# Sprawozdanie z Laboratorium
# Obliczenia Naukowe - Lista 2

Wojciech Typer

2 listopada 2025

## Zadanie 1

**Cel zadania:** Celem zadania jest porównanie wyników z zadania 5 z Listy 1 oraz obecnych. W obydwu zadaniach obliczamy iloczyn skalarny tymi samymi metodami, jednak dane wejściowe w obydwu zadaniach nieco się różnią - sprawdzamy jak usunięcię dziesiątej cyfry po przecinku wpłynie na wyniki

Wyniki z zadania 5 z Listy 1:

| Liczba bitów | Metoda | Wynik |
|---|---|---|
| **Precyzja 32-bitowa (`Float32`)** | | |
| | Metoda 1 | -0.4999443 |
| | Metoda 2 | -0.4543457 |
| | Metoda 3 | -0.5 |
| | Metoda 4 | -0.5 |
| **Precyzja 64-bitowa (`Float64`)** | | |
| | Metoda 1 | 1.0251881368296672e-10 |
| | Metoda 2 | -1.5643308870494366e-10 |
| | Metoda 3 | 0.0 |
| | Metoda 4 | 0.0 |

Wyniki z obecnego zadania:

| Liczba bitów | Metoda | Wynik |
|---|---|---|
| **Precyzja 32-bitowa (`Float32`)** | | |
| | Metoda 1 | -0.4999443 |
| | Metoda 2 | -0.4543457 |
| | Metoda 3 | -0.5 |
| | Metoda 4 | -0.5 |
| **Precyzja 64-bitowa (`Float64`)** | | |
| | Metoda 1 | -0.004296342739891585 |
| | Metoda 2 | -0.004296342998713953 |
| | Metoda 3 | -0.004296342842280865 |
| | Metoda 4 | -0.004296342842280865 |

Użyte metody:

**Metoda 1:** Obliczanie "w przód":

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

**Metoda 2:** Obliczanie "w tył":

$$\sum_{i=n}^{1} x_i y_i$$

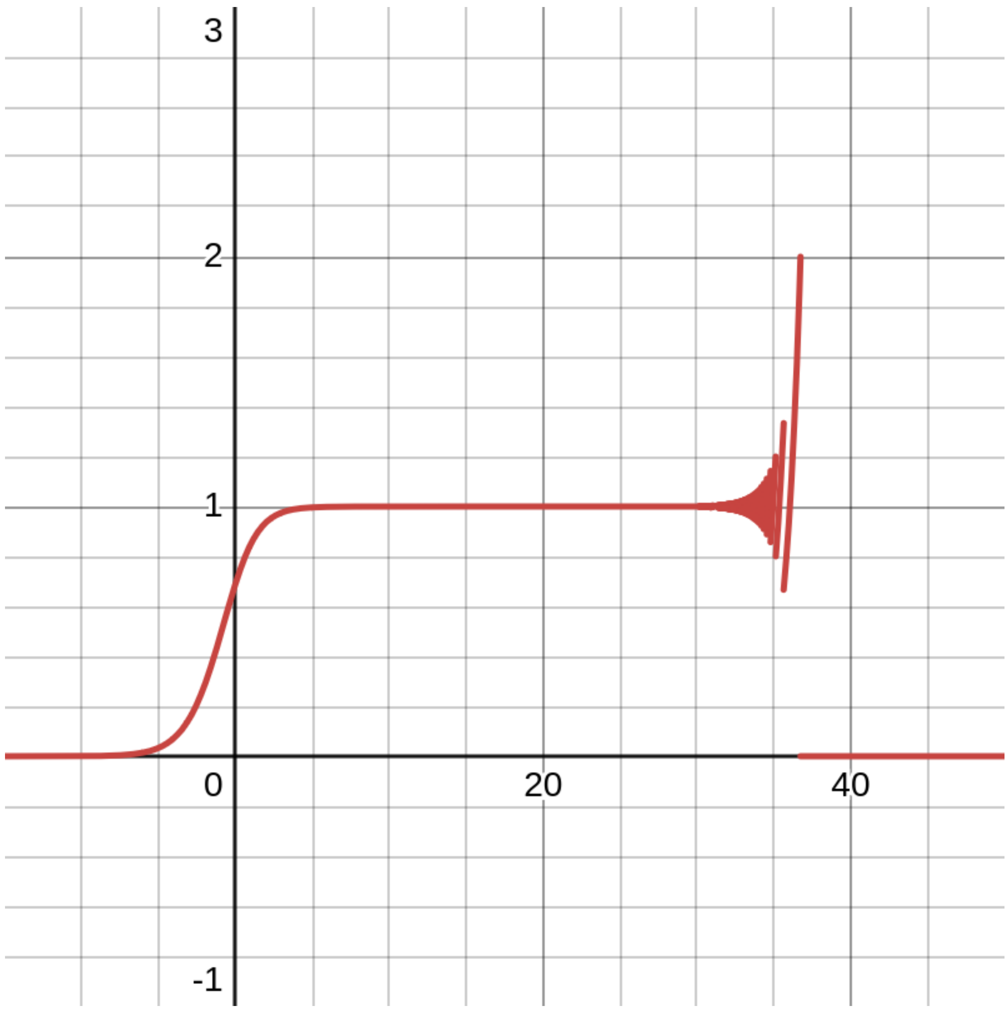
**Metoda 3:** Sumowanie osobno iloczynów dodatnich w porządku od największego do najmniejszego i osobno iloczynów ujemnych w porządku od najmniejszego do największego, a następnie dodanie obliczonych sum częściowych.

