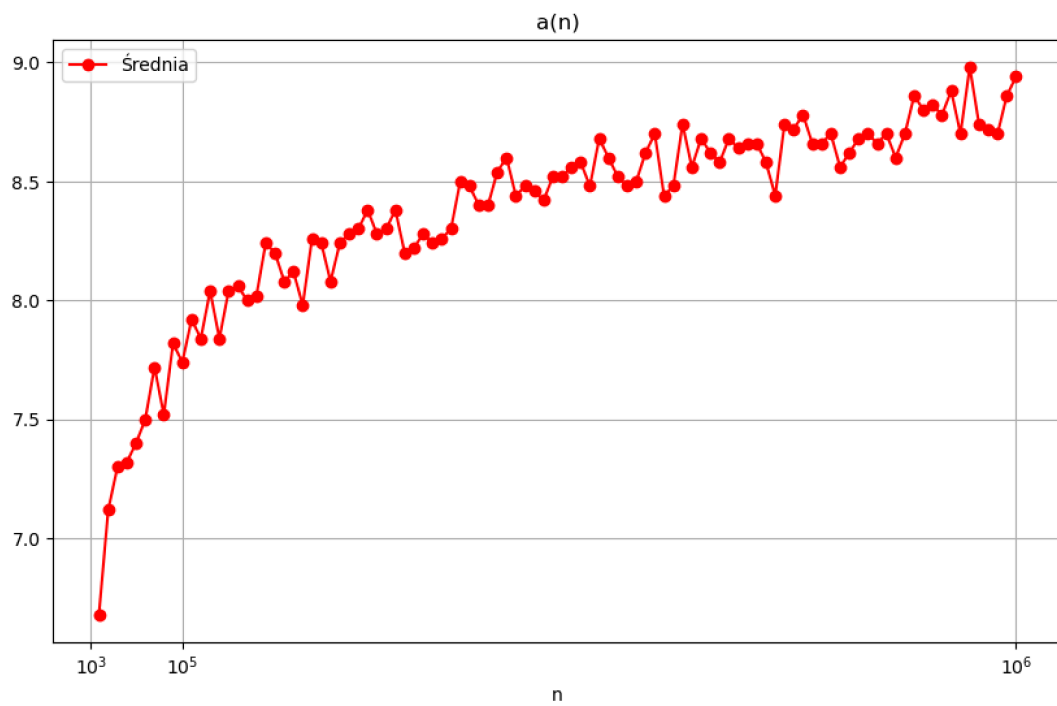
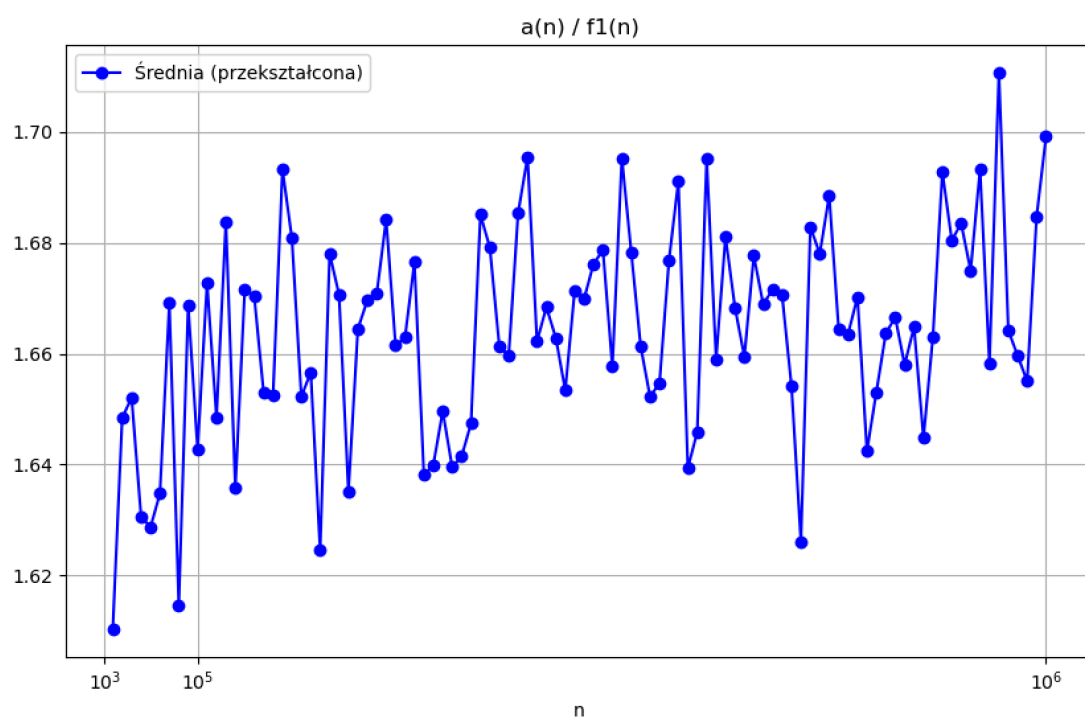
