

Warszawa 2015

Politechnika Warszawska  
Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych  
Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej



PRACA DYPLOMOWA MAGISTERSKA

Łukasz Jendrzejek

**Zastosowanie rozmytych modeli Takagi-Sugeno w strukturach sterowania nieliniowych obiektów regulacji z optymalizacją punktu pracy kooperującą z algorytmami regulacji predykcyjnej**

Opiekun pracy:  
dr inż. Piotr Marusak

Ocena: .....

.....  
Podpis Przewodniczącego  
Komisji Egzaminu Dyplomowego





*Kierunek:* Automatyka i Robotyka

*Data urodzenia:* 14 lipca 1990 r.

*Data rozpoczęcia studiów:* 1 października 2013 r.

## **Życiorys**

Urodziłem się 14 lipca 1990 roku w Rybniku. W latach 1997-2002 uczęszczałem do Zespołu Szkolno-Przedszkolnego nr 1 w Rybniku, a następnie rozpoczęłem naukę w Gimnazjum z Oddziałami Dwujęzycznymi przy I Liceum Ogólnokształcącym im. Powstańców Śląskich w Rybniku. Gimnazjum ukończyłem w roku 2005 i kontynuowałem naukę w I Liceum Ogólnokształcącym im. Powstańców Śląskich w klasie o profilu matematyczno-fizyczno-informatycznym z nauczaniem języka angielskiego na poziomie dwujęzycznym. W roku 2009 zdałem egzamin maturalny, a także uzyskałem świadectwo dojrzałości z wyrożnieniem i rozpoczęłem studia dzienne na wydziale Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechniki Warszawskiej na kierunku Informatyka o specjalności Systemy Informacyjno-Decyzyjne. 25 czerwca 2013 roku obroniłem pracę dyplomową na temat „Zmysł równowagi robota humanoidalnego” uzyskując tytuł inżyniera. 1 października 2013 roku rozpoczęłem studia dzienne II stopnia na wydziale Elektroniki i Technik Informacyjnych na kierunku Automatyka i Robotyka.

.....  
podpis studenta

## **Egzamin dyplomowy**

Złożył egzamin dyplomowy w dn. .....

Z wynikiem .....

Ogólny wynik studiów .....

Dodatkowe wnioski i uwagi Komisji .....

.....

## **Streszczenie**

Celem pracy było porównanie jakości działania różnych wersji algorytmów regulacji predykcyjnej pracujących w warstwowej strukturze sterowania i wykorzystujących rozmyty model Takagi-Sugeno sterowanego obiektu. Rozważane były dwa obiekty sterowania - reaktor polimeryzacji, jako przykład obiektu o jednym wejściu i jednym wyjściu, a także reaktor pH, jako obiekt o dwóch wejściach i dwóch wyjściach. Praca nad każdym z reaktorów obejmowała trzy równie istotne wątki: ★ opracowanie modelu obiektu opierając się o teorię rozmytych modeli Takagi-Sugeno, ★ implementację kilku wersji algorytmów predykcyjnych i przetestowanie ich działania z wykorzystaniem stworzonych modeli, ★ porównanie działania warstwowej struktury sterowania wykorzystującej algorytmy predykcyjne w warstwie regulacji nadzędnej.

Testowanymi algorytmami predykcyjnymi były: ★ klasyczny, liniowy algorytm DMC, ★ rozmyty algorytm DMC oparty na podejściu PDC (FDMC), ★ rozmyty nieliniowy algorytm DMC z sukcesywną linearyzacją modelu (FDMC-SL), ★ rozmyty nieliniowy algorytm DMC z nieliniową predykcją i linearyzacją (FDMC-NPL), ★ algorytm z nieliniową optymalizacją (MPC-NO). W układzie regulacji obiektu o jednym wejściu i jednym wyjściu przetestowane zostały wszystkie rozpatrywane algorytmy regulacji predykcyjnej i najlepsze z nich zostały zaimplementowane dla obiektu o wielu wejściach i wielu wyjściach.

---

## **Abstract**

**Topic: Application of Takagi-Sugeno fuzzy models in multilayer control structures with cooperation between set-point optimization and model predictive control algorithms.**

The main purpose of this thesis was to compare performance of different kinds of model predictive control algorithms based on Takagi-Sugeno fuzzy models in the multilayer control structure. Two plants were taken into consideration - the polymerization reactor as an example of a single-input and single-output (SISO) plant and the pH reactor as an example of multiple-input and multiple-output (MIMO) plant. Research of both plants consisted of three equally important parts: ★ formulation of the Takagi-Sugeno fuzzy model of each plant, ★ implementation of a few kinds of model predictive algorithms with comparison of the way in which they operate, ★ their performance assessment in multilayer control structures.

Model predictive control algorithms which were taken into consideration were: ★ the classical, linear DMC controller, ★ fuzzy DMC controller using the PDC approach (FDMC), ★ nonlinear fuzzy DMC controller with successive linearization of the model of the plant (FDMC-SL), ★ nonlinear fuzzy DMC controller with nonlinear prediction and linearization (FDMC-NPL), ★ model predictive controller with nonlinear optimization (MPC-NO). All of these controllers were thoroughly tested with the SISO plant and the best ones were applied to the MIMO plant.

# Spis treści

<b>1 Wstęp</b>	<b>7</b>
<b>2 Wprowadzenie</b>	<b>8</b>
2.1 Zbiory rozmyte . . . . .	8
2.1.1 Modele Takagi-Sugeno . . . . .	10
2.1.2 ANFIS - rozmyta sieć neuronowa . . . . .	13
2.2 Regulacja predykcyjna . . . . .	15
2.2.1 Algorytm DMC . . . . .	19
2.2.2 Algorytm FDMC oparty na podejściu PDC . . . . .	26
2.2.3 FDMC-SL - rozmyty algorytm DMC z sukcesywną linearyzacją . . . . .	28
2.2.4 FDMC-NPL - rozmyty algorytm DMC z nieliniową predykcją i li-	
nearyzacją . . . . .	29
2.2.5 Algorytm z nieliniową optymalizacją . . . . .	31
2.3 Warstwowa struktura sterowania . . . . .	32
2.3.1 Warstwa LSSO - optymalizacja punktu pracy . . . . .	34
2.3.2 Warstwa SSTO - dostrajanie punktu pracy dla aktualnych wartości	
zakłóceń . . . . .	35
<b>3 Sterowanie reaktora polimeryzacji</b>	<b>36</b>
3.1 Charakterystyka procesu . . . . .	36
3.2 Modelowanie rozmyte reaktora . . . . .	38
3.2.1 Rozmyta sieć neuronowa . . . . .	38
3.2.2 Model rozmyty opracowany metodą ekspercką . . . . .	41
3.3 Regulacja procesu . . . . .	45
3.3.1 Strojenie algorytmu DMC . . . . .	45
3.3.2 Rozmyty parametr kary $\lambda$ regulatora . . . . .	47
3.3.3 Zmiana wartości zadanych . . . . .	49
3.3.4 Kompensacja zakłóceń niemierzalnych i uwzględnianie pomiaru za-	
kłóceń . . . . .	52
3.4 Warstwowa struktura sterowania . . . . .	63
3.4.1 Struktura LSSO+MPC . . . . .	65
3.4.2 Struktura LSSO+SSTO+MPC . . . . .	69
3.5 Wnioski . . . . .	77
<b>4 Sterowanie reaktora pH</b>	<b>79</b>
4.1 Charakterystyka procesu . . . . .	80
4.2 Modelowanie rozmyte reaktora . . . . .	84
4.3 Regulacja procesu . . . . .	89
4.3.1 Strojenie regulatora DMC . . . . .	89
4.3.2 Zmiana wartości zadanych . . . . .	93
4.3.3 Kompensacja zakłóceń niemierzalnych i uwzględnianie pomiaru za-	
kłóceń . . . . .	95
4.3.4 Dobór różnych wartości parametrów kary za przyrosty sterowania	
w poszczególnych obszarach rozmytych . . . . .	111

4.4	Warstwowa struktura sterowania procesu . . . . .	118
4.4.1	Struktura LSSO+MPC . . . . .	119
4.4.2	Struktura LSSO+SSTO+MPC . . . . .	125
4.5	Wnioski . . . . .	136
<b>5</b>	<b>Podsumowanie</b>	<b>138</b>

# 1 Wstęp

Przedmiotem rozważań niniejszej pracy było wykorzystanie koncepcji modeli rozmytych Takagi-Sugeno w warstwowych strukturach sterowania z regulatorami predykcyjnymi. Tematyka zawiera więc w sobie trzy główne wątki jakimi są: modelowanie rozmyte, regulacja predykcyjna i optymalizacja punktu pracy.

Modelowanie rozmyte typu Takagi-Sugeno jest uniwersalną i skuteczną techniką odwzorowywania dowolnie skomplikowanych zależności. Bardzo częstą sytuacją w praktyce przemysłowej jest, że obiekt sterowania jest nieliniowy i utworzenie jego modelu w prostej postaci liniowej może być zbyt niedokładne. Konieczne jest wtedy opracowanie bardziej skomplikowanego, lecz dokładniejszego modelu nieliniowego. Przykładem sposobu opracowywania takich modeli obiektów jest koncepcja zbiorów rozmytych, a w szczególności modele rozmyte Takagi-Sugeno, za pomocą których dowolnie skomplikowany proces można przybliżyć pewnym zbiorem powiązanych ze sobą zależności funkcyjnych. Technika tworzenia takich modeli jest stosunkowo łatwa w implementacji, a także intuicyjna w działaniu. Ponadto pozwala uzyskać dowolnie dużą dokładność odwzorowania docelowego obiektu.

Drugim aspektem poruszonym w pracy jest regulacja predykcyjna. Jest to zaawansowana technika regulacji, która odniosła ogromny sukces w praktycznych zastosowaniach w przemyśle. Jej głównymi zaletami są: możliwość bezpośredniego uwzględniania ograniczeń nakładanych na sterowanie i wartość wyjścia, wyznaczanie sterowania z wykorzystaniem informacji o interakcjach między sygnałami wejściowymi i wyjściowymi zawartymi w modelu obiektu, a także łatwa do zrozumienia zasada działania i sposób doboru nastaw, co jest niezwykle ważne przy wprowadzaniu w przemyśle. Wykorzystanie modelu obiektu pozwala ponadto sprawnie regulować procesy nawet w przypadku nierównej liczby wejść i wyjść. Rosnące możliwości sprzętu pozwalają na pomyślne stosowanie w nich modeli nieliniowych, na przykład w postaci rozmytych modeli Takagi-Sugeno.

Ostatni wątek obejmuje optymalizację punktu pracy. Procesy przemysłowe zwykle steruje się w warstwowych strukturach sterowania. Umożliwia to podział zadań pomiędzy poszczególne warstwy, gdzie najniższe z nich realizują zadanie zapewniania bezpieczeństwa i regulacji bezpośredniej, wyższe - regulację nadziedzną, a najwyższe - optymalizację punktu pracy. Częstotliwość interwencji warstwy jest tym mniejsza, im warstwa znajduje się na wyższym poziomie struktury. Kiedy zakłócenia występujące w procesie zmieniają się zbyt szybko w stosunku do częstotliwości interwencji warstwy optymalizacji wykorzystującej dokładny, nieliniowy, statyczny model obiektu, wprowadza się także warstwę pośrednią współpracującą z regulatorem nadziedznym MPC. Jej celem jest bieżąca poprawa rzadko wyznaczanych optymalnych wartości zadanych przez rozwiązanie uproszczonego zadania

optymalizacji, często zadania programowania liniowego wykorzystującego zredukowany, przybliżony model obiektu.

Celem pracy było opracowanie modeli rozmytych dwóch obiektów regulacji - reaktora polimeryzacji jako przykładu obiektu o jednym wejściu i jednym wyjściu oraz reaktora pH jako przykładu obiektu o wielu wejściach i wielu wyjściach. Prace nad sporządzaniem modeli rozmytych rozpoczęto od rozeznania możliwości wykorzystania w tym celu gotowych funkcji dostępnych w programie Matlab. Użycie ich nie dało zadowalających efektów, dla tego do opracowania modeli rozmytych posłużyono się podejściem eksperckim. Utworzone modele rozmyte obiektów wykorzystane zostały w kilku wersjach algorytmów regulacji predykcyjnej, które wnikliwie zbadano na przykładzie sterowania reaktorem polimeryzacji. Proces opracowania i strojenia algorytmów regulacji przeplatał się z sporządzaniem modeli rozmytych. Dostrojone algorytmy regulacji zostały następnie wykorzystane w warstwowych strukturach sterowania - sprawdzono i porównano ze sobą kilka wersji takich struktur. Najlepsze z zaprojektowanych struktur i algorytmów zostały także docelowo zaimplementowane do sterowania reaktora pH, w celu dalszego porównania ich działania w przypadku obiektu wielowymiarowego.

## 2 Wprowadzenie

### 2.1 Zbiory rozmyte

Podstawowym zadaniem układów regulacji jest utrzymywanie zmiennych regulowanych jak najbliżej wartości zadanych określających pewien punkt pracy. Standardowym podejściem jest wyznaczenie modelu liniowego obiektu i dobór regulatora na takim modelu bazującego. Liniowy model jest jednak tylko pewnym przybliżeniem rzeczywistego obiektu i jest adekwatny jedynie w określonym otoczeniu przyjętego punktu pracy. Rozwój techniki przyczynił się do realizacji regulacji adaptacyjnej, w której poprawiane są na bieżąco parametry modelu. Z drugiej strony nastąpił także rozwój regulacji nieliniowej, w której projektowany jest regulator bezpośrednio dla obiektu nieliniowego. Identyfikacja takiego modelu obiektu regulacji musi zostać przeprowadzona dla szerokiego zakresu wartości zmiennych procesu w celu odwzorowania dynamiki i statyki obiektu dla całego obszaru pracy obiektu.

Jednym z podejść do tworzenia modeli nieliniowych jest koncepcja zbiorów i modeli rozmytych. Regulatorzy oparte na modelach rozmytych okazują się silnym narzędziem, zwłaszcza w aplikacjach, gdzie trudno jest uzyskać pełny, analityczny opis obiektu sterowanego, natomiast dysponuje się wiedzą empiryczną na temat procesu, w szczególności doświadczeniem operatorów, czy wzorcami zgodnie z którymi zachowuje się rozważany proces. Idea zbiorów rozmytych została zaproponowana przez L. A. Zadeha już w roku 1964, jednak spotkała się wtedy z ostrą krytyką. Mimo, że pierwsze skuteczne zastosowa-

nie teorii w przemyśle miało miejsce już w roku 1976 w duńskiej cementowni, prawdziwy preżny rozwój teorii i praktycznych zastosowań logiki rozmytej miał miejsce pod koniec lat 80. XX wieku. Koncepcja przetrwała do dziś i jest z powodzeniem stosowana w sterowaniu. Obok modelowania neuronowego stała się jedną z najczęściej stosowanych w praktyce od lat 90. ubiegłego wieku [1, 2, 3].

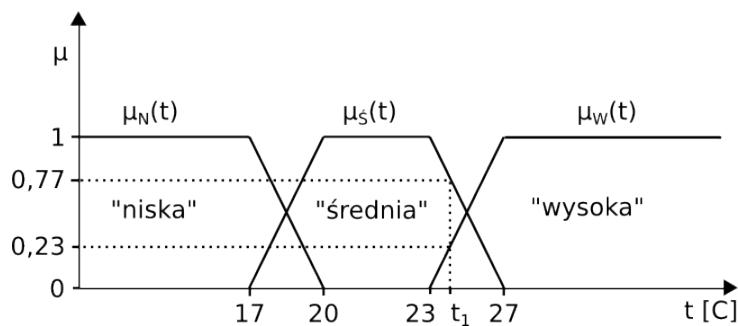
W modelach rozmytych, w przeciwieństwie do klasycznej teorii zbiorów, stopień przynależności zmiennych do zbiorów określony jest za pomocą funkcji zwanych funkcjami przynależności. Funkcja taka nie przyjmuje wartości binarnych (należy lub nie), a stała się funkcją przyjmującą dowolną wartość rzeczywistą z przedziału  $[0, 1]$ . Klasycznie o przynależności określonej funkcją binarną mówi się, że jest to przynależność ostra (ang. *crisp*). Przyjmowanie wartości z zakresu  $[0, 1]$  w naturalny sposób oznacza, że element może należeć do wielu zbiorów jednocześnie (z określonym stopniem przynależności). Matematycznie definicje przynależności są więc wyrażone za pomocą funkcji, określonych następująco:

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } x \in C \\ 0 & \text{jeżeli } x \notin C \end{cases} \quad (1)$$

$$\mu_F(x) = \begin{cases} (0, 1] & \text{jeżeli } x \in F \\ 0 & \text{jeżeli } x \notin F \end{cases} \quad (2)$$

gdzie nazwy zbiorów  $C$  i  $F$  pochodzą odpowiednio od angielskich słów *crisp* i *fuzzy*.

Podział dziedziny na zbiory rozmyte można przedstawić na prostym przykładzie przedstawionym na rys. 1. Przykładowa wartość  $t_1$  zmiennej „temperatura” należy do zbioru „średnia” ze stopniem przynależności 0,77 i do zbioru „wysoka” ze stopniem przynależności 0,23. Zmienna „temperatura” jest w teorii zbiorów rozmytych nazywana *zmienną lingwistyczną* i w tym przypadku przyjmuje jedną z trzech wartości: {niska, średnia, wysoka}, z określonymi wartościami funkcji przynależności. Zmienne lingwistyczne pośredniczą pomiędzy wartościami symbolicznymi a numerycznymi.



Rys. 1. Funkcje przynależności zmiennej „temperatura” do trzech zbiorów: „niska”, „średnia” i „wysoka”

W powyższym przykładzie wykorzystane zostały trapezowe funkcje przynależności. Razem z trójkątnymi funkcjami przynależności są bardzo często stosowane, ze względu na łatwy i intuicyjny dobór ich parametrów, za pomocą których można dobrze podzielić całą dziedzinę wartości na odpowiednie zbiory. Do pełnego określenia trapezowych i trójkątnych funkcji przynależności wystarczy podać punkty, w których zmienia się nachylenie funkcji - odpowiednio 3 punkty dla funkcji trójkątnych i 4 dla trapezowych. Niestety posiadają one wadę - nie są funkcjami różniczkowalnymi, co może powodować problemy w pewnych szczególnych przypadkach. W związku z tym stosuje się także funkcje zmieniające swoje wartości w sposób gładki, jak na przykład sigmoidalne czy dzwonowe. Funkcje takie można opisać za pomocą wzoru, np. funkcja dzwonowa dana jest zależnością:

$$\mu_{\text{Bell}}(x) = \frac{1}{1 + \left[ \left( \frac{x - c}{b} \right)^2 \right]^a} \quad (3)$$

gdzie od poszczególnych parametrów funkcji  $a, b, c$  zależy odpowiednio: nachylenie funkcji, szerokość dzwonu i środek symetrii funkcji.

### 2.1.1 Modele Takagi-Sugeno

Podział wartości zmiennych na zbiory rozmyte jest tylko częścią pełnego modelu rozmytego. Jego podstawą jest zestaw reguł, który opisuje wykorzystanie zbiorów rozmytych. Ogólne reguły takiego modelu składają się z dwóch części - poprzednika (ang. *antecedent*) i następnika (ang. *consequent*) i są formułowane w następujący sposób:

$$\text{JEŚLI } \text{poprzednik}, \text{ TO } \text{następnik} \quad (4)$$

W poprzednikach reguł określone są warunki, dla których reguła jest aktywna, natomiast następcy zawierają wnioski, które obowiązują kiedy dane warunki są spełnione. Postać poprzedników może być dowolnie skomplikowana. Najprostszy przypadek poprzednika reguły rozmytej składa się jedynie z pojedynczego warunku przynależności zmiennej lingwistycznej do jednego ze zbiorów rozmytych, jak w poniższym przypadku:

$$\text{JEŚLI } x \text{ JEST } X, \text{ TO } \text{następnik} \quad (5)$$

Stopień przynależności zmiennej  $x$  jest określony wartością odpowiednio zdefiniowanej funkcji przynależności  $\mu_X(x)$ . W ogólności, poprzedniki reguł mogą stanowić dowolne kombinacje warunków prostych połączonych operatorami koniunkcji, alternatywy i negacji, na przykład:

$$\begin{aligned} & \text{JEŚLI } x_1 \text{ JEST } X_1 \text{ LUB } x_2 \text{ JEST } (\text{NIE } X_2) \dots \text{ I } x_n \text{ JEST } X_n, \\ & \text{TO } \text{następnik} \end{aligned} \quad (6)$$

Przy opisowym nazewnictwie zmiennych i zbiorów rozmytych zastosowanie słów kluczowych pozwala na zapis reguł rozmytych w języku naturalnym. Przy zapisie symbolicznym zmiennych, wykorzystanie słów kluczowych w regułach rozmytych stanowi skrót myślowy, ponieważ wygodniej jest wykorzystać frazę „JEŚLI  $x_1$  JEST  $X_1$ , TO...” niż posługiwać się w pełni poprawnym gramatycznie sformułowaniem „jeśli zmienna  $x_1$  należy do zbioru rozmytego  $X_1$ , to...”

Następniki reguł rozmytych określa się na jeden z następujących sposobów:

- **Następnik ostry** (ang. *crisp consequent*)

$$\text{JEŚLI } \text{poprzednik}, \text{ TO } y = y_a \quad (7)$$

w którym  $y_a$  stanowi wartość numeryczną lub symboliczną,

- **Następnik rozmyty** (ang. *fuzzy consequent*)

$$\text{JEŚLI } \text{poprzednik}, \text{ TO } y \text{ JEST } Y \quad (8)$$

gdzie  $y$  jest zmienną lingwistyczną, a  $Y$  zbiorem rozmytym,

- **Następnik funkcyjny** (ang. *functional consequent*)

$$\begin{aligned} \text{JEŚLI } x_1 \text{ JEST } X_1 \text{ I } x_2 \text{ JEST } X_2 \text{ I } \dots \text{ I } x_n \text{ JEST } X_n, \\ \text{TO } y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (9)$$

w którym  $f$  stanowi funkcję zmiennych  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Takagi i Sugeno zaproponowali w 1985 roku modele rozmyte oparte na regułach wykorzystujących następni funkcyjne [1, 3, 4, 5]. Systemy wykorzystujące bazę reguł takiej postaci nazywa się, od nazwisk ich twórców, systemami rozmytymi Takagi-Sugeno. To podejście okazało się bardzo skuteczne w modelowaniu obiektów nieliniowych. Już wykorzystanie niewielkiej liczby reguł w sposób wystarczająco dokładny pozwala odwzorować nawet silnie nieliniowy obiekt. Najczęściej jako następni wykorzystuje się funkcje liniowe o ogólnej postaci:

$$y^i = \sum_{j=1}^n a_j^i \cdot x_j + a_0^i \quad (10)$$

Stanowi to dodatkowe uproszczenie modelu, a ponadto można posłużyć się dobrze znany mi metodami identyfikacji parametrów modeli liniowych. Dobre opisują one zachowanie obiektu w okolicy określonych punktów pracy, przez co zwykle określa się je mianem *modeli lokalnych*. Ostatecznie baza wiedzy modeli rozmytych Takagi-Sugeno stosowanych

w pracy składa się z reguł rozmytych złożonych z zestawu prostych warunków połączonych operatorem koniunkcji w poprzednikach i liniowych następców funkcyjnych. Są więc postaci:

$$R^i : \begin{aligned} & \text{JEŚLI } x_1 \text{ JEST } X_1^i \text{ I } \dots \text{ I } x_n \text{ JEST } X_n^i, \\ & \text{TO } y^i = \sum_{j=1}^n a_j^i \cdot x_j + a_0^i \end{aligned} \quad (11)$$

Utworzona baza wiedzy wykorzystywana jest do *wnioskowania rozmytego*. W systemach rozmytych Takagi-Sugeno składa się ono z trzech podstawowych etapów:

1. Wyznaczenie *poziomów aktywacji*, inaczej *sił odpalenia* (ang. *firing strengths*) reguł odpowiadających aktualnym wartościom zmiennych wejściowych,
2. Obliczenie wartości następników funkcyjnych każdej z reguł,
3. Obliczenie *konkluzji finalnej* polegającej na wyznaczeniu odpowiedniej średniej ważonej wartości następników poszczególnych reguł, gdzie rolę wag pełnią unormowane poziomy aktywacji reguł.

Wartości siły odpalenia reguł wyznacza się korzystając z funkcji przynależności odpowiadającej danej regule. W przypadku przesłanek prostych, w których występuje tylko odwołanie do pojedynczej zmiennej, siła odpalenia reguły jest po prostu wartością funkcji przynależności dla danej wartości  $x$ , czyli:

$$w^i(x) = \mu_{X^i}(x) \quad (12)$$

Bardzo często przesłanki zawierają odwołania do więcej niż jednej zmiennej lingwistycznej. Mimo, że poprzedniki reguł rozmytych są jednorodne i zawierają jedynie proste warunki połączone operatorem koniunkcji, wyznaczenie poziomu aktywacji reguły nie jest jednoznaczne. W celu obliczenia pojedynczej, skalarnej wartości będącej poziomem aktywacji reguły  $i$ -tej można bowiem wykorzystać różne operatory. Jednym z częściej stosowanych jest operator minimum:

$$w^i(x) = \min\{\mu_{X_1^i}(x_1), \dots, \mu_{X_k^i}(x_k)\} \quad (13)$$

a drugim iloczyn:

$$w^i(x) = \mu_{X_1^i}(x_1) \cdot \dots \cdot \mu_{X_k^i}(x_k) \quad (14)$$

Warto zwrócić uwagę, że obydwa operatory posiadają wspólną cechę. Waga danej reguły rozmytej jest równa zero, kiedy co najmniej jedna z wartości funkcji przynależności jest równa zero, natomiast wartość 1 jest osiągana tylko wtedy, kiedy wszystkie wartości

funkcji przynależności wynoszą 1. Właściwości te są zgodne z właściwościami operatora koniunkcji w logice. W systemach rozmytych utworzonych w pracy wykorzystywany jest operator mnożenia.

Do wyznaczania wartości wyjścia modelu rozmytego Takagi-Sugeno wystarczy posłużyć się prostym wzorem:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^L w^i(x) \cdot y^i}{\sum_{i=1}^L w^i(x)} \quad (15)$$

gdzie  $w^i$  są poziomami aktywacji poszczególnych reguł, a  $L$  jest liczbą wszystkich reguł wchodzących w skład bazy wiedzy. Wyjście całego systemu rozmytego jest więc niczym innym, jak średnią ważoną wartości wyjść poszczególnych modeli lokalnych, gdzie siły odpalenia reguł przyjmują rolę wag. Istotna jest obecność mianownika ułamka występującego we wzorze (15), który pełni rolę normującą. Wartości poziomów aktywacji reguł wynikają z wartości funkcji przynależności, tak więc również mogą przyjmować dowolną wartość z przedziału  $[0, 1]$ . Często wprost określa się *znormalizowane poziomy aktywacji* reguł, które zdefiniowane są w następujący sposób:

$$\tilde{w}^i(x) = \frac{w^i(x)}{\sum_{i=1}^L w^i(x)} \quad (16)$$

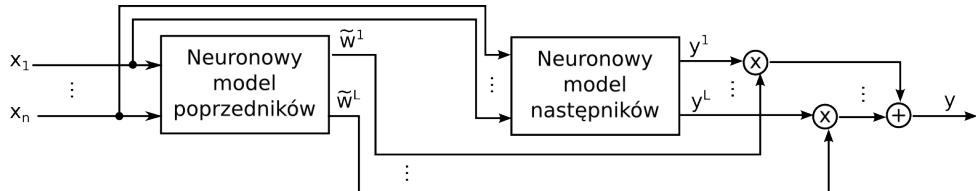
Wzór określający wartość wyjścia modelu rozmytego można więc zapisać w postaci:

$$y = \sum_{i=1}^L \tilde{w}^i \cdot y^i \quad (17)$$

### 2.1.2 ANFIS - rozmyta sieć neuronowa

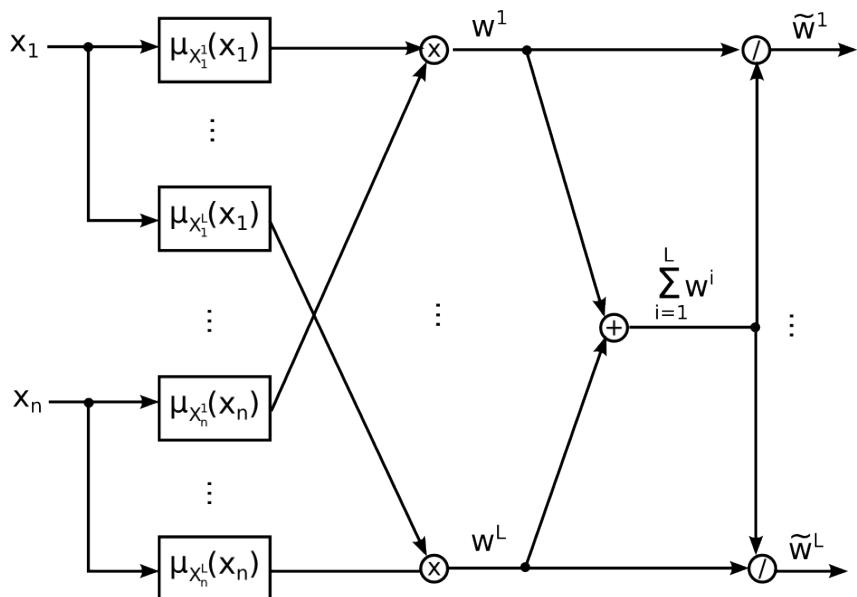
System rozmyty Takagi-Sugeno może zostać przedstawiony w postaci struktury sieci neuronowej. Takie przedstawienie nazywane jest *rozmytą siecią neuronową* (ang. *fuzzy neural network*), lub bardzo często skrótem ANFIS (ang. *Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System*) [1, 5, 6, 7, 8]. Struktura taka może być interpretowana jako wielowarstwowa sieć neuronowa, gdzie neurony odpowiadają funkcjom przynależności i modelom lokalnym następców reguł rozmytych. Ogólną strukturę można więc przedstawić w sposób zobrazowany na rys. 2:

Sposób działania neuronowych modeli poprzedników i następców sieci neuronowej można przedstawić posługując się kolejnymi schematami. Rys. 3 przedstawia fragment sieci realizujący funkcję wyznaczania poziomów aktywacji reguł. Pierwsza warstwa neuronów reprezentuje funkcje przynależności poszczególnych zmiennych modelu do kolejnych zbiorów rozmytych. Ich wyjścia stanowią wyznaczone wartości funkcji przynależności, które są następnie przetwarzane przez kolejne warstwy węzłów sieci realizujących mnożenie,



Rys. 2. Ogólna struktura rozmytej sieci neuronowej [5]

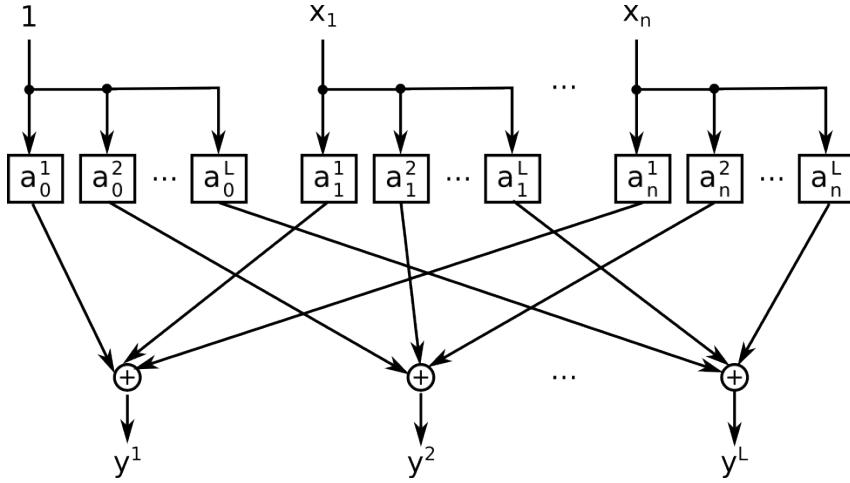
dodawanie oraz dzielenie i w rezultacie otrzymywane są unormowane poziomy aktywacji reguł.