**Metoda 4:** Przeciwnie do metody 3.

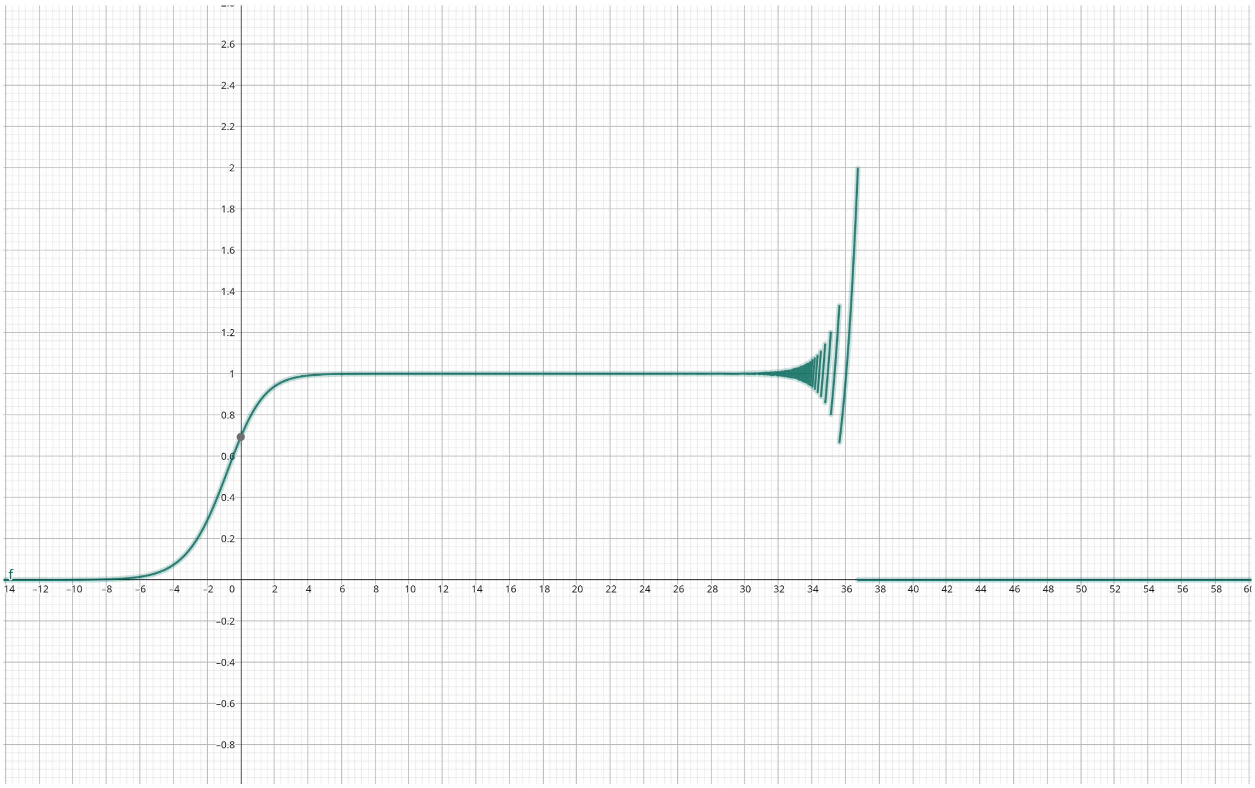
**Wnioski:** Zauważmy, że dla arytemtyki 32-bitowej wyniki nie uległy zmianie - wynika to ze zbyt małej precyzji tej arytmetyki. Dla arytmetyki 64-bitowej możemy zauważyć duże rozbieżności w uzyskanych wynikach, pomimo tego, że zmiana wektora x jest bardzo niewielka - możemy zatem wysnuć wnioski, że algorytmy, z których skorzystaliśmy są bardzo wrażliwe na zmiany danych, co z kolei świadczy o tym, że obliczenie iloczynu skalarnego $x \cdot y$ jest źle uwarunkowane.

## Zadanie 2

**Cel zadania:** Narysowanie wykresu funkcji: $f(x) = e^x ln(1 + e^{-x})$ w co najmniej dwóch programach do wizualizacji oraz policzenie granicy: $\lim_{x\to\infty} f(x)$ oraz porównanie uzyskanego wyniku z wykresem funkcji.




Rysunek 1: Wykres 1, stworzony w programie Desmos.



Rysunek 2: Wykres 2, stworzony w programie Geogebra.

Obliczmy teraz granicę funkcji $f(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$ przy $x$ dążącym do nieskończoności:

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to\infty} e^x \ln(1+e^{-x}) &= \lim_{x\to\infty} \frac{\ln(1+e^{-x})}{e^{-x}} \\
&\overset{H}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{d}{dx}\left(\ln(1+e^{-x})\right)}{\frac{d}{dx}\left(e^{-x}\right)} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{1+e^{-x}} \cdot (-e^{-x})}{-e^{-x}} \\
&= \lim_{x\to\infty} \frac{1}{1+e^{-x}} \\
&= \frac{1}{1+0} \\
&= 1
\end{aligned}$$

**Wnioski:** Zauważmy, że obliczona granica nie pokrywa się z uzyskanymi wykresami funkcji. Na wykresach wartość funkcji zdaje się dążyć do zera wraz ze wzrostem wartości $x$. Dzieje się tak dlatego, że dla dużych wartości $x$ wyrażenie $ln(1+e^{-x})$ jest bardzo małe i podczas obliczeń numerycznych jest zaokrąglane do zera co powoduje, że wartość funkcji $f(x)$ jest również zaokrąglana do zera. Czynnik $e^x$ dla dużych wartości x jest bardzo duży, a mnożenie liczb różniących się wielkością rzędów jest obarczone bardzo dużym błędem, przez co użyte programy graficzne pokazują błędne wyniki.

## Zadanie 3