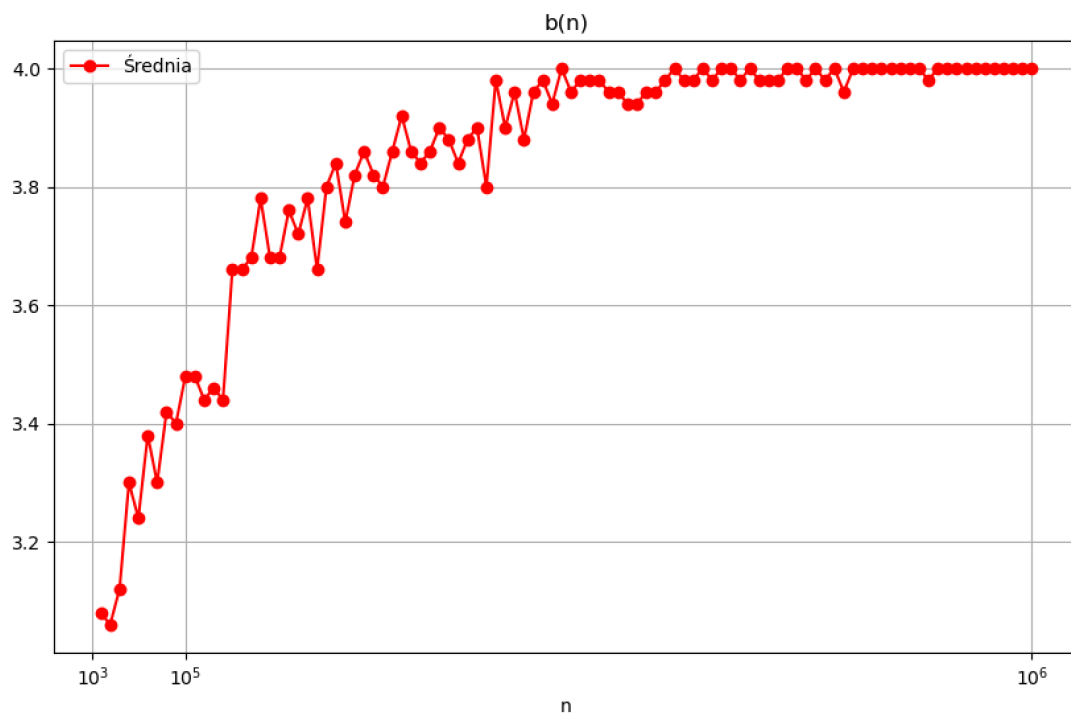
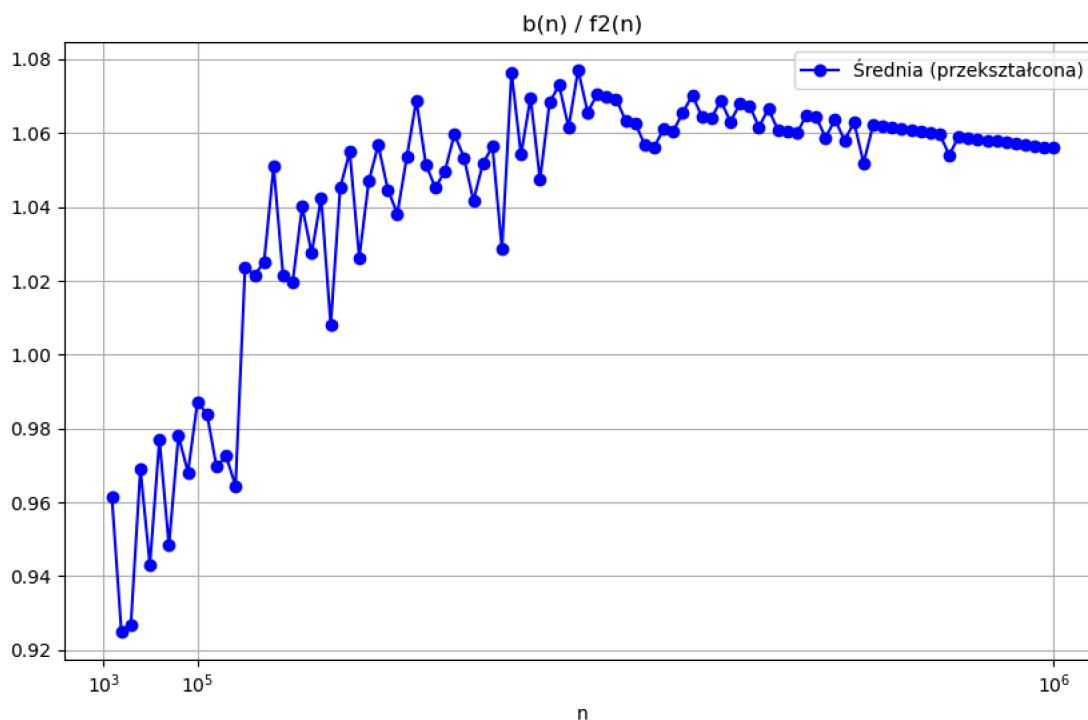