Rys. 3. Struktura neuronowego modelu poprzedników rozmytej sieci neuronowej [5]

Fragment sieci odpowiadający następnikom reguł rozmytych przedstawia rys. 4. Zmienne wejściowe modelu i parametr stały mnożone są przez stosowne wartości modeli lokalnych oznaczone na rysunku przez  $a_j^i$ , gdzie  $i$  jest numerem reguły, do której przyporządkowany jest dany model lokalny, a  $j$  jest numerem zmiennej wejściowej modelu. Następnie odpowiednie iloczyny są sumowane aby otrzymać wartości wyjść modeli lokalnych. Struktura realizuje następuki liniowe przedstawione we wzorze (10).

Dzięki modelowi rozmytemu w postaci rozmytej sieci neuronowej możliwe jest wykorzystanie algorytmów uczenia sieci neuronowych w celu optymalizacji wartości parametrów modelu rozmytego. Wielkościami dostrajanymi modelu są zarówno kształty funkcji przynależności, jak i parametry lokalnych modeli liniowych w następcach reguł. Rozmytą siecią neuronową można posłużyć się do modelowania nieznanej zależności. Typowo wykorzystuje się wtedy jedynie zbiór danych wejście-wyjście i po wstępny wybraniu liczby zbiorów rozmytych i kształtu funkcji przynależności można zastosować dowolny algorytm uczenia sieci neuronowych do dostrojenia parametrów. Najczęściej wykorzystuje się jeden z dwóch sposobów:



Rys. 4. Struktura neuronowego modelu następców rozmytej sieci neuronowej [5]

1. Zarówno parametry poprzedników jak i następników reguł dostraja się dowolną metodą uczenia sieci neuronowych, np. metodą wstecznej propagacji błędu.
2. Stosuje się tzw. *algorytm hybrydowy*, w którym za pomocą uczenia sieci dostrajane są jedynie parametry poprzedników reguł, a parametry następników dostrajane są za pomocą metody najmniejszych kwadratów. Metoda ta cechuje się lepszymi własnościami niż poprzednia [1, 7].

## 2.2 Regulacja predykcyjna

W klasycznym podejściu do regulacji struktura regulatora jest dobierana tak, aby zapewnić odpowiedni przebieg sygnału sterującego i sterowanego. Bardzo często nie uwzględnia się ograniczeń nakładanych na sygnał sterujący. Podejście takie jest stosowane, ponieważ zakłada się, że układ pracuje w bliskim otoczeniu punktu pracy, dla którego regulator został dostosowany, a wyznaczane przez niego sterowanie należy do zbioru dopuszczalnego. Nierzadko punkt pracy, dla którego projektuje się regulator, znajduje się jednak blisko ograniczeń. Ponadto sygnały wyprowadzające obiekt ze stanu równowagi mogą miewać duże wartości, przez co regulatory generują bardzo duże sterowania lub gwałtowne jego zmiany. Może się okazać, że taki charakter sygnału sterującego jest fizycznie niemożliwy do wykorzystania z punktu widzenia zastosowanego urządzenia wykonawczego, a nawet może doprowadzić do jego uszkodzenia, stąd bardzo ważne jest uwzględnianie ograniczeń na sygnały sterujące. Obiekty szczególnie trudnymi w sterowaniu za pomocą metod klasycznych są obiekty nieminimalnofazowe, czyli takie, w których występuje opóźnienie lub odpowiedź odwrotna. Ponadto bardzo często spotyka się obecnie obiekty o wielu wejściach i wielu wyjściach. W celu regulacji obiektów wielowymiarowych można na przykład kolejno projektować kilka regulatorów jednowymiarowych, jednak ich poprawne dobranie gwarantujące stabilność pojedynczych pętli regulacji nie gwarantuje stabilności całego układu regulacji.

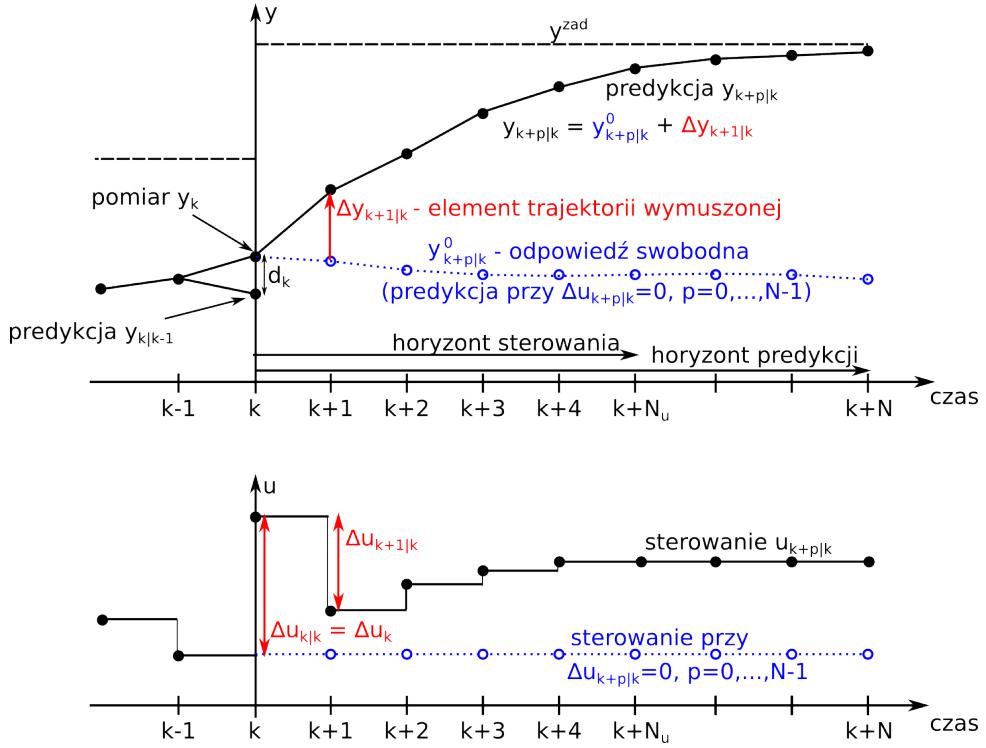
Skutecznym remedium na przedstawione problemy okazała się idea regulacji predykcyjnej, która odniosła duży sukces i była wielokrotnie stosowana w praktyce w ciągu ostatnich kilku dziesięcioleci. Sukces metody wynikał z szeregu jej zalet. Po pierwsze, stosując algorytmy predykcyjne (w wersji numerycznej) możliwe jest uwzględnianie ograniczeń nakładanych na przewidywane wartości wyjść obiektu, wartości sygnału sterującego jak i maksymalne przyrosty sterowania podczas wyznaczania sterowania. Dzięki temu zapewnione zostają warunki zarówno bezpiecznego jak i efektywnego przebiegu regulowanego procesu. Wykorzystanie matematycznego modelu procesu pozwala uwzględniać jego dynamikę, jak i oddziaływanie poszczególnych wejść na wyjścia obiektu, dzięki czemu z powodzeniem i stosunkowo łatwo można projektować regulatory predykcyjne dla obiektów wielowymiarowych, nawet w przypadkach, kiedy liczby wejść i wyjść nie są sobie równe [1].

Algorytmy regulacji predykcyjnej w swoim działaniu wykorzystują dynamiczny model obiektu regulowanego, pomiary aktualnych i poprzednich wartości wyjść obiektu, historię zmian sterowania, a także znaną trajektorię zadanych wartości wyjść regulowanych. Dysponując takimi danymi w każdej chwili wyznaczana jest nowa wartość sterowania w taki sposób, aby zminimalizować różnice pomiędzy wartościami zadanymi obiektu, a wartościami wyjść regulowanych wyznaczonych na podstawie wykorzystanego modelu, w pewnym okresie w przyszłości. Uwzględniana jest także kara za zmienność sterowania, dzięki czemu stosunkowo łatwo można wpływać na jego wartości generowane z użyciem algorytmów regulacji predykcyjnej.

Zasada działania algorytmów regulacji predykcyjnej, a także podstawowe pojęcia zostały zobrazowane na rys. 5. W chwili  $k$ -tej dostępna jest historia zmian sterowań w obiekcie, a także historia zmian wartości wyjściowych. Na ich podstawie, z wykorzystaniem modelu procesu, wyznaczana jest wartość  $d_k = y_k - y_{k|k-1}^{\text{mod}}$  będąca różnicą mierzonej wartości wyjścia obiektu i odpowiadającej jej wartości otrzymanej z modelu procesu, wynikającą z niedokładności modelowania i działania występujących w układzie zakłóceń niemierzalnych. Następnie, dla pewnej określonej liczby chwil w przyszłości oblicza się przyszłe, przewidywane wartości wyjść obiektu. Podczas wyznaczania tych wartości często przyjmuje się, że wartość zakłócenia  $d_k$  wyznaczona w chwili  $k$ -tej jest stała dla wszystkich chwil w przyszłości obliczanych dla chwili  $k$ -tej.

Przewidywane na podstawie modelu wartości wyjść określane są jako *prognozowana trajektoria wyjść* lub *predykcja*, a odcinek czasu na którym jest przeprowadzana oznacza się symbolem  $N$  i nazywa *horyzontem predykcji*. Przez pewien odcinek czasu predykcji zakłada się także możliwość zmienności sterowań. Odcinek ten określa się jako *horyzont sterowania* i oznacza przez  $N_u$ . Horyzont sterowania jest nie dłuższy niż horyzont predykcji ( $N_u \leq N$ ).

W każdej iteracji wyznacza się wektor przyrostów sterowań na całym horyzoncie sterowania. Pierwszy składnik tego wektora, tj. przyrost sterowania na chwilę  $k$ -tą ( $\Delta u_{k|k}$ )



Rys. 5. Zasada regulacji predykcyjnej z dekompozycją na składowe swobodną i wymuszoną predykcji w przypadku liniowym

jest aplikowany do obiektu i w następnej iteracji algorytmu proces wyznaczania optymalnych przyrostów sterowania odbywa się od początku. Taki rodzaj sterowania jest często nazywany sterowaniem repetycyjnym z przesuwanym horyzontem.

Obliczanie wartości sterowań w chwili bieżącej i następnych realizowane jest przez rozwiązywanie zadania optymalizacji polegającego na minimalizacji wartości wskaźnika jakości określającego jakość regulacji. Funkcja taka składa się z dwóch podstawowych składników - kosztu odchylen traktorii predykcji od traktorii zadanej, a także kary za zmienność wyznaczanych wartości sterowań. Najczęściej wskaźnik jakości w regulacji predykcyjnej formułowany jest w postaci funkcji kwadratowej. Przy uwzględnieniu ograniczeń można sformułować zadanie optymalizacji, które jest rozwiązywane w każdej iteracji algorytmu regulacji predykcyjnej:

$$\min_{\Delta u_{k|k}, \dots, \Delta u_{k+N_u-1|k}} \left\{ \sum_{p=1}^N \| y_{k+p|k}^{zad} - y_{k+p|k} \|_{\Psi_p}^2 + \sum_{p=0}^{N_u-1} \| \Delta u_{k+p|k} \|_{\Lambda_p}^2 \right\}$$

$$\text{przy ogr.: } u^{\min} \leq u_{k+p|k} \leq u^{\max}, \quad p = 0, \dots, N_u - 1 \quad (18)$$

$$-\Delta u^{\max} \leq \Delta u_{k+p|k} \leq \Delta u^{\max}, \quad p = 0, \dots, N_u - 1$$

$$y^{\min} \leq y_{k+p|k} \leq y^{\max}, \quad p = 1, \dots, N$$

Często dąży się do skracania horyzontu sterowania, ponieważ redukuje to wymiarowość rozwiązywanego zadania optymalizacji (zmiennymi decyzyjnymi zadania optymalizacji są przyszłe przyrosty sterowania). Wskaźnik jakości w zadaniu optymalizacji (18) zawiera także macierze  $\Psi_p$  i  $\Lambda_p$ . Wartości elementów macierzy  $\Psi_p$  pełnią rolę wag, umożliwiających zmianę wpływu różnicy poszczególnych składowych wektora wyjścia i wartości zadanego na wartość wskaźnika jakości. Macierz  $\Lambda_p$  zawiera natomiast współczynniki kary za przyrosty sterowań. W praktyce dąży się do tego, aby sterowanie obiektu było możliwie szybkie, jednak zachowany został kompromis pomiędzy szybkością regulacji a dynamiką zmian wartości sterowania, z uwagi na stosowane urządzenia wykonawcze, które cechują się swoją określoną wydajnością i naturalną inercją. Odpowiednio dobrane wartości współczynników kary za przyrosty sterowań pozwalają także realizować tłumienie zmienności sterowania, dzięki czemu można uzyskać większą odporność na błędy modelowania [1].

Ważne jest wyszczególnienie przypadku, kiedy model obiektu wykorzystywany w algorytmie jest liniowy. Będzie to pomocne do konstrukcji bardzo skutecznych algorytmów nieliniowych z linearyzacjami. W przypadku liniowym obowiązuje zasada superpozycji, dlatego można dokonać dekompozycji trajektorii predykcyjnej. Stanowi ona bowiem sumę:

- **trajektorii swobodnej** - zależnej tylko od przeszłych sterowań (  $\{y_{k+p|k}^0, p = 1, 2, \dots, N\}$  );
- **trajektorii wymuszonej** - zależnej od przyrostów sterowań wyznaczanych w aktualnej chwili na horyzoncie sterowania (  $\{\Delta y_{k+p|k}, p = 1, 2, \dots, N\}$  ).

Dekompozycja taka nie jest konieczna, jest jednak bardzo wygodna, ponieważ znacząco przyspiesza rozwiązywanie zadania optymalizacji. Podczas jego rozwiązywania trajektoria swobodna pozostaje stała, ponieważ nie mają na nią wpływu wartości zmiennych decyzyjnych. Trajektoria swobodna stanowi więc stałe parametry w zadaniu optymalizacji. Trajektoria wymuszona natomiast zależy od zmiennych decyzyjnych.

Rozdzielenie trajektorii prognozowanej na część swobodną i wymuszoną zostało przedstawione na rys. 5. Korzystając z takiej dekompozycji wskaźnik jakości ulegnie zmianie. Oznaczając przez  $\mathbf{M}_p$  operatory liniowe wyrażające predykcję elementów trajektorii wymuszonej, a przez  $\Delta U_k$  wektor zmiennych decyzyjnych, czyli przyrosty sterowania na całym horyzoncie sterowania w chwili  $k$ -tej, zadanie optymalizacji algorytmu regulacji predykcyjnej zapisano w bardziej zwięzłej postaci (z założeniem liniowego modelu) we wzorze (19). Zadanie to jest wypukłe, co wynika z założenia o dodatnich wartościach współczynników kary, tak więc macierze  $\Psi$  i  $\Lambda$  są ściśle dodatnio określone. Wobec tego zadanie ma szereg pożądanych właściwości:

- ma jednoznaczne minimum będące minimum globalnym (jeżeli ograniczenia nie są aktywne),

- przy nałożonych ograniczeniach możliwe jest niezawodne i szybkie rozwiązanie numeryczne tego zadania,
- w przypadku braku ograniczeń możliwe jest otrzymanie rozwiązania analitycznego.

$$\min_{\Delta U_k} \left\{ \sum_{p=1}^N \left\| y_{k+p|k}^{\text{zad}} - y_{k+p|k}^0 - \mathbf{M}_p \cdot \Delta U_k \right\|_{\Psi_p}^2 + \sum_{p=0}^{N_u-1} \left\| \Delta u_{k+p|k} \right\|_{\Lambda_p}^2 \right\}$$

przy ogr.:  $u^{\min} \leq u_{k+p|k} \leq u^{\max}, \quad p = 0, \dots N_u - 1$  (19)

$$- \Delta u^{\max} \leq \Delta u_{k+p|k} \leq \Delta u^{\max}, \quad p = 0, \dots N_u - 1$$

$$y^{\min} \leq y_{k+p|k}^0 + \mathbf{M}_p \cdot \Delta U_k \leq y^{\max}, \quad p = 1, \dots N$$

Operatory  $\mathbf{M}_p$  można zapisać w postaci pojedynczej macierzy w następujący sposób:

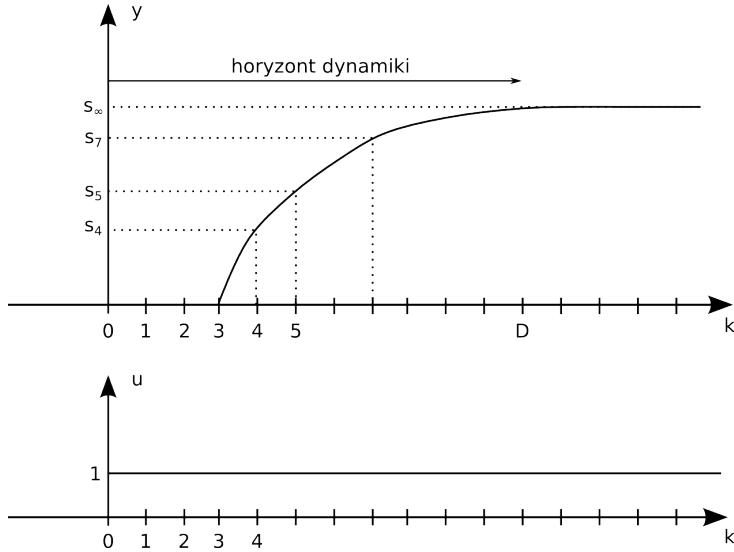
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{M}_N \end{bmatrix} \quad (20)$$

Macierz  $\mathbf{M}$  jest nazywana *macierzą dynamiczną* obiektu i występuje w nazwie jednego z pierwszych stosowanych w praktyce algorytmów predykcyjnych, który zostanie opisany dokładnie w kolejnym podrozdziale.

### 2.2.1 Algorytm DMC

Algorytm regulacji predykcyjnej typu DMC (ang. *Dynamic Matrix Control*) był jednym z pierwszych opracowanych algorytmów predykcyjnych. Powstał już w latach 70. w firmie Shell i jego bezpośrednie zastosowanie w praktyce sprawiło, że stał się bardzo popularny. Oprogramowanie wykorzystujące algorytm DMC wciąż jest jednym z najbardziej rozpoznawanych w zastosowaniach przemysłowych za sprawą wykorzystywania odpowiedzi skokowej jako modelu procesu. Jest to jeden z najprostszych a zarazem skutecznych sposobów identyfikacji modelu [1].

Przykład dyskretnej odpowiedzi skokowej został przedstawiony na rys. 6. Dla podanego przypadku obiekt cechuje się opóźnieniem trzech okresów próbowania. Z punktu widzenia modelowania obiektu istotna jest jedynie określona liczba współczynników dyskretnej odpowiedzi skokowej. Czas, po którym wartość wyjścia obiektu można uznać za ustaloną oznacza się przez  $D$  i nazywa *horyzontem dynamiki*. Tak więc zakłada się, że  $s_D = s_{D+1} = s_{D+2} = \dots = s_\infty$ . W ogólności, dla modelu wielowymiarowego, elementy dyskretnej odpowiedzi skokowej  $s_l$  będą macierzami opisującymi w jaki sposób skoki jednostkowe na poszczególnych wejściach przekładają się na wartości na wyjściach obiektu.



Rys. 6. Przykładowa odpowiedź skokowa wykorzystywana jako model obiektu w algorytmie DMC

Wzór opisujący macierz pojedynczego współczynnika wielowymiarowej odpowiedzi skokowej ma postać:

$$\mathbf{S}_l = \begin{bmatrix} s_l^{11} & s_l^{12} & s_l^{13} & \cdots & s_l^{1n_u} \\ s_l^{21} & s_l^{22} & s_l^{23} & \cdots & s_l^{2n_u} \\ s_l^{31} & s_l^{32} & s_l^{33} & \cdots & s_l^{3n_u} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_l^{n_y 1} & s_l^{n_y 2} & s_l^{n_y 3} & \cdots & s_l^{n_y n_u} \end{bmatrix}_{n_y \times n_u} \quad (21)$$

Zgodnie z zasadą superpozycji, znając dyskretną odpowiedź skokową obiektu można modelować dyskretną odpowiedź wyjścia na dowolne sterowanie dyskretne korzystając z zależności:

$$y_k = y_0 + \sum_{j=1}^k \mathbf{S}_j \cdot \Delta u_{k-j}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (22)$$

Równanie (22) może zostać wykorzystane do wyznaczenia predykcji w algorytmie. Trajektorię przewidywaną można rozdzielić na część zależną jedynie od przeszłych wartości sterowań i część, na którą wpływ mają ich nowe wartości, wyznaczane na horyzoncie sterowania. Uzupełniając zależność o zakłócenie typu DMC, predykcję można zapisać w następujący sposób:

$$y_{k+p|k} = y_0 + \sum_{j=1}^p \mathbf{S}_j \cdot \Delta u_{k+p-j|k} + \sum_{j=p+1}^{k+p} \mathbf{S}_j \cdot \Delta u_{k+p-j} + d_k \quad (23)$$

gdzie pierwsza suma stanowi wpływ sterowań wyznaczanych w chwili  $k$ , a druga jest zależ-

na od przeszłych wartości sterowań. Ponadto korzystając z tego, że wartość zakłócenia  $d_k$  jest różnicą między pomiarem wartości wyjścia a wartością wyjścia obliczaną na podstawie modelu, czyli:

$$d_k = y_k - y_{k|k-1} \quad (24)$$

można tą zależność wstawić do równania predykcji algorytmu DMC i po stosownych uproszczeniach otrzymać:

$$\begin{aligned} y_{k+p|k} &= \sum_{j=1}^p \mathbf{S}_j \cdot \Delta u_{k+p-j|k} + y_k + \sum_{j=1}^k (\mathbf{S}_{j+p} - \mathbf{S}_j) \cdot \Delta u_{k-j} = \\ &= \Delta y_{k+p|k} + y_{k+p|k}^0, \quad p = 1, 2, 3, \dots, N \end{aligned} \quad (25)$$

Trajektorię swobodną i wymuszoną można zatem wyznaczyć wykorzystując do tego celu elementy dyskretnej odpowiedzi skokowej obiektu i odpowiednie, dla obydwu trajektorii, wartości przyrostów sterowań, zgodnie z poniższymi zależnościami:

$$y_{k+p|k}^0 = y_k + \sum_{j=1}^{D-1} (\mathbf{S}_{j+p} - \mathbf{S}_j) \cdot \Delta u_{k-j}, \quad p = 1, 2, 3, \dots, N \quad (26)$$

$$\Delta y_{k+p|k} = \sum_{j=1}^p \mathbf{S}_j \cdot \Delta u_{k+p-j|k}, \quad p = 1, 2, 3, \dots, N \quad (27)$$

Algorytm DMC może zostać zaimplementowany w dwóch wersjach - analitycznej i numerycznej. W wersji analitycznej ograniczenia nie są uwzględnianie podczas samego wyznaczania optymalnych przyrostów sterowania, natomiast uzyskane rozwiązanie jest rzucone na zbiór ograniczeń. Pełne zadanie optymalizacji w wersji analitycznej wyznaczone jest tylko raz, off-line, na początku działania regulatora. W celu przedstawienia wersji analitycznej algorytmu konieczne będzie zdefiniowanie wektorów:

$$\begin{aligned} Y_k^{\text{zad}} &= \begin{bmatrix} y_{k+1|k}^{\text{zad}} \\ \vdots \\ y_{k+N|k}^{\text{zad}} \end{bmatrix}, \quad Y_k^0 = \begin{bmatrix} y_{k+1|k}^0 \\ \vdots \\ y_{k+N|k}^0 \end{bmatrix}, \quad \Delta Y_k = \begin{bmatrix} \Delta y_{k+1|k} \\ \vdots \\ \Delta y_{k+N|k} \end{bmatrix}, \\ \Delta U_k &= \begin{bmatrix} \Delta u_{k+1|k} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+N_u|k} \end{bmatrix}, \quad Y_k = \begin{bmatrix} y_k \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}, \quad \Delta U_k^P = \begin{bmatrix} \Delta u_{k-1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k-(D-1)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

a także macierzy:

$$\underline{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Psi_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Psi_N \end{bmatrix}, \quad \underline{\Lambda} = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Lambda_{N_u-1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Składową swobodną można przedstawić w zwartej postaci wektorowo-macierzowej:

$$Y_k^0 = Y_k + \mathbf{M}^P \cdot \Delta U_k^P \quad (30)$$

gdzie macierz  $\mathbf{M}^P$  wyznaczono z różnic poszczególnych elementów odpowiedzi skokowej posługując się równaniem (26):

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_3 - \mathbf{S}_2 & \mathbf{S}_4 - \mathbf{S}_3 & \dots & \mathbf{S}_D - \mathbf{S}_{D-1} \\ \mathbf{S}_3 - \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_4 - \mathbf{S}_2 & \mathbf{S}_5 - \mathbf{S}_3 & \dots & \mathbf{S}_{D+1} - \mathbf{S}_{D-1} \\ \mathbf{S}_4 - \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_5 - \mathbf{S}_2 & \mathbf{S}_6 - \mathbf{S}_3 & \dots & \mathbf{S}_{D+2} - \mathbf{S}_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{S}_{N+1} - \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_{N+2} - \mathbf{S}_2 & \mathbf{S}_{N+3} - \mathbf{S}_3 & \dots & \mathbf{S}_{N+D-1} - \mathbf{S}_{D-1} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Litera „ $P$ ” w górnym indeksach pochodzi od angielskiego słowa *past* (a także słowa *przeszłość*) i podkreśla, że wyraża wpływ przeszłych wartości sterowań.

W analogiczny sposób postępując ze składową wymuszoną trajektorii prognozowanej, została ona przedstawiona w postaci wektorowo-macierzowej:

$$\Delta Y_k = \mathbf{M} \cdot \Delta U_k \quad (32)$$

a następnie posługując się równaniem (27) zbudowana została macierz dynamiczna  $\mathbf{M}$  obiektu:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{S}_2 & \mathbf{S}_1 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{S}_3 & \mathbf{S}_2 & \mathbf{S}_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{S}_{N_u} & \mathbf{S}_{N_u-1} & \mathbf{S}_{N_u-2} & \dots & \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_{N_u+1} & \mathbf{S}_{N_u} & \mathbf{S}_{N_u-1} & \dots & \mathbf{S}_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{S}_N & \mathbf{S}_{N-1} & \mathbf{S}_{N-2} & \dots & \mathbf{S}_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{(N \cdot n_y) \times ((D-1) \cdot n_u)} \quad (33)$$

Posługując się macierzą dynamiczną, można zapisać wskaźnik jakości w następujący sposób:

$$J_k = \| Y_k^{\text{zad}} - Y_k^0 - \mathbf{M} \cdot \Delta U_k \|_{\underline{\Psi}}^2 + \| \Delta U_k \|_{\underline{\Lambda}}^2 \quad (34)$$

Przy założeniu, że macierze  $\Psi$  i  $\Lambda$  są dodatnio określone, wskaźnik jakości jest funkcją wypukłą. Zatem, przy pominiętych ograniczeniach, warunkiem minimum jest zerowanie się jej gradientu. Wyznaczenie gradientu i przyrównanie go do zera daje następujące zależności:

$$\begin{aligned} -\mathbf{M}^T \cdot \underline{\Psi} \cdot [Y_k^{\text{zad}} - Y_k^0 - \mathbf{M} \cdot \Delta U_k] + \underline{\Lambda} \cdot \Delta U_k &= \mathbf{0} \\ [\mathbf{M}^T \cdot \underline{\Psi} \cdot \mathbf{M} + \underline{\Lambda}] \cdot \Delta U_k - \mathbf{M}^T \cdot \underline{\Psi} \cdot [Y_k^{\text{zad}} - Y_k^0] &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

z których można bezpośrednio wyznaczyć wektor optymalnych wartości przyrostów sterowania:

$$\Delta \hat{U}_k = \mathbf{K} \cdot [Y_k^{\text{zad}} - Y_k^0] \quad (35)$$

gdzie

$$\mathbf{K} = [\mathbf{M}^T \cdot \underline{\Psi} \cdot \mathbf{M} + \underline{\Lambda}]^{-1} \cdot \mathbf{M}^T \cdot \underline{\Psi} \quad (36)$$

Nie jest konieczne wyznaczanie całego wektora przyszłych sterowań, ponieważ w każdej iteracji algorytmu do sterowania obiektem wykorzystuje się jedynie pierwszy jego element, tj. przyrost sterowania na daną chwilę  $\Delta \hat{u}_{k|k}$ . Prawo regulacji można zatem przedstawić w postaci:

$$\Delta \hat{u}_{k|k} = \Delta \hat{u}_k = \bar{\mathbf{K}}_1 \cdot [Y_k^{\text{zad}} - Y_k - \mathbf{M}^P \cdot \Delta U_k^P] \quad (37)$$

gdzie podmacierz  $\bar{\mathbf{K}}_1$  macierzy wzmacnień  $\mathbf{K}$  składa się z tylu pierwszych kolejnych wierszy ile wynosi liczba zmiennych sterujących procesu. Prawo sterowania ma zatem postać liniowego sprzężenia zwrotnego od różnicy trajektorii zadanej i składowej swobodnej predykcji.

Po wyznaczeniu wartości optymalnego przyrostu sterowania konieczne jest rzutowanie uzyskanego rozwiązania na zbiór dopuszczalny, czyli przycięcie wartości sterowania do ograniczeń istniejących w procesie. Niezbędne do poprawnego działania algorytmu jest zapisywanie w historii działania obiektu wartości sterowania rzeczywiście wysyłanego do obiektu, czyli wartości po rzutowaniu na zbiór ograniczeń [1].

