Sprawozdanie z Laboratorium
Obliczenia Naukowe - Lista 1

Wojciech Typer

2 listopada 2025

Zadanie 1

Cel zadania: Wyznaczyć ograniczenie wartości x, aby obliczenie różnicy: $y = \sqrt{x^2+1} - 1$ powodowało zmniejszenie dokładności najwyżej o 2 bity

Do rozwiązania zadania użyję następującego twierdzenia z wykładu:

Jeśli x i y są dodatnimi liczbami w dwójkowej arytmetyce fl, takimi, że x > y i $2^{-q} \leq 1 - \frac{y}{x} \leq 2^{-p}$, to obliczenie różnicy fl(x - y) powoduje utratę dokładności o co najmniej p bitów i co najwyżej q bitów.

W maszym przypadku: $x = \sqrt{x^2+1}$ oraz $y = 1$. Zatem:

$$2^{-q} \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{1}{(1-2^{-q})^2} - 1 \leq x^2$$

Podstawiając q = 2 (dla podwójnej precyzji) otrzymujemy:

$$\frac{1}{(1-2^{-2})^2} - 1 \leq x^2$$

Zatem ostatecznie:

$$\sqrt{\frac{1}{(1-2^{-2})^2} - 1} \leq |x|$$

Po obliczeniach otrzymujemy:

$$|x| \geq \sqrt{\frac{7}{9}} \approx 0.8815$$

Wnioski: Jeżeli chcemy, aby obliczenie różnicy y = $\sqrt{x^2+1} - 1$ nie powodowało zmniejszenia dokładności o więcej niż 2 bity, to musimy mieć $|x| \geq \sqrt{\frac{7}{9}} \approx 0.8815$.

Zadanie 2

Cel zadania: Obliczyć, o ile bitów zmniejsza się dokładność różnicy $1 - cos(x)$ dla x = $\frac{1}{2}$

Korzystając z twierdzenia użytego w poprzednim zadaniu:

$$2^{-q} \leq 1 - \frac{cos(x)}{1}$$

Do rozwiązania powyższego równania użyjemy logarytmów o podstawie 2:

$$-q \approx log_2(1 - cos(x))$$

Przyjmijmy: $1 - cos(x) \approx 0.12241744$

$$-q \approx log_2(0.12241744)$$

Po obliczeniach otrzymujemy:

$$q \approx 3.0301$$

Wnioski: Obliczenie różnicy $1 - cos(x)$ dla x = $\frac{1}{2}$ powoduje zmniejszenie dokładności o około 3 bity.