zadanie 1

Kody źródłowe zostały napisane w języku Rust. Wykresy zostały wygenerowane w Pythonie poprzez bibliotekę Matplotlib. Użyto generatora liczb pseudolosowych Mersenne Twister. Każdy kod źródłowy generuje dane liczbowe, a następnie zapisuje je do pliku tekstowego, z którego następnie generowany jest wykres.





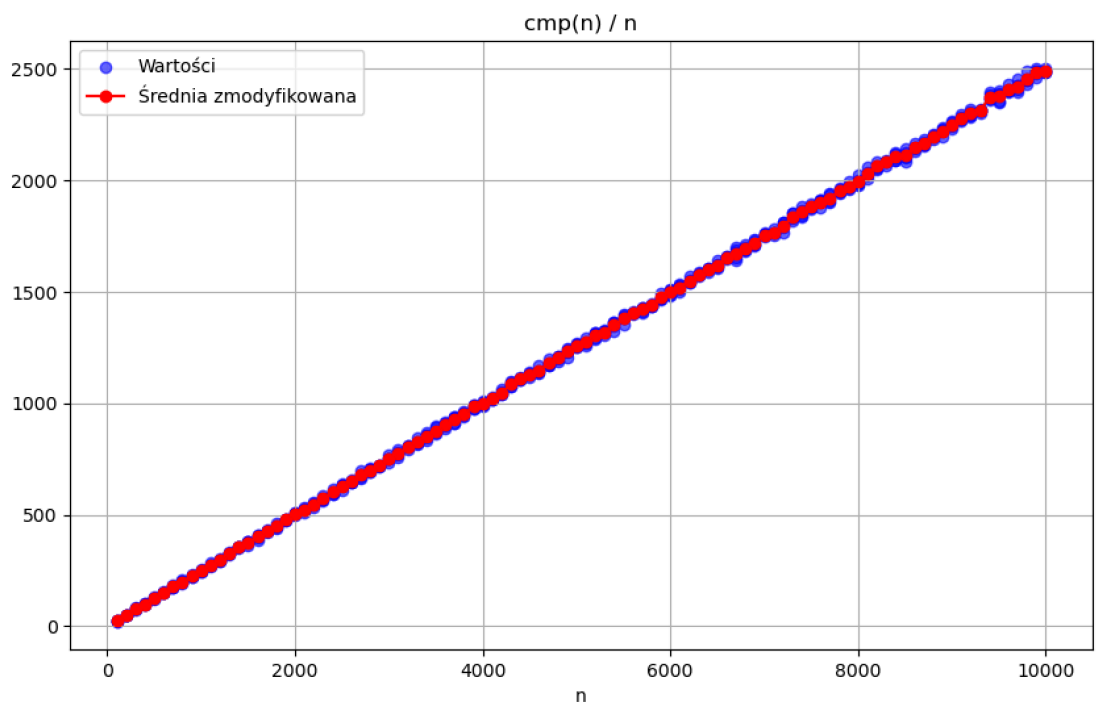
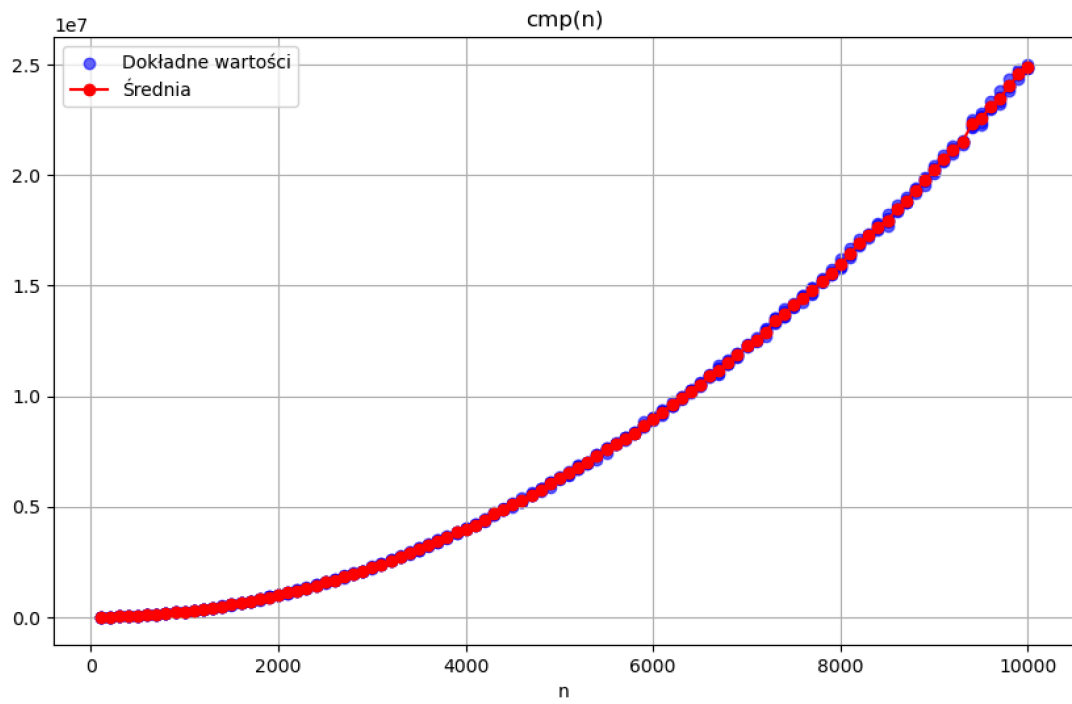