Drugą wersją algorytmu jest wersja numeryczna. W przeciwieństwie do wersji analitycznej jest obarczona tą wadą, że w każdej iteracji konieczne jest rozwiązanie zadania optymalizacji, jednak podczas jego rozwiązywania uwzględniane są ograniczenia na sygnały sterujące i wyjściowe obiektu. Ponadto, kiedy model procesu i ograniczenia są liniowe, zadanie optymalizacji sprowadzane jest do zadania programowania kwadratowego, dla którego istnieją niezawodne i efektywne procedury rozwiązywania.

Zadanie programowania kwadratowego z ograniczeniami, które jest rozwiązywane w każdym kroku algorytmu DMC przedstawiono w zależności (38). Kolejne ograniczenia w tym za-

daniu optymalizacji dotyczą wartości sygnału sterującego (38b), przyrostów sterowania w kolejnych chwilach (38c) i wartości wyjść obiektu (38d).

$$\min_{\Delta U_k} \left\{ \| Y_k^{\text{zad}} - Y_k - \mathbf{M}^P \cdot \Delta U_k^P - \mathbf{M} \cdot \Delta U_k \|_{\Psi}^2 + \| \Delta U_k \|_{\Lambda}^2 \right\} \quad (38a)$$

$$\text{przy ogr.: } U^{\min} \leq U_{k-1} + \mathbf{J} \cdot \Delta U^k \leq U^{\max} \quad (38b)$$

$$\Delta U^{\max} \leq \Delta U_k \leq \Delta U^{\min} \quad (38c)$$

$$Y^{\min} \leq Y_k^0 + \mathbf{M} \cdot \Delta U_k \leq Y^{\max} \quad (38d)$$

O ile ograniczenia na przyrosty sterowania mogą zostać łatwo zapisane, ponieważ przyrosty sterowania są zmiennymi decyzyjnymi zdania optymalizacji, to wartości sterowania muszą zostać wyznaczone za ich pomocą. Korzysta się w tym celu z macierzy  $\mathbf{J}$  zdefiniowanej następująco:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (39)$$

gdzie  $\mathbf{I}$  oznacza macierz jednostkową o wymiarze wektora sterowania ( $n_u$ ). W podobny sposób wykorzystywana jest macierz dynamiczna do wyrażenia przewidywanych wartości wyjść obiektu za pomocą przyrostów sterowania i odpowiedzi swobodnej.

Do rozwiązania takiego zadania istnieje szereg niezawodnych i efektywnych metod. Możliwe jest jednak, że dopuszczalny zbiór rozwiązań tego zadania będzie pusty. Sytuacja taka może nastąpić wtedy, kiedy istnieją ograniczenia na wartości wyjść. Aby tego uniknąć, relaksuje się te ograniczenia i traktuje się je jako ograniczenia miękkie [1].

### Wykorzystanie pomiaru zakłóceń

Istotnym aspektem, który wykorzystywany jest w pracy jest kompensacja zakłóceń. Projektując układy sterowania, jeżeli istnieje możliwość mierzenia wielkości istotnie wpływających na proces, które nie są wielkościami sterującymi, ich wpływ powinien zostać kompensowany w otwartej pętli sterowania (tzw. strukturze *feedforward*). W algorytmie predykcyjnym konieczny będzie także model oddziaływanego wejścia niesterujących na proces. W przypadku algorytmu DMC model będzie postacią odpowiedzi procesu na skokową zmianę wartości mierzalnych zmiennych zakłócających, analogicznie jak w przypadku toru sterowanie-wyjście. Zgodnie z obowiązującą zasadą superpozycji, podstawowy model

obiektu może zostać rozszerzona do następującej postaci:

$$y_k = y_0 + \sum_{j=1}^k \mathbf{S}_j \cdot \Delta u_{k-j} + \sum_{j=1}^k \mathbf{S}_j^z \cdot \Delta z_{k-j} \quad (40)$$

gdzie wartości  $\Delta u_{k-j}$  są wartościami zrealizowanych przyrostów sterowania,  $\Delta z_{k-j}$  są różnicami pomiędzy kolejnymi przeszłyymi wartościami zakłócenia, a  $\mathbf{S}_j^z$  są elementami znormalizowanej odpowiedzi na skok zakłócenia. Liczbę elementów dyskretnej odpowiedzi skokowej  $\mathbf{S}_j^z$  określa się mianem *horyzontu dynamiki zakłóceń* i oznacza przez  $D_z$ . Podobnie jak wielkości  $\mathbf{S}_j$ , w przypadku obiektów wielowymiarowych współczynniki odpowiedzi na skok zakłócenia również są macierzami o następującej postaci:

$$\mathbf{S}_l^z = \begin{bmatrix} s_l^{z,(11)} & s_l^{z,(12)} & s_l^{z,(13)} & \dots & s_l^{z,(1n_z)} \\ s_l^{z,(21)} & s_l^{z,(22)} & s_l^{z,(23)} & \dots & s_l^{z,(2n_z)} \\ s_l^{z,(31)} & s_l^{z,(32)} & s_l^{z,(33)} & \dots & s_l^{z,(3n_z)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_l^{z,(n_y 1)} & s_l^{z,(n_y 2)} & s_l^{z,(n_y 3)} & \dots & s_l^{z,(n_y n_z)} \end{bmatrix}_{n_y \times n_z} \quad (41)$$

Ze względu na to, że model wpływu zakłócenia także jest liniowy, można skorzystać z zasady superpozycji i rozdzielić wpływ mierzonych zakłóceń na wpływ wartości przeszłych wraz z aktualną i oddzielnie wpływ przyszłych wartości zakłócenia. W pewnych przypadkach można przewidzieć, jak zmieni się zakłócenie w przyszłości, na przykład dostępna jest informacja o awarii w innej części instalacji i skutkach jakie ona wywoła po pewnym czasie w części sterowanej przez rozpatrywany regulator. Kiedy jednak nie dysponuje się taką wiedzą, przyjmuje się, że przyszłe wartości przyrostów zakłócenia są zerowe. Wobec tego uwzględniane są jedynie wartości, które zostały już zmierzone, zatem zakłócenia oddziałują jedynie na składową swobodną predykcji. Stosując zapis wektorowo-macierzowy, składową swobodną predykcji uwzględniającą wpływ mierzzonego zakłócenia można wyrazić w następujący sposób:

$$Y_k^0 = Y_k + \mathbf{M}^P \cdot \Delta U_k^P + \mathbf{M}^{zP} \cdot \Delta Z_k^P \quad (42)$$

gdzie macierz  $\mathbf{M}^{zP}$  zbudowana jest w analogiczny sposób co macierz  $\mathbf{M}^P$ , jednak rozszerzona o pierwszą kolumnę uwzględniającą wpływ zakłócenia zmierzonego w chwili  $k$ -tej. W przeciwnieństwie do sterowania, pomiar wartości zakłócenia  $z_k$  jest dostępny, natomiast wartość sterowania  $u_k$  zostanie dopiero wyznaczona. Dokładne sformułowanie macierzy  $\mathbf{M}^{zP}$  przedstawiono zatem we wzorze (43). Uwzględnienie w odpowiedzi swobodnej mierzonego zakłócenia jest więc jedną zmianą w całym algorytmie. Sposób wyznaczenia sterowania pozostaje niezmieniony, czy to realizowany jest algorytm w wersji analitycznej czy numerycznej. Uwzględnienie pomiaru zakłócenia uzupełnia wiedzę o procesie i

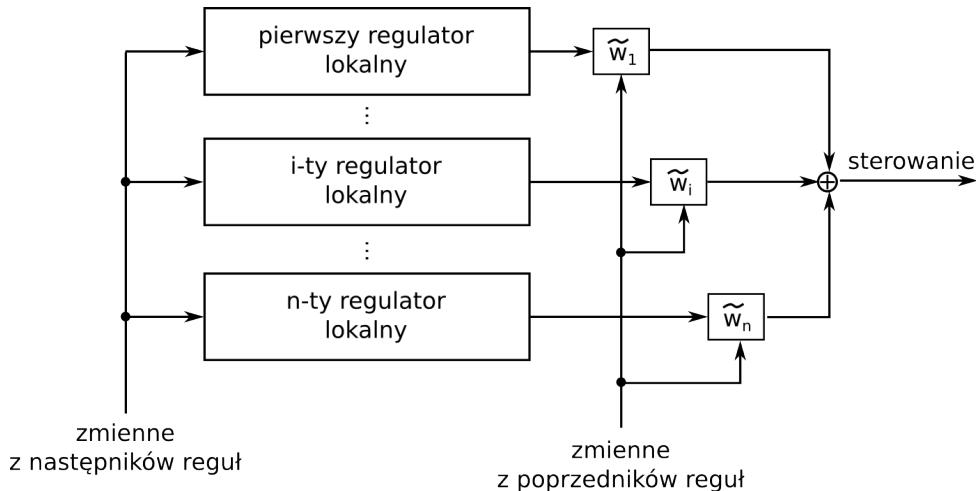
zwiększa dokładność modelu, dzięki czemu wyznaczane sterowanie jest bardziej adekwatne do rzeczywistego biegu procesu.

$$\mathbf{M}^{zP} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1^z & \mathbf{S}_2^z - \mathbf{S}_1^z & \mathbf{S}_3^z - \mathbf{S}_2^z & \dots & \mathbf{S}_D^z - \mathbf{S}_{D-1}^z \\ \mathbf{S}_2^z & \mathbf{S}_3^z - \mathbf{S}_1^z & \mathbf{S}_4^z - \mathbf{S}_2^z & \dots & \mathbf{S}_{D+1}^z - \mathbf{S}_{D-1}^z \\ \mathbf{S}_3^z & \mathbf{S}_4^z - \mathbf{S}_1^z & \mathbf{S}_5^z - \mathbf{S}_2^z & \dots & \mathbf{S}_{D+2}^z - \mathbf{S}_{D-1}^z \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{S}_N^z & \mathbf{S}_{N+1}^z - \mathbf{S}_1^z & \mathbf{S}_{N+2}^z - \mathbf{S}_2^z & \dots & \mathbf{S}_{N+D-1}^z - \mathbf{S}_{D-1}^z \end{bmatrix} \quad (43)$$

Regulator predykcyjny z modelem liniowym działa jednak bardzo dobrze jedynie w okolicy punktu pracy, wokół którego został zaprojektowany. Działanie w szerszym zakresie oferuje lepszą jakość regulacji, gdy wykorzysta się model nieliniowy, którym w szczególności może być model rozmyty. Modyfikacje algorytmu DMC bazujące na nieliniowych modelach rozmytych zostaną przedstawione szerzej w kolejnych rozdziałach.

### 2.2.2 Algorytm FDMC oparty na podejściu PDC

Regulatory predykcyjne wykorzystujące modele liniowe mają tą zaletę, że mogą dla nich zostać wyznaczone w sposób analityczny prawa sterowania. Dzięki temu regulatory działają bardzo szybko, a także w sposób prosty - nie jest konieczne rozwiązywanie w sposób numeryczny zadania optymalizacji w każdej iteracji algorytmu. Analityczne regulatory predykcyjne mogą w skuteczny sposób zostać połączone z modelami rozmytymi Takagi-Sugeno. Korzystną cechą tych modeli jest wykorzystywanie następców funkcyjnych, najczęściej w postaci liniowej. W związku z tym możliwe jest zaprojektowanie szeregu lokalnie działających, analitycznych, liniowych regulatorów predykcyjnych. Lokalne regulatory liniowe działają w sposób sprawny w okolicach punktów pracy, wokół których pozyskane zostały modele liniowe. W połączeniu z wnioskowaniem rozmytym może zostać opracowany układ sterowania działający bardzo dobrze w szerokim zakresie wartości zadanych.



Rys. 7. Schemat układu regulacji opartego na podejściu PDC [5]

Opisywane podejście do projektowania regulatora określone jest mianem PDC (ang. *Parallel Distributed Compensation*), czyli opiera się na zasadzie równoległej, rozproszonej kompensacji [1, 5, 9]. Wykorzystując ideę PDC zakłada się stworzenie liniowego regulatora predykcyjnego w wersji analitycznej (prawa regulacji) dla każdego z następników w regułach rozmytych, czyli tylu regulatorów lokalnych ile wynosi liczba reguł rozmytych. Udział poszczególnych regulatorów w końcowej wartości sterowania wyznaczany jest zgodnie z wnioskowaniem rozmytym przy wykorzystaniu poprzedników reguł. Schemat struktury nieliniowego regulatora predykcyjnego opartego na modelu Takagi-Sugeno przedstawia rys. 7. Celem poprawy działania całego systemu sterowania możliwe jest dostrajanie poprzedników bez zmieniania struktury regulatorów lokalnych.

W przypadku algorytmu FDMC następnikami reguł rozmytego modelu obiektu są dyskretne odpowiedzi skokowe procesu, tak więc reguły rozmyte modelu są postaci:

$$\begin{aligned} R_i : & \text{ JEŚLI } y_k \text{ JEST } B_1^i \text{ I } \dots \text{ I } y_{k-n+1} \text{ JEST } B_n^i \\ & \text{ I } u_k \text{ JEST } C_1^i \text{ I } \dots \text{ I } u_{k-m+1} \text{ JEST } C_m^i, \\ & \text{ TO } y_{k+1}^i = \sum_{j=1}^{D-1} \mathbf{S}_j^i \cdot \Delta u_{k-j} + \mathbf{S}_D^i \cdot u_{k-D+1} \end{aligned} \quad (44)$$

W celu uzyskania poprzedników i funkcji przynależności można posłużyć się analizą charakterystyk statycznych obiektu regulacji, a także analizą odpowiedzi skokowych (celem wyznaczenia modeli lokalnych uwzględniających istotne różnice w dynamice obiektu). Dla każdego z następników reguł rozmytych z modelu obiektu wyznaczane jest analityczne prawo sterowania, czyli obliczane są wartości lokalnych macierzy wzmacnianie  $\mathbf{K}^i$  i macierzy wpływu przeszłych przyrostów sterowania  $\mathbf{M}^P$  (jeżeli uwzględniane jest zakłócenie mierzalne, to także macierze  $\mathbf{M}^{zP}$ ). Wykorzystując poprzedniki do wyznaczania unormowanych poziomów aktywacji poszczególnych regulatorów lokalnych, prawo sterowania całego regulatora nieliniowego można zapisać w postaci ważonej sumy wszystkich regulatorów lokalnych:

$$\Delta \hat{u}_{k|k} = \sum_{i=1}^L \tilde{w}^i \cdot \overline{\mathbf{K}}_1^i \cdot \left[ Y_k^{\text{zad}} - Y_k - (\mathbf{M}^P)^i \cdot \Delta U_k^P \right] \quad (45)$$

gdzie  $\tilde{w}^i$  są wartościami unormowanych poziomów aktywacji reguł. Prawo regulacji jak poprzednio wystarczy określić jedynie w stosunku do wyznaczania wartości na chwilę bieżącą,  $u_{k|k}$ , ponieważ tylko ten element z całego horyzontu sterowania zostanie wysłany do obiektu.

Zupełnie innym podejściem charakteryzuje się numeryczne rozmyte algorytmy predykcyjne. W przeciwnieństwie do podejścia PDC nie tworzy się lokalnie liniowych regulatorów, a bazuje na pełnym modelu nieliniowym, opcjonalnie dokonując jego pełnej lub częściowej linearyzacji w kolejnych iteracjach algorytmu. Poszczególne wykorzystywane w pracy rozmyte algorytmy numeryczne zostaną szerzej omówione w kolejnych rozdziałach.

### 2.2.3 FDMC-SL - rozmyty algorytm DMC z sukcesywną linearyzacją

Algorytm FDMC-SL jest przykładem algorytmu z rodziny MPC-SL (ang. *Model Predictive Control with Successive Linearization*), tj. numerycznych algorytmów regulacji predykcyjnej z sukcesywną linearyzacją. Bazują one na nieliniowych modelach obiektów. Aby wykorzystać zarówno większą wiedzę o dynamice obiektu jaką niesie jego model nieliniowy, jak i korzystne cechy algorytmów liniowych, zwłaszcza zadanie optymalizacji sformułowane w postaci liniowo-kwadratowego problemu optymalizacji, można w każdej iteracji algorytmu dokonywać linearyzacji modelu nieliniowego. Wiąże się to z dodatkowym narzutem obliczeniowym, ponieważ w każdym kroku wyznaczana jest nowa dyskretna odpowiedź skokowa procesu, która posłuży za model obiektu w danej iteracji. W związku z tym obliczone zostają także wartości elementów macierzy  $\mathbf{M}$  i  $\mathbf{M}^P$ , a następnie rozwiązane zostaje zadanie optymalizacji z wykorzystaniem modelu zlinearyzowanego. Podejście to jest suboptimalne, ale umożliwia zachowanie cech niezawodności i gwarantowanej szybkości rozwiązania, jakie mają numeryczne, liniowe algorytmy regulacji predykcyjnej.

Przykładem nieliniowego modelu procesu jest model rozmyty Takagi-Sugeno. Zatem wykorzystania modelu rozmytego jako modelu nieliniowego w nieliniowym algorytmie regulacji predykcyjnej z sukcesywną linearyzacją jest stosunkowo prosta linearyzacja, ze względu na funkcyjne, liniowe następcy reguł. W związku z tym proces linearyzacji polega na wyznaczeniu wartości unormowanych sił odpalenia reguł, a następnie sumy ważonej lokalnych odpowiedzi skokowych w celu wyznaczenia liniowego modelu obiektu w danej iteracji.

Do obliczenia sterowania konieczne jest pozyskanie modelu liniowego do rozwiązania liniowo-kwadratowego zadania optymalizacji. Reguły rozmyte stosowane w algorytmie FDMC-SL są tej samej postaci co reguły wykorzystywane w algorytmie FDMC i zostały wyrażone w wzorze (44). Model zlinearyzowany wykorzystywany w danej iteracji jest więc postaci:

$$y_{k+1}^{\text{mod}} = \sum_{j=1}^{D-1} \tilde{\mathbf{S}}_j \cdot \Delta u_{k-j+1} + \tilde{\mathbf{S}}_D \cdot u_{k-D+1} \quad (46)$$

gdzie każdy z elementów zlinearyzowanej dyskretnej odpowiedzi skokowej wyznaczany jest zgodnie z zależnością:

$$\tilde{\mathbf{S}}_j = \sum_{i=1}^L \tilde{w}^i \cdot \mathbf{S}_j^i \quad (47)$$

Tak otrzymany model obowiązuje na całym horyzoncie predykcji i sterowania, na którym rozwiązywane jest zadanie optymalizacji. Ponieważ jest on zlinearyzowany, można dokonać dekompozycji predykcji na trajektorię swobodną i wymuszoną:

$$Y_k^{\text{pred}} = \tilde{Y}_k^0 + \mathbf{M}_k \cdot \Delta U_k \quad (48)$$

gdzie odpowiedź swobodna obliczana jest zgodnie ze wzorem:

$$\tilde{Y}_k^0 = Y_k + \mathbf{M}_k^P \cdot \Delta U_k^P \quad (49)$$

Fakt, że w każdej iteracji algorytmu zmieniają się wartości macierzy dynamicznej został podkreślony przez dodanie do niej dolnego indeksu. Elementy macierzy dynamicznej i macierzy przeszłych przyrostów sterowania obliczane są w taki sam sposób, jak w podstawowym przypadku liniowym, jednak z wykorzystaniem parametrów modelu zlinearyzowanego, zatem macierze te są postaci:

$$\mathbf{M}_k^P = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{S}}_2 - \tilde{\mathbf{S}}_1 & \tilde{\mathbf{S}}_3 - \tilde{\mathbf{S}}_2 & \tilde{\mathbf{S}}_4 - \tilde{\mathbf{S}}_3 & \cdots & \tilde{\mathbf{S}}_D - \tilde{\mathbf{S}}_{D-1} \\ \tilde{\mathbf{S}}_3 - \tilde{\mathbf{S}}_1 & \tilde{\mathbf{S}}_4 - \tilde{\mathbf{S}}_2 & \tilde{\mathbf{S}}_5 - \tilde{\mathbf{S}}_3 & \cdots & \tilde{\mathbf{S}}_{D+1} - \tilde{\mathbf{S}}_{D-1} \\ \tilde{\mathbf{S}}_4 - \tilde{\mathbf{S}}_1 & \tilde{\mathbf{S}}_5 - \tilde{\mathbf{S}}_2 & \tilde{\mathbf{S}}_6 - \tilde{\mathbf{S}}_3 & \cdots & \tilde{\mathbf{S}}_{D+2} - \tilde{\mathbf{S}}_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{S}}_{N+1} - \tilde{\mathbf{S}}_1 & \tilde{\mathbf{S}}_{N+2} - \tilde{\mathbf{S}}_2 & \tilde{\mathbf{S}}_{N+3} - \tilde{\mathbf{S}}_3 & \cdots & \tilde{\mathbf{S}}_{N+D-1} - \tilde{\mathbf{S}}_{D-1} \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\mathbf{M}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{S}}_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{\mathbf{S}}_2 & \tilde{\mathbf{S}}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{S}}_N & \tilde{\mathbf{S}}_{N-1} & \tilde{\mathbf{S}}_{N-2} & \cdots & \tilde{\mathbf{S}}_{N-N_u+1} \end{bmatrix} \quad (51)$$

Sformułowanie liniowo-kwadratowego problemu optymalizacji pozostaje niezmienione. Jedyną różnicą w porównaniu do standardowego problemu w przypadku regulatora liniowego są zmieniające się w każdej iteracji algorytmu macierze  $\mathbf{M}_k$  i  $\mathbf{M}_k^P$  (co zostało wyeksponowane przez dodanie do nich dolnych indektów):

$$\min_{\Delta U_k} \left\{ \| Y_k^{\text{zad}} - Y_k - \mathbf{M}_k^P \cdot \Delta U_k^P - \mathbf{M}_k \cdot \Delta U_k \|_{\Psi}^2 + \| \Delta U_k \|_{\Lambda}^2 \right\}$$

przy ogr.:  $U^{\min} \leq U_{k-1} + \mathbf{J} \cdot \Delta U^k \leq U^{\max}$

$$-\Delta U^{\max} \leq \Delta U_k \leq \Delta U^{\max}$$

$$Y^{\min} \leq \tilde{Y}_k^0 + \mathbf{M} \cdot \Delta U_k \leq Y^{\max}$$
(52)

#### 2.2.4 FDMC-NPL - rozmyty algorytm DMC z nieliniową predykcją i liniaryzacją

Pełna liniaryzacja modelu nieliniowego wiąże się z utratą pewnej części informacji o jego dynamice. Jak już zostało zaznaczone, zabieg tego dokonuje się ze względu na postać liniowo-kwadratowego zadania optymalizacji rozwiązywanego w algorytmie predykcyjnym bazującym na modelu liniowym, które jest szybkie i niezawodne do rozwiązywania. Bez utraty tej właściwości można jednak wykorzystać pełny model nieliniowy do wy-

znaczenia odpowiedzi swobodnej modelu. Wyznaczenie odpowiedzi swobodnej następuje tylko raz w każdej iteracji algorytmu. Najczęściej nie wiąże się z dużym nakładem obliczeniowym w porównaniu do samego zadania optymalizacji. Podejście takie przy założeniu dokładnego modelu nieliniowego daje lepsze rezultaty niż algorytm typu SL, ze względu na wykorzystanie pełniejszej informacji o procesie, do wyznaczania wartości sygnału sterującego. Ten typ algorytmu regulacji stanowi więc rozszerzenie algorytmu z sukcesywną linearyzacją.

Analogicznie jak w przypadku FDMC-SL, model nieliniowy wykorzystywany w algorytmie jest modelem rozmytym Takagi-Sugeno z regułami wyrażonymi wzorem (44). W przeciwieństwie do podejścia z sukcesywną linearyzacją, wnioskowanie rozmyte następuje wielokrotnie podczas pojedynczej iteracji algorytmu. Na początku każdej iteracji następuje wyznaczenie unormowanych poziomów aktywacji reguł, na podstawie których obliczone zostają współczynniki odpowiedzi skokowej modelu zlinearyzowanego, jak w przypadku algorytmu FDMC-SL, zgodnie z wzorem (46). Na jego podstawie obliczana jest wartość zakłócenia typu DMC  $d_k$  jako różnica zmierzonej wartości wyjścia procesu i wyjścia wyznaczonego przez model.

Odpowiedź swobodna jest wyznaczana za pośrednictwem procedury rekurencyjnej. Do wyznaczenia jej pierwszego elementu stosuje się wnioskowanie rozmyte wykorzystujące reguły:

$$\begin{aligned} R_i : \quad & \text{JEŚLI } y_k \text{ JEST } B_1^i \text{ I } \dots \text{ I } y_{k-n+1} \text{ JEST } B_n^i \\ & \text{I } u_{k-1} \text{ JEST } C_1^i \text{ I } \dots \text{ I } u_{k-m+1} \text{ JEST } C_m^i, \\ \text{TO } y_{k+1|k}^{i,0} = & \sum_{j=2}^{D-1} \mathbf{S}_j^i \cdot \Delta u_{k-j+1} + \mathbf{S}_D^i \cdot u_{k-D+1} \end{aligned} \quad (53)$$

Wzór opisujący pierwszy element odpowiedzi swobodnej jest następujący:

$$y_{k+1|k}^0 = \sum_{j=2}^{D-1} \tilde{\mathbf{S}}_j^1 \cdot \Delta u_{k-j+1} + \tilde{\mathbf{S}}_D^1 \cdot u_{k-D+1} + d_k \quad (54)$$

Zgodnie z założeniem o zerowych przyszłych przyrostach sterowania, sumowanie następuje od elementu drugiego. Elementy dyskretnej odpowiedzi skokowej oznaczone są ponadto jedynką w górnym indeksie, aby podkreślić że jest to model zlinearyzowany obowiązujący tylko do wyznaczania pierwszego elementu odpowiedzi swobodnej. Dla kolejnych elementów odpowiedzi swobodnej stosuje się wnioskowanie rozmyte wykorzystując już otrzymane poprzednie wartości odpowiedzi swobodnej, jako przeszłe wartości wyjścia. Zatem dla drugiego elementu odpowiedzi swobodnej stosowane jest wnioskowanie rozmyte wykorzystujące reguły:

$$\begin{aligned}
R_i : & \text{ JEŚLI } y_{k+1|k}^0 \text{ JEST } B_1^i \text{ I } \dots \text{ I } y_{k-n+2} \text{ JEST } B_n^i \\
& \text{ I } u_{k-1} \text{ JEST } C_1^i \text{ I } \dots \text{ I } u_{k-m+2} \text{ JEST } C_m^i, \\
& \text{ TO } y_{k+2}^{i,0} = \sum_{j=3}^{D-1} \tilde{\mathbf{S}}_j^i \cdot \Delta u_{k-j+2} + \tilde{\mathbf{S}}_D^i \cdot u_{k-D+2}
\end{aligned} \tag{55}$$

Drugi element odpowiedzi swobodnej wyznaczany jest zgodnie ze wzorem:

$$y_{k+2|k}^0 = \sum_{j=3}^{D-1} \tilde{\mathbf{S}}_j^2 \cdot \Delta u_{k-j+2} + \tilde{\mathbf{S}}_D^2 \cdot u_{k-D+2} + d_k \tag{56}$$

Procedura jest wykonywana dla całego horyzontu predykcyjnego celem wyznaczenia pełnej odpowiedzi swobodnej obiektu. Macierz dynamiczna budowana jest z zlinearyzowanych odpowiedzi skokowych  $\tilde{\mathbf{S}}_j^p$  odpowiadających poszczególnym chwilom na horyzoncie predykcyjnym, w następujący sposób:

$$\mathbf{M}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{S}}_1^1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{\mathbf{S}}_2^2 & \tilde{\mathbf{S}}_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{S}}_N^N & \tilde{\mathbf{S}}_{N-1}^N & \tilde{\mathbf{S}}_{N-2}^N & \cdots & \tilde{\mathbf{S}}_{N-N_u+1}^N \end{bmatrix} \tag{57}$$

Macierz dynamiczna i odpowiedź swobodna stanowią parametry w rozwiązywanym zadaniu optymalizacji. Jego postać jest równoważna zadaniu rozwiązywanemu w algorytmie FDMC-SL i została przedstawiona we wzorze (52).

### 2.2.5 Algorytm z nieliniową optymalizacją

Ostatnim rozważanym algorytmem jest algorytm określany mianem MPC-NO, czyli algorytm regulacji predykcyjnej z nieliniową optymalizacją (ang. *Model Predictive Control with Nonlinear Optimization*). Algorytm ten w każdej iteracji rozwiązuje pełne zadanie optymalizacji nieliniowej, w którym do obliczania predykcyjnych wykorzystywany jest nieliniowy model obiektu. Zadanie takie można zapisać w następujący sposób:

$$\begin{aligned}
\min_{\Delta u_{k|k}, \dots, \Delta u_{k+N_u-1|k}} & \left\{ \sum_{p=1}^N \| y_{k+p|k}^{\text{zad}} - y_{k+p|k} \|_{\Psi_p}^2 + \sum_{p=0}^{N_u-1} \| \Delta u_{k+p|k} \|_{\Lambda_p}^2 \right\} \\
\text{przy ogr.: } & u^{\min} \leq u_{k+p|k} \leq u^{\max}, \quad p = 0, \dots, N_u - 1 \\
& -\Delta u^{\max} \leq \Delta u_{k+p|k} \leq \Delta u^{\max}, \quad p = 0, \dots, N_u - 1 \\
& y^{\min} \leq y_{k+p|k} \leq y^{\max}, \quad p = 1, \dots, N
\end{aligned} \tag{58}$$

Przedstawione zadanie optymalizacji jest takie samo, jak ogólnie sformułowane zadanie algorytmu regulacji predykcyjnej wyrażone wzorem (18). Wykorzystuje się w nim

nieliniowy model procesu. W związku z tym rozwiązywane zadanie przestaje być w ogólności zadaniem optymalizacji liniowo-kwadratowej, może także być niewypukłe. Dla takich zadań nie istnieją uniwersalne procedury optymalizacji. Rozwiązywanie zadań tego typu bardzo często wymaga dużego nakładu czasu, a także nie ma gwarancji znalezienia rozwiązania o pożądanej dokładności. Z powodu niewypukłości problemu efektywne gradientowe metody optymalizacji znajdują najczęściej jedynie minima lokalne. Problemy te powodują, że praktyczne zastosowanie regulatorów MPC-NO jest dość ograniczone [1].

