

## KOŁOKWIUM Z ANALIZY MATEMATYCZNEJ DLA INFORMATYKÓW

28 listopada 2007r.

Rozwiązania poszczególnych zadań prosimy pisać na **OSOBNYCH, CZYTELNIIE PODPISANYCH** kartkach.

W lewym górnym rogu prosimy umieścić własne imię, nazwisko i numer indeksu, a poniżej numer zadania.

W prawym górnym rogu proszę podać numer grupy i nazwisko prowadzącego ćwiczenia.

Wszystkie zadania są jednakowo punktowane; (każde z zadań jest warte 15 punktów). W czasie kolokwium wolno korzystać jedynie z kartek i pisaków. W szczególności niedozwolone jest używanie notatek, kalkulatorów, telefonów itp. udogodnień.

Rozwiązania powinny zawierać uzasadnienia (dowody). Należy się w nich powoływać na fakty, twierdzenia itp. z wykładu bądź z ćwiczeń.

Czas pracy 120 min.

### Zadania

**Zadanie 1.** Wyznaczyć kres górny i kres dolny zbioru  $A$ , gdzie

$$A = \left\{ \frac{n + k^2}{2^n + k^2 + 1} : k, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

**Zadanie 2.** Znaleźć granicę ciągu  $\{a_n\}_{n \geq 1}$ , jeżeli

$$a_n = \left( \frac{1}{3} + \frac{n^{1000}}{2^n} \right)^n.$$

**Zadanie 3.** Znaleźć granicę ciągu  $\{a_n\}_{n \geq 1}$ , określonego rekurencyjnie w następujący sposób:

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3 - \frac{1}{a_n} \quad \text{dla } n \geq 1.$$

**Zadanie 4.** Zbadać zbieżność szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot n^2 - 7n}{n^3 + 3n^2 + 1}.$$

**Powodzenia!**