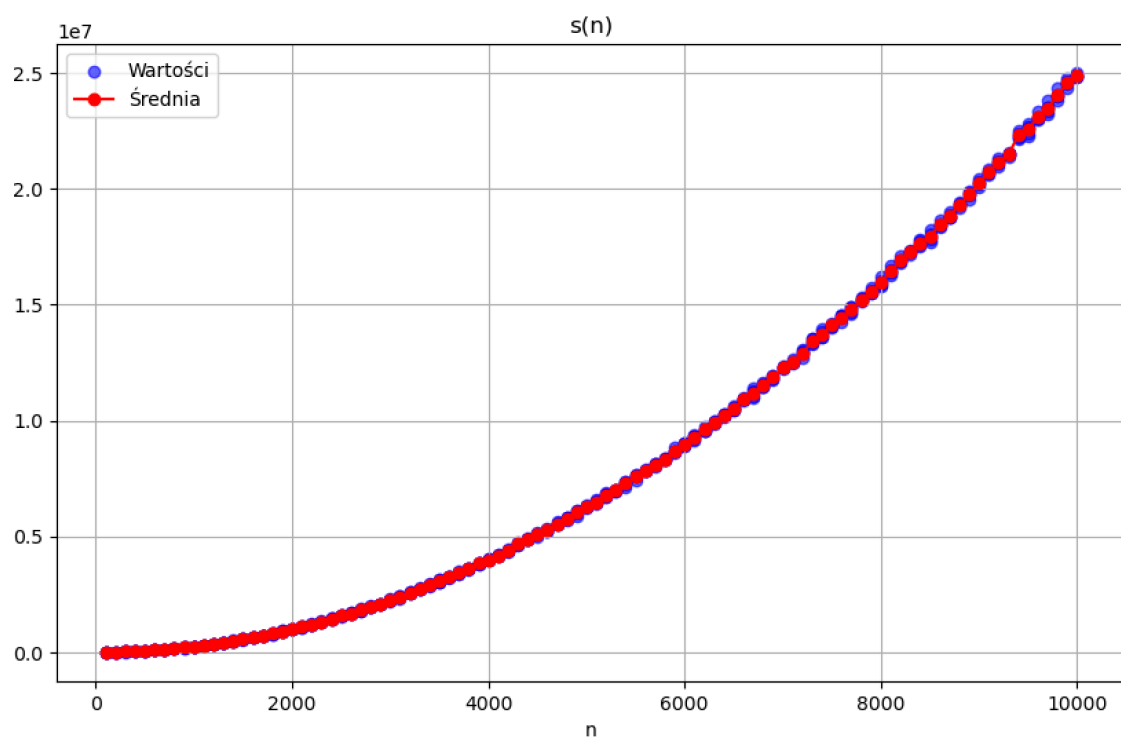
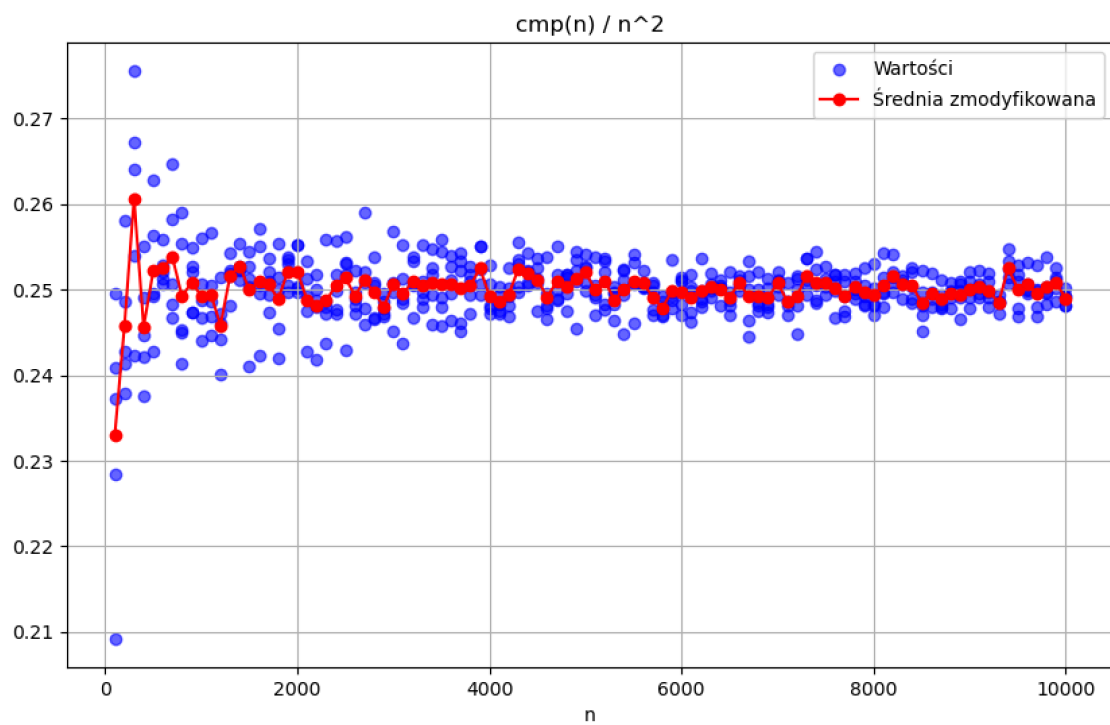
gdzie $f_1(n) = \frac{\ln n}{\ln \ln n}$ i $f_2(n) = \frac{\ln \ln n}{\ln 2}$

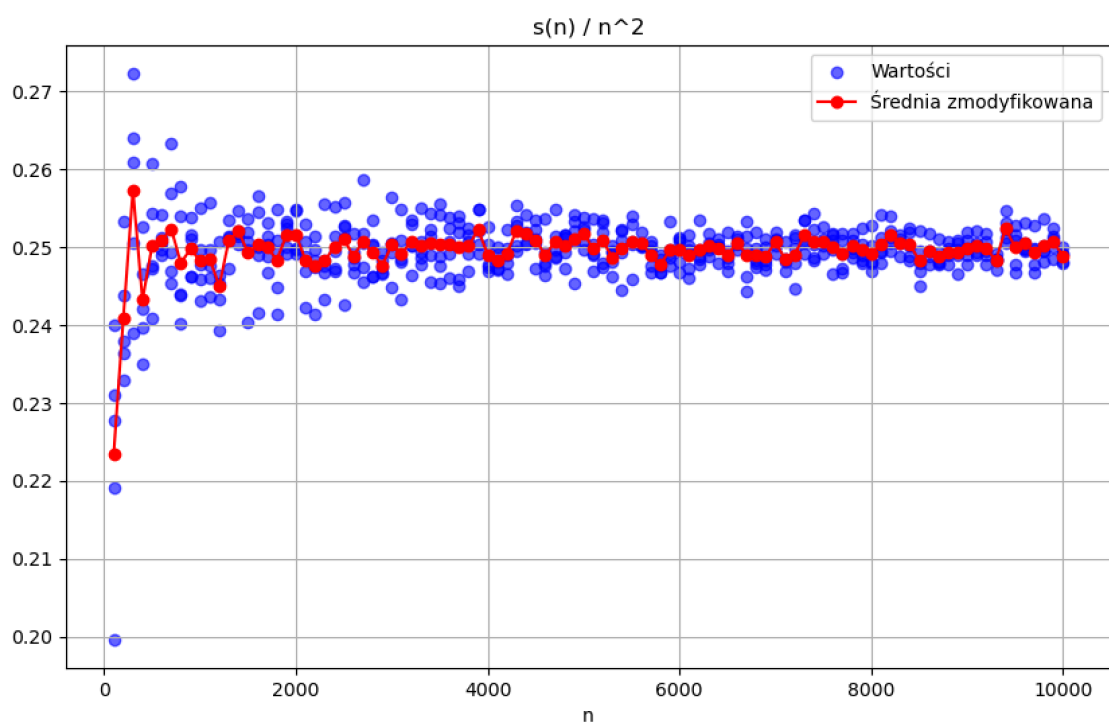
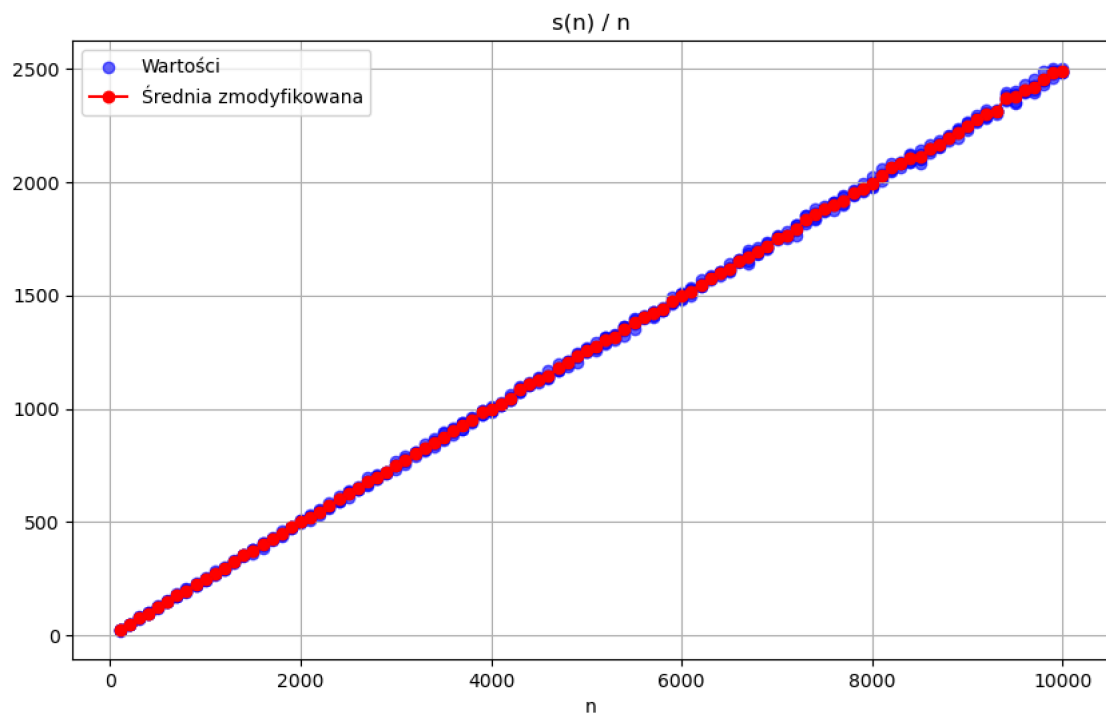
Z wykresu $a(n)$, który pokazuje średnią wartość zapełnienia urny z największą ilością kulek, że wraz ze wzrostem n - liczby urn i liczby losowań, rośnie średnia ilość kulek w urnie z największą ich ilością (z wykresu $a(n) / f_1(n)$ możemy odczytać, że asymptotyczne tempo wzrostu $a(n)$ to w przybliżeniu $\ln n / (\ln \ln n)$). Dla coraz większych wartości n , wartości średnie mniej się rozpraszają, ich fluktuacja jest większa.

Z wykresu $b(n)$ możemy odczytać, że dla coraz większych wartości n , średnia ilość kulek w urnie się zwiększa, lecz nie przekracza 4.0. Dla większych n , średnie wartości układają się bardzo blisko siebie, natomiast dla mniejszych n , średnie wartości rosną szybko (tak jak w przypadku $a(n)$). Z wykresu $b(n) / f_2(n)$ możemy odczytać, że asymptotyczne tempo wzrostu to w przybliżeniu $(\ln \ln n) / \ln 2$.

Zadanie 2



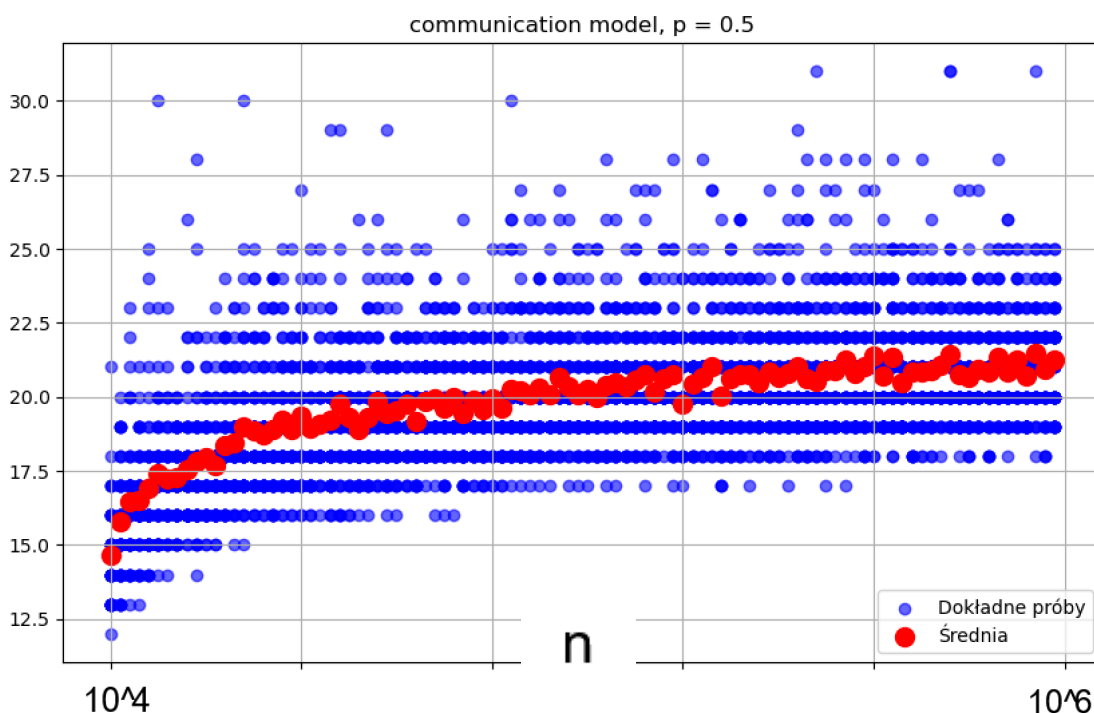


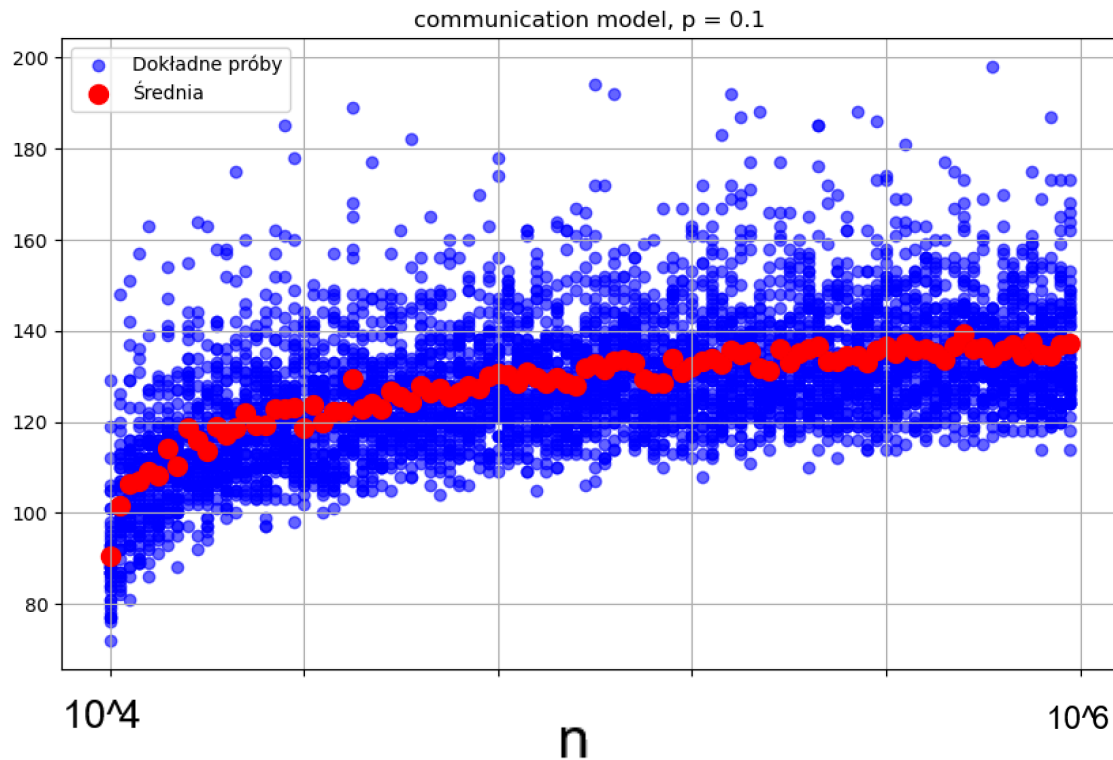


Cmp(n) - Czerwone kropki przedstawiają średnią liczbę porównań z 5 niezależnych symulacji dla danego n . Niebieskie kropki pokazują dokładną liczbę porównań dla pojedynczej próby. Z wykresów wynika, że wraz ze wzrostem n liczba porównań również rośnie, co jest zgodne z intuicją – dla tablicy zawierającej więcej elementów średnia liczba porównań musi być większa. Asymptotyczne tempo wzrostu $\text{cmp}(n)$ wynosi n^2 , co można zaobserwować na wykresie $\text{cmp}(n) / n^2$. Dodatkowo, dla większych wartości n fluktuacje i rozproszenie niebieskich kropek są wyraźniejsze niż dla mniejszych wartości n .

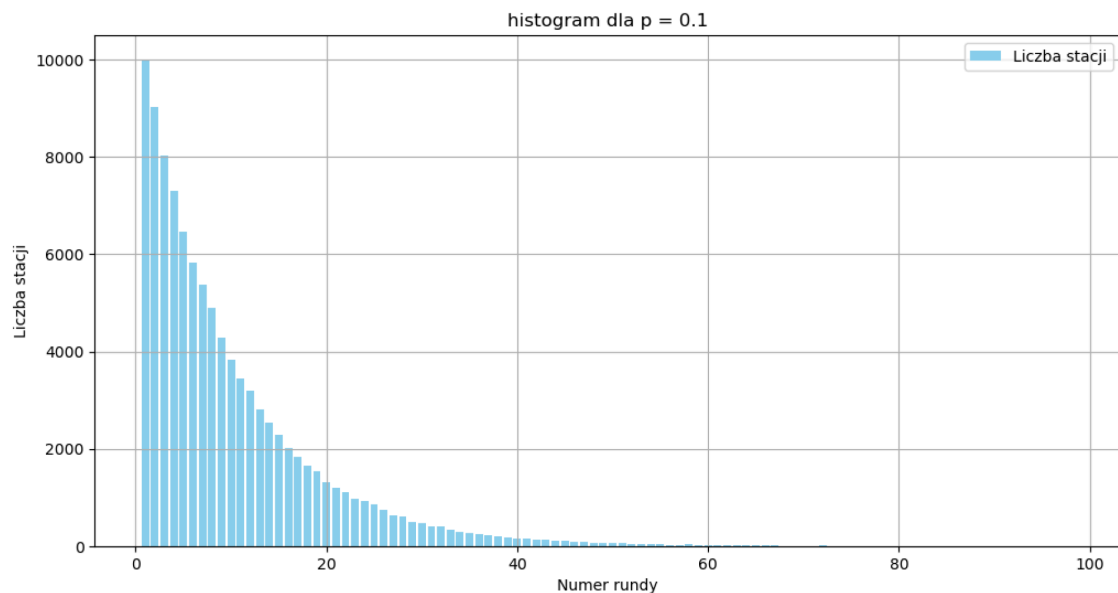
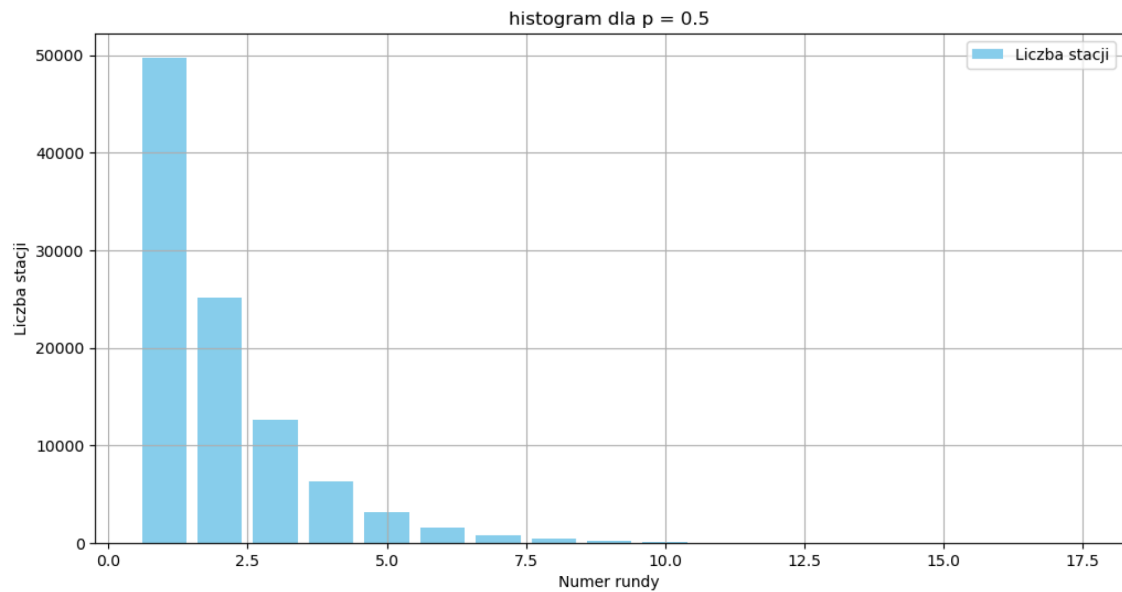
S(n) - Czerwone kropki przedstawiają średnią liczbę przestawień klucza z 5 niezależnych symulacji dla danego n . Niebieskie kropki pokazują dokładną liczbę przestawień dla pojedynczej próby. Z wykresów wynika, że wraz ze wzrostem n liczba potrzebnych przestawień klucza rośnie. Asymptotyczne tempo wzrostu $s(n)$ wynosi w przybliżeniu n^2 , co można zaobserwować na wykresie $s(n) / n^2$. Podobnie jak w przypadku $\text{cmp}(n)$, dla większych wartości n fluktuacje i rozproszenie niebieskich kropek są większe niż dla mniejszych wartości n .

Zadanie 3





Wykresy przedstawiają wyniki symulacji uproszczonego modelu komunikacji. Dla każdego n w zbiorze (10000, 20000, ..., 1000000) przeprowadzono 50 niezależnych pomiarów. Widzimy, że wraz ze wzrostem n rośnie ilość potrzebnych prób, aby każda stacja otrzymała informacje od stacji 0. Porównując oba wykresy, można zauważyć, że dla $p = 0.1$, średnia jest ponad 5 razy większa niż dla wykresu przedstawiającego wyniki dla $p = 0.5$ (dla większości n). Możemy zatem wysnuć wnioski, że średnia ilość potrzebnych prób, aby każda stacja otrzymała informacje nie maleje **liniowo** wraz ze wzrostem p - maleje szybciej.



Na powyższych histogramach przedstawiono ilość stacji, które dostały informację od stacji 0 w danej rundzie. Symulacje wykonano dla 100000 stacji. Z histogramów możemy odczytać, że rozkład zmiennych losowych $T_{n,i}$ jest rozkładem geometrycznym.

Teraz będziemy chcieli wyrazić T_n jako funkcję zmiennych losowych $T_{n,i}$;

T_n to runda, w której **najpóźniejsza** stacja otrzymała wiadomość: wynika to z faktu, że musimy czekać, aż każda ze stacji odbierze wiadomość - a najpóźniejsza z ich wyznacza czas zakończenia procesu. Zatem T_n możemy wyrazić jako:

$$T_n = \max(T_{n,1}, T_{n,2}, \dots, T_{n,n})$$