## 2.3 Warstwowa struktura sterowania

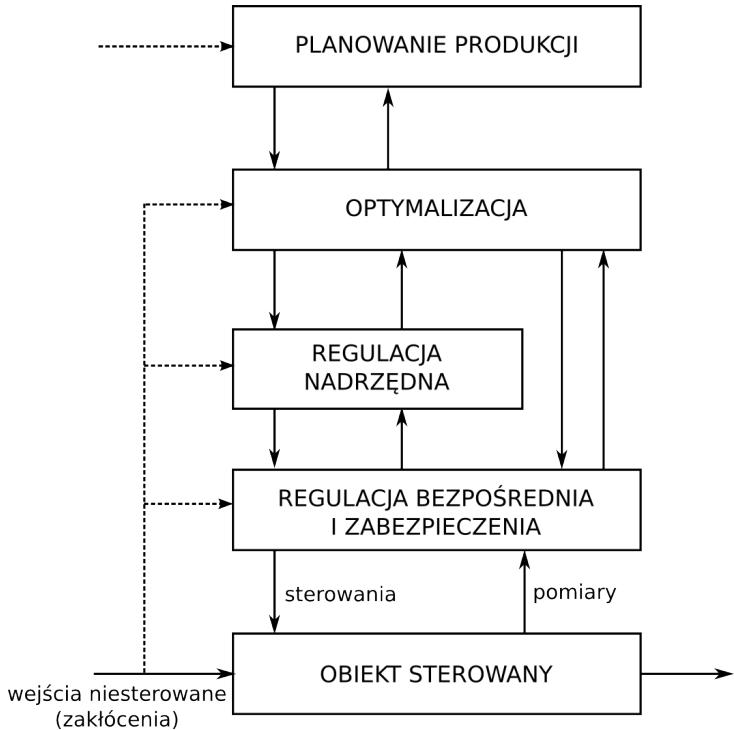
Definicję sterowania obiektem można sformułować jako wywieranie wpływu na obiekt w taki sposób, by spowodować że będzie zachowywał się zgodnie z postawionymi wymaganiami [1]. Obiekt sterowania może być jednak dowolnie skomplikowany - zarówno o prostej strukturze, jak pojedynczy zbiornik, w którym stabilizowany jest poziom cieczy przez sterowanie zaworem odpływu, jak i bardzo złożony, czego przykładem może być kolumna destylacyjna.

Całe zadanie sterowania skomplikowanym i złożonym obiektem może być trudne, stąd często jest ono dekomponowane na różne, wzajemnie ze sobą powiązane zadania cząstkowe. Podstawowy cel sterowania obiektem przemysłowym można podzielić na przykładowe podzadania:

1. Prowadzenie przebiegu procesu w sposób zapewniający bezpieczeństwo przez ograniczenie możliwości wystąpienia awarii i zjawisk niekontrolowanych do akceptowalnego poziomu,
2. Dążenie do utrzymania wartości zmiennych wyjściowych na dopuszczalnym poziomie, czyli zapewnienie np. odpowiedniej jakości produktu,
3. Optymalizacja efektywności działania obiektu, najczęściej sprowadza się do maksymalizacji zysku przy pewnych nałożonych ograniczeniach.

Realizacja każdego z tych zadań odbywa się na innym poziomie struktury hierarchicznej, z wykorzystaniem różniących się od siebie dokładnością modeli i z innym czasem interwencji. Klasyczny schemat obrazujący strukturę warstwową przedstawia rys. 8 [1].

Warstwą najbliższą obiektowi sterowania jest *warstwa regulacji bezpośredniej i bezpieczeństwa*. Głównym jej zadaniem jest zapewnienie bezpieczeństwa sterowanego procesu. Jako jedyna z warstw bezpośrednio oddziałuje na zmienne wejściowe procesu. Ze względu na konieczność częstych interwencji, w celu zapewnienia bezpieczeństwa (czas próbkowania regulatorów tej warstwy to zwykle ułamki sekund lub co najwyżej pojedyncze sekundy), na tym poziomie wykorzystywane są regulatory o stosunkowo prostej strukturze, najczęściej klasyczne lub odpowiednio zmodyfikowane wersje algorytmów typu PID.



Rys. 8. Klasyczny schemat warstwowej struktury sterowania obiektem przemysłowym [1]

Nad warstwą regulacji bezpośredniej znajduje się warstwa *regulacji nadzędnej*. Wyjścia znajdujących się w niej regulatorów są wartościami zadanymi dla regulatorów warstwy regulacji bezpośrednią. Głównym celem regulacji nadzędnej jest zapewnienie odpowiednich wartości zmiennych procesowych o wolniejszej zmienności, które najczęściej stanowią parametry produkcji, jak np. stężenie czy ciężar molowy produktu. Interwencja regulatorów tej warstwy może następować zdecydowanie rzadziej, ich czas próbkowania jest zwykle na poziomie dziesiątek sekund lub pojedynczych minut. Bardzo ważna jest natomiast dokładność działania, zwłaszcza w przypadku nieliniowego procesu. Najczęściej w warstwie tej wykorzystuje się algorytmy regulacji predykcyjnej.

Nad warstwami regulacji znajduje się warstwa *optymalizacji*, której głównym celem jest wyznaczanie *optimalnych* wartości zadanego zarówno dla regulatorów warstwy nadzędnej jak i regulacji bezpośrednią. Zadanie optymalizacji rozwiązywane w tej warstwie najczęściej zawiera wskaźnik jakości natury ekonomicznej wyrażający np. zysk ze sprzedawanego produktu, czy koszt działania obiektu. W przeciwnieństwie do regulatorów, w warstwie optymalizacji wykorzystywany jest najczęściej nieliniowy model statyczny obiektu, ponieważ istotne jest wyznaczenie odpowiedniego punktu pracy. Jego dobór jest uzależniony od aktualnego stanu obiektu i jego otoczenia, które zwykle nie zmienia się w sposób szybki, dlatego często czas interwencji warstwy optymalizacji jest na poziomie pojedynczych godzin.

Najwyższą warstwą struktury przedstawionej na rys. 8 jest warstwa *planowania produkcji*. Jest ona ściśle powiązana z aspektem ekonomicznym całego przedsiębiorstwa, który

re stanowi otoczenie procesu, a jej głównym celem jest wyznaczenie wartości parametrów dla warstwy optymalizacji. Sposób w jaki są wyznaczane zależny jest niemal w całości od strategii rynkowej przedsiębiorstwa, brane są pod uwagę czynniki takie jak ograniczenia produkcyjne, zapotrzebowanie ilościowe i jakościowe na produkt, zmiany cen produktu itp. Typowy czas interwencji na tym poziomie to doba lub kilka dni.

W niniejszej pracy uwaga zostaje skupiona na warstwach regulacji nadzędnej i warstwie optymalizacji. Zasada działania i podział warstwy optymalizacji zostaną przybliżone w kolejnych rozdziałach.

### 2.3.1 Warstwa LSSO - optymalizacja punktu pracy

Warstwa optymalizacji LSSO (ang. *Local Steady-State Optimization*), czyli warstwa lokalnej optymalizacji stanu ustalonego, wyznacza punkt pracy wydzielonej części procesu, z niezależnymi układami regulacji [10, 11]. Operuje ona na statycznym, dokładnym i nieliniowym modelu obiektu, ponieważ konieczne jest by optymalny punkt pracy wyznaczany był możliwie dokładnie. Problem optymalizacji rozwiązywany w warstwie LSSO można zapisać w ogólnej postaci:

$$\begin{aligned} & \min_{y^{\text{ust}}, u^{\text{ust}}} J(u^{\text{ust}}, y^{\text{ust}}) \\ \text{przy ogr.: } & y^{\text{ust}} = F(u^{\text{ust}}, w) \\ & u^{\text{ust}} \in U \\ & y^{\text{ust}} \in Y \end{aligned} \tag{59}$$

gdzie  $y^{\text{ust}}$  i  $u^{\text{ust}}$  to odpowiednio wartości wyjść i sterowań w stanie ustalonym,  $Y$  i  $U$  to ich zbiory wartości dopuszczalnych, a  $F$  jest nieliniowym, statycznym modelem obiektu. Wskaźnik jakości najczęściej ma charakter ekonomiczny, wyrażający zyski, stąd bardzo często można posłużyć się liniowym wskaźnikiem jakości postaci:

$$J(u^{\text{ust}}, y^{\text{ust}}) = \sum_{j=1}^{n_u} p_j \cdot u_j^{\text{ust}} - \sum_{j=1}^{n_y} q_j \cdot y_j^{\text{ust}} \tag{60}$$

gdzie  $n_u$  i  $n_y$  są odpowiednio liczbami sterowań i wyjść, a  $p_j$  i  $q_j$  są cenami odpowiednich sterowań i wyjść.

Zadanie optymalizacji nieliniowej może w ogólności nie być łatwe i szybkie do rozwiązania. Przez to jego rozwiązanie może trwać znacznie dłużej niż okres próbkowania regulatora, dla którego konieczne jest wyznaczenie wartości zadanej. Interwencja warstwy LSSO może też z innych powodów nie być możliwa w każdej iteracji regulatora. W takim przypadku do struktury sterowania wprowadza się dodatkową warstwę optymalizacji, która dostraja wartość zadaną dla regulatora nadzędnego w każdym kroku jego działania. Określa się ją nazwą *steady-state target optimization*.

### 2.3.2 Warstwa SSTO - dostrajanie punktu pracy dla aktualnych wartości zakłóceń

Zadaniem warstwy SSTO jest wyznaczanie wartości zadanych dla regulatora nadziednego, najczęściej regulatora klasy MPC [10, 11]. Stąd jest ono wywoływanie w każdej iteracji działania algorytmu, zatem musi bazować na uproszczonym statycznym modelu obiektu. W tym celu można wykorzystać liniowy model statyczny. Może on zostać pozyskany przez bieżącą linearyzację statycznego modelu nieliniowego z warstwy LSSO. Zadanie programowania liniowego w warstwie SSTO przyjmuje wtedy postać analogiczną do (59), jednak wszystkie zależności przybliżane są w sposób liniowy:

$$\begin{aligned} & \min_{y^{\text{ust}}, u^{\text{ust}}} J^{\text{lin}}(u^{\text{ust}}, y^{\text{ust}}) \\ \text{przy ogr.: } & y^{\text{ust}} = F^{\text{lin}}(u^{\text{ust}}, w) \\ & u^{\text{ust}} \in U \\ & y^{\text{ust}} \in Y \end{aligned} \quad (61)$$

Innym rozwiązaniem jest wykorzystanie modelu obiektu z regulatora. W tym celu wzmacnienie modelu można aproksymować ostatnim elementem znormalizowanej odpowiedzi skokowej wykorzystywanej w regulatorze DMC. Zadanie programowania liniowego z ekonomicznym wskaźnikiem jakości dla warstwy SSTO wykorzystujące model z regulatora można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta y^{\text{ust}}, \Delta u^{\text{ust}}} \{-q^T \cdot \Delta y^{\text{ust}} + p^T \cdot \Delta u^{\text{ust}}\} \\ \text{przy ogr.: } & \Delta y^{\text{ust}} = \mathbf{S}_D \cdot \Delta u^{\text{ust}} \\ & y^{\text{ust}} = y_{k+N|k}^0 + \Delta y^{\text{ust}} \\ & u^{\text{ust}} = u_{k-1} + \Delta u^{\text{ust}} \\ & u^{\text{min}} \leq u^{\text{ust}} \leq u^{\text{max}} \\ & y^{\text{min}} \leq y^{\text{ust}} \leq y^{\text{max}} \end{aligned} \quad (62)$$

Ważnym elementem w powyższym zadaniu jest  $y_{k+N|k}^0$ . Ulega on najczęstszym zmianom podczas całego procesu regulacji. Zawiera on także uwzględnienie pomiaru zakłóceń. Taka definicja zadania programowania liniowego w warstwie SSTO okazała się wystarczająca na potrzeby wszystkich przeprowadzonych eksperymentów. Kiedy sukcesywna linearyzacja modelu pozostaje niewystarczająco dokładna, możliwe jest sformułowanie problemu optymalizacji z liniowo-kwadratowym lub kawałkami liniowym wskaźniku jakości [10]. W ogólności, kiedy występują ograniczenia nałożone na wartości wyjść może dojść do sytuacji, w której zbiór rozwiązań dopuszczalnych będzie pusty. Ograniczenia te relaksuje się wtedy i stanowią dodatkowy człon kary we wskaźniku jakości. [10]

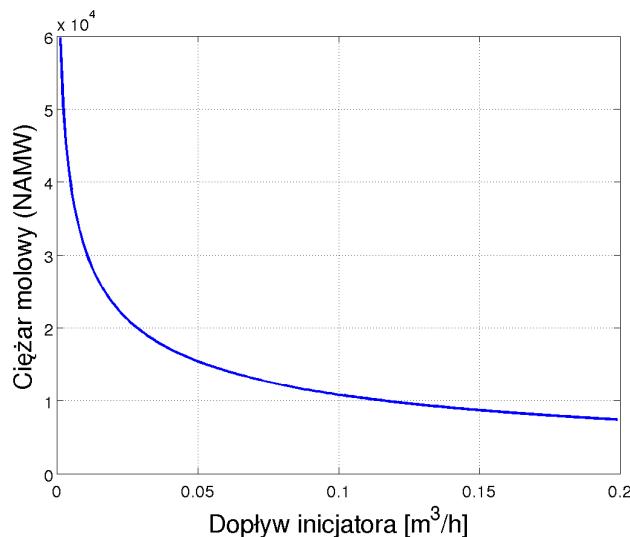
### 3 Sterowanie reaktora polimeryzacji

Pierwszym obiektem rozważanym w pracy jest reaktor polimeryzacji, jako przykład obiektu o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO). Reaktor jest zbiornikiem z ciągłym mieszaninem. Przeprowadzana jest w nim reakcja polimeryzacji rodnikowej metaakrylatu metylu z azobisem w roli inicjatora i toluenu jako rozpuszczalnika. Równania opisujące obiekt i wykorzystywane do symulacji jego zachowania są następujące [12]:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 10(1+z)(6-x_1) - 2,4568x_1\sqrt{x_2} \\ \dot{x}_2 &= 80u - 0,1022x_2 - 10(1+z)x_2 \\ \dot{x}_3 &= 0,002\,412\,1x_1\sqrt{x_2} + 0,112\,191x_2 - 10(1+z)x_3 \\ \dot{x}_4 &= 245,978x_1\sqrt{x_2} - 10(1+z)x_4 \\ y &= \frac{x_4}{x_3}\end{aligned}\tag{63}$$

gdzie  $x_1$  jest stężeniem monomeru,  $x_2$  stężeniem inicjatora, a zmienna regulowana jest ilorazem zmiennych  $x_4$  oraz  $x_3$  i określana jest jako ciężar molowy (ang. *NAMW - number-average molecular weight*). W pracy przyjęto, że dopływ monomeru nie jest stały, a podlega zakłóceniom, stąd pierwotne nieliniowe równania stanu modelu zostały rozszerzone o zmienną  $z$  stanowiącą zakłócenie dopływu monomeru.

#### 3.1 Charakterystyka procesu

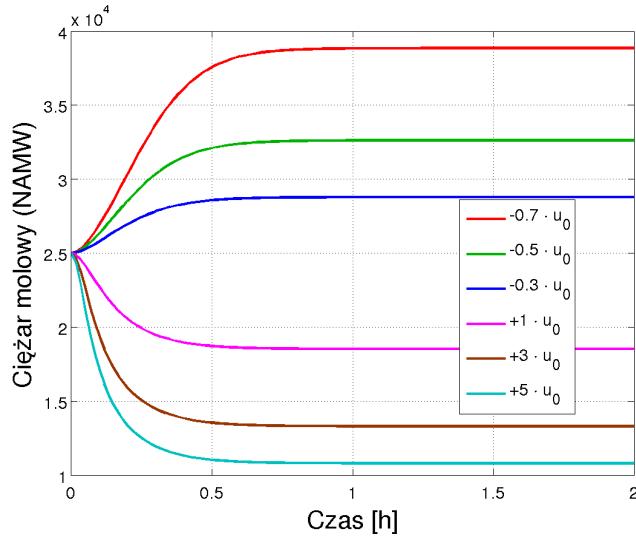


Rys. 9. Charakterystyka statyczna reaktora polimeryzacji

Proces jest silnie nieliniowy. Jego charakterystyka statyczna została przedstawiona na rys. 9. Zwiększenie dopływu inicjatora powoduje, że otrzymywany jest surowiec o mniejszym ciężarem molowym.

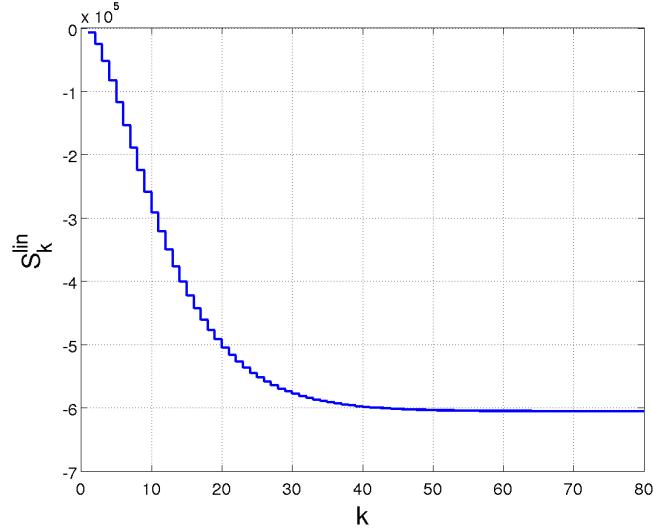
szym cięzarze molowym. Przy niskim dopływie inicjatora, jego względnie niewielkie zmiany powodują dużą zmianę cięzaru produktu, co pokazuje duże nachylenie pierwszej części charakterystyki. Druga jej część jest natomiast zdecydowanie bardziej płaska. Oznacza to, że w celu otrzymania produktu o stosunkowo niewiele zmienionym cięzarze molowym, należy w sposób znaczący zmienić dopływ inicjatora.

W celu dokonania analizy dynamiki procesu została przeprowadzona seria eksperymentów skokowych. Odpowiedzi na skokowe zmiany sterowania przedstawione są na rys. 10. Przy zwiększaniu dopływu inicjatora można zaobserwować szybsze zmiany niż przy zmniejszaniu. Ponadto wartość wyjścia ustala się szybciej niż w przypadku zmniejszania dopływu. Stan ustalony osiągany jest po około 40 minutach. Na podstawie obserwacji dynamiki obiektu, w pracy przyjęto czas dyskretyzacji równy  $T_p = 1$  min. Jest to wartość, która w zupełności wystarcza do oddania dynamiki obiektu, a nie prowadzi do nadmiernego wzrostu ilości obliczeń. Długość horyzontu dynamiki dla tak dobranego okresu próbkowania została ustalona na  $D = 80$ , tak aby odpowiedź skokowa modelu w każdym z rozpatrywanych obszarów osiągała wartość ustaloną.



Rys. 10. Odpowiedzi obiektu na skokowe zmiany wartości sterującej

Dla podanego w artykule [12] punktu pracy ( $u_0 = 0,016\,783 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ ,  $y_0 = 25\,000,5$ ) został wykonany eksperyment skokowy. Ze względu na nieliniowość obiektu wartość sygnału sterującego została zwiększena o niewielką wartość  $du = 0,0001$ , a następnie zarejestrowana odpowiedź została znormalizowana. Jej przebieg przedstawia rys. 11 i posłużyła ona jako liniowy model obiektu w regulatorze DMC.



**Rys. 11.** Znormalizowana dyskretna odpowiedź skokowa wykorzystana jako model w regulatorze DMC

## 3.2 Modelowanie rozmyte reaktora

### 3.2.1 Rozmyta sieć neuronowa

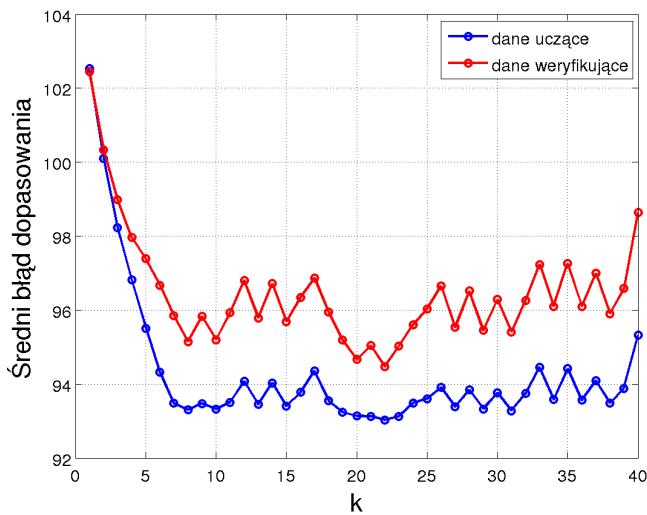
Pierwszym podejściem do stworzenia modelu rozmytego reaktora polimeryzacji było stworzenie modelu rozmytego w postaci rozmytej sieci neuronowej. Do tego celu wykorzystana została implementacja struktury ANFIS z pakietu Fuzzy Logic Toolbox programu Matlab [8]. Aby móc utworzyć model rozmyty posługując się tym narzędziem, należało otrzymać odpowiedni zbiór danych uczących. W pracy zostało przyjęte, że wartość wyjściowa obiektu będzie zmieniana w zakresie  $[10\ 000 - 40\ 000]$ . Aby model był dobrze dopasowany w całym obszarze zmienności, dane uczące zostały wygenerowane w taki sposób, aby w miarę równomiernie pokryć wartości z tego zbioru. Wybranych zostało 100 równo oddalonych od siebie wartości wyjścia, dla których dopasowano odpowiednie wartości sterowania. Następnie równania obiektu zostały zasymulowane przy sterowaniu zmieniającym wartość w sposób losowy, bez powtarzania, z odpowiednio utworzonego zbioru. Sterowanie zmieniane było co 120 okresów próbkowania. Symulacja obiektu została powtórzona, by uzyskać zarówno zbiór danych uczących, jak i weryfikujących.

Przyjęty został model pierwszego rzędu, czyli równanie wyjściowe sieci można zapisać jako:

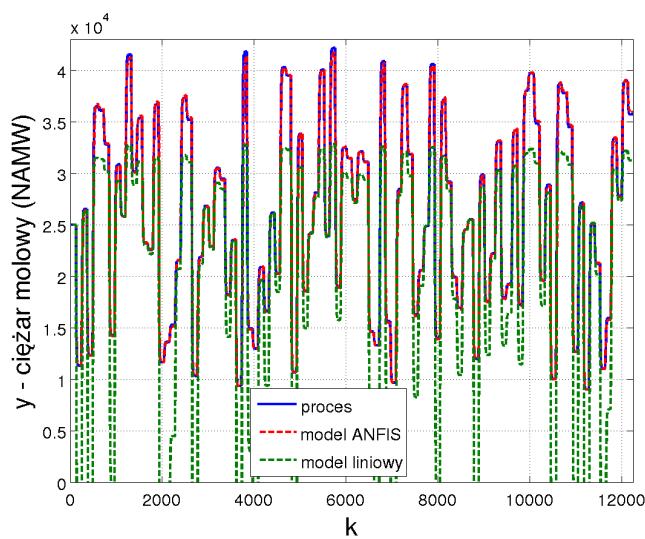
$$y_k = f(y_{k-1}, u_{k-1}) \quad (64)$$

Uczenie modelu przebiegało z użyciem procedury `anfis`, ponieważ daje ona większą kontrolę nad przebiegiem uczenia niż graficzny interfejs użytkownika. Przy pierwszym podejściu do uczenia rozmywane miało być tylko pierwsze wejście modelu, tj. poprzednia wartość wyjścia. Obserwacje działania narzędzia pokazały, że mimo iż taka możliwość istnieje (możliwe jest określenie tylko jednego zbioru rozmytego dla zmiennej  $u_{k-1}$ ), to uczenie nie

przebiega w sposób poprawny. W kolejnych epokach średni błąd dopasowania przyjmował nieprawidłowe wartości (`NaN`), stąd konieczne było podzielenie dziedziny drugiego wejścia modelu (sterowania) na dwa zbiory rozmyte. Wykorzystane zostały dzwonowe funkcje przynależności. Pierwsza aproksymacja modelu okazała się dość dobra, proces uczenia trwał 40 epok, ale najlepsze wyniki zostały osiągnięte już po 22. epoce. Na rys. 12 przedstawione zostały zmiany średniego błędu modelu. Wygodną cechą procedury uczącej jest możliwość wykorzystania od razu danych weryfikujących, dzięki czemu podczas uczenia na bieżąco sprawdzany jest błąd dla danych weryfikujących i zapamiętywane są wartości parametrów modelu, dla których był on najmniejszy podczas całego trwania uczenia.

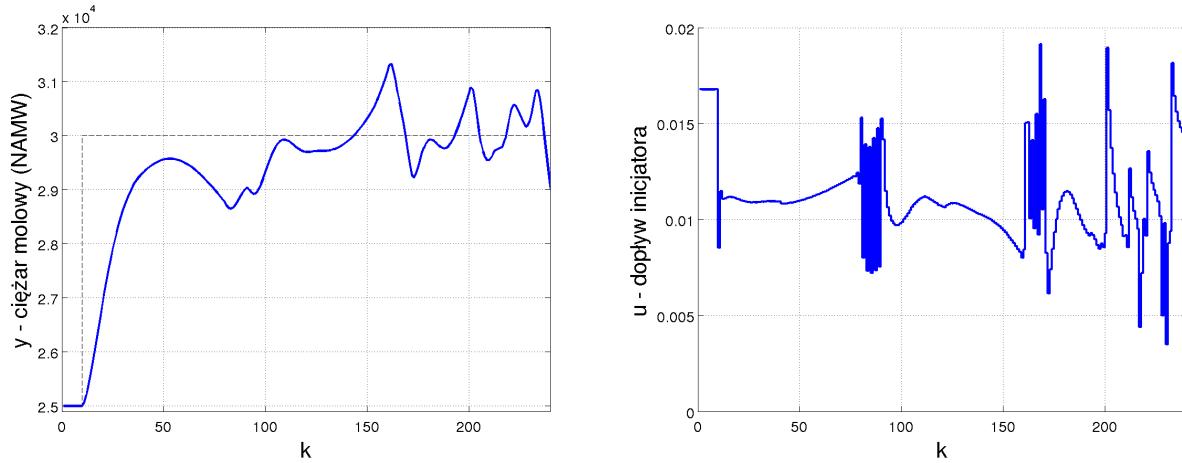


Rys. 12. Zmiana średniej wartości błędu modelu dla danych uczących i weryfikujących podczas uczenia rozmytej sieci neuronowej



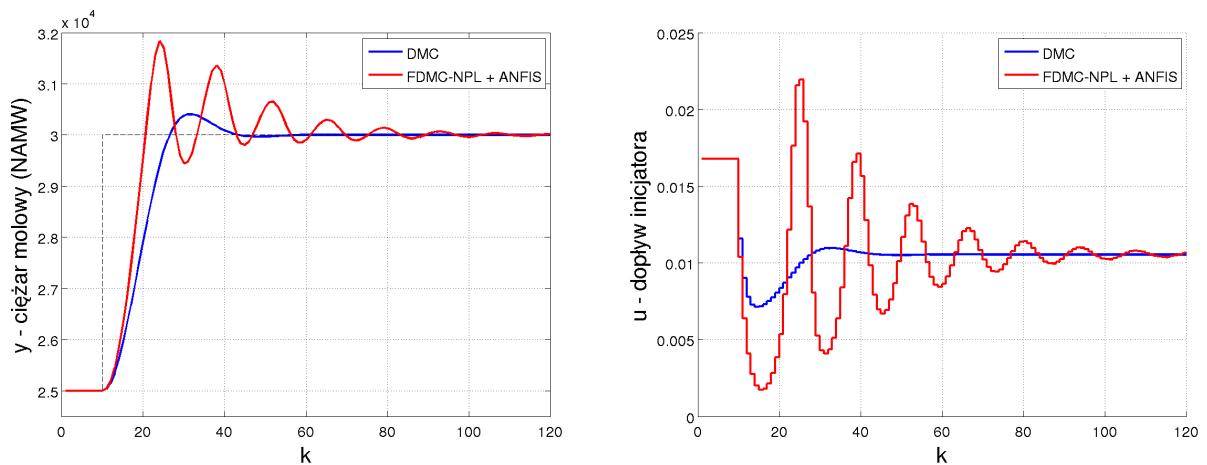
Rys. 13. Dopasowanie modelu liniowego i modelu ANFIS na zbiorze danych weryfikujących

Model wynikowy jest bardzo dobrze dopasowany do danych, co zostało przedstawione na rys. 13. Już zaledwie cztery reguły rozmyte pozwoliły dobrze odwzorować działanie obiektu. Mimo dobrego odwzorowania zachowania obiektu, model w postaci ANFIS nie sprawdził się w regulatorach. Odpowiedzi układu regulacji z regulatorem FDMC-NPL na prosty przypadek skokowej zmiany wartości zadanej o +20% przedstawione zostały na rys. 14.



**Rys. 14.** Odpowiedź układu regulacji FDMC-NPL wykorzystującego model rozmyty o strukturze ANFIS; analityczne wyznaczanie modelu

Widoczne jest niestabilne działanie tak zaprojektowanego regulatora. Z dalszej analizy utworzonego modelu wynika, że modele lokalne w strukturze ANFIS nie są poprawne. Niektóre z nich cechują się przeciwną wartością wzmacnienia, albo są modelami niestabilnymi. Przy analitycznym wyznaczeniu modelu w postaci znormalizowanej odpowiedzi na skok jednostkowy, otrzymywany model jest błędny, co prowadzi do wyznaczania złej wartości sterowania.



**Rys. 15.** Odpowiedź układu regulacji FDMC-NPL wykorzystującego model rozmyty o strukturze ANFIS i układu regulacji z klasycznym algorytmem DMC; potraktowanie struktury ANFIS jak czarnej skrzynki

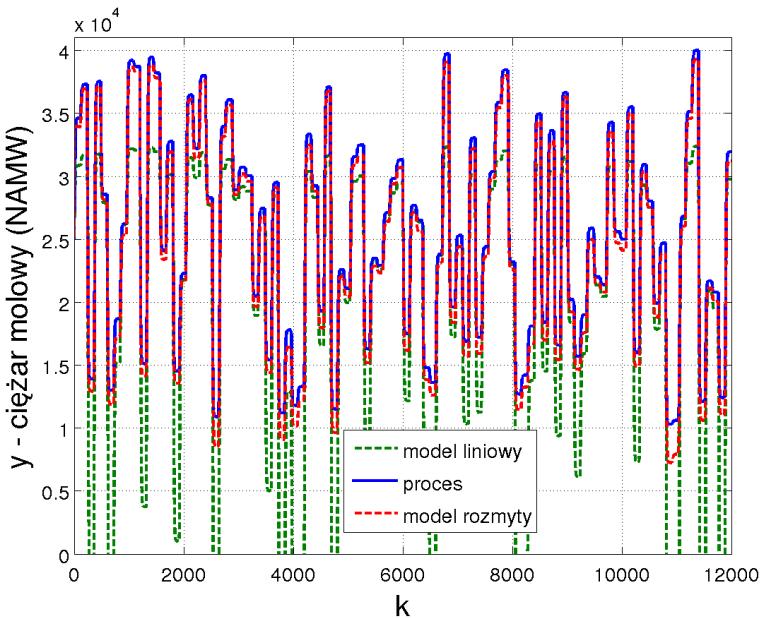
Lepsze rezultaty z wykorzystaniem struktury ANFIS uzyskano traktując ją jako czarną skrzynkę. Wtedy odpowiedź swobodna wyznaczana była bezpośrednio z struktury ANFIS, bez analitycznego wyznaczania parametrów modelu. Konieczne było także wykonanie eksperymentu skokowego w każdej iteracji, aby uzyskać znormalizowaną odpowiedź skokową do utworzenia macierzy dynamicznej. Wielkość skoku nie mogła być zbyt mała, ponieważ przy zbyt malej wartości  $du$  uzyskiwany model nie był poprawny - wzmacnianie modelu przyjmowało w niektórych przypadkach przeciwny znak. Odpowiedź układu regulacji z regulatorem FDMC-NPL na skok wartości zadanej o +20% przy potraktowaniu struktury ANFIS jako czarnej skrzynki przedstawia rys. 15. Dla porównania przedstawiono także działanie regulatora DMC przy takim samym zestawie parametrów:  $D = 80$ ,  $N = 50$ ,  $N_u = 2$ ,  $\lambda = 10^{12}$ . Wykorzystanie implementacji struktury ANFIS z programu Matlab w bardziej wyrafinowanym algorytmie jakim jest algorytm z nieliniową predykcją i linearyzacją dało gorsze rezultaty od klasycznego regulatora DMC z modelem liniowym.

Dalsze douczanie modelu rozmytego nie przynosiło poprawy rezultatów. Wobec tego zwiększana była liczba zbiorów rozmytych jednak i w tym wypadku pojawiały się niestabilne i niepoprawne modele lokalne w strukturze ANFIS. Sprawdzony został także przypadek zwiększenia rzędu modelu. Wiąże się to ze skomplikowaniem jego struktury, ponieważ zwiększa się liczba wejść, a co za tym idzie zbiorów rozmytych i parametrów modelu. Rozszerzenie jego postaci również nie wyeliminowało problemu z niestabilnymi i nieprawidłowymi modelami lokalnymi. W związku z tym zaproponowane zostało inne podejście do zbudowania modelu rozmytego, w którym modele lokalne są już w postaci odpowiedzi skokowych. Dokładny opis tworzenia modelu rozmytego został przedstawiony w kolejnym rozdziale.

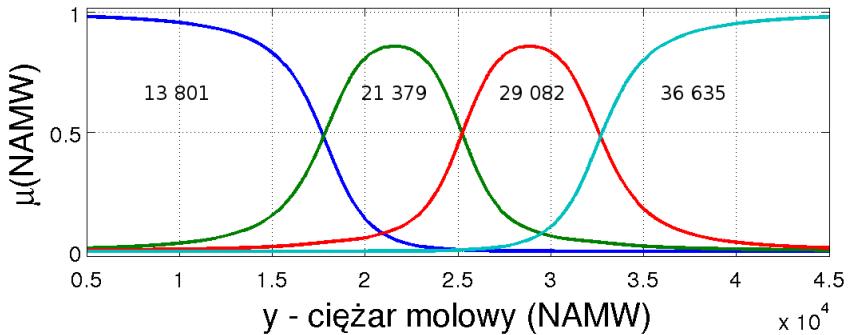
### **3.2.2 Model rozmyty opracowany metodą ekspercką**

Metodyka opracowywania modelu rozmytego dla obiektu polegała na otrzymaniu modeli liniowych w postaci znormalizowanych odpowiedzi obiektu na skok jednostkowy wartości sterowania, a funkcje przynależności były dobierane jako zestaw funkcji dzwonowych z uwagi na ich różniczkowalność i ciągłość.

Początkowy model rozmyty składał się z czterech reguł, jednak rozmywana była tylko wartość wyjścia, więc rozpatrywany zakres zmienności wyjścia został podzielony na cztery zbiory rozmyte. W celu odpowiedniego rozmieszczenia modeli lokalnych wykorzystana została procedura `fcm` programu Matlab służąca do podziału danych wejściowych na zadaną liczbę klastrów. W efekcie model rozmyty składał się z czterech liniowych modeli lokalnych pozyskanych w punktach pracy odpowiadających następującym wartościom ciężaru molowego: 13 801, 21 379, 29 082, 36 635. Początkowo uzyskany model był dobry, jego dopasowanie do rzeczywistych wartości obiektu i kształt znormalizowanych funkcji przynależności przedstawiony został na rys. 16.



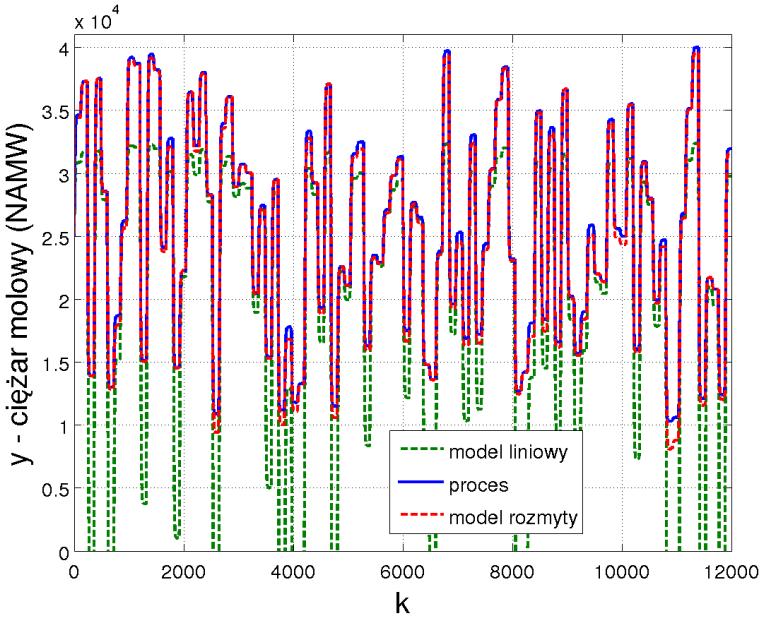
(a) Sygnał wyjściowy modelu i procesu



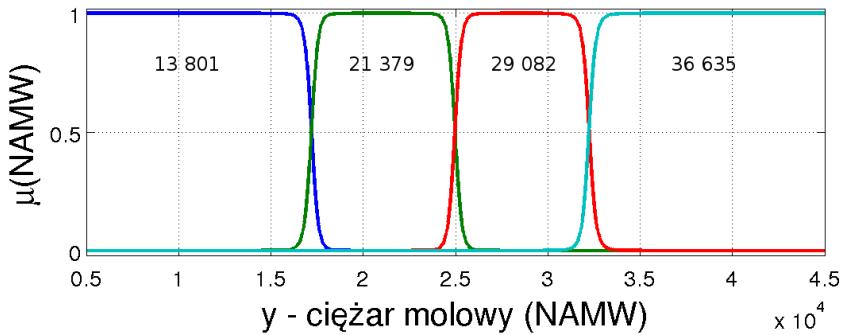
(b) Znormalizowane funkcje przynależności

Rys. 16. Podział dziedziny procesu na zbiory rozmyte i dopasowanie modelu rozmytego z czterema modelami lokalnymi;  $J = 12,4026 \cdot 10^9$

W celu poprawy dopasowania modelu, parametry funkcji przynależności były dalej optymalizowane. Działanie procedury optymalizacji powodowało, że model rozmyty stawał się ostatecznie modelem z ostro przełączanymi liniowymi modelami lokalnymi. Aby tego uniknąć zostały narzucone ograniczenia na wartości parametrów funkcji przynależności. Dopuszczane było, aby parametry  $a$  i  $b$  funkcji dzwonowych mogły zmieniać się w zakresie 25-400% swoich pierwotnych wartości, a parametr  $c$  w zakresie 80-120%, aby funkcja przynależności nie została zbyt oddalona od punktu pracy, w którym została pozyskana odpowiedź skokowa, a jej nachylenie nie stało się zbyt strome. W wyniku tak sformułowanego zadania optymalizacji uzyskany model rozmyty lepiej odzworowuje obiekt rzeczywisty, jednak kosztem bardziej ostrego przełączania, co zostało przedstawione na rys. 17.



(a) Sygnał wyjściowy modelu i procesu



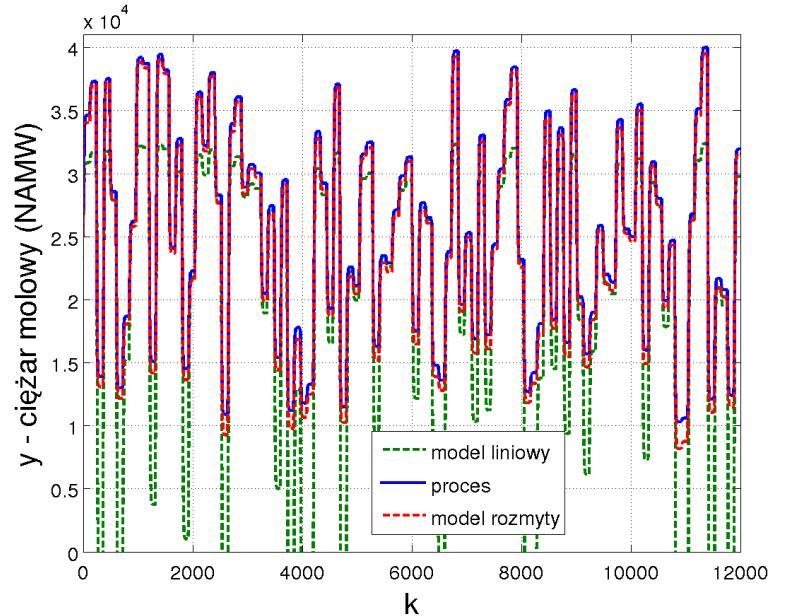
(b) Znormalizowane funkcje przynależności

**Rys. 17.** Podział dziedziny procesu na zbiory rozmyte i dopasowanie modelu rozmytego z czterema modelami lokalnymi po zoptymalizowaniu parametrów funkcji przynależności;  $J = 4,3581 \cdot 10^9$

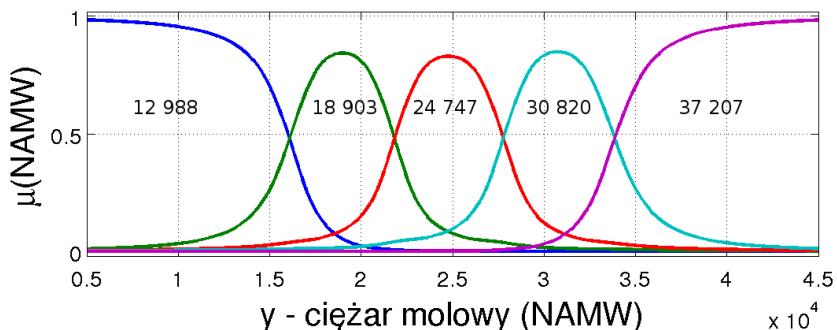
Uzyskany model rozmyty nie działał w sposób prawidłowy. Ostrzejsze przełączanie pomiędzy modelami lokalnymi przyniosło niekorzystne efekty w postaci oscylacyjnego charakteru odpowiedzi swobodnej w algorytmach FDMC-NPL i MPC-NO, co skutkowało niepoprawnym działaniem regulatorów. Początkowy model z płynnie przełączanymi funkcjami przynależności również okazał się nie dość dokładny, by mógł z powodzeniem zostać wykorzystany w regulatorach.

W celu zwiększenia dokładności modelu rozmytego, baza reguł została zwiększona do 5 reguł rozmytych. Modele lokalne zostały ulokowane zgodnie z wynikiem działania procedury `fcm` w punktach pracy odpowiadających wartościami: 12 988, 18 903, 24 747, 30 820, 37 207. Dopasowanie uzyskanego modelu i kształt dobranych dzwonowych funkcji przynależności przedstawiony został na rys.18. Tak uzyskany model, mimo nieco gorszej wartości wskaźnika jakości od poprzedniego, był wystarczająco dokładny dzięki płynnemu przełą-

czaniu modeli lokalnych i został wykorzystany we wszystkich opracowanych regulatorach rozmytych.



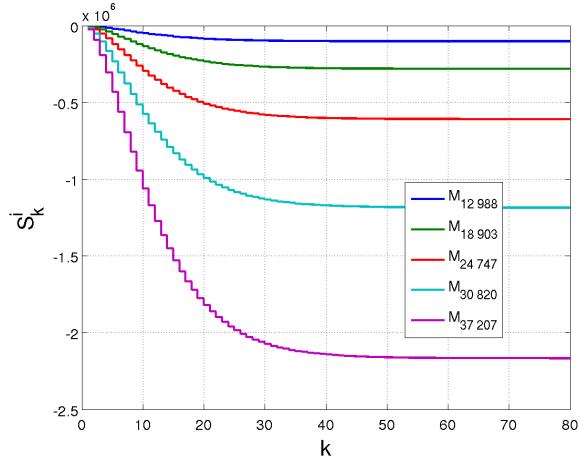
(a) Sygnał wyjściowy modelu i procesu



(b) Znormalizowane funkcje przynależności

**Rys. 18.** Podział dziedziny procesu na zbiory rozmyte i dopasowanie modelu rozmytego z pięcioma modelami lokalnymi;  $J = 7,3556 \cdot 10^9$

Odpowiedzi skokowe dla poszczególnych modeli lokalnych zostały przedstawione na rys. 19. Można zauważać znaczące zmiany wzmocnienia obiektu w kolejnych obszarach, których uwzględnienie gwarantuje dobre odwzorowanie procesu. Regulatory rozmyte bazujące na uzyskanym modelu rozmytym działają sprawnie, co zostanie przedstawione w kolejnej części pracy.



**Rys. 19.** Znormalizowane odpowiedzi skokowe obiektu odpowiadające poszczególnym regułom modelu rozmytego

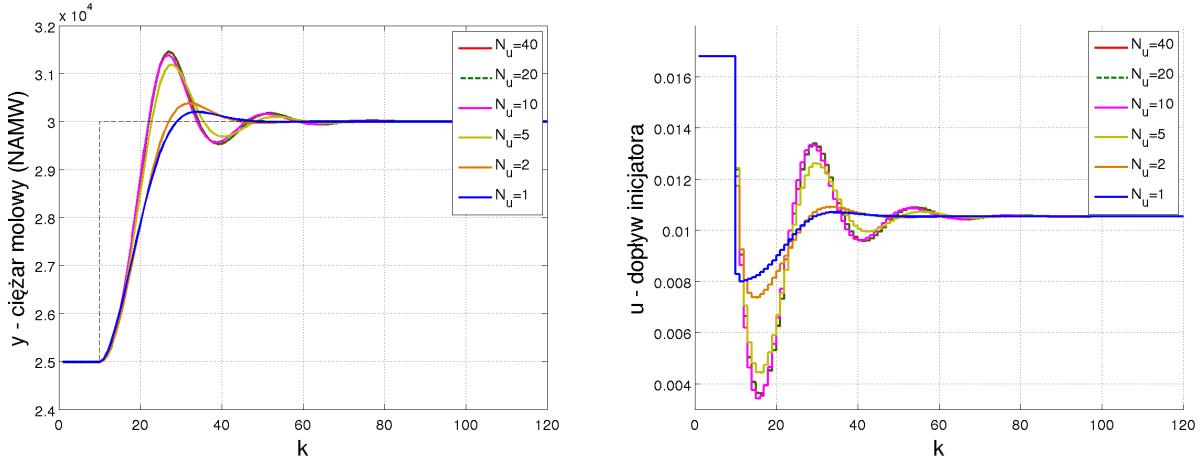
### 3.3 Regulacja procesu

#### 3.3.1 Strojenie algorytmu DMC

Wykorzystując pozyskaną odpowiedź skokową przedstawioną na rys. 11 sporządzony został klasyczny algorytm DMC w wersji numerycznej. W celu dostrojenia jego działania konieczne jest dobranie odpowiednich wartości horyzontów predykcji, sterowania i parametru kary  $\lambda$ . Do strojenia została wykorzystany przypadek zmiany wartości zadanej z 25 000 na 30 000 (zmiana wartości zadanej o 20%). Początkowe długości horyzontów predykcji i sterowania wynosiły odpowiednio:  $N = 80$  i  $N_u = 40$ . Dla tej kombinacji wartości parametr kary zapewniający akceptowalną jakość regulacji, jak i łagodny przebieg sterowania wynosi  $\lambda = 10^{12}$ .

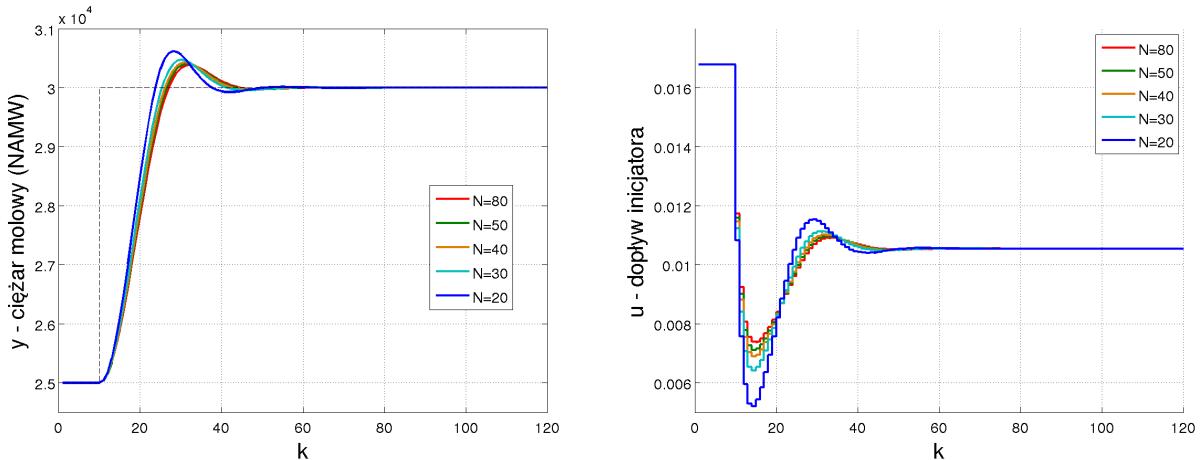
Początkowe wartości parametrów zapewniają akceptowalne działanie algorytmu, jednak w celu osiągnięcia lepszych rezultatów konieczne jest sprawdzenie zachowania układu regulacji przy różnych wartościach parametrów. W pierwszej kolejności skracany był horyzont sterowania. Jego długość określa wymiar zadania optymalizacji, które rozwiązywane jest przez algorytm w wersji numerycznej w każdej iteracji. Stąd skrócenie jego długości ma kluczowy wpływ na szybkość działania algorytmu.

Działanie układu regulacji dla różnych długości horyzontu sterowania przedstawiono na rys. 20. Można zauważyć, że dla dłuższych horyzontów sterowania czas regulacji jest dłuższy. Skrócenie horyzontu sterowania do wartości  $N_u = 2$  znacząco poprawia działanie układu. Czas regulacji ulega skróceniu, a także znaczącemu zmniejszeniu podlega przeregulowanie. Najlepszy przebieg wartości wyjściowej został uzyskany dla jednostkowego horyzontu sterowania, jednak pogorszeniu ulega wtedy przebieg sygnału sterującego, ponieważ generowany jest znacznie większy przyrost sterowania w początkowej chwili, w porównaniu do horyzontu sterowania równego  $N_u = 2$ . Wobec tego przyjęto horyzont sterowania o długości  $N_u = 2$ .



**Rys. 20.** Działanie układu regulacji z regulatorem DMC dla horyzontu predykcji  $N = 80$ , ustalonego parametru kary  $\lambda = 10^{12}$  i z różnymi długościami horyzontu sterowania

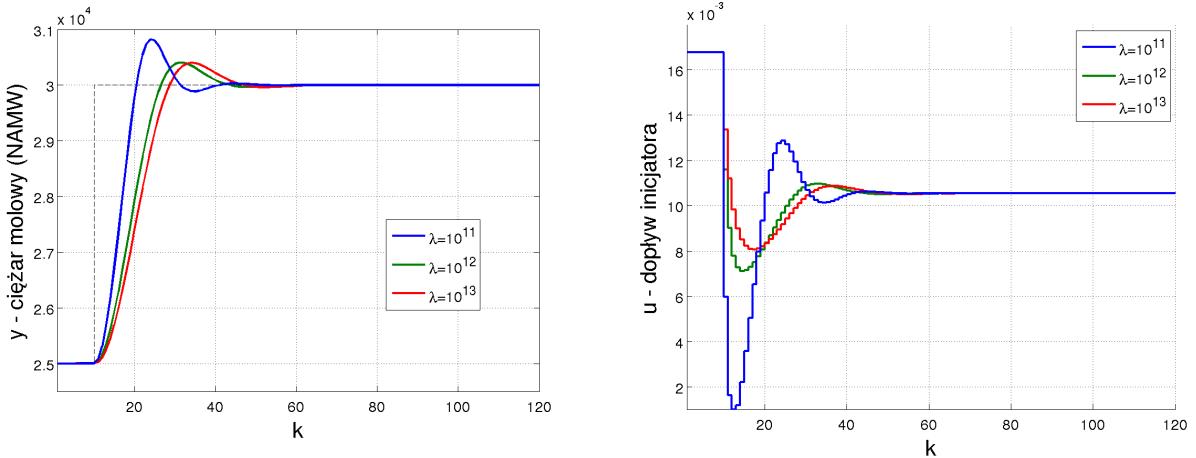
Kolejnym etapem było skrócenie horyzontu predykcji. W ogólności, stosowanie długich horyzontów predykcji gwarantuje stabilność algorytmów regulacji predykcyjnej, jednak dłuższe horyzonty predykcji wiążą się z większym nakładem obliczeniowym. W przypadku algorytmów w wersji numerycznej ich wpływ nie jest tak znaczący jak wpływ horyzontu sterowania, warto jednak sprawdzić w jakim stopniu możliwe jest skrócenie horyzontu predykcji, które nie spowoduje znacznych różnic w działaniu układu regulacji. Różnice w działaniu układu regulacji z różnymi długościami horyzontu predykcji przedstawiono na rys. 21.



**Rys. 21.** Działanie układu regulacji z regulatorem DMC dla horyzontu sterowania  $N_u = 2$ , ustalonego parametru kary  $\lambda = 10^{12}$  i z różnymi długościami horyzontu predykcji

Można zauważyć, że skracanie horyzontu predykcji aż do wartości  $N = 50$  nie niesie znaczącego wpływu na działanie algorytmu. Dopiero dalsze jego skracanie zwiększa przeregulowanie, a także powoduje większe zmiany w przebiegu sygnału sterującego. Aby dobrze wykorzystać zarówno wiedzę o obiekcie zawartą w modelu, jak i zmniejszyć nakład obliczeniowy, należy skrócić horyzont predykcji do wartości  $N = 30$ .

czeniowy związany z wyznaczaniem prognozy przyszłych zmian wartości wyjścia, przyjęto horyzont predykcji o długości  $N = 50$ .



**Rys. 22.** Działanie układu regulacji z regulatorem liniowym dla horyzontu predykcji  $N = 50$ , horyzontu sterowania  $N_u = 2$  i różnych wartości parametru kary  $\lambda$

Ostatnim parametrem, który podlegał strojeniu był parametr kary za przyrosty sterowania  $\lambda$ . Rys. 22 przedstawia działanie układu regulacji przy zmianie parametru kary. Zwiększenie jego wartości powoduje łagodniejsze działanie regulatora, jednak prowadzi to do wydłużenia czasu regulacji. Zmniejszenie parametru kary wiąże się natomiast z bardziej agresywnym działaniem regulatora. Sygnał wyjściowy procesu zbliża się do wartości zadanej z większym nachyleniem co spowodowane jest silniejszym sterowaniem. Nagły jego przyrost powoduje większe przeregulowanie, a czas regulacji nie ulega poprawie. Kompromisem pomiędzy łagodnym działaniem regulatora i sprawną regulacją procesu jest pozostawienie parametru kary bez zmian na poziomie  $\lambda = 10^{12}$ .

Przyjęte długości horyzontów dynamiki, predykcji i sterowania o wartościach odpowiednio  $D = 80$ ,  $N = 50$ ,  $N_u = 2$  obowiązują dla wszystkich testowanych algorytmów regulacji predykcyjnej zaprojektowanych dla reaktora polimeryzacji. W przypadku regulatorów bazujących na modelu rozmytym korzystnym zabiegiem okazało się rozmywanie parametru kary, co zostanie przedstawione szerzej w kolejnym rozdziale.

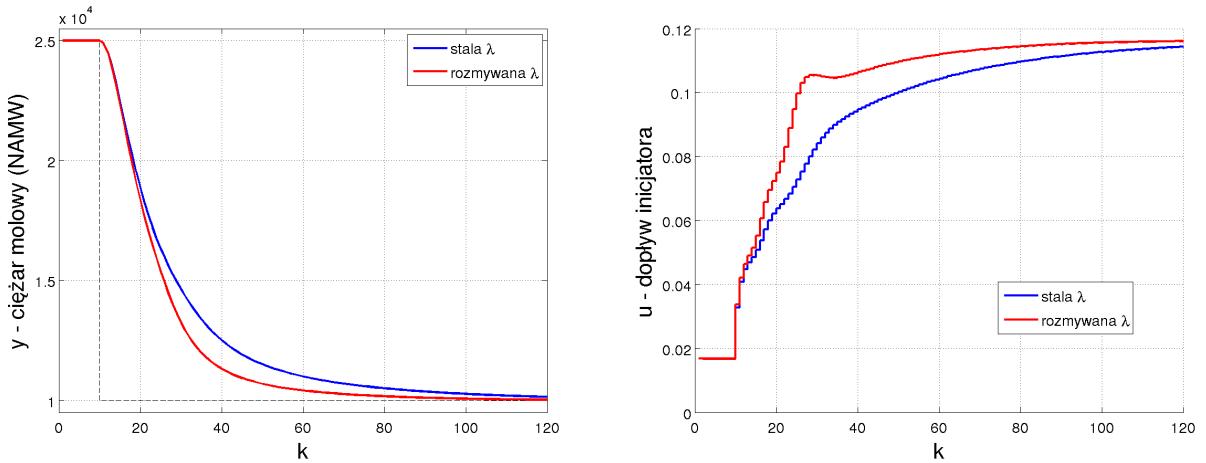
### 3.3.2 Rozmyty parametr kary $\lambda$ regulatora

Klasycznie dla algorytmów regulacji predykcyjnej dobierana jest wartość współczynnika kary, która jest stała. W ogólności możliwe jest różnicowanie wartości parametru kary dla kolejnych chwil na horyzoncie predykcji, jednak są one dobierane przy strojeniu regulatora i nie są zmieniane podczas biegu procesu [1].

Wartość parametru kary może jednak być zróżnicowana w poszczególnych obszarach modelu rozmytego. W przypadku podejścia PDC wygodne jest stworzenie regulatorów lokalnych wykorzystujących parametr kary dobrany odpowiednio dla obszaru, w którym

obowiązują. W ten sposób lokalnie działają regulatory zarówno bazujące na dopasowanym do bieżącego obszaru modelu liniowym, jak i na odpowiednio dobranym parametrze kary. W przypadku algorytmów numerycznych z linearyzacją modelu nieliniowego, dla każdej reguły dobierana jest odpowiednia wartość parametru kary. W każdej iteracji bieżąca wartość parametru kary obliczana jest z wykorzystaniem wnioskowania rozmytego, w sposób analogiczny, w jaki pozyskiwany jest model zlinearyzowany obowiązujący w danej chwili. W ten sam sposób wyznaczana jest wartość parametru kary w regulatorze z nieliniową optymalizacją.

Przyglądając się charakterystyce statycznej przedstawionej na rys. 9, wzmacnienie procesu diametralnie zmienia się w obszarze małych ciężarów molowych. Wykorzystanie modelu rozmytego z modelami lokalnymi pozyskanymi w obszarze o niskim wzmacnieniu wniesie znaczącą poprawę jakości regulacji. Przy istotnie zmniejszającym się wzmacnieniu może zaistnieć sytuacja, że stały parametr kary, który dawał dobre rezultaty dla większych wartości wzmacnień, może być zbyt duży. W efekcie regulator będzie działał z pewną rezerwą i nie będzie tak szybki jak mógłby być. W obszarze większych ciężarów molowych wzmacnienie obiektu nie zmienia się w sposób znaczący, dlatego wartość parametru kary w tym obszarze nie będzie zmieniana. Dobre efekty przyniosło zmniejszenie parametru kary dla reguł obowiązujących przy ciężarze molowym o wartościach 12 988 i 18 903. Efekt wprowadzonych zmian przedstawiony został na rys. 23 na przykładzie działania algorytmu FDMC.



Rys. 23. Działanie układu regulacji z regulatorem FDMC przy stałym parametrze  $\lambda$  i przy zmniejszaniu wartości kary w obszarze niższych ciężarów molowych

Wyraźnie widoczne jest generowanie większych przyrostów sterowania przy rozmywanym parametrze kary, dzięki czemu wartość wyjścia szybciej nadąża za zmianą wartości zadanej. Mimo mniejszej wartości parametru kary, przyrosty sterowania wciąż pozostały na akceptowalnym poziomie. Wobec tego w dalszych eksperymentach przyjęta została wartość parametru kary  $\lambda = 10^{11}$  dla modelu lokalnego odpowiadającego wartości 18 903 i  $\lambda = 10^{10}$  dla modelu lokalnego odpowiadającego wartości 12 988. Dla pozostałych re-

guł odpowiadających wartościom wyjścia procesu równym 24 747, 30 280 i 37 207, wartość parametru kary za przyrosty sterowania wynosi  $\lambda = 10^{12}$ .

### 3.3.3 Zmiana wartości zadanych

Pierwsze testy regulatorów obejmowały eksperymenty polegające na skokowej zmianie wartości zadanych. Punktem startowym był punkt pracy podany w artykule [12], wartość zadana dla regulatora była zmieniana kolejno o  $\pm 20\%$  i w celu lepszego pokazania zalet wykorzystania podejścia rozmytego także o  $\pm 60\%$ .

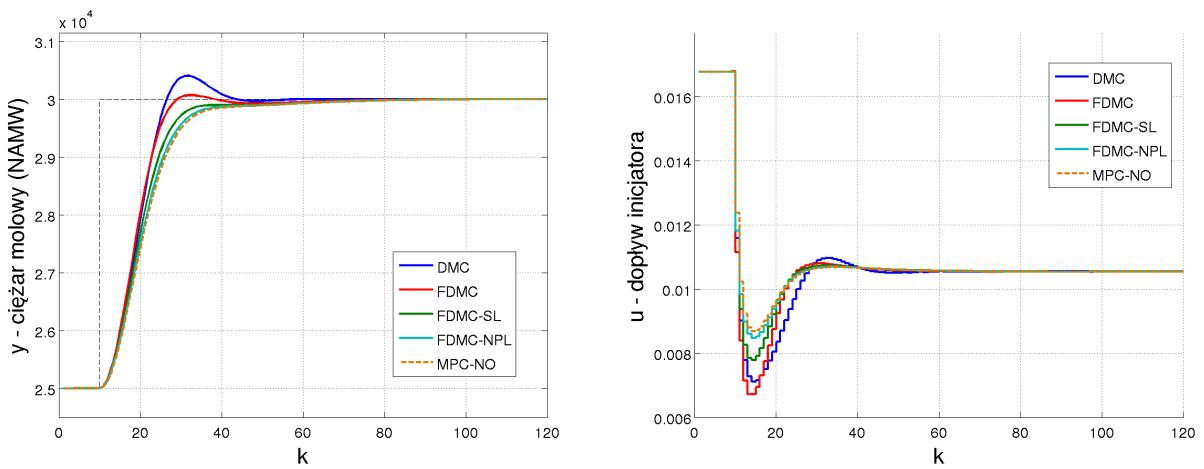
Przy zwiększeniu wartości zadanej o 20% można zauważyc na rys. 24a, że w przeciwieństwie do regulatora DMC, algorytmy wykorzystujące rozmyty model procesu osiągają wartość zadaną praktycznie bez przeregulowania. Czasy ustalania są zbliżone dla wszystkich regulatorów, choć regulator DMC ustala wartość wyjścia nieco szybciej od algorytmów opartych na podejściu rozmytym. Jego przewaga nie jest jednak znacząca. Jest to przypadek, dla którego strojony był klasyczny regulator DMC, stąd jego dobre działanie jest tu pożądane. Najbardziej agresywnie spośród algorytmów wykorzystujących model rozmyty działa algorytm FDMC, zauważalnie łagodniejsze w działaniu są algorytmy zaimplementowane w wersji numerycznej. Nieco mniejsze przyrosty sterowania od klasycznego algorytmu DMC generowane są przez regulator FDMC-SL, natomiast najłagodniejsze sterowanie wyznaczane jest przez najbardziej wyrafinowane algorytmy FDMC-NPL i MPC-NO.

Zmniejszenie wartości zadanej o 20% przedstawione zostało na rys. 24b. W takich warunkach proces zachodzi wolniej, przez co wymagane jest agresywniejsze sterowanie. Algorytmy bazujące na modelu rozmytym w tym przypadku radzą sobie zdecydowanie lepiej niż regulator DMC. Najwolniejszy z nich, regulator FDMC-SL, osiąga wartość zadaną już w ok. 70 iteracji, podczas gdy wykorzystując algorytm DMC wartość wyjścia ustala się dopiero w ok. 90 iteracji. W przypadku agresywnego regulatora FDMC sytuacja kształtuje się jeszcze lepiej, wartość zadana osiągana jest w 60 iteracji, co jest wynikiem zbliżonym do algorytmów FDMC-NPL i MPC-NO, które działając niemal w identyczny sposób, osiągają wartość zadaną w podobnym momencie co FDMC. Szybsze osiąganie wartości zadanej algorytmów wykorzystujących model rozmyty wynika z wnioskowania rozmytego, które dostarcza zarówno lepszej niż model liniowy wiedzy o procesie, jak i pozwala zmniejszyć wartość parametru kary do wartości bardziej adekwatnych do bieżącej wartości wyjścia.

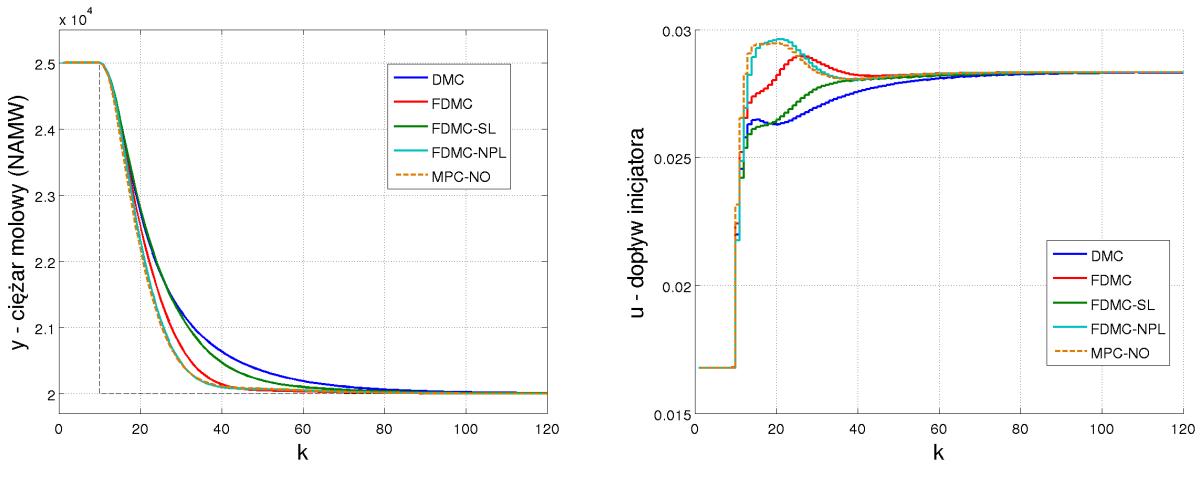
Większe oddalenie się od początkowego punktu pracy powoduje aktywację kolejnych modeli lokalnych, przez co regulatory wykorzystujące model rozmyty działają na ciągle adekwatnym modelu. Przypadek zmiany wartości zadanej o  $+60\%$  został przedstawiony na rys. 24c. Regulator DMC ciągle dysponuje wiedzą o mniejszym wzmacnieniu obiektu, przez co generuje silne przeregulowanie, a odpowiedź ma charakter oscylacyjny. Czas regulacji jest dużo dłuższy niż w przypadku algorytmów bazujących na modelu rozmytym,

które osiągają wartość zadaną w sposób łagodniejszy. Zarówno przeregulowanie jest znacząco mniejsze niż w przypadku algorytmu DMC, jak i przebiegi pozabawione są oscylacjami. Nieco mniejsze przeregulowanie powstaje z użyciem algorytmów FDMC-NPL i MPC-NO, które wykorzystują pełniejszą wiedzę o procesie i szybciej redukują wartość sterowania. Najbardziej agresywny wciąż jest algorytm FDMC, który jako jedyny z testowanych algorytmów już w pierwszej iteracji po zmianie wartości zadanej zatrzymuje się na ograniczeniu. Jest to jedyny algorytm analityczny, więc w jego przypadku ograniczenia nie są uwzględniane przy wyznaczaniu optymalnego przyrostu sterowania, a wyznaczona wartość sterowania jest jedynie rzutowana na zbiór wartości dopuszczalnych.

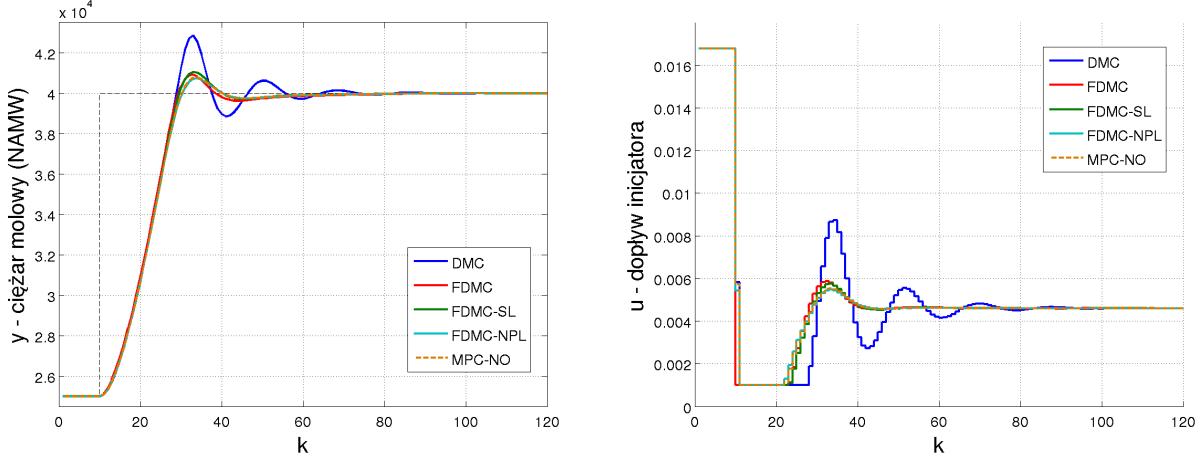
Zmniejszenie wartości zadanej o 60% względem podstawowego punktu pracy ostatecznie podkreśla siłę podejścia rozmytego do regulacji. Porównując przebiegi odpowiedzi układów regulacji przedstawione na rys. 24d można zauważyć, że regulator DMC działa w sposób bardzo wolny. Wynika to z tego, że model liniowy, którym dysponuje charakteryzuje się większym wzmacnieniem obiektu, niż jest w rzeczywistości. Wobec tego, generowane są niewielkie przyrosty sterowania, przez co nawet po 120 okresach próbkowania wyjście obiektu nie osiąga pożąданej wartości. Sytuacja ta nie ma miejsca w przypadku algorytmów bazujących na modelu rozmytym. Każdy z opracowanych regulatorów predykcyjnych wykorzystujących model rozmyty obiektu sprowadza wyjście obiektu do wartości zadanej znacznie sprawniej niż algorytm DMC. Ponownie, najwolniejszym z nich okazuje się regulator FDMC-SL, szybszy jest analityczny regulator FDMC, a najszybsze są regulatory FDMC-NPL i MPC-NO, które działają niemal identycznie. Po upływie 60 iteracji regulator FDMC działa już w sposób bardzo zbliżony do regulatorów FDMC-NPL i MPC-NO. Począk całej symulacji widoczne jest wolniejsze działanie algorytmu FDMC-SL od pozostałych bazujących na modelu rozmytym procesu, jednak i tak jest on znacznie szybszy od klasycznego regulatora DMC.



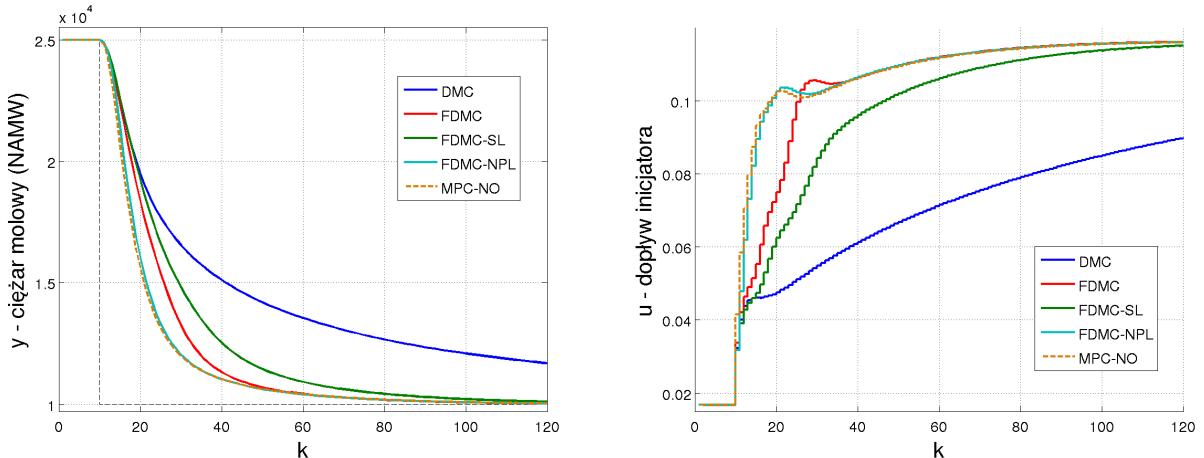
(a) Zmiana wartości zadanej o +20%



(b) Zmiana wartości zadanej o  $-20\%$



(c) Zmiana wartości zadanej o  $+60\%$



(d) Zmiana wartości zadanej o  $-60\%$

Rys. 24. Odpowiedzi układów regulacji na skokowe zmiany wartości zadanych

### **3.3.4 Kompensacja zakłóceń niemierzalnych i uwzględnianie pomiaru zakłóceń**

Drugim zadaniem, jakie stawiane jest regulatorom poza nadążaniem za wartością zadaną jest kompensacja zakłóceń, którym podlega proces. Kolejne eksperymenty polegały na porównaniu odpowiedzi układów regulacji na skokową zmianę zakłócenia w każdym z rozpatrywanych poprzednio obszarów. Sprawdzone zostały przypadki, w których dopływ monomeru był zwiększany jak i zmniejszany o 20%.

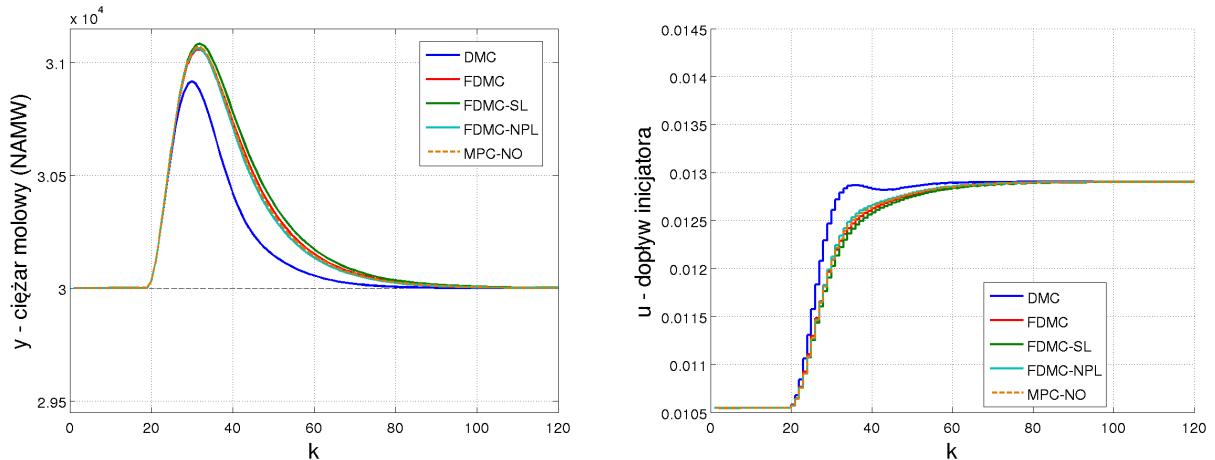
Pierwszy przypadek tłumienia zakłócenia przy utrzymywaniu wartości zadanej na poziomie 30 000 został przedstawiony na rys. 25a i 25b. Regulator DMC działa najlepiej w tym obszarze. Wykorzystany model liniowy został pozyskany w punkcie pracy odpowiadającym ciężarowi molowemu 25 000, gdzie wzmacnienie obiektu jest mniejsze niż w punkcie 30 000. Sterowanie generowane przez regulator DMC ma przez to nieco agresywniejszy przebieg niż generowane przez algorytmy bazujące na modelu rozmytym, które wykorzystują model dopasowany do bieżącego punktu pracy. Wszystkie z nich przy wzroście dopływu monomeru działają w sposób bardzo do siebie zbliżony, a ich czas kompensacji zakłócenia jest nieco dłuższy niż w przypadku algorytmu DMC. Zauważalne jest lepsze działanie regulatorów FDMC i FDMC-SL przy zmniejszeniu dopływu monomeru.

Sytuacja zmienia się w przypadku tłumienia zakłócenia przy wartości zadanej 20 000, co przedstawiają przebiegi wartości wyjściowych i sterowania zamieszczone na rys. 25c i 25d. W tym obszarze wzmacnienie obiektu jest mniejsze, stąd zauważalna jest przewaga podejścia rozmytego. Wykorzystanie lepszej wiedzy na temat procesu prowadzi do generowania większych przyrostów sterowania, dlatego tłumienie zakłócenia zachodzi w sposób efektywniejszy niż z wykorzystaniem regulatora bazującego na modelu liniowym. Trudno jednoznacznie wyróżnić, który z algorytmów wykorzystujących model rozmyty w tym obszarze jest najlepszy, ponieważ w zależności od kierunku zmiany zakłócenia lepszy okazuje się algorytm FDMC lub algorytmy FDMC-NPL i MPC-NO.

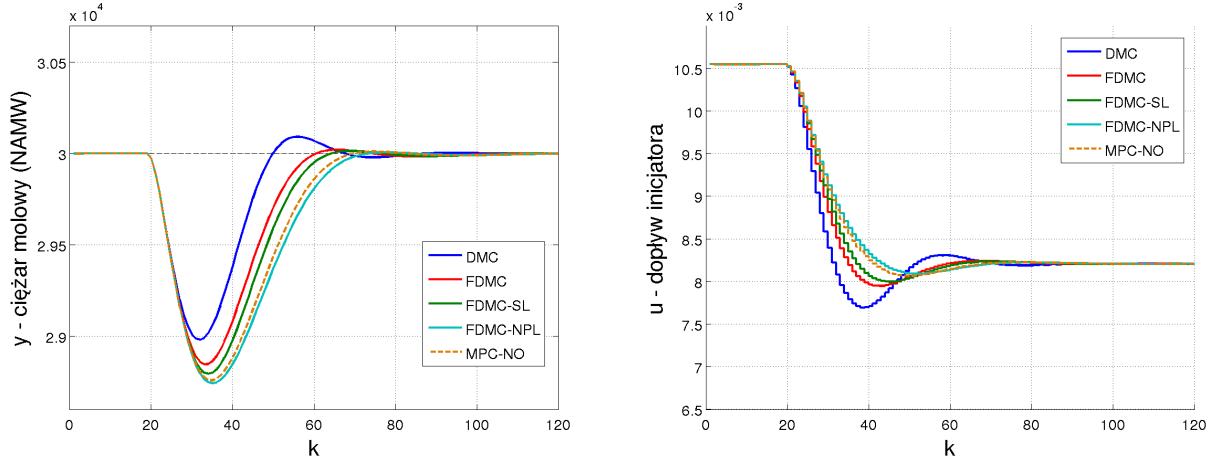
Przypadek tłumienia zakłócenia przy wartości zadanej 40 000 został przedstawiony na rys. 25e i 25f. Podobnie, jak w przypadku wartości wyjścia 30 000, zakłócenie tłumione jest sprawniej przez regulator DMC, jednak przy zmniejszaniu dopływu monomeru regulatory oparte na modelu rozmytym szybciej stabilizują wartość niż klasyczny regulator predykcyjny. Niepełna wiedza o obiekcie, czyli dysponowanie modelem o mniejszym wzmacnieniu niż jest w rzeczywistości, prowadzi do generowania większych przyrostów sterowania, a regulacja ma charakter oscylacyjny, jak miało to miejsce przy skokowej zmianie wartości zadanej. Algorytmy bazujące na modelu rozmytym są lepiej dopasowane do zwiększonego wzmacnienia obiektu, przez co widoczne są mniejsze przyrosty sygnału sterującego. Wszystkie z nich generują w tym przypadku bardzo zbliżone przebiegi.

Ostatni przypadek tłumienia niemierzalnego zakłócenia przedstawiony jest na rys. 25g i 25h. Zachowanie układów regulacji przy wartości zadanej na poziomie 10 000 jest analogiczne do opisanych powyżej.

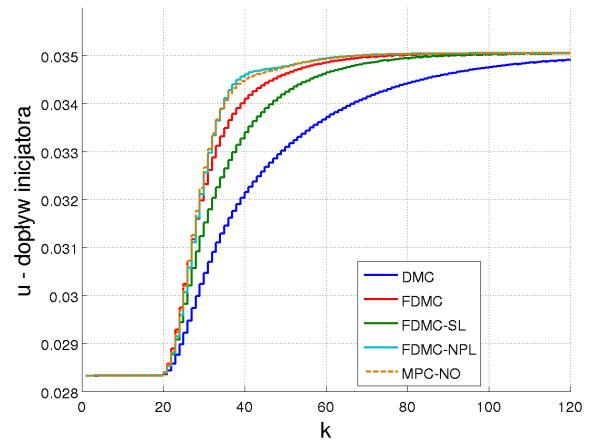
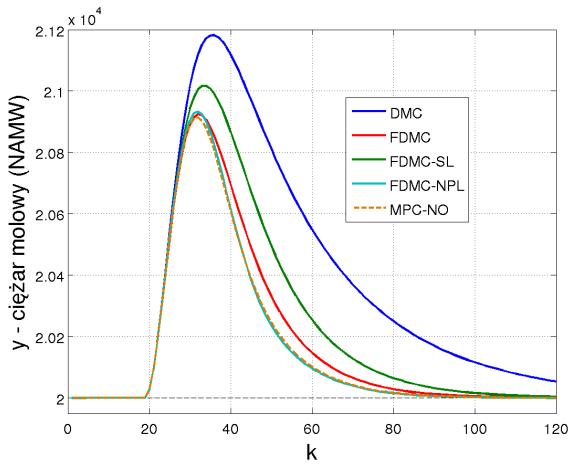
giczne do sytuacji tłumienia zakłócenia przy wartości zadanej równej 20 000. Wzmocnienie obiektu jest znacznie mniejsze w porównaniu do tego, którym dysponuje model liniowy, stąd przyrosty sterowania wyznaczane przez regulator DMC są zbyt małe i czas regulacji jest zdecydowanie zbyt długi. Klasyczny regulator DMC działa gorzej w obszarze niższych ciężarów molowych, natomiast regulatory wykorzystujące model rozmyty w tym obszarze radzą sobie dobrze, ponieważ dysponują lepiej dopasowanym modelem obiektu. Zakłócenie tłumione jest silniej niż w przypadku algorytmu DMC, ponadto czas osiągania wartości zadanej po wystąpieniu skokowej zmiany zakłócenia jest znacznie krótszy. Nieco gorzej spośród algorytmów opartych na modelu rozmytym działa regulator FDMC-SL, jednak wciąż zdecydowanie lepiej niż algorytm DMC. Pomiędzy pozostałymi regulatorami różnice w uzyskanych przebiegach są niewielkie.



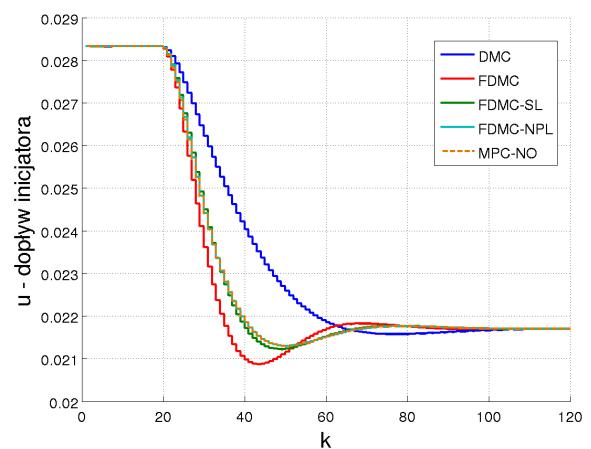
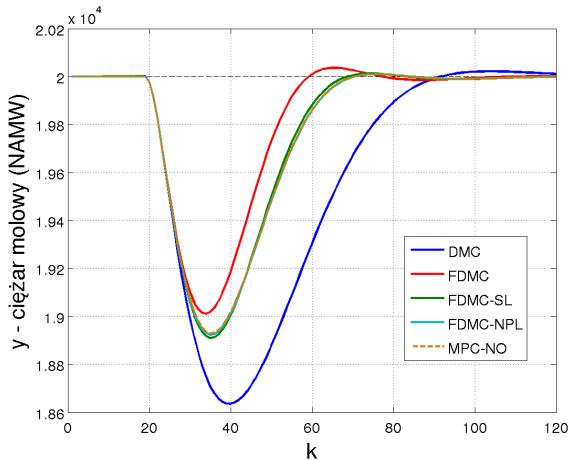
(a) Stabilizacja wartości NAMW równej 30 000; skok zakłócenia o +20%



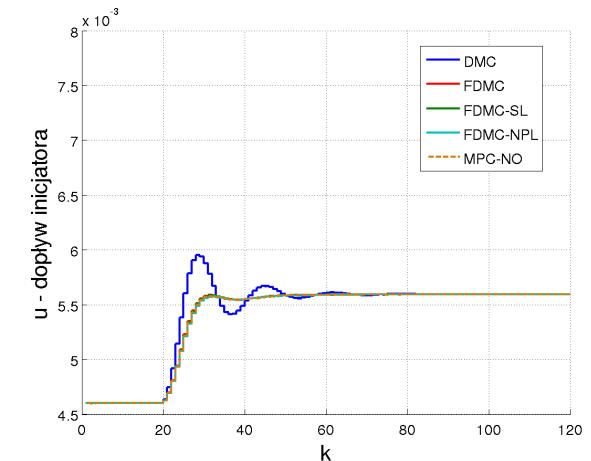
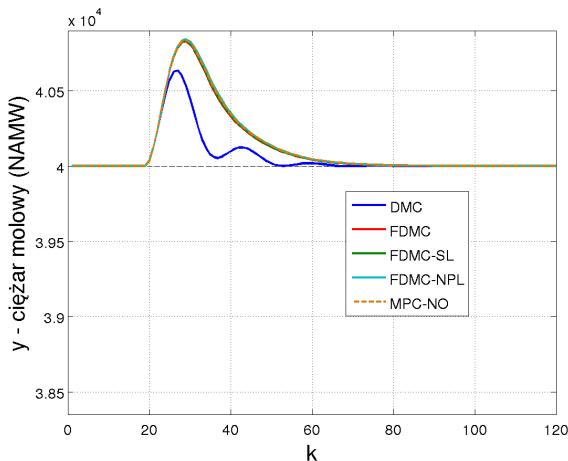
(b) Stabilizacja wartości NAMW równej 30 000; skok zakłócenia o -20%



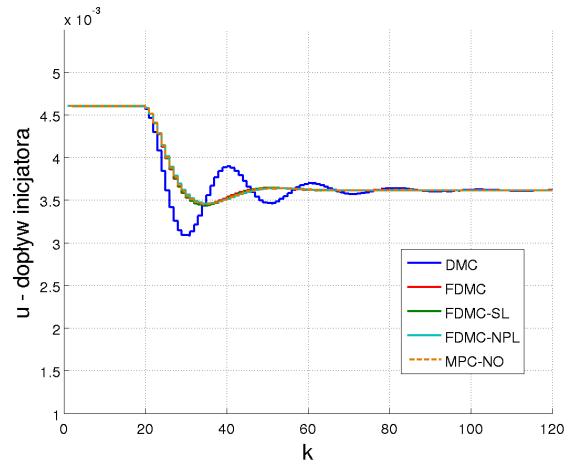
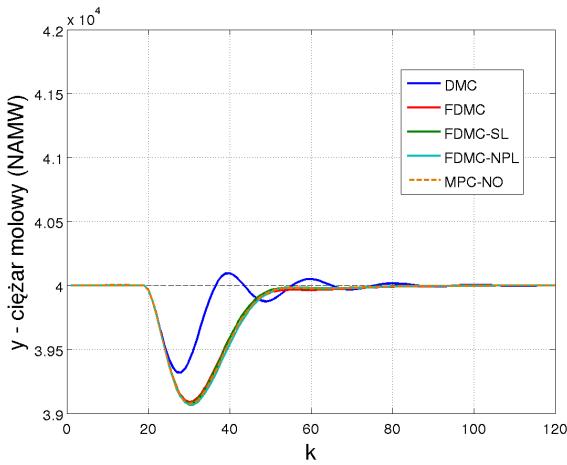
(c) Stabilizacja wartości NAMW równej 20 000; skok zakłócenia o +20%



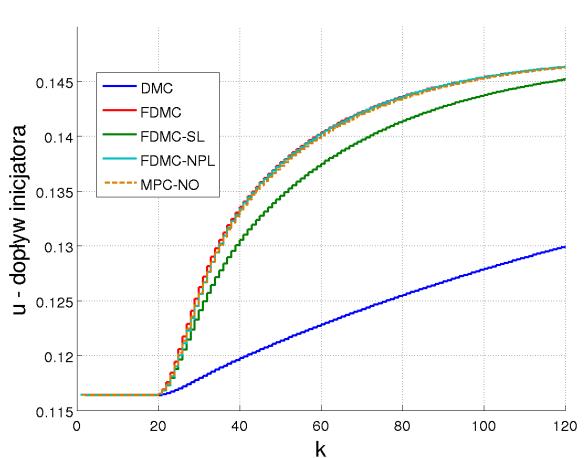
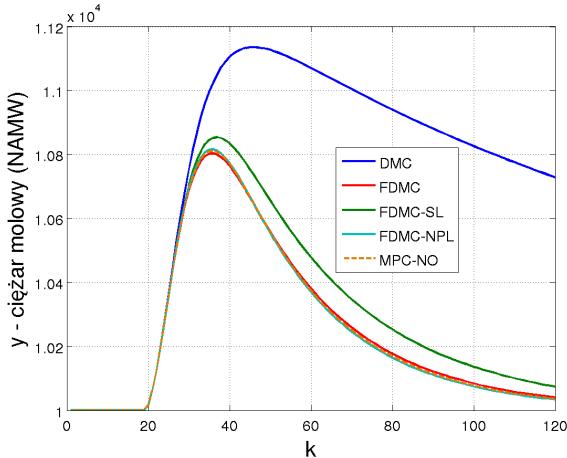
(d) Stabilizacja wartości NAMW równej 20 000; skok zakłócenia o -20%



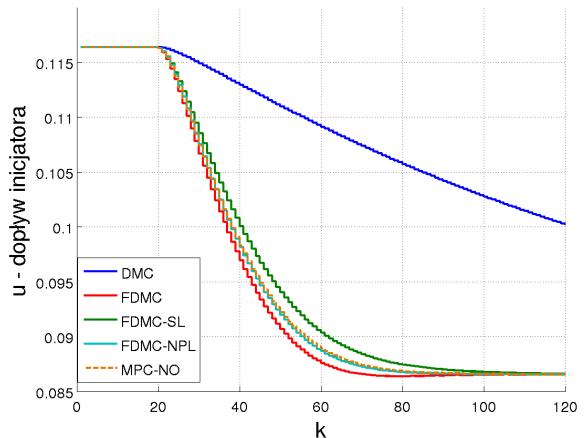
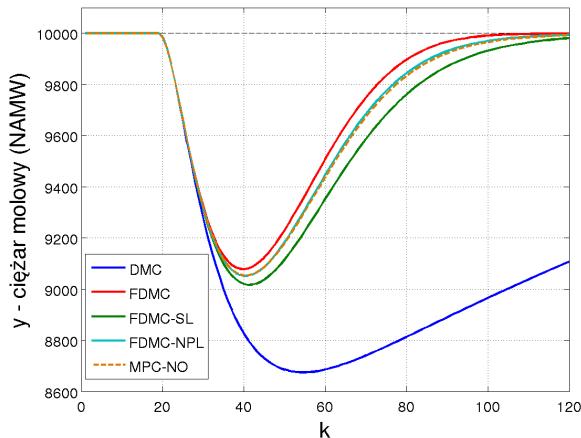
(e) Stabilizacja wartości NAMW równej 40 000; skok zakłócenia o +20%



(f) Stabilizacja wartości NAMW równej 40 000; skok zakłócenia o  $-20\%$



(g) Stabilizacja wartości NAMW równej 10 000; skok zakłócenia o  $+20\%$

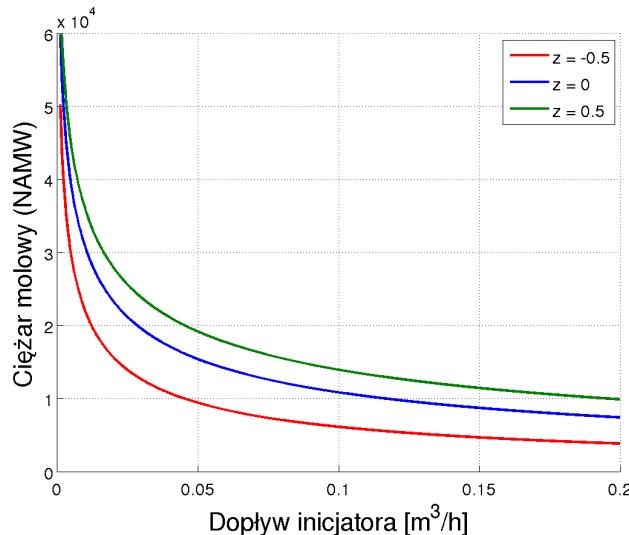


(h) Stabilizacja wartości NAMW równej 10 000; skok zakłócenia o  $-20\%$

Rys. 25. Odpowiedzi układów regulacji na skok zakłócenia podczas stabilizacji wartości NAMW; brak pomiaru zakłócenia

## Wykorzystanie pomiaru zakłócenia

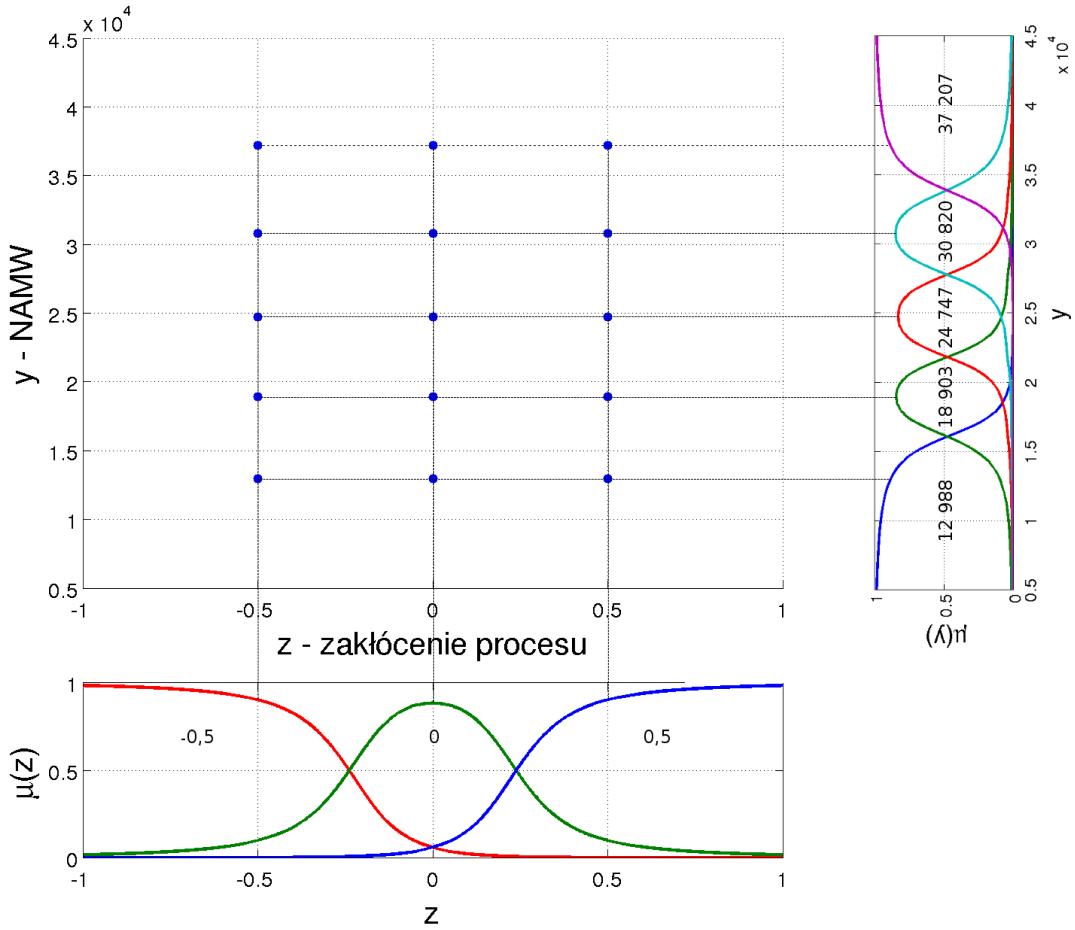
Zakłócenie w postaci zmiany przepływu może być w łatwy sposób mierzone. W przypadku, w którym możliwy jest pomiar lub odpowiednio dobra estymacja wartości zakłócenia, jego wpływ powinien być uwzględniany w pętli otwartej (strukturze *feedforward*) [1]. W pierwszej kolejności sprawdzony został wpływ zmiany wartości zakłócenia na statykę procesu. Na rys. 26 przedstawione zostały charakterystyki statyczne procesu dla zakłócenia ustalonego na wartościach  $z = -0,5$ ,  $z = 0$  i  $z = 0,5$ .



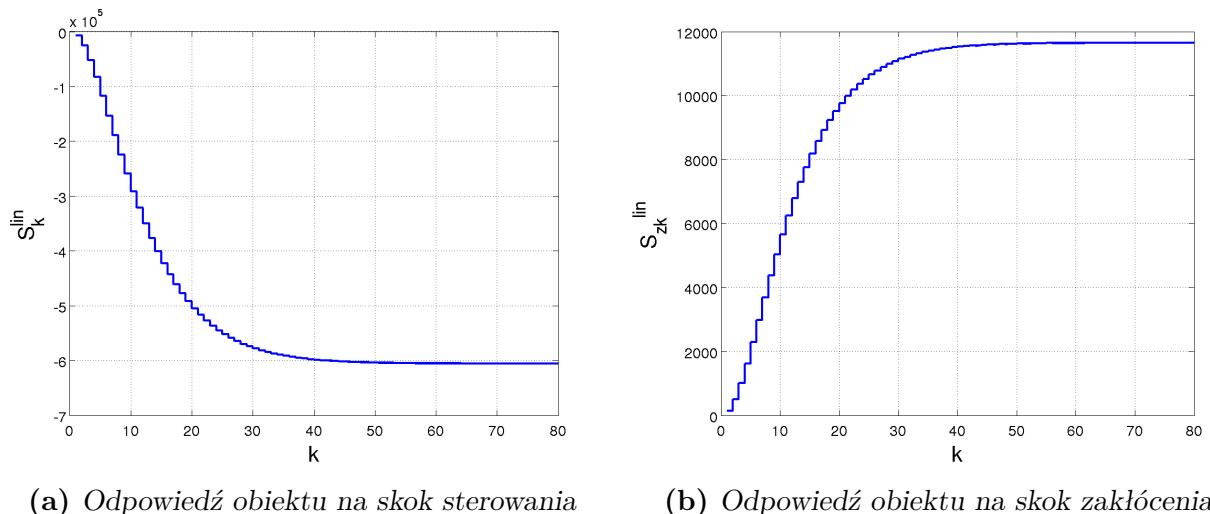
Rys. 26. Charakterystyki statyczne reaktora polimeryzacji przy różnych wartościach zakłócenia

Można zauważyć, że wraz ze zmianą wartości zakłócenia, charakterystyka statyczna przesuwa się, a także nieco zmienia swój kształt. Oznacza to, że taka sama wartość wyjścia osiągana jest dla innej wartości sterowania, czyli zmienia się wzmocnienie procesu. Aby model pozostał dobrze dopasowany do zmieniającej się wartości zakłócenia, podjęta została decyzja o pozyskaniu dodatkowych odpowiedzi skokowych procesu dla tych samych wartości wyjścia, ale przy wartościach zakłócenia  $z = -0,5$  i  $z = 0,5$ . Model rozmyty został więc rozbudowany do 15 reguł, dla zmiennej  $z$  dopasowano różniczkowalne, dzwonowe funkcje przynależności, które nie były już dalej dostrajane. Dla każdej reguły rozmytej została pozyskana znormalizowana odpowiedź na skok wartości sterowania i skok wartości zakłócenia. Kształt wszystkich funkcji przynależności i rozmieszczenie centrów obszarów rozmytych przedstawiono na rys. 27.

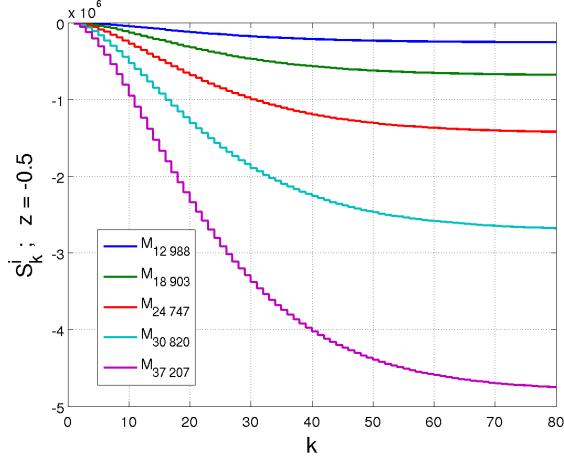
Kolejne dwa rysunki przedstawiają znormalizowane odpowiedzi na skok wartości sterowania i skok wartości zakłócenia wykorzystywane jako model w regulatorze liniowym (rys. 28), a także te odpowiadające wszystkim modelom lokalnym modelu rozmytego (rys. 29). Można zauważyć znaczące zmiany zarówno dynamiki jak i wzmocnienia odpowiedzi skokowych dla poszczególnych modeli lokalnych przy różnych wartościach zakłócenia. Długość horyzontu dynamiki równa  $D = 80$  pozostaje wystarczająca.



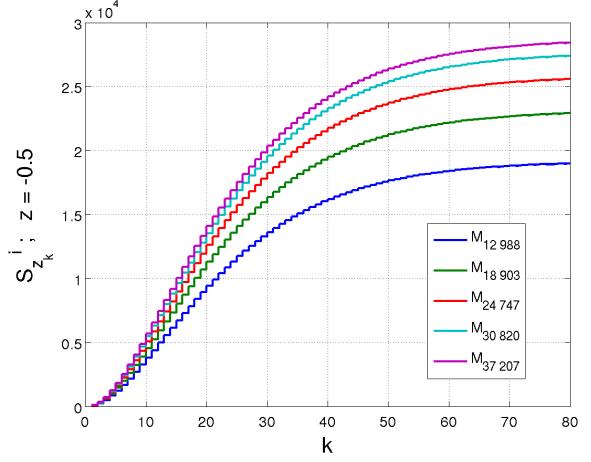
**Rys. 27.** Kształt funkcji przynależności i umiejscowienie centrów obszarów rozmytych ostatecznego modelu rozmytego obiektu



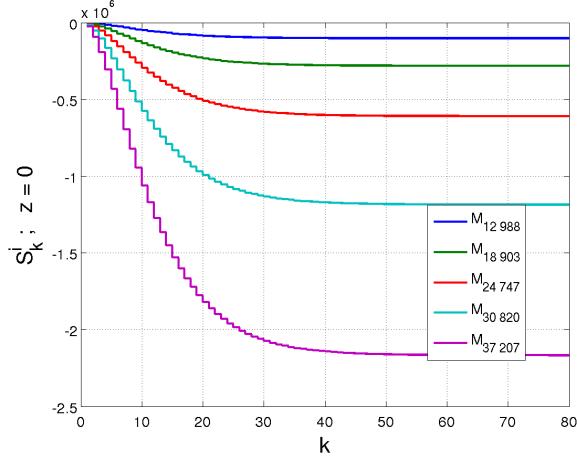
**Rys. 28.** Znormalizowane odpowiedzi obiektu na skoki wartości sterowania i zakłócenia wykorzystywane jako model liniowy obiektu w regulatorze DMC



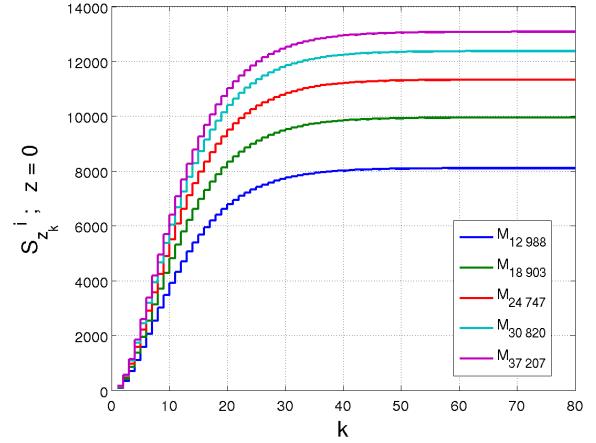
(a) Skok wartości sterowania;  $z = -0.5$



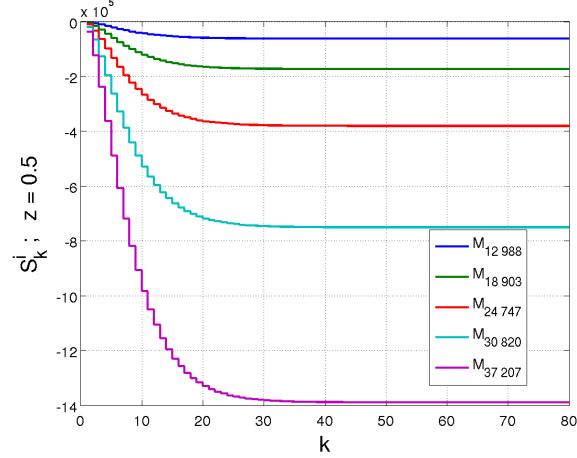
(b) Skok wartości zakłócenia;  $z = -0.5$



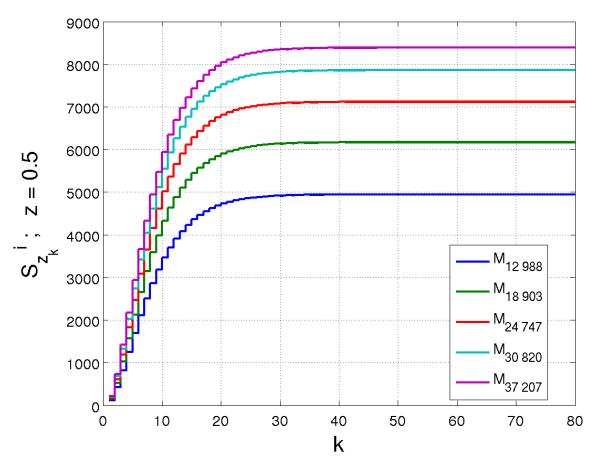
(c) Skok wartości sterowania;  $z = 0$



(d) Skok wartości zakłócenia;  $z = 0$



(e) Skok wartości sterowania;  $z = 0,5$



(f) Skok wartości zakłócenia;  $z = 0,5$

Rys. 29. Znormalizowane odpowiedzi obiektu na skoki wartości sterowania i zakłócenia

Eksperymenty tłumienia skokowej zmiany wartości zakłócenia zostały powtórzone na rozszerzonym modelu rozmytym z wykorzystaniem mechanizmu kompensacji zakłócenia w pętli otwartej. W celu miarodajnego porównania działania układów regulacji zachowano identyczną skalę wykresów dla odpowiadających sobie eksperymentów.

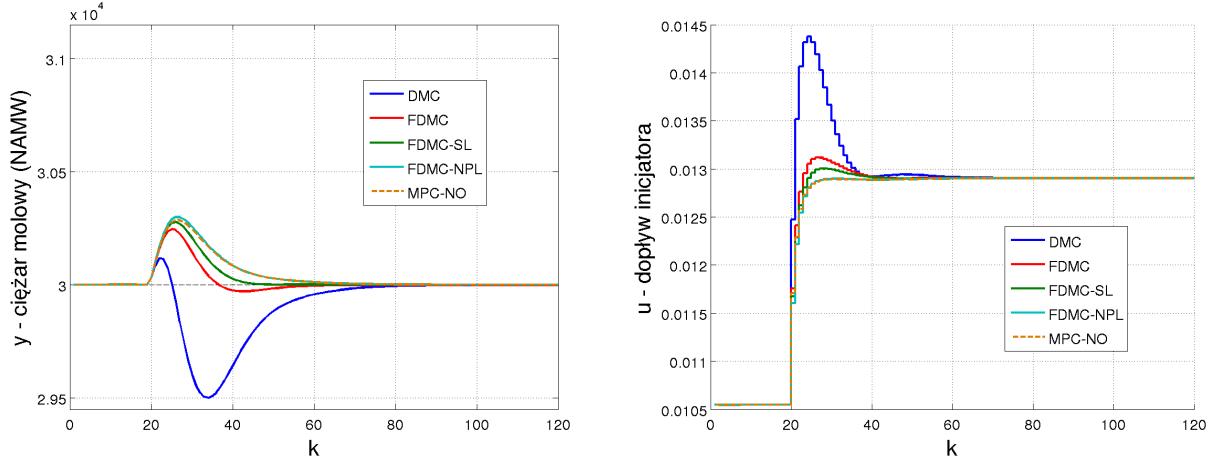
W pierwszej kolejności rozpatrzony został przypadek stabilizacji zadanej wartości wyjścia równej 30 000. Przebiegi sygnałów przedstawiono na rys. 30a i 30b. Widoczna jest znacząca poprawa działania wszystkich układów regulacji wykorzystujących model rozmyty obiektu. Zakłócenie tłumione jest silniej, ponieważ regulatory bazując na jego pomiarze generują agresywniejsze sterowanie. Nieco lepiej wpływ zakłócenia kompensowany jest przez algorytmy z sukcesywną linearyzacją i oparty na podejściu PDC, natomiast algorytmy wykorzystujące model nieliniowy w większym stopniu, są nieco wolniejsze przy zmianie zakłócenia w obydwie strony. Najszybszym spośród algorytmów wykorzystujących model rozmyty jest algorytm FDMC, ponieważ generuje najbardziej agresywne sterowanie spośród wszystkich z nich. Regulator DMC generuje zbyt agresywne sterowanie, ponieważ dysponuje modelem o mniejszym wzmacnieniu i prowadzi to do odejścia od wartości zadanej w drugą stronę i chwilowe oddalanie się od niej o ok. 500. Jednak wykorzystanie pomiaru zakłócenia i tak przyniosło poprawę działania układu regulacji.

Tłumienie zakłócenia przy wartości zadanej równej 20 000 zostało przedstawione na rys. 30c i 30d. Na pierwszy rzut oka widoczne jest agresywniejsze działanie wszystkich regulatorów, kiedy pomiar zakłócenia jest wykorzystywany. Regulatory lepiej tłumią zakłócenie, a wykorzystanie dobrze dopasowanego modelu rozmytego daje zysk w postaci zarówno lepszego tłumienia, jak i szybszego osiągania wartości zadanej niż ma to miejsce w przypadku regulatora DMC. Tak jak poprzednio, spośród regulatorów bazujących na modelu rozmytym najbardziej agresywne przyrosty sterowania generowane są przez regulator FDMC, przez co najlepiej tłumiony zakłócenie i najszybciej osiąga wartość zadaną. Pozostałe z nich osiągają wartość zadaną w podobnym czasie, nieco gorzej zakłócenie jest tłumione przez regulator FDMC-NPL, jednak i tak działa on bardzo dobrze. Przy zmniejszaniu dopływu monomeru regulatory FDMC-SL, FDMC-NPL i MPC-NO wolniej osiągają wartość zadaną, jednak znacznie lepiej tłumią zakłócenie niż regulator DMC.

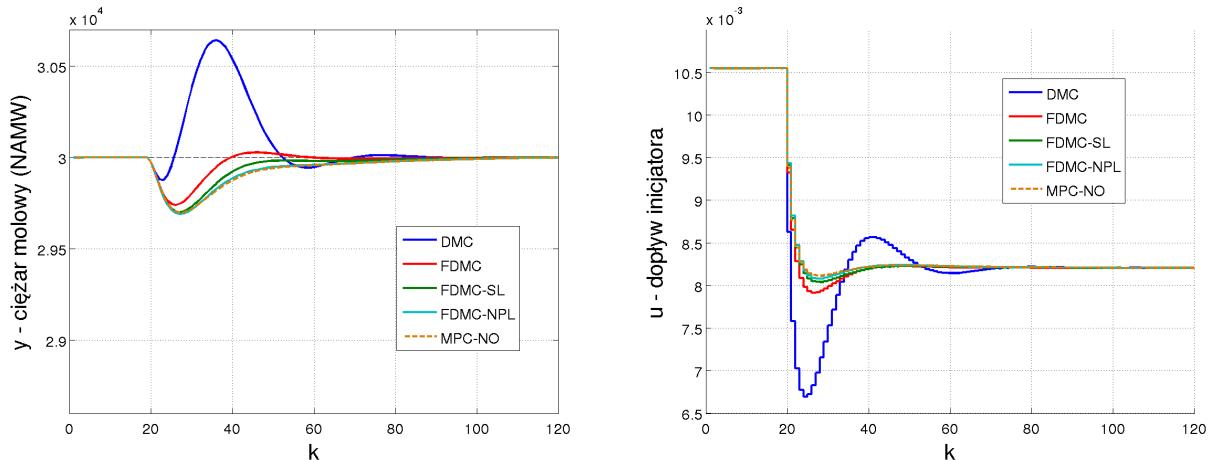
Zdecydowany zysk z wykorzystania modelu rozmytego obiektu widać w obszarach znacznie oddalonych od początkowego punktu pracy. Na rys. 30e i 30f przedstawiono działanie regulatorów podczas tłumienia skokowej zmiany zakłócenia przy wartości zadanej równej 40 000. Regulator DMC radzi sobie z zakłóceniem gorzej, niż miało to miejsce bez modelu zakłócenia. Wynika to z faktu, że model obiektu nie jest adekwatny do bieżącego punktu pracy. Liniowy model obiektu ma zbyt małe wzmacnienie, wobec czego algorytm generuje zdecydowanie zbyt agresywne sterowanie. Skutkuje to dużym przeregulowaniem i oscylacjami przy osiąganiu wartości zadanej. Regulatory wykorzystujące model rozmyty działają natomiast w sposób pożądany. Czas regulacji wszystkich z nich jest bardzo zbliżony, nieco lepiej działają w tym obszarze algorytmy FDMC-NPL i MPC-NO, które sprawniej tłumią zakłócenie niż regulatory FDMC i FDMC-SL.

Ostatni rozważany przypadek tłumienia zakłócenia przedstawiony został na rys. 30g i 30h. Wartość zadana była utrzymywana na poziomie 10 000, zatem proces ma w tym

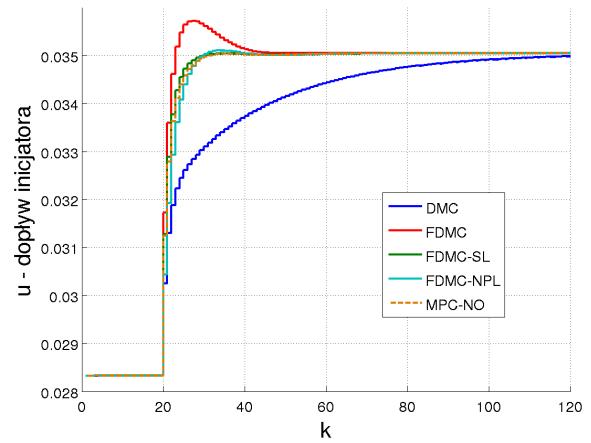
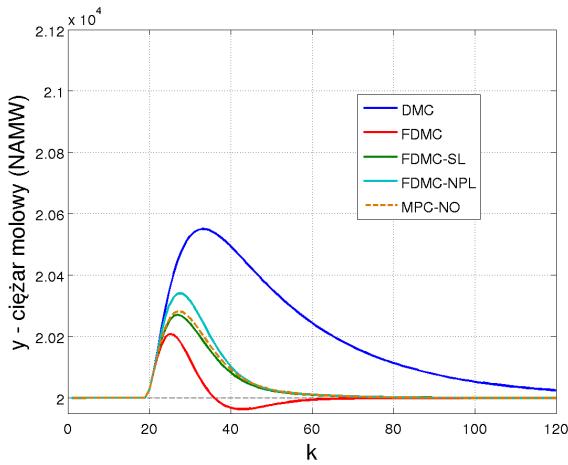
wypadku zdecydowanie mniejsze wzmacnianie niż w punkcie pracy rozważanym w artykule [12]. Do skutecznego tłumienia zakłócenia konieczne jest generowanie dużych przyrostów sterowania. Mimo uwzględnienia modelu zakłócenia, regulator DMC nie radzi sobie z postawionym zadaniem. Wykorzystywany w nim model cechuje się większym wzmacnieniem niż jest w rzeczywistości, zatem regulator działa zbyt wolno w tym obszarze. Przy wykorzystaniu modelu rozmytego pozostałe z zaprojektowanych regulatorów skutecznie tłumią zakłócenie generując bardziej agresywne sterowanie. Wynika to ze stosowania modelu lepiej dopasowanego do bieżącego punktu pracy. Najlepszy w tym obszarze jest analityczny regulator FDMC, który niezależnie od kierunku zmiany zakłócenia najlepiej tłumi jego wpływ. Najwolniejszym spośród algorytmów wykorzystujących model rozmyty jest algorytm FDMC-SL, a działanie regulatorów FDMC-NPL i MPC-NO jest bardzo do siebie zbliżone. Ponownie można zaobserwować, że zmniejszenie dopływu monomeru powoduje większe oddalanie się od wartości zadanej.



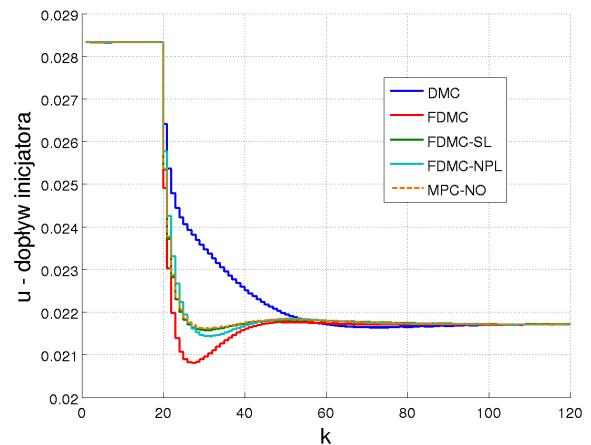
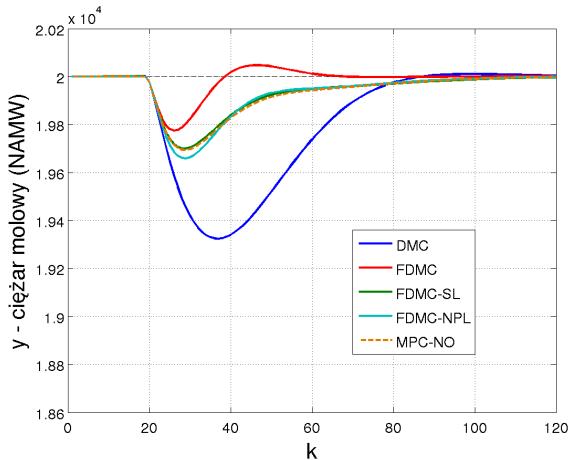
(a) Stabilizacja wartości NAMW równej 30 000; skok zakłócenia o +20%



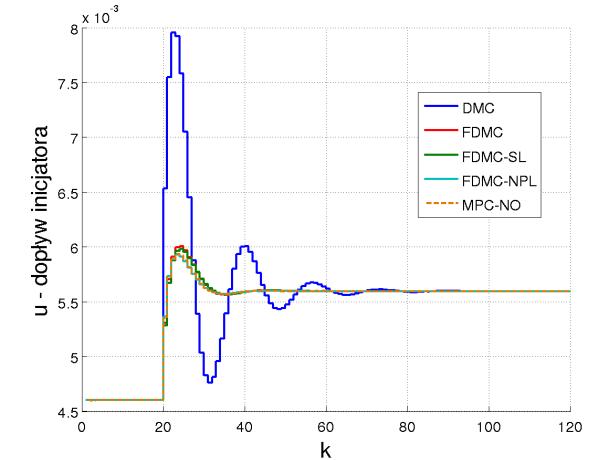
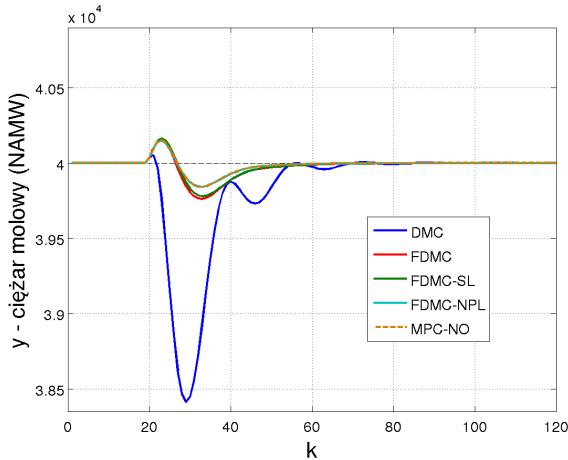
(b) Stabilizacja wartości NAMW równej 30 000; skok zakłócenia o -20%



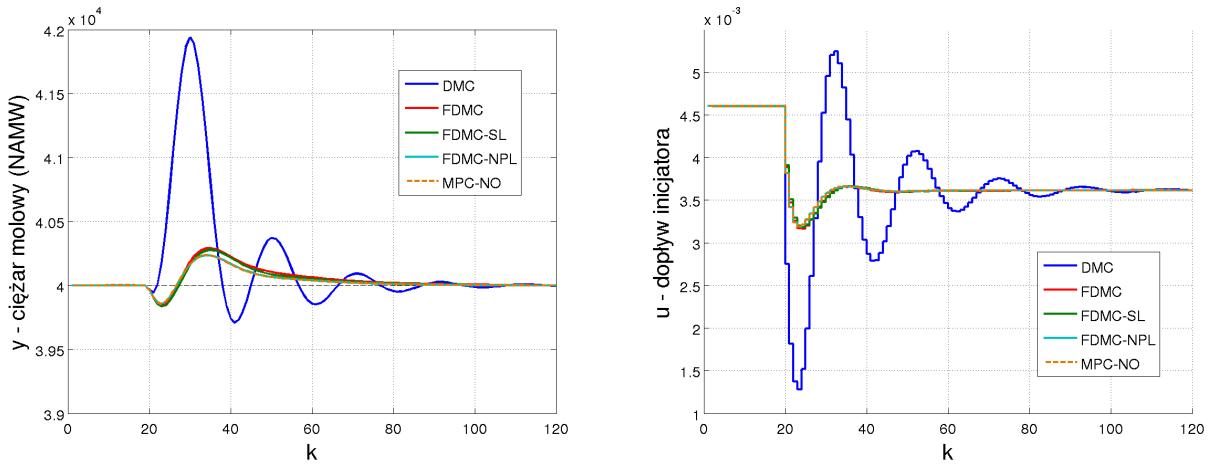
(c) Stabilizacja wartości NAMW równej 20 000; skok zakłócenia o +20%



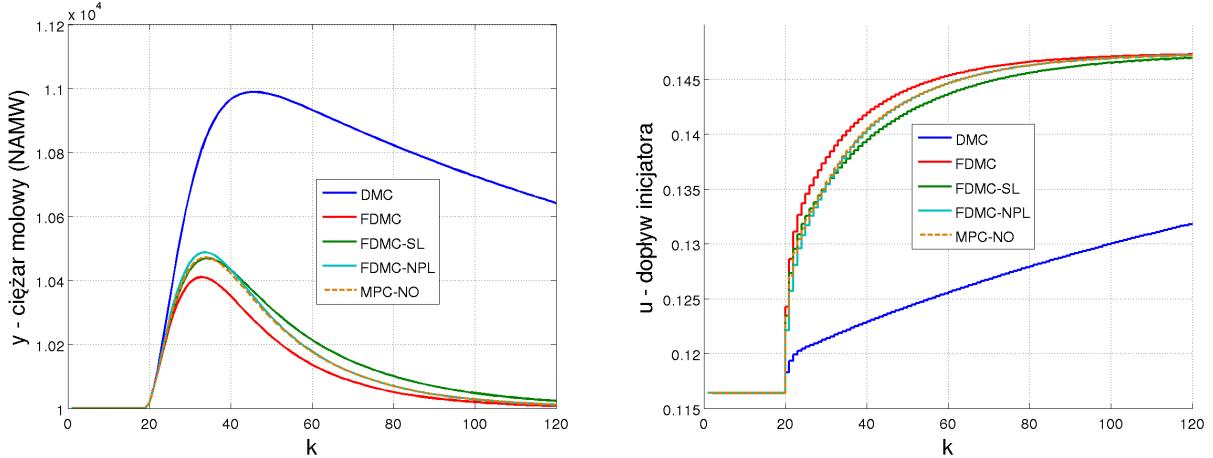
(d) Stabilizacja wartości NAMW równej 20 000; skok zakłócenia o -20%



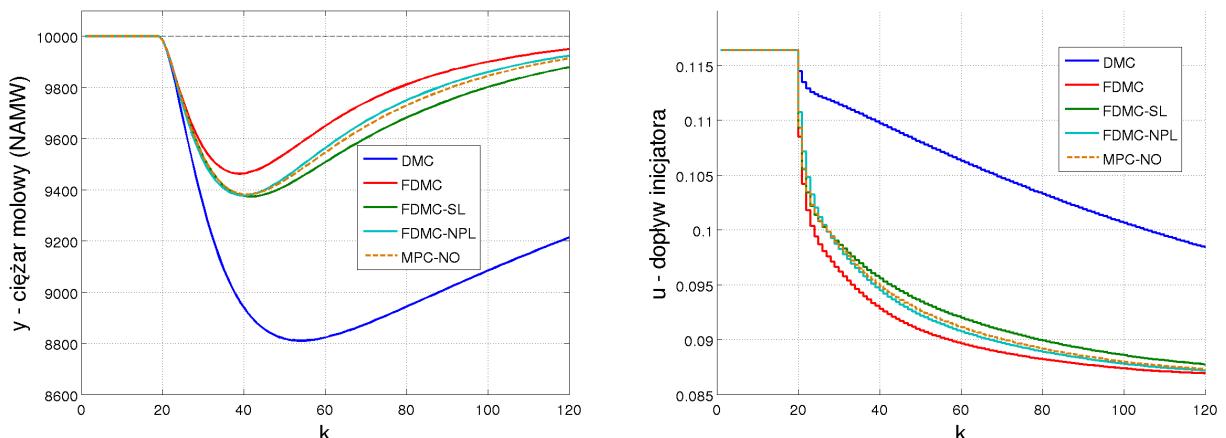
(e) Stabilizacja wartości NAMW równej 40 000; skok zakłócenia o +20%



(f) Stabilizacja wartości NAMW równej 40 000; skok zakłócenia o  $-20\%$



(g) Stabilizacja wartości NAMW równej 10 000; skok zakłócenia o  $+20\%$



(h) Stabilizacja wartości NAMW równej 10 000; skok zakłócenia o  $-20\%$

Rys. 30. Odpowiedzi układów regulacji na skok zakłócenia podczas stabilizacji wartości NAMW z wykorzystaniem pomiaru zakłócenia

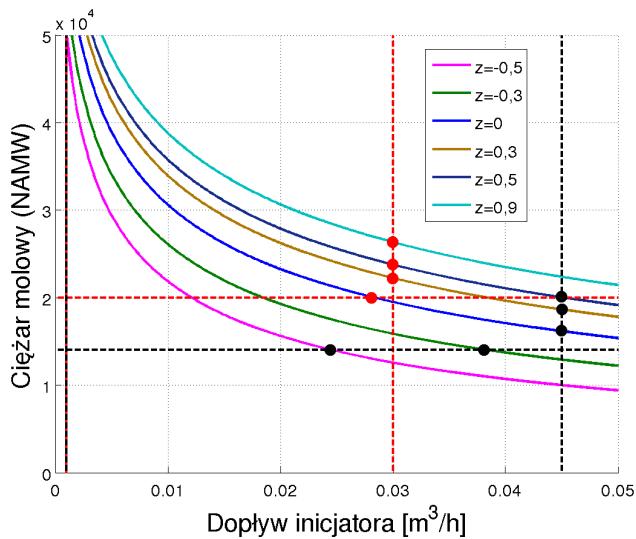
Przeprowadzone eksperymenty wykazały, że wykorzystanie modelu rozmytego w regulatorze umożliwia efektywniejsze tłumienie zakłóceń w szerszym obszarze niż w przypadku stosowania regulatora bazującego na modelu liniowym. Znaczące różnice wzmacnienia obiektu pomiędzy obszarami stawiają trudne wymagania przed regulatorami, które muszą być w stanie dopasowywać się do bieżącego punktu pracy i sprawnie kompensować zakłócenia w każdym przypadku. Klasyczny regulator DMC tłumowi występujące zaburzenie w sposób dobry jedynie kiedy bieżący punkt pracy nie odbiega znaczco od punktu pracy dla którego regulator ten został opracowany. Regulatorzy wykorzystujące model rozmyty radzą sobie dobrze w każdym ze sprawdzonych przypadków, a uwzględnienie pomiaru zakłócenia dodatkowo poprawia jakość regulacji. Nieco lepszym tłumieniem na tle reszty spośród nich w przypadku uwzględniania pomiaru zakłócenia wykazał się regulator FDMC, w którym następuje przełączanie pomiędzy lokalnie działającymi analitycznymi, liniowymi regulatorami.

### 3.4 Warstwowa struktura sterowania

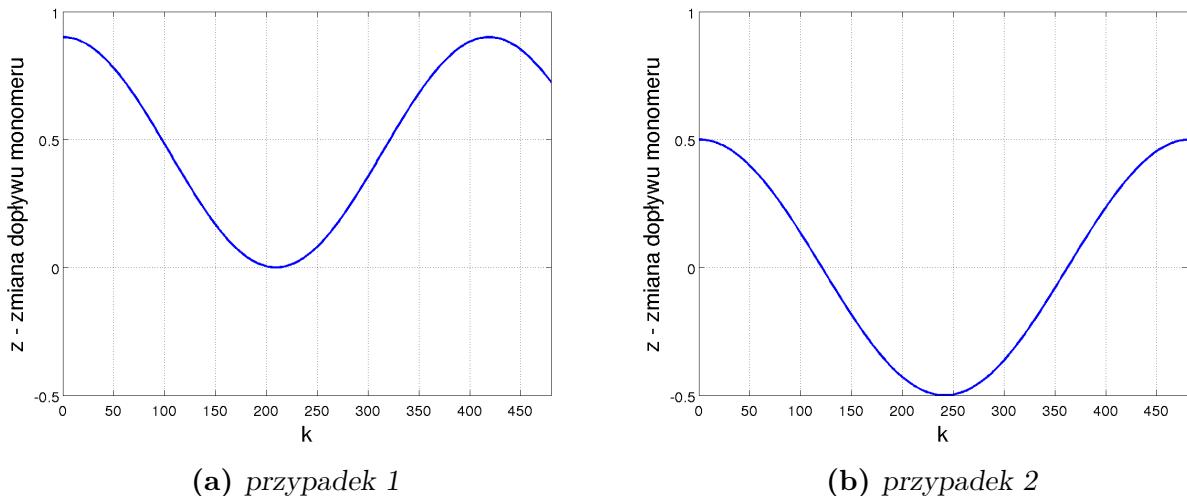
W niniejszym rozdziale przedstawione są wyniki osiągane przez zaprojektowane regulatory działające w warstwowych strukturach sterowania podczas zmieniających się warunków pracy. Zadaniem warstw optymalizacji, znajdujących się nad reglatorem nadziedzonym, jest dobór wartości zadanej dla reglatora, która będzie optymalna z punktu widzenia prowadzonego procesu. Najczęściej ma miejsce optymalizacja wykorzystująca ekonomiczny wskaźnik jakości. Z punktu widzenia rozważanego obiektu, jakim jest reaktor chemiczny, wskaźnik jakości może określać zyski ze sprzedaży produktu spełniającego określone kryteria. Zyski są proporcjonalne do ilości wytworzonego produktu, zatem dąży się do maksymalizacji przepływu przez reaktor.

W idealnym przypadku, kiedy nie występują zakłócenia w procesie, problem jest trywialny, ponieważ wystarczy raz dobrać odpowiednie wartości zadane dla reglatora. Istotny jest natomiast przypadek rzeczywisty, kiedy na proces działa zmieniające się zakłócenie. Zmiany tego zakłócenia powodują stopniowe przesuwanie optymalnego punktu pracy. Ponieważ rozważany jest przypadek jednowymiarowy, w łatwy sposób można graficznie przedstawić rodzinę charakterystyk statycznych procesu dla różnych wartości zakłócenia.

Rys. 31 przedstawia w jaki sposób zmienia się położenie optymalnego punktu pracy przy ustalonych ograniczeniach nakładanych na proces. Linie przerywane na rysunku określają ograniczenia w dwóch przykładowych rozważanych problemach optymalizacji. Są to ograniczenia dotyczące jakości wytwarzanego produktu, a także wynikające z możliwości produkcyjnych. Można zauważyć, że optymalne punkty pracy znajdują się na tych ograniczeniach i w zależności od zmieniającego się zakłócenia aktywne będzie ograniczenie nałożone na maksymalną wartość sterowania, lub dotyczące pożądanej jakości produktu.



Rys. 31. Rodzina charakterystyk statycznych reaktora polimeryzacji dla różnych wartości zakłóceń i optymalne punkty pracy przy nałożonych ograniczeniach



Rys. 32. Przebiegi zakłóceń działającego na proces w rozważanych problemach optymalizacji

Na potrzeby porównania struktur warstwowych regulacji zostały dobrane dwa przypadki testowe dla reaktora polimeryzacji. Pierwszy problem polega na maksymalizacji produkcji polimeru o minimalnym dopuszczalnym ciężarze molowym  $y^{\min} = 20\ 000$ , przy ograniczeniu na maksymalny dopływ inicjatora  $u^{\max} = 0,030 \frac{m^3}{h}$  (ograniczenia zaznaczone czerwonymi przerywanymi liniami na rys. 31). Drugi problem również polega na maksymalizacji produkcji, jednak wykorzystywany jest inny zestaw ograniczeń, a mianowicie:  $u^{\max} = 0,045 \frac{m^3}{h}$  i  $y^{\min} = 14\ 000$  (oznaczone czarnymi przerywanymi liniami na rys. 31).

W celu zasymulowania zmieniających się warunków pracy procesu, będzie on zaburzany sinusoidalnie zmiennymi zakłóceniami. Ich przebiegi przedstawione zostały na rys. 32.

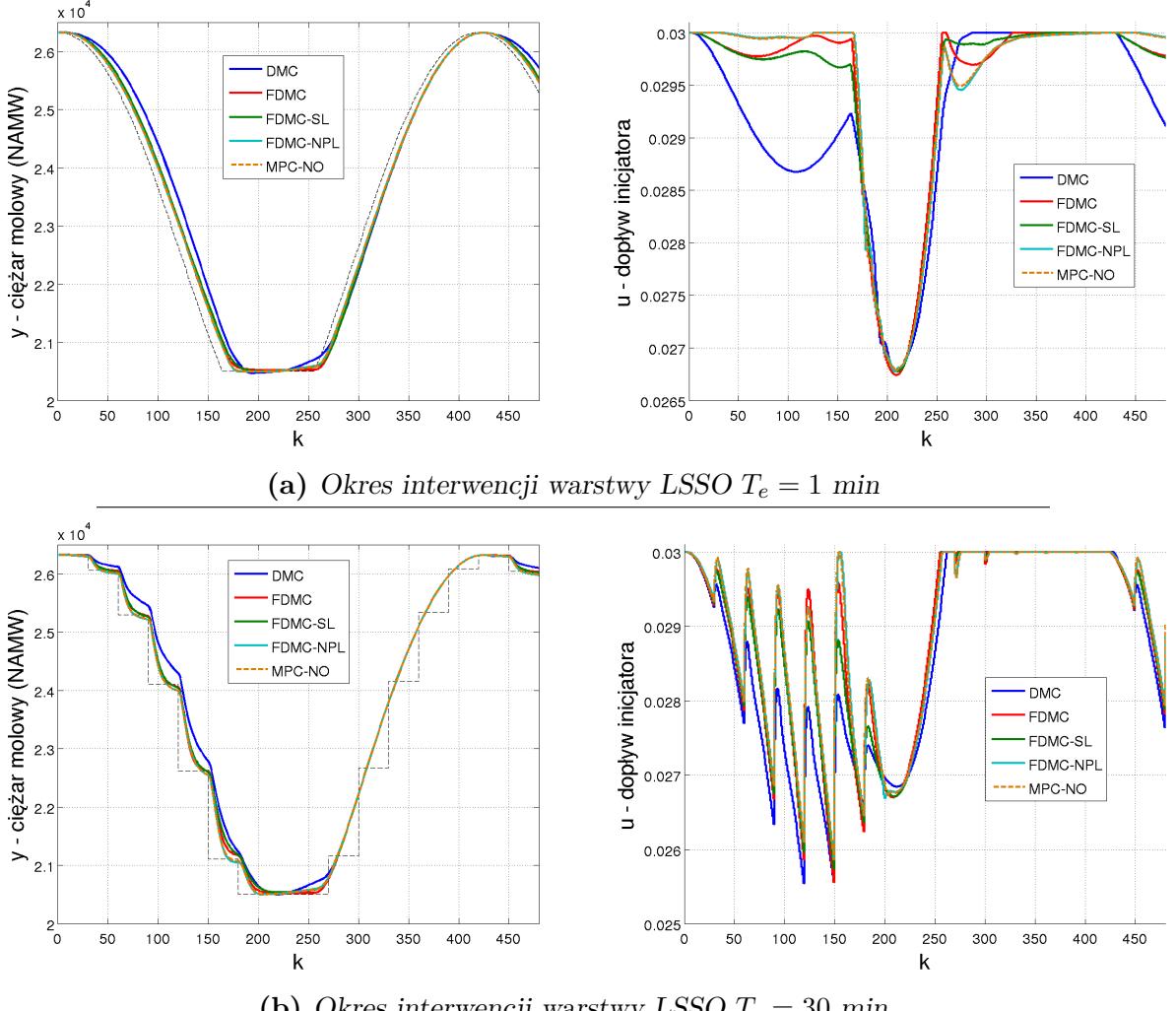
### 3.4.1 Struktura LSSO+MPC

Pełny nieliniowy problem optymalizacji rozwiązywany w warstwie LSSO jest następujący:

$$\begin{aligned}
 & \min_{y, u} \{ -p \cdot u \} \\
 \text{przy ogr.: } & x_1 = \frac{60 + 60z}{10 + 10z + 2,4568\sqrt{x_2}}, \quad x_2 = \frac{80u}{10,1022 + 10z} \\
 & x_3 = 0,002\,412\,1x_1\sqrt{x_2} + 0,112\,191x_2, \quad x_4 = 245,978x_1\sqrt{x_2} \\
 & y = \frac{x_4}{x_3}, \quad u^{\min} \leq u \leq u^{\max}, \quad y \geq y^{\min} + \delta
 \end{aligned} \tag{65}$$

Ograniczenia w problemie optymalizacji (65) zostały wyznaczone z warunków statycznych równań różniczkowych opisujących obiekt, jest więc to dokładny, nieliniowy model opisujący obiekt. Aby zapewnić utrzymywanie wartości wyjścia obiektu w pożądanych granicach, wartość zadana wyznaczana jest w maksymalnej odległości  $\delta = 500$  od ograniczeń zdefiniowanych w scenariuszu. Wartość ceny została ustawiona w algorytmie w wysokości  $p = 100\,000$ . Dla niższych wartości procedura optymalizacji programu Matlab nie wyznaczała w sposób poprawny optymalnego punktu pracy, mimo zwiększania zadanej dokładności rozwiązania.

Dla tak utworzonej warstwy LSSO zostało sprawdzone działanie regulatorów przy zmieniającej się wartości zadanej wyznaczanej przez warstwę LSSO i kompensacji wprowadzonych zakłóceń. Rys. 33a przedstawia utrzymywanie ciężaru molowego produktu na poziomie nie mniejszym niż 20 000, przy ograniczeniu wartości sterowania do  $0,03 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ . Rozważana jest sytuacja idealna, w której warstwa LSSO aktualizuje optymalny punkt pracy w każdej iteracji regulatora nadziednego. Obszar, w którym działają regulatory znajduje się dość blisko punktu pracy, dla którego zaprojektowany został regulator DMC, stąd dość sprawnie nadąża on za zmianą wartości zadanej, choć i tak nieco traci na szybkości w porównaniu do regulatorów wykorzystujących model rozmyty. Działają one w sposób bardzo do siebie zbliżony, porównując jednak przebiegi sterowania można zauważać, że regulatory FDMC-NPL i MPC-NO przez większość czasu trzymają się bliżej ograniczenia na sygnał sterujący, przez co działają nieco lepiej. Różnice w działaniu algorytmów bazujących na modelu rozmytym są jednak niewielkie. Wprowadzenie ograniczeń miękkich do regulatorów numerycznych zapewnia osiąganie zadanej wartości 20 500 niemal bez przeregulowania. Margines bezpieczeństwa nie jest praktycznie wykorzystywany, ponieważ model obiektu w regulatorze DMC wciąż jest wystarczająco dokładny i proces regulowany jest sprawnie. Można natomiast zauważać, że regulator DMC nie tłumi dość dobrze zakłócenia i wartość wyjściowa od chwili  $k = 230$  zaczyna oddalać się nieco od wartości zadanej. Pozostaje jednak w obszarze dopuszczalnym, nie naruszając nawet ograniczeń miękkich.



**Rys. 33.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $y \geq 20000$ , •  $0,001 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \leq u \leq 0,03 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

Przypadek, kiedy interwencja warstwy LSSO następuje co 30 okresów próbkowania ilustruje rys. 33b. Ponownie widać przewagę regulatorów bazujących na modelu rozmytym nad regulatorem DMC. Wszystkie z nich generują bardziej agresywne sterowanie, co pozwala na lepszą regulację procesu. Można zauważyć nieco szybsze nadążanie regulatorów FDMC-NPL i MPC-NO za zmianami wartości zadanej. Występuje ponadto subtelną różnicę w działaniu pomiędzy regulatorami FDMC-NPL i MPC-NO. W okolicach chwili  $k = 200$ , kiedy wartość wyjścia zaczyna naruszać ograniczenia miękkie, regulator FDMC-NPL przez kilka kolejnych iteracji generuje dodatnie przyrosty sterowania. Nieliniowa optymalizacja w przypadku MPC-NO prowadzi do zmniejszania wartości sterowania w taki sposób, że podobna sytuacja nie ma miejsca. Różnice w działaniu pomiędzy poszczególnymi regulatorami bazującymi na modelu rozmytym nie są jednak znaczące, przez większość czasu przebiegi wartości wyjściowej obiektu uzyskane przez wszystkie z nich pozostają bardzo do siebie zbliżone.

**Tabl. 1.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowej strukturze sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $y \geq 20\ 000$ ,  
•  $0,001 \frac{m^3}{h} \leq u \leq 0,03 \frac{m^3}{h}$

$T_e$	DMC	FDMC	FDMC-SL	FDMC-NPL	MPC-NO
1	1 405 063,46	1 419 244,60	1 418 215,58	1 420 435,66	1 420 538,66
30	1 379 677,16	1 391 632,03	1 389 913,75	1 394 637,85	1 394 455,63

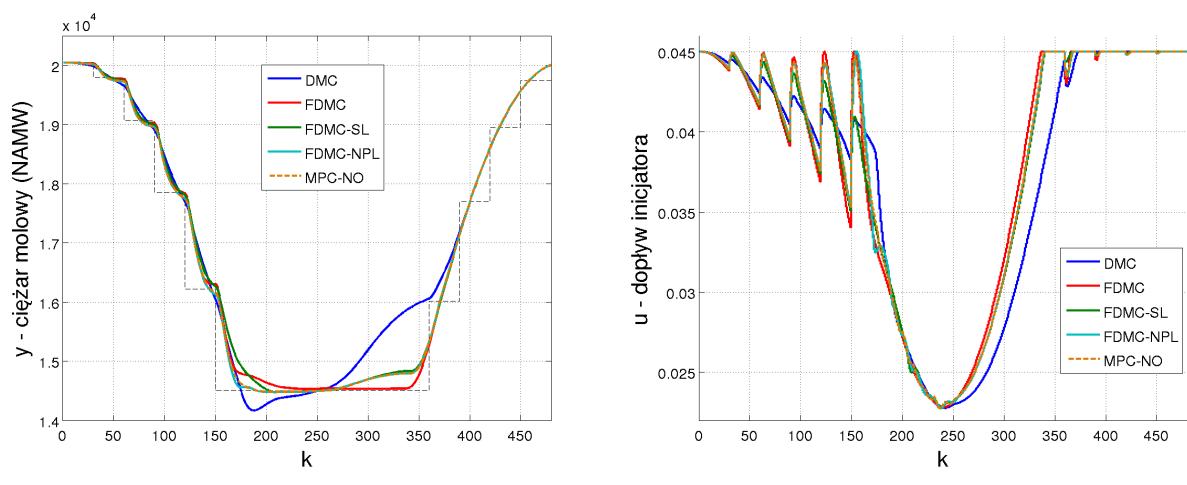
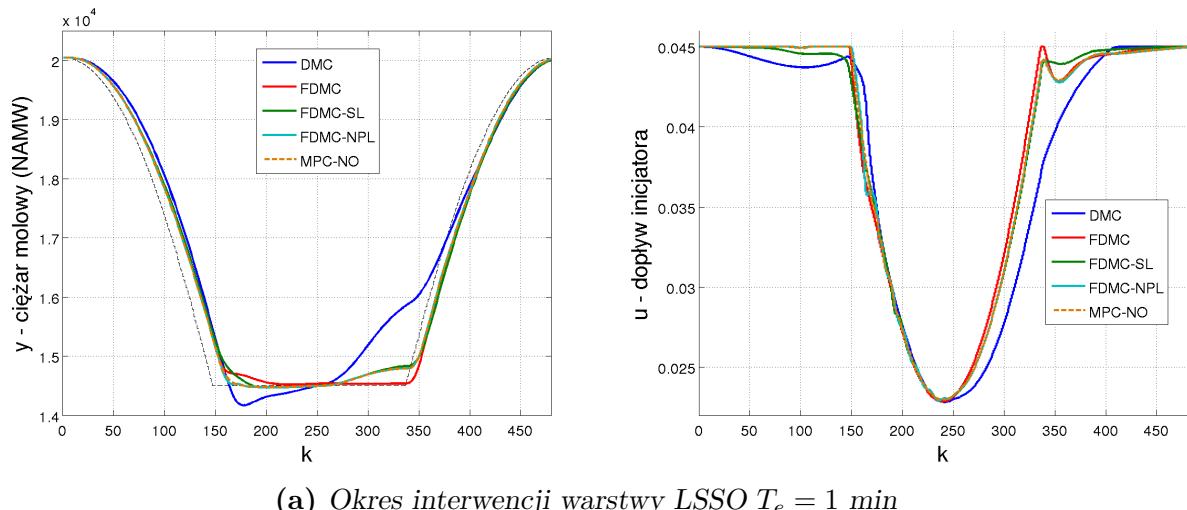
Warto porównać także skumulowane, rzeczywiste wartości wskaźnika jakości uzyskane przez poszczególne regulatory przy różnych okresach interwencji warstwy optymalizacji nadzędnej. Zostały one przedstawione w tabl. 1. Zauważalna jest nieco gorsza wartość wskaźnika jakości przy rzadszych interwencjach warstwy LSSO. Ponadto agresywniejsze i bliższe ograniczeniu sterowania generowane przez regulatory wykorzystujące model rozmyty przyczyniają się do lepszych wartości wskaźnika jakości niż w przypadku regulatora DMC. Nieco lepsze wyniki od regulatorów FDMC i FDMC-SL osiągnęły regulatory FDMC-NPL i MPC-NO. Rezultaty uzyskane przez algorytm z nieliniową predykcja i liniaryzacją i algorytm z nieliniową optymalizacją są bardzo do siebie zbliżone.

Aby lepiej zilustrować zalety podejścia rozmytego rozważony został także problem optymalizacji z innym zestawem ograniczeń. Rozważane dwa problemy optymalizacji mogą odpowiadać zadaniom wytwarzania dwóch różnych produktów przez rozpatrywany reaktor polimeryzacji. Nakładane ograniczenia będą więc zależeły od typu zamawianego produktu. Tym razem żądane jest otrzymywanie produktu o ciężarze molowym nie mniejszym niż 14 000 przy ograniczeniu na dopływ inicjatora o wartości  $0,045 \frac{m^3}{h}$ . Tak jak poprzednio, zakłada się że minimalna wartość zadana wyznaczana jest w odległości  $\delta = 500$  od ograniczenia na ciężar molowy produktu, zatem dolne ograniczenie na wartość wyjścia w warstwie LSSO wynosi 14 500.

W pierwszej kolejności została rozpatrzona sytuacja, w której w każdej iteracji zachodzi interwencja warstwy optymalizacji LSSO. Wyniki symulacji przedstawione zostały na rys. 34a. Można zauważyć, że algorytm DMC działa wyraźnie gorzej od algorytmów wykorzystujących model rozmyty. Regulator dysponuje nieadekwatnym modelem, przez co wartość wyjścia wyraźnie odbiega od ustalonej minimalnej dopuszczalnej wartości zadanej, jednak pozostaje utrzymywana w wyznaczonej strefie bezpieczeństwa. Dalsze zmiany zakłócenia powodują znaczne odejście od wartości zadanej w porównaniu do pozostałych algorytmów, a sterowanie osiąga mniejsze wartości niż te przez nie wyznaczane. Najszysbsze spośród regulatorów bazujących na modelu rozmytym to regulatory FDMC-NPL i MPC-NO, nieco wolniejszy od nich jest algorytm FDMC-SL, natomiast regulator FDMC najlepiej tłumii zakłócenie, przez co wartość wyjścia najlepiej trzyma się wartości zadanej.

Sytuacja, kiedy interwencja warstwy optymalizacji zachodzi tylko raz na 30 minut działania regulatora została przedstawiona na rys. 34b. Wartość zadana dla regulatorów jest rzadziej aktualizowana, przez co obiekt nie działa z maksymalną możliwą wydajnością, co było widoczne w przypadku interwencji warstwy LSSO w każdej iteracji. Przyrosty

sterowania wyznaczane przez regulator DMC w porównaniu do regulatorów bazujących na modelu rozmytym są zdecydowanie mniejsze. W efekcie regulator DMC początkowo nie odstaje znacząco od pozostałych regulatorów, co miało miejsce w poprzednim scenariuszu. Nieadekwatny do bieżącego punktu pracy model wykorzystywany w regulatorze DMC powoduje, że naruszone zostaje miękkie ograniczenie nałożone na wartość wyjścia, ale tak, jak przy częstej interwencji warstwy LSSO, wartość wyjścia jest utrzymywana w zakładanej strefie bezpieczeństwa. Wszystkie spośród algorytmów bazujących na modelu rozmytym działają lepiej od algorytmu DMC. Ponownie można zauważać najbardziej agresywne działanie algorytmu FDMC, przez co tłumi zakłócenie najlepiej. Najlagodniej z nich działa regulator FDMC-SL, a najszybsze są wciąż algorytmy FDMC-NPL i MPC-NO. Zarówno przy częstych jak i rzadkich interwencjach warstwy LSSO można zaobserwować, że zbliżając się do granicy strefy bezpieczeństwa, sterowanie wyznaczane przez regulatory numeryczne delikatnie oscyluje. Jest to efekt kompensacji zakłócenia i minimalizacji przekroczenia ograniczenia na wartość wyjściową.



**Rys. 34.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $y \geq 14\,000$ , •  $0,001 \frac{m^3}{h} \leq u \leq 0,045 \frac{m^3}{h}$

**Tabl. 2.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowej strukturze sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $y \geq 14\ 000$ ,  
•  $0,001 \frac{m^3}{h} \leq u \leq 0,045 \frac{m^3}{h}$

$T_e$	DMC	FDMC	FDMC-SL	FDMC-NPL	MPC-NO
1	1 832 907,02	1 879 459,80	1 873 597,44	1 874 575,83	1 874 691,95
30	1 811 992,61	1 846 780,47	1 837 236,23	1 847 072,41	1 846 266,24

Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla drugiego problemu optymalizacji zostały zebrane w tabl. 2. Zauważalnie lepsze rezultaty uzyskano stosując algorytmy wykorzystujące model rozmyty. Ponadto w tym scenariuszu nastąpiła poprawa wyników algorytmu FDMC na tle pozostałych z algorytmów bazujących na modelu rozmytym. Wynika to z generowania większych wartości sterowania. Niezależnie od częstotliwości interwencji warstwy optymalizacji, najgorsