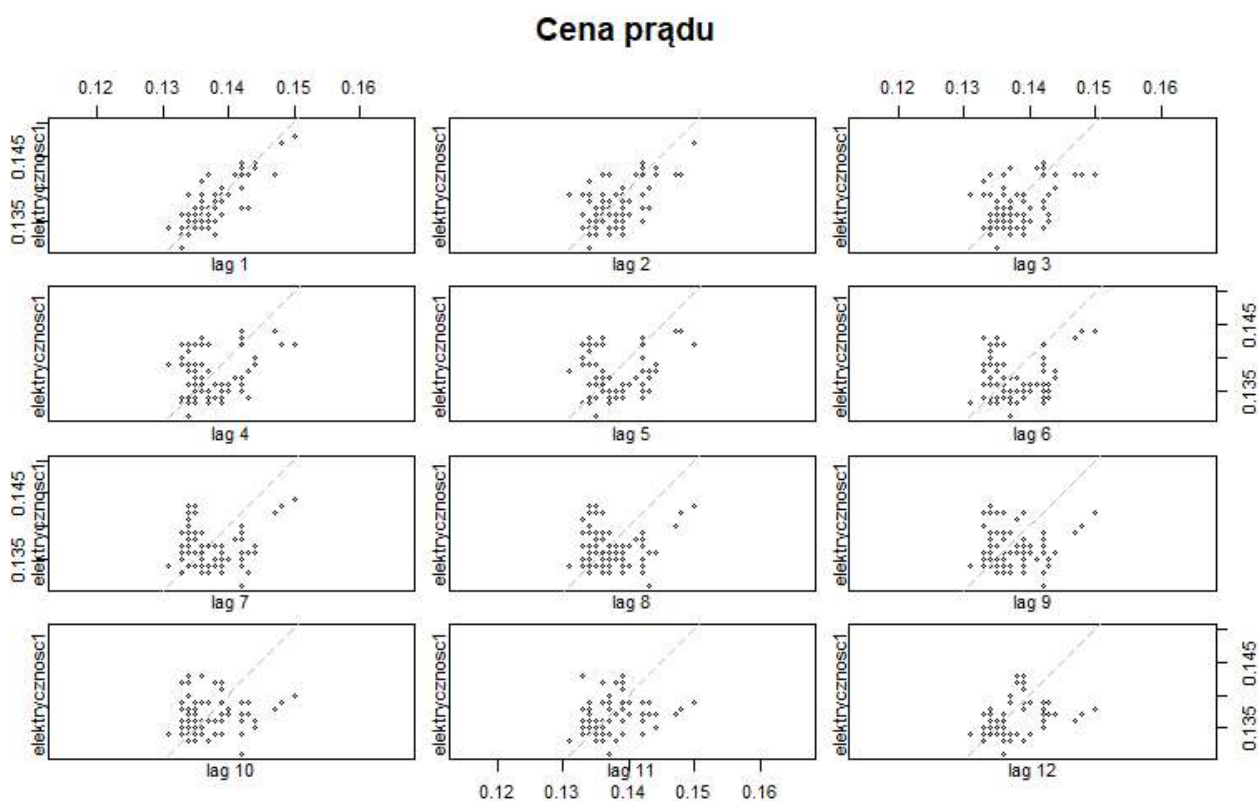


**Cena napojów**

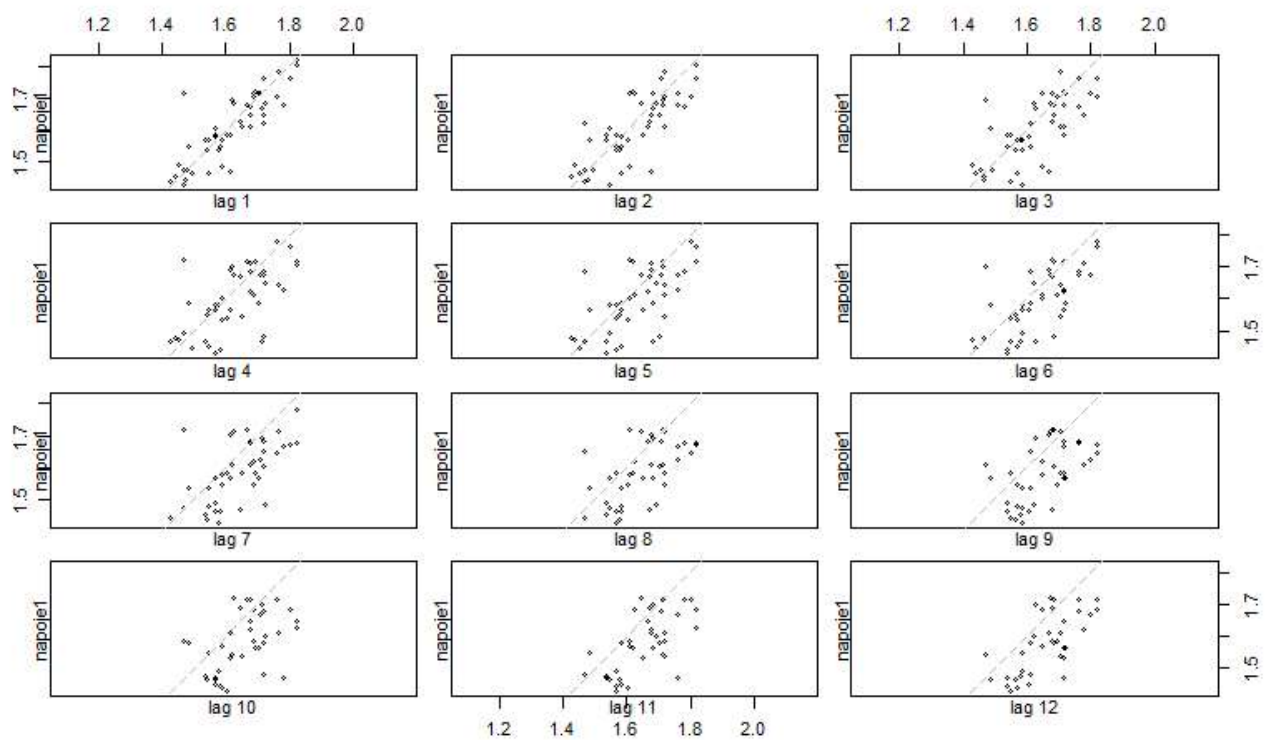


Pierwszy wykres bardzo dobrze odzwierciedla sezonowość a drugi trend, lecz na obu jest także zauważalny niepokojący drastyczny wzrost cen w pierwszych miesiącach bieżącego roku.

Wykresy rozrzutu dla wartości opóźnionych:

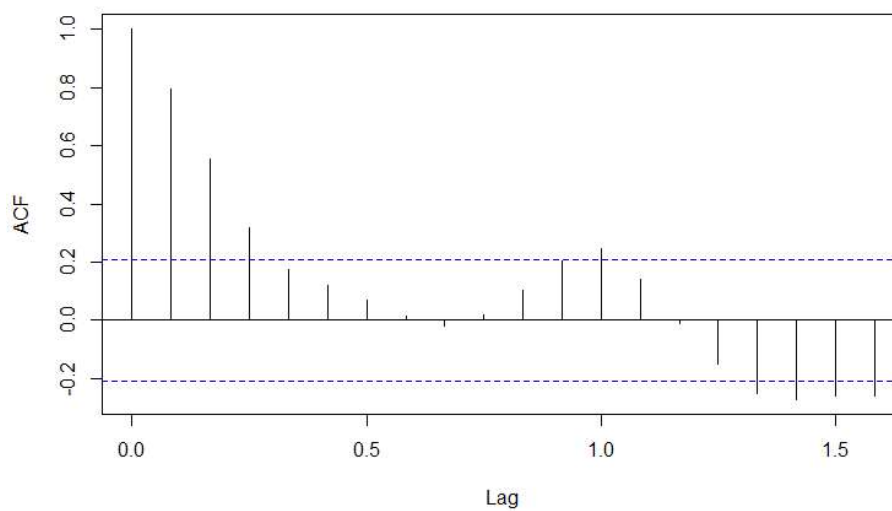


### Cena napojów



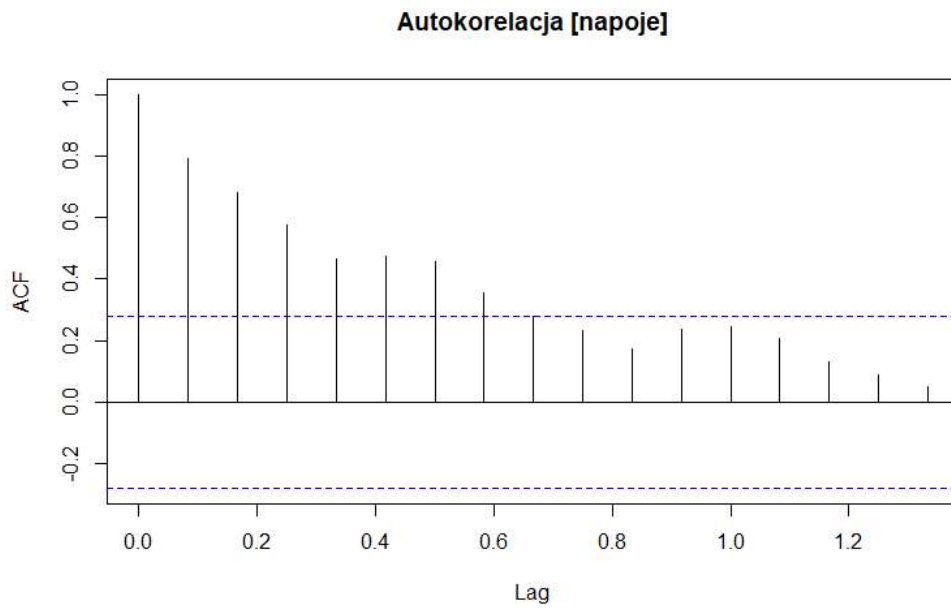
Wykresy autokorelacji ACF:

### Autokorelacja [prąd]



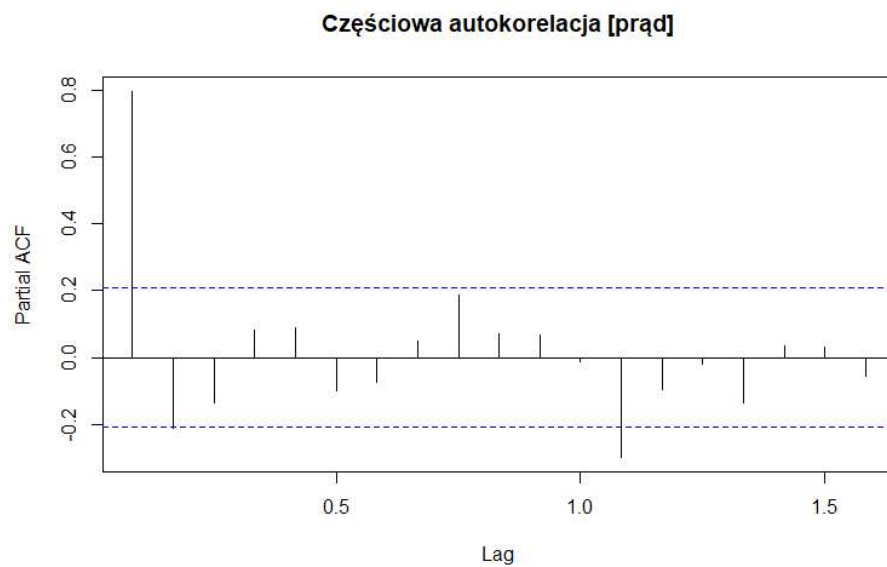


Wartości maleją cyklicznie, co wskazuje sezonowość.

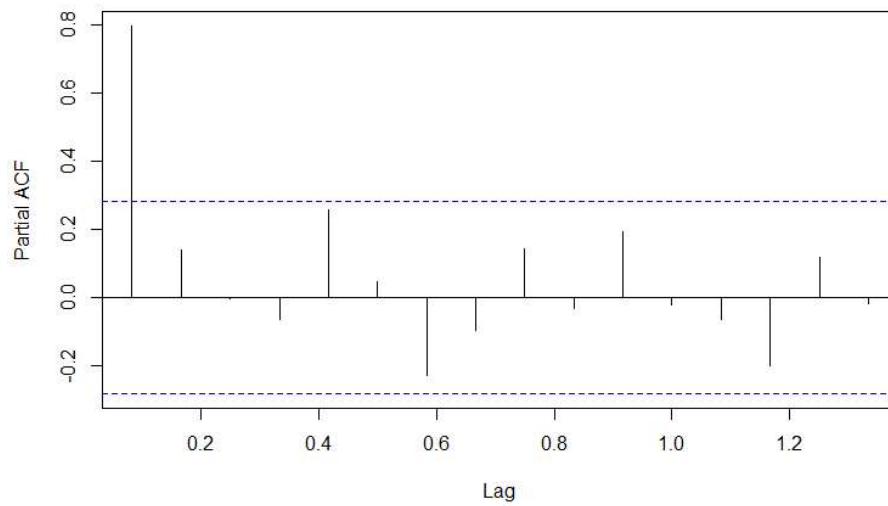


Wartości maleją dość równomiernie, co oznacza występowanie trendu.

Wykres autokorelacji PACF:



**Częściowa autokorelacja [napoje]**

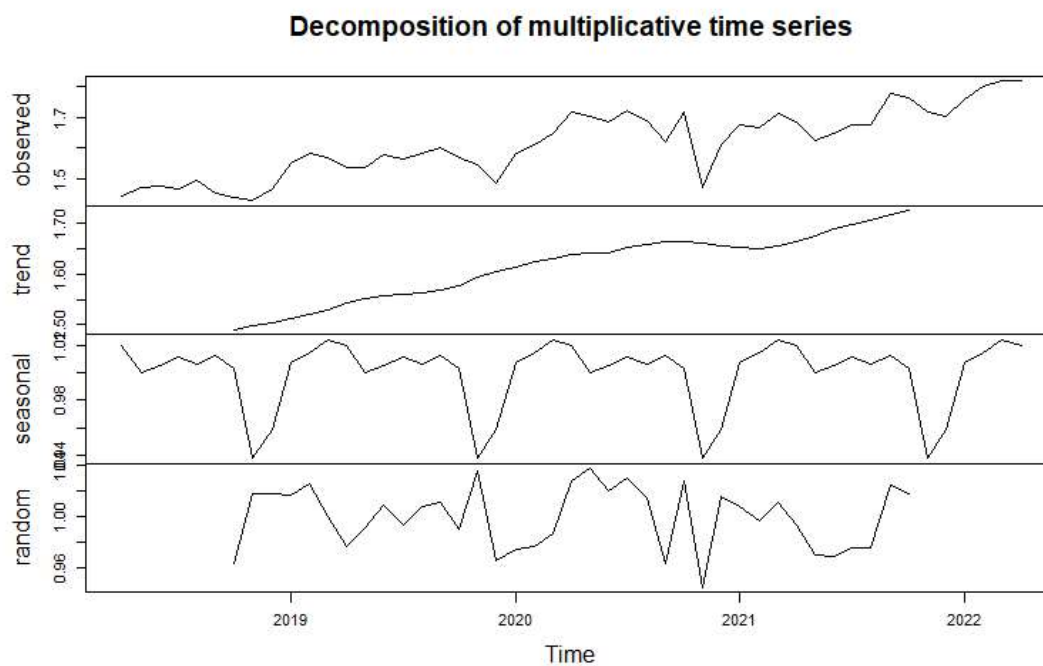
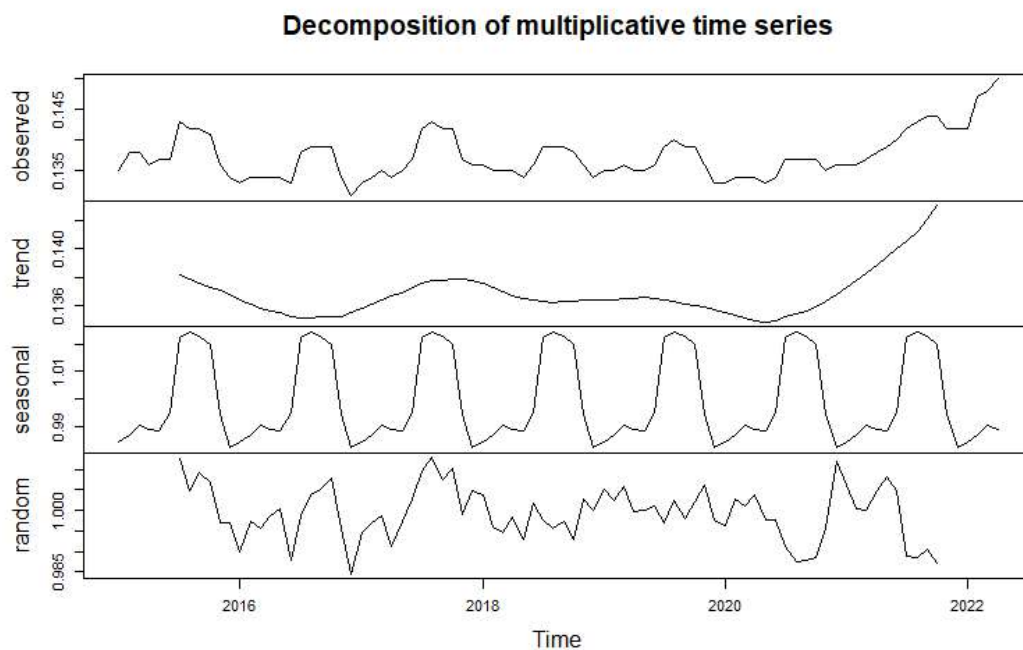


Tylko pierwsza wartość nie mieści się w przedziale ufności, co oznacza brak sezonowości.

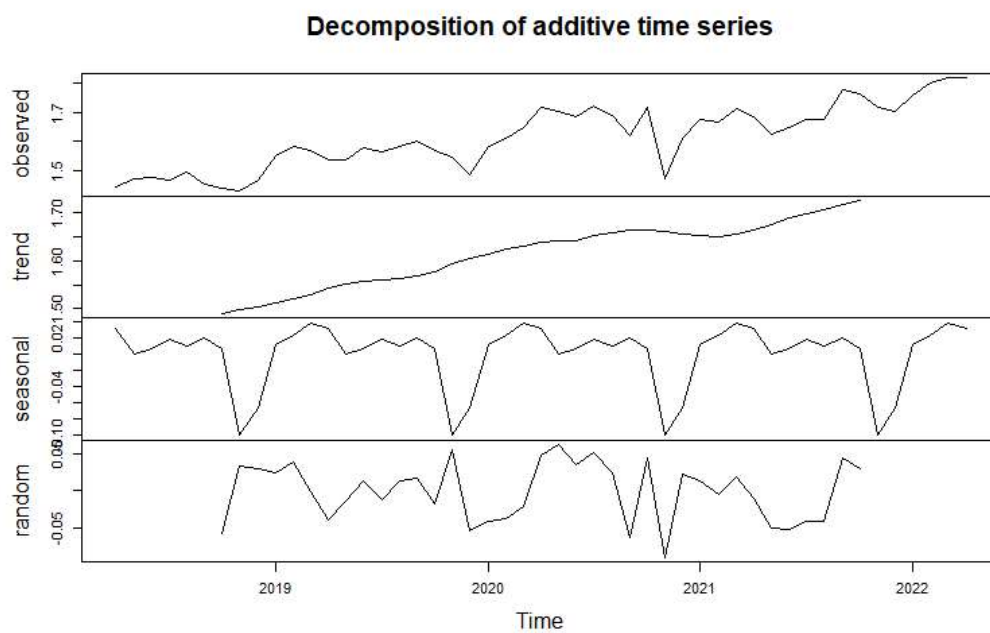
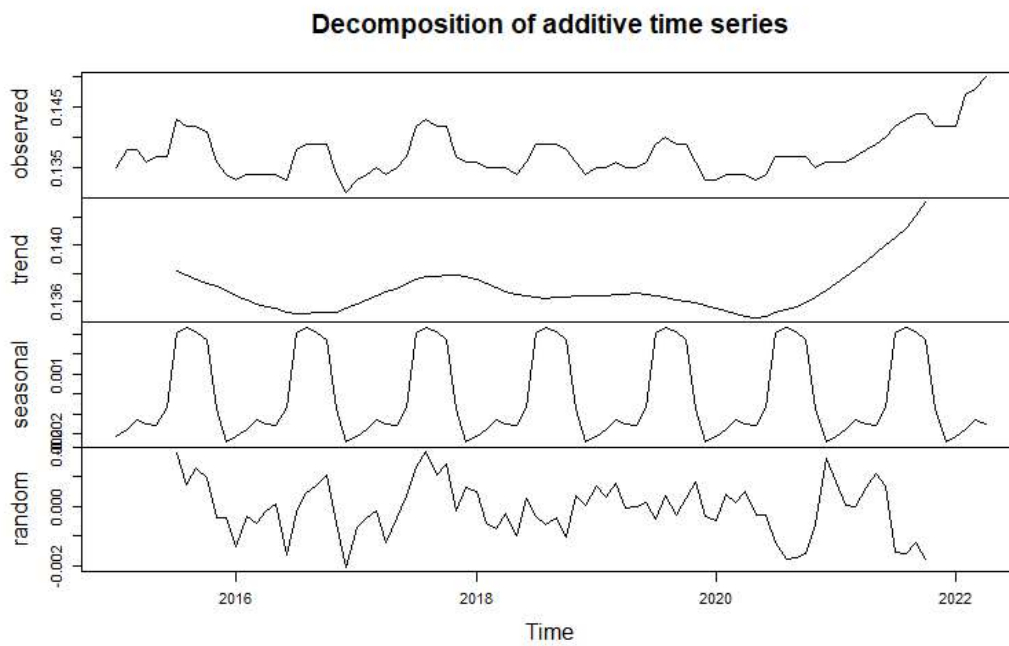
### 3. Dekompozycja

Funkcja Decompose rozdziela szereg na trend, sezonowość i reszty losowe.

Dekompozycja multiplikatywna:

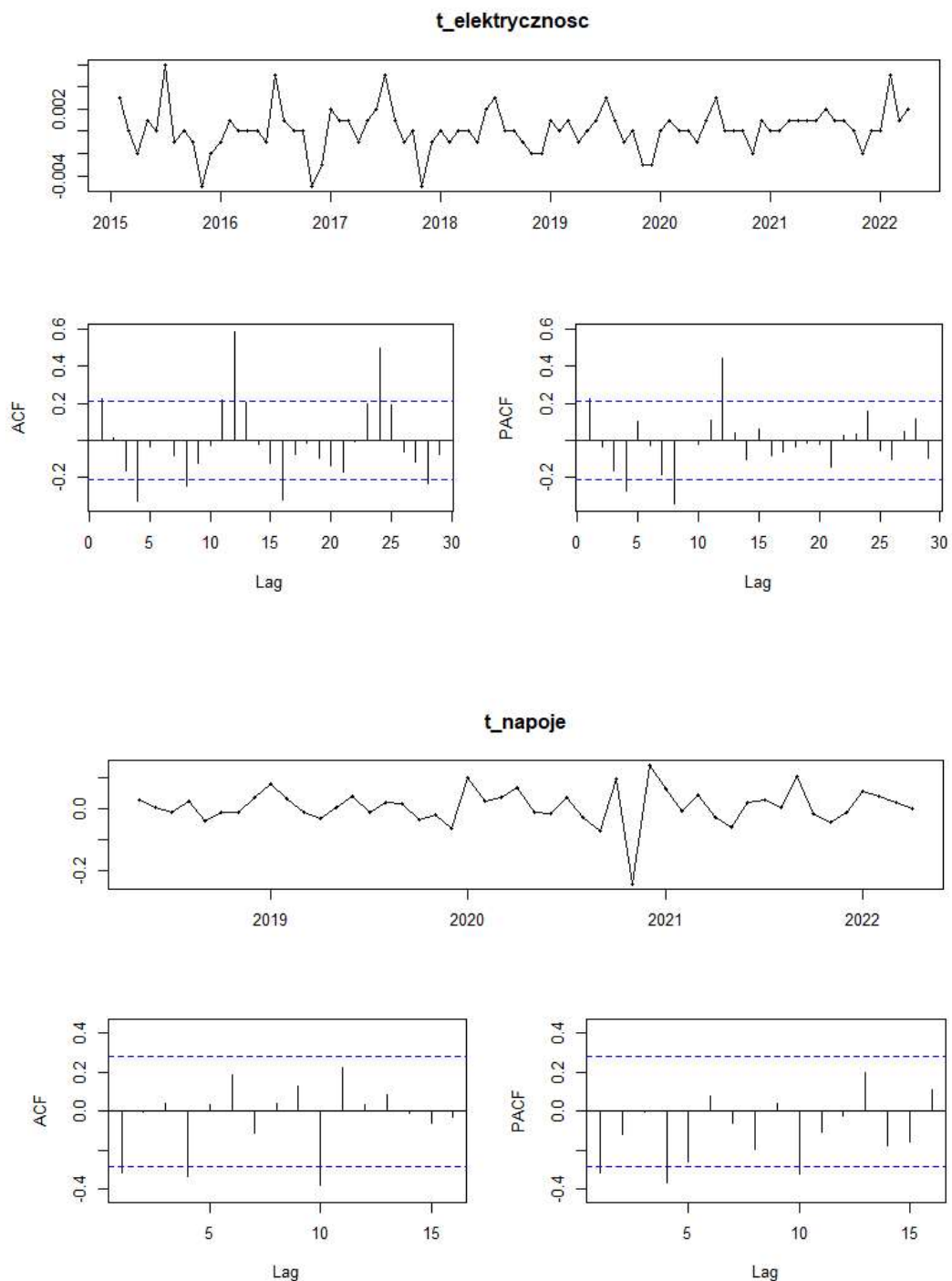


Dekompozycja addytywna:

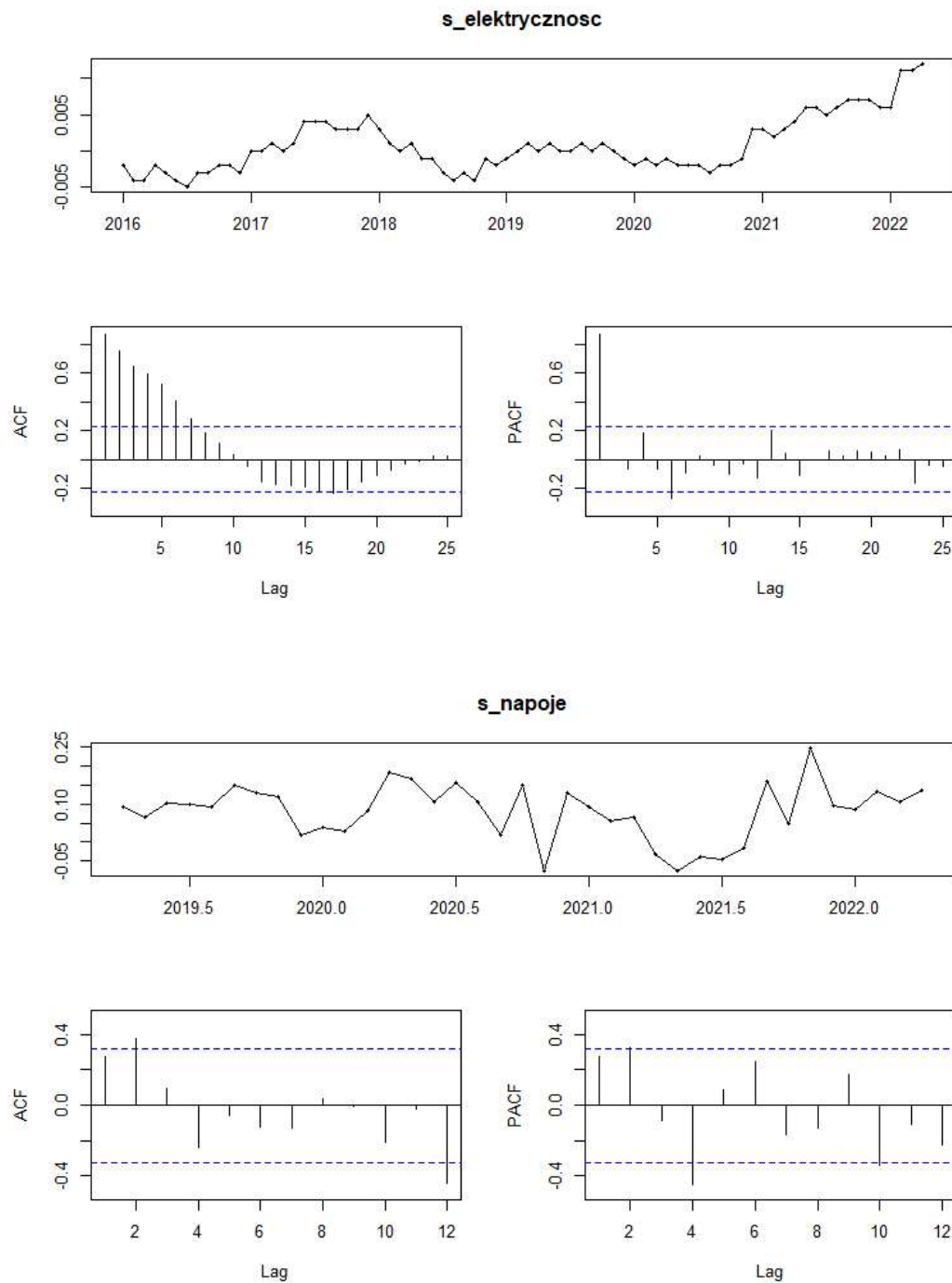


## 4. Eliminacja trendu i sezonowości

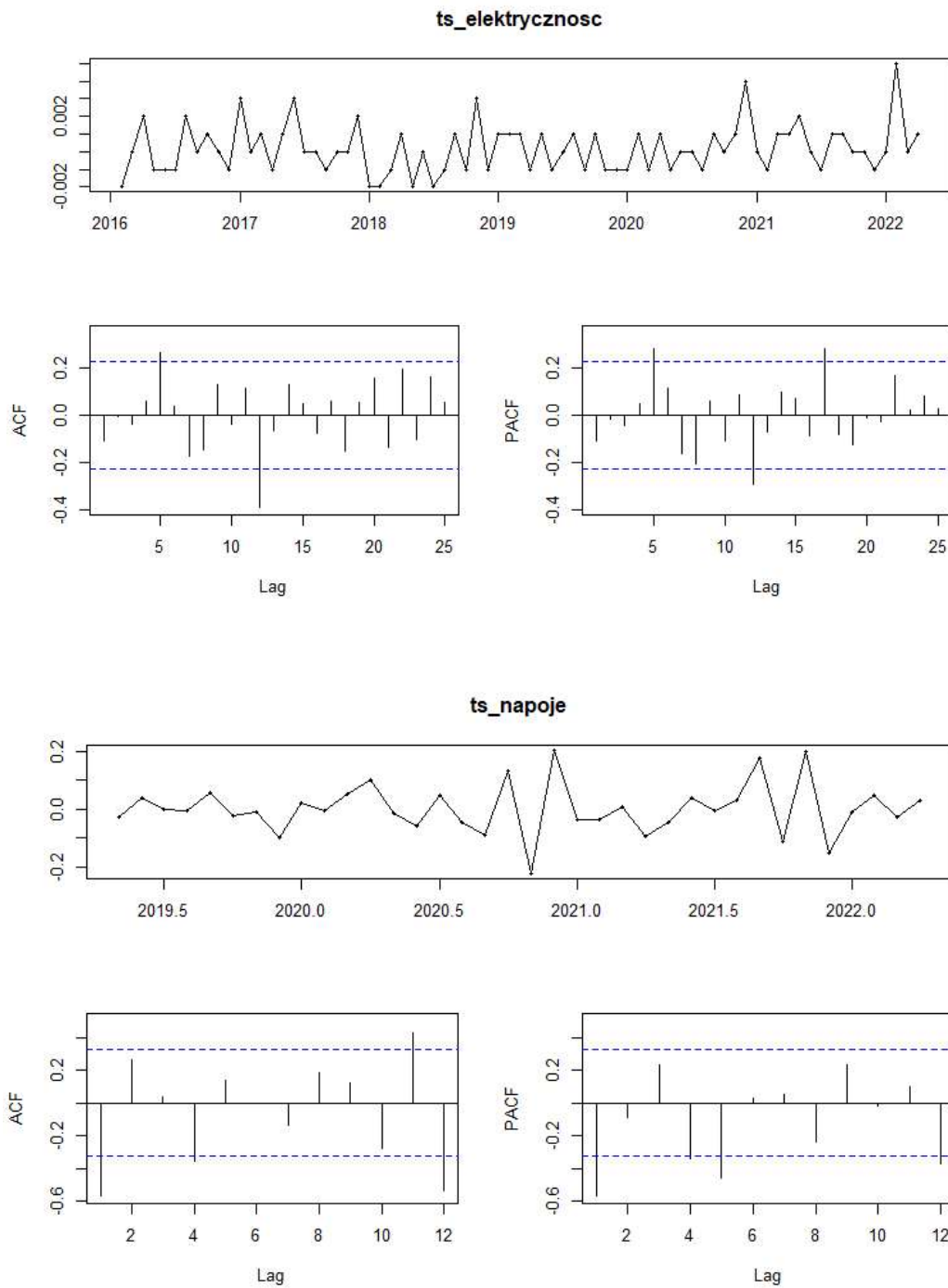
Eliminacja trendu:



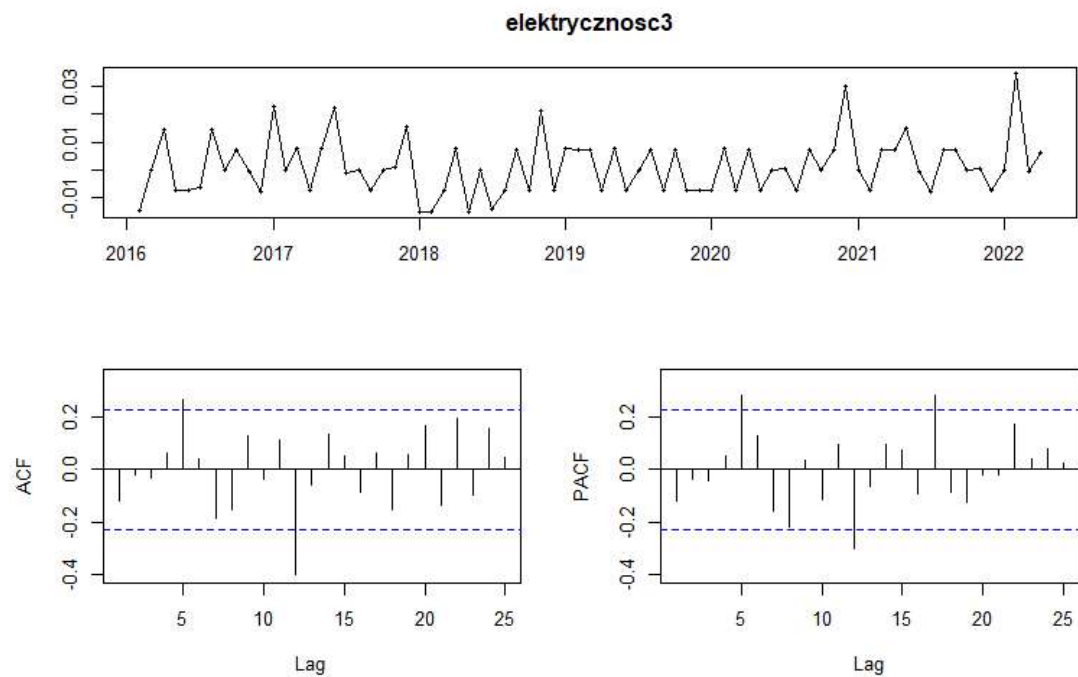
Eliminacja sezonowości:



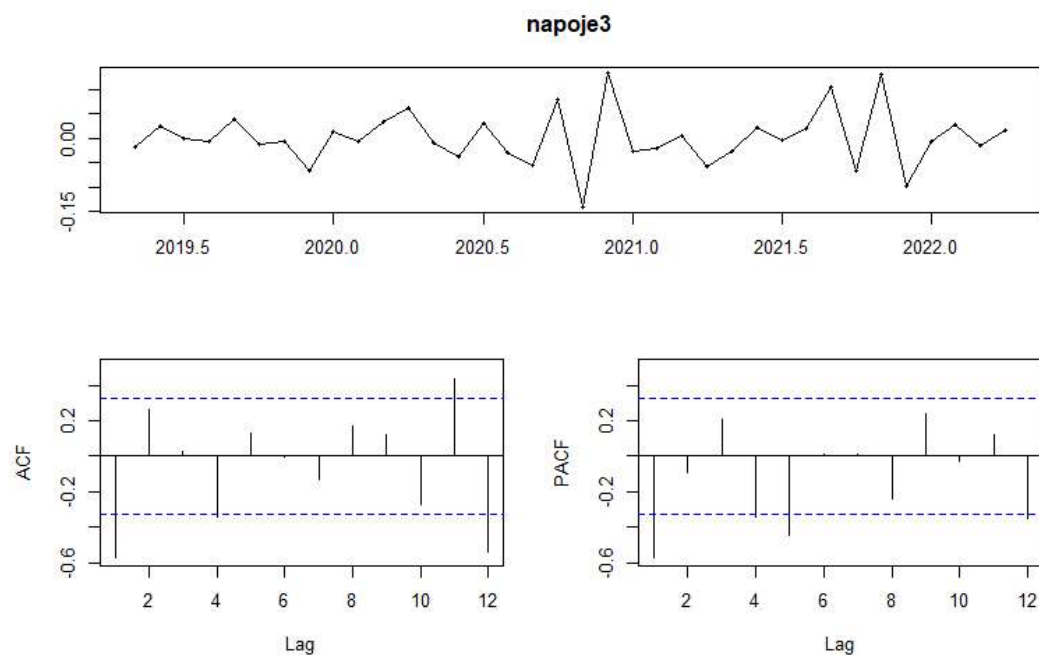
Eliminacja trendu i sezonowości:



## 5. Szeregi stacjonarne

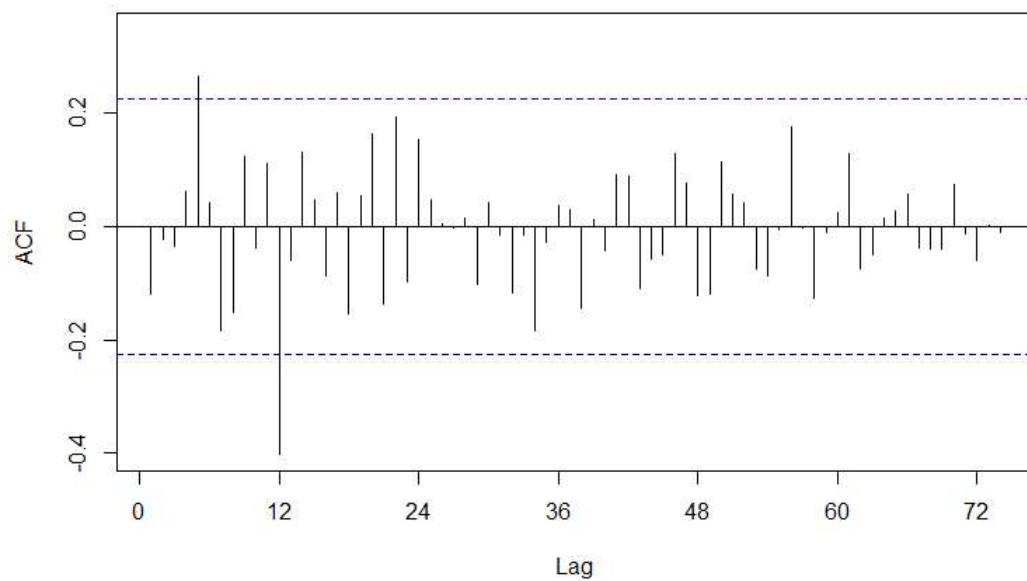


Autokorelacja szeregów stacjonarnych



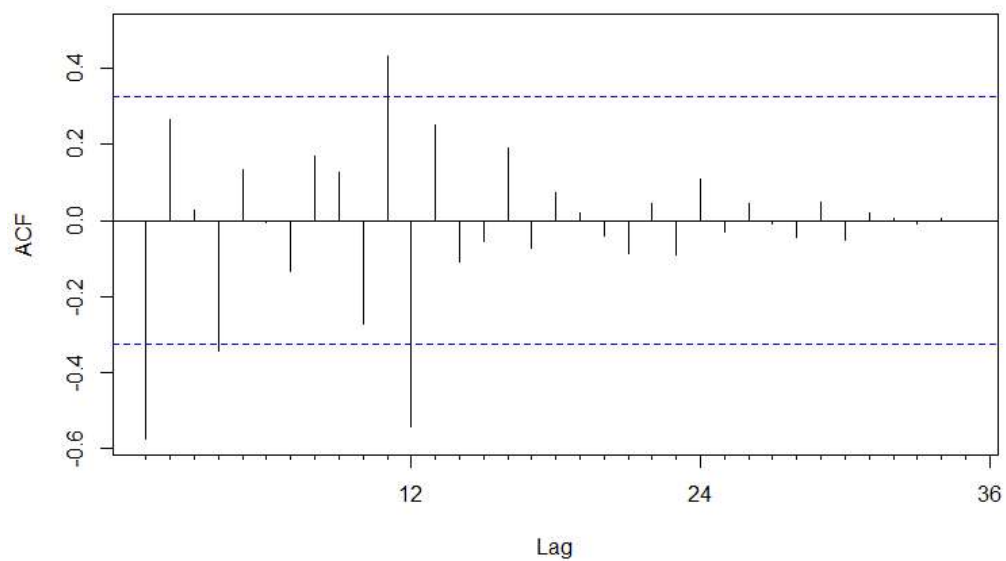


**Series elektrycznosc3**



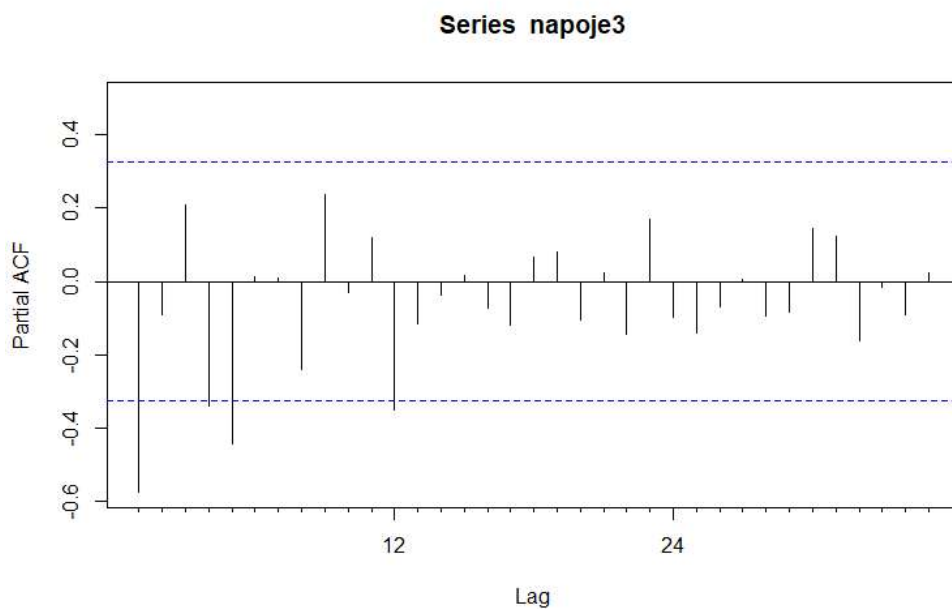
Szereg nie jest realizacją szumu białego, ponieważ istnieją wartości wykraczające poza przedział ufności. (rzęd  $p=12$ )

**Series napoje3**

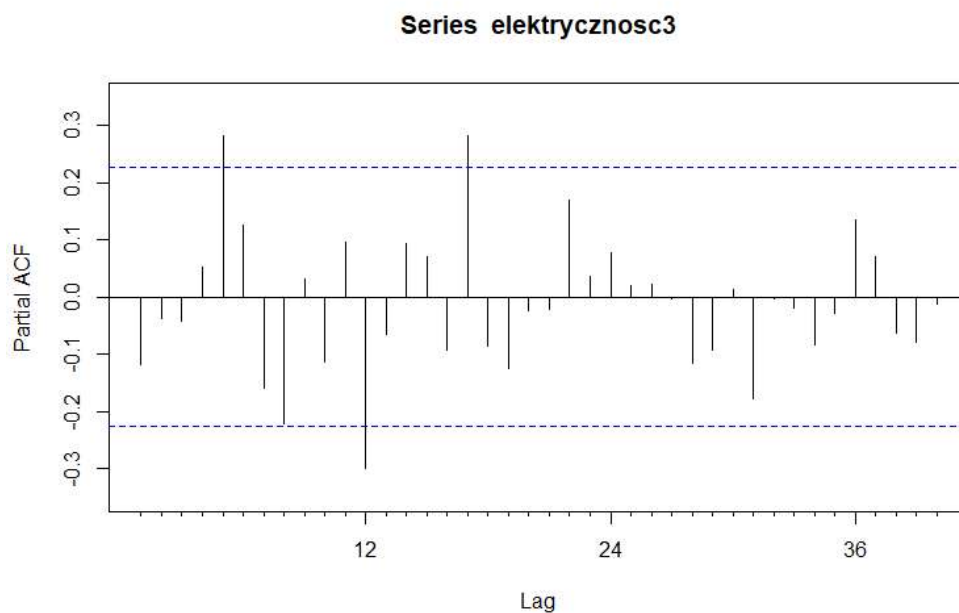


Szereg nie jest realizacją szumu białego, ponieważ istnieją wartości wykraczające poza przedział ufności. (rzęd  $p=12$ )

Wykres autokorelacji cząstkowej szeregów stacjonarnych:



Współczynnik MA  $q=12$ .



Współczynnik MA  $q=17$ .

## 6. Wyznaczenie współczynników modelu AR

```
> elektrycznosc_ar1 <- ar(elektrycznosc3, aic = TRUE, order.max = 74, method = c("yule-walker"))
> print(elektrycznosc_ar1)

Call:
ar(x = elektrycznosc3, aic = TRUE, order.max = 74, method = c("yule-walker"))

Order selected 0  sigma^2 estimated as  0.0001025
```

```
> print(napoje_ar1)

Call:
ar(x = napoje3, aic = TRUE, order.max = 35, method = c("yule-walker"))

Coefficients:
      1      2      3      4      5
-0.6853  0.0550  0.0272 -0.5772 -0.4418

Order selected 5  sigma^2 estimated as  0.001685
```

```
> elektrycznosc_ar2 <- ar(elektrycznosc3, aic = TRUE, order.max = 20, method = c("mle"))
> print(elektrycznosc_ar2)

Call:
ar(x = elektrycznosc3, aic = TRUE, order.max = 20, method = c("mle"))

Coefficients:
      1      2      3      4      5      6      7      8      9     10     11     12     13     14
-0.0913  0.1118  0.0381  0.0390  0.4372  0.1022 -0.0364 -0.1899  0.0212 -0.0825  0.0301 -0.4479 -0.0521  0.2409
      15     16     17
 0.0960 -0.1092  0.3306

Order selected 17  sigma^2 estimated as  5.135e-05
```

```
> print(napoje_ar2)

Call:
ar(x = napoje3, aic = TRUE, order.max = 10, method = c("mle"))

Coefficients:
      1      2      3      4      5
-0.6855  0.0548  0.0400 -0.5565 -0.4502

Order selected 5  sigma^2 estimated as  0.001353
> |
```



## 7. Wyznaczanie współczynnika modeli MA(q)

```
> elektrycznosc_ma <- Arima(elektrycznosc1, order = c(0,0,17))
> summary(elektrycznosc_ma)
Series: elektrycznosc1
ARIMA(0,0,17) with non-zero mean

Coefficients:
      ma1      ma2      ma3      ma4      ma5      ma6      ma7      ma8      ma9      ma10     ma11     ma12     ma13     ma14     ma15     ma16
s.e.  0.1352  0.2041  0.2613  0.2863  0.2933  0.2524  0.2285  0.2810  0.3334  0.3579  0.3776  0.3934  0.3467  0.3045  0.2658  0.212
      ma17     mean
s.e.  0.0755  0.1382
s.e.  0.1370  0.0017

sigma^2 = 2.088e-06: log likelihood = 451.26
AIC=-864.52  AICC=-853.34  BIC=-817.45

Training set error measures:
              ME          RMSE          MAE          MPE          MAPE          MASE          ACF1
Training set 3.945905e-05 0.001288814 0.001005212 0.01668291 0.7295328 0.3472551 -0.0001521042
```

```
> napoje_ma <- Arima(napojel, order = c(0,0,12))
> summary(napoje_ma)
Series: napojel
ARIMA(0,0,12) with non-zero mean

Coefficients:
      ma1      ma2      ma3      ma4      ma5      ma6      ma7      ma8      ma9      ma10     ma11     ma12     mean
s.e.  0.8967  1.1733  0.9851  0.6508  0.5884  0.6119  0.3690  0.5099  0.6312 -0.0556  0.1329 -0.1733  1.6192
s.e.  0.2654  0.2415  0.3062  0.3942  0.4114  0.4256  0.2998  0.2520  0.3724  0.3707  0.2746  0.2235  0.0420

sigma^2 = 0.002483: log likelihood = 79.06
AIC=-130.11  AICC=-117.76  BIC=-103.63

Training set error measures:
              ME          RMSE          MAE          MPE          MAPE          MASE          ACF1
Training set 0.002261715 0.04271017 0.03165753 0.04952902 1.982638 0.3315393 -0.02789254
```

## 8. Wyznaczanie optymalnych modeli

```
> (elektrycznosc_aicc <- auto.arima(elektrycznosc3, ic = "aicc"))
Series: elektrycznosc3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with non-zero mean

Coefficients:
      sar1      mean
    -0.5166  0.0011
s.e.    0.1069  0.0007

sigma^2 = 7.786e-05: log likelihood = 247.51
AIC=-489.01  AICC=-488.67  BIC=-482.06
> (elektrycznosc_aic <- auto.arima(elektrycznosc3, ic = "aic"))
Series: elektrycznosc3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with non-zero mean

Coefficients:
      sar1      mean
    -0.5166  0.0011
s.e.    0.1069  0.0007

sigma^2 = 7.786e-05: log likelihood = 247.51
AIC=-489.01  AICC=-488.67  BIC=-482.06
> (elektrycznosc_bic <- auto.arima(elektrycznosc3, ic = "bic"))
Series: elektrycznosc3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      sar1
    -0.5036
s.e.    0.1089

sigma^2 = 7.962e-05: log likelihood = 246.26
AIC=-488.52  AICC=-488.36  BIC=-483.89
```



**POLITECHNIKA  
RZESZOWSKA**  
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA

```
> (napoje_aicc <- auto.arima(napoj3, ic = "aicc"))
Series: napoj3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      ar1      sar1
    -0.5203  -0.6762
s.e.    0.1398   0.1164

sigma^2 = 0.001161:  log likelihood = 67.78
AIC=-129.55  AICC=-128.8  BIC=-124.8
> (napoje_aic <- auto.arima(napoj3, ic = "aic"))
Series: napoj3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      ar1      sar1
    -0.5203  -0.6762
s.e.    0.1398   0.1164

sigma^2 = 0.001161:  log likelihood = 67.78
AIC=-129.55  AICC=-128.8  BIC=-124.8
> (napoje_bic <- auto.arima(napoj3, ic = "bic"))
Series: napoj3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      ar1      sar1
    -0.5203  -0.6762
s.e.    0.1398   0.1164

sigma^2 = 0.001161:  log likelihood = 67.78
AIC=-129.55  AICC=-128.8  BIC=-124.8
```



## 9. Porównanie analizowanych modeli

```
> #Porównanie analizowanych modeli
> summary(elektrycznosc_ma)
Series: elektrycznosc1
ARIMA(0,0,17) with non-zero mean

Coefficients:
      ma1      ma2      ma3      ma4      ma5      ma6      ma7      ma8      ma9      ma10     ma11     ma12     ma13     ma14     ma15     ma16
s.e.  1.1206  1.2239  1.0367  0.6568  0.6073  0.6465  0.7194  0.4144  0.4834  0.4132  0.7294  1.3430  1.0422  0.7787  0.3536  0.122
      ma17      mean
s.e.  0.1352  0.2041  0.2613  0.2863  0.2933  0.2524  0.2285  0.2810  0.3334  0.3579  0.3776  0.3934  0.3467  0.3045  0.2658  0.212
      ma17      mean
s.e.  0.0755  0.1382
s.e.  0.1370  0.0017

sigma^2 = 2.088e-06: log likelihood = 451.26
AIC=-864.52 AICC=-853.34 BIC=-817.45

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 3.945905e-05 0.001288814 0.001005212 0.01668291 0.7295328 0.3472551 -0.0001521042
> summary(elektrycznosc_aicc)
Series: elektrycznosc3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with non-zero mean

Coefficients:
      sar1      mean
s.e.  -0.5166  0.0011
s.e.  0.1069  0.0007

sigma^2 = 7.786e-05: log likelihood = 247.51
AIC=-489.01 AICC=-488.67 BIC=-482.06

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 7.390995e-06 0.008705187 0.006613842 NaN Inf 0.4741395 -0.1483939
> summary(elektrycznosc_aic)
Series: elektrycznosc3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with non-zero mean

Coefficients:
      sar1      mean
s.e.  -0.5166  0.0011
s.e.  0.1069  0.0007

sigma^2 = 7.786e-05: log likelihood = 247.51
AIC=-489.01 AICC=-488.67 BIC=-482.06

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 7.390995e-06 0.008705187 0.006613842 NaN Inf 0.4741395 -0.1483939
```

```
> summary(elektrycznosc_bic)
Series: elektrycznosc3
ARIMA(0,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      sar1
s.e.  -0.5036
s.e.  0.1089

sigma^2 = 7.962e-05: log likelihood = 246.26
AIC=-488.52 AICC=-488.36 BIC=-483.89

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 0.001581399 0.00886343 0.006531513 NaN Inf 0.4682374 -0.1452367
```



**POLITECHNIKA  
RZESZOWSKA**  
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA

```
> summary(napoje_ma)
Series: napoje1
ARIMA(0,0,12) with non-zero mean

Coefficients:
      ma1      ma2      ma3      ma4      ma5      ma6      ma7      ma8      ma9      ma10     ma11     ma12     mean
s.e.  0.8967  1.1733  0.9851  0.6508  0.5884  0.6119  0.3690  0.5099  0.6312 -0.0556  0.1329 -0.1733  1.6192

sigma^2 = 0.002483: log likelihood = 79.06
AIC=-130.11 AICC=-117.76 BIC=-103.63

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 0.002261715 0.04271017 0.03165753 0.04952902 1.982638 0.3315393 -0.02789254
> summary(napoje_aicc)
Series: napoje3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      ar1      sar1
s.e.  0.1398  0.1164

sigma^2 = 0.001161: log likelihood = 67.78
AIC=-129.55 AICC=-128.8 BIC=-124.8

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set -0.001762516 0.03311264 0.02423836 7.878428 120.2392 0.294355 -0.1315517
> summary(napoje_aic)
Series: napoje3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      ar1      sar1
s.e.  0.1398  0.1164

sigma^2 = 0.001161: log likelihood = 67.78
AIC=-129.55 AICC=-128.8 BIC=-124.8

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set -0.001762516 0.03311264 0.02423836 7.878428 120.2392 0.294355 -0.1315517
```

```
> summary(napoje_bic)
Series: napoje3
ARIMA(1,0,0)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      ar1      sar1
s.e.  0.1398  0.1164

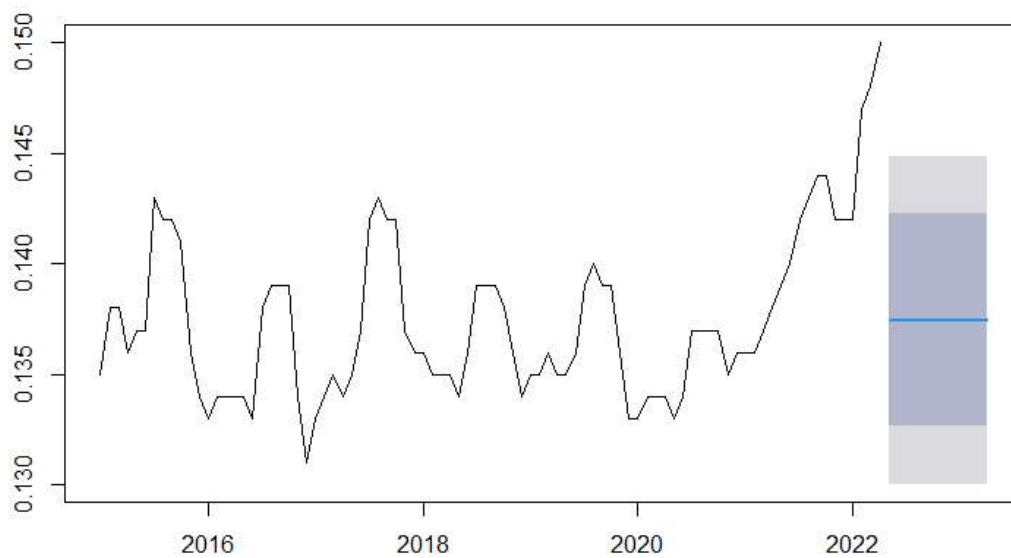
sigma^2 = 0.001161: log likelihood = 67.78
AIC=-129.55 AICC=-128.8 BIC=-124.8

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set -0.001762516 0.03311264 0.02423836 7.878428 120.2392 0.294355 -0.1315517
```

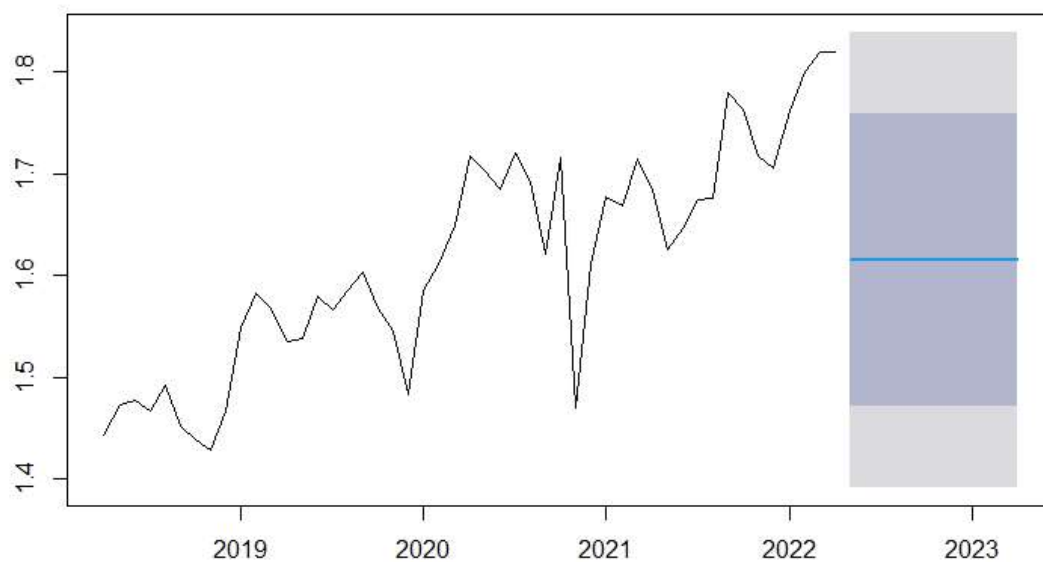


## 10.Prognozowanie

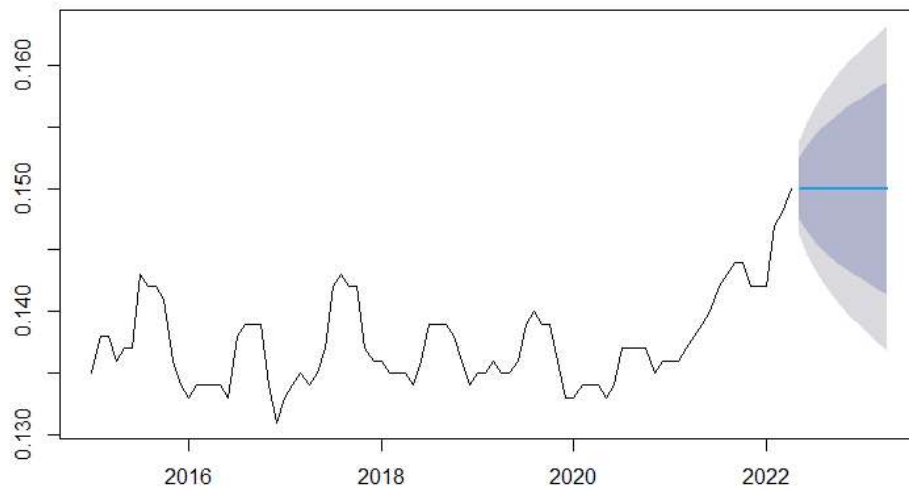
Prognoza na podstawie średniej



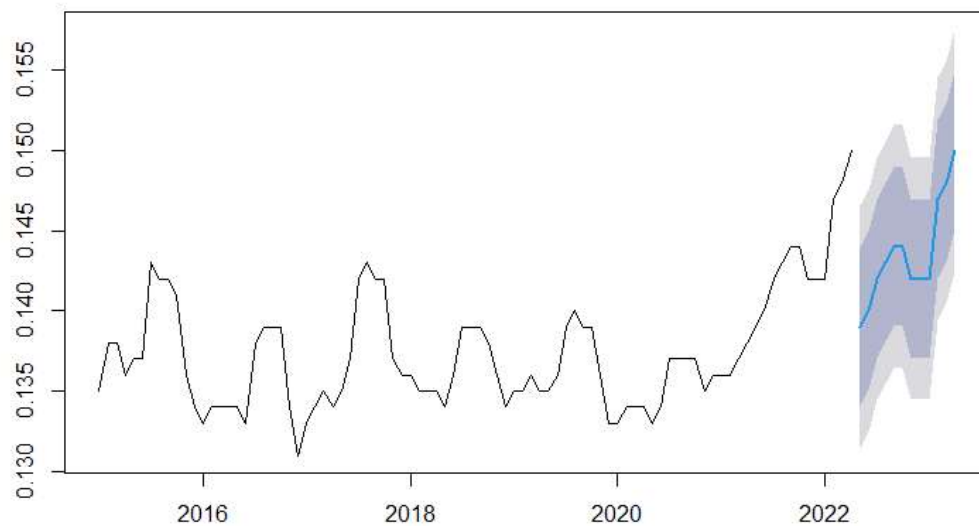
Prognoza na podstawie średniej



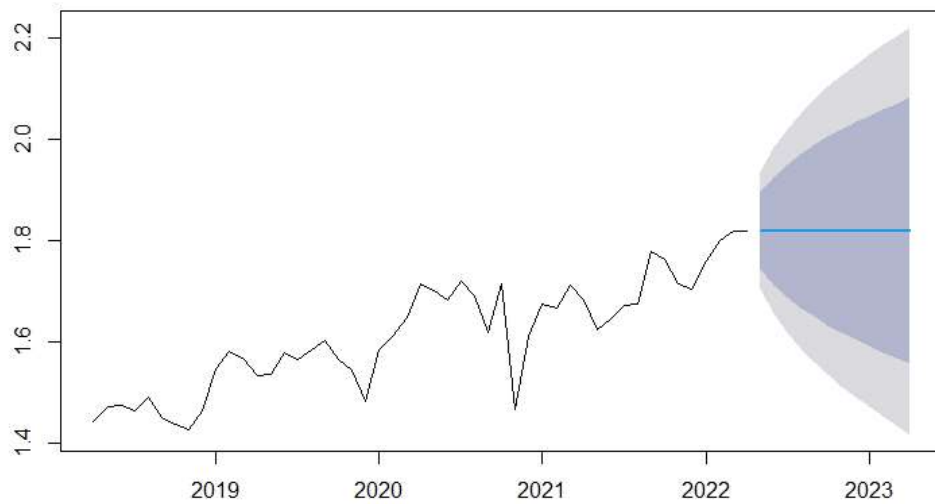
### Metoda Naiwna



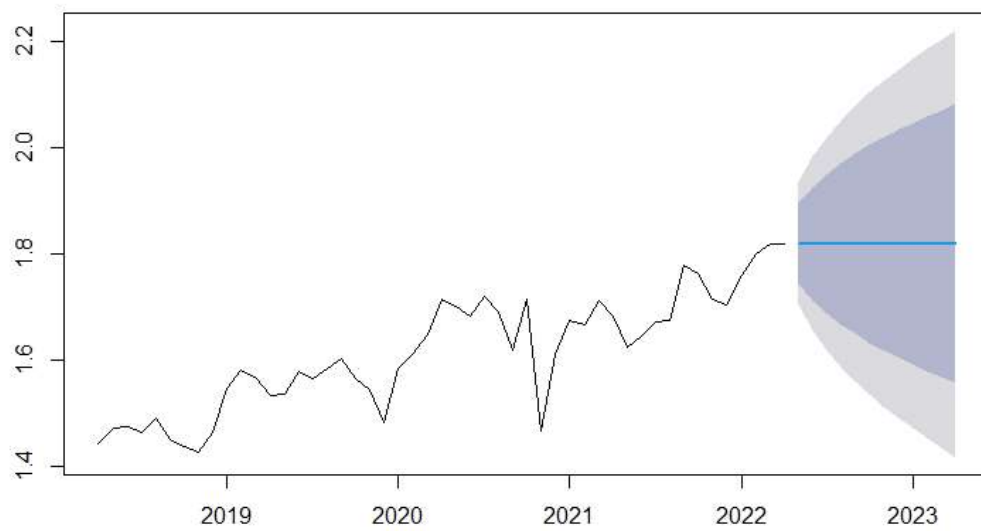
### Metoda Naiwna Sezonowa



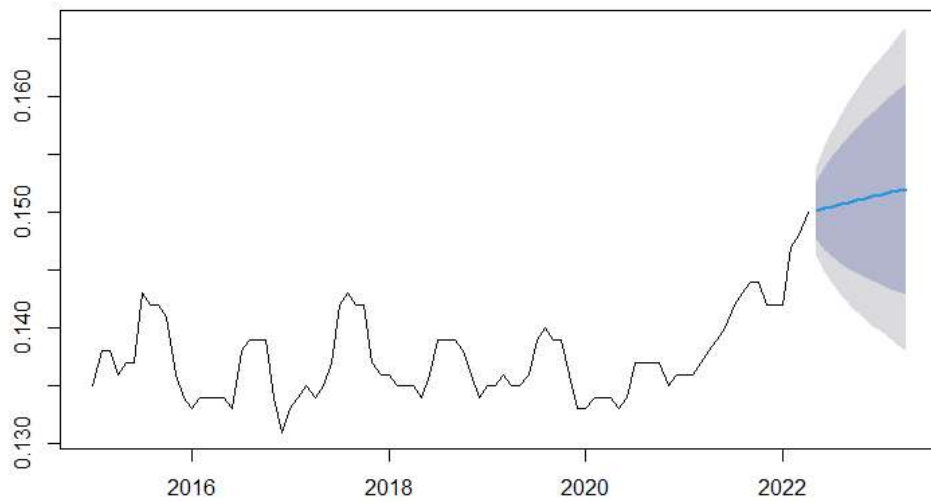
**Metoda Naiwna**



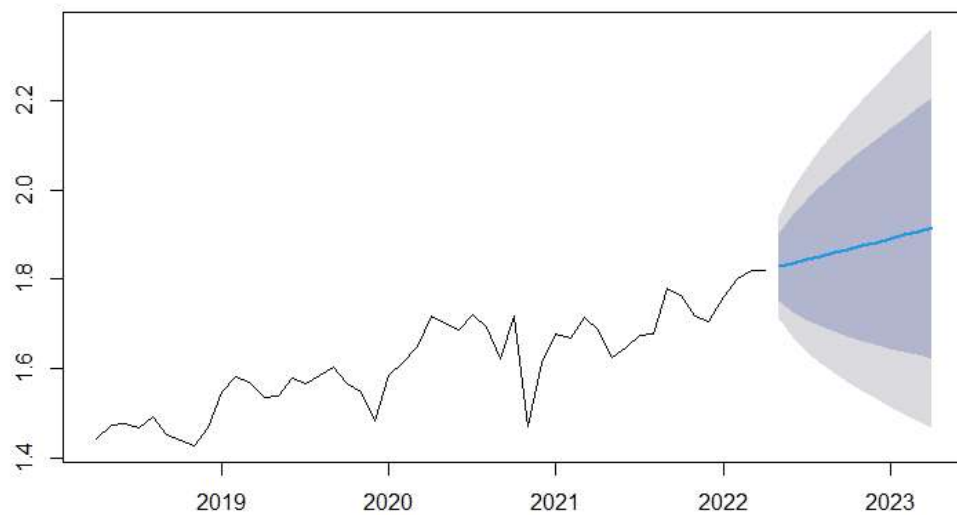
**Metoda Naiwna Sezonowa**



**Metoda uwzględniająca dryf**



**Metoda uwzględniająca dryf**





**POLITECHNIKA  
RZESZOWSKA**  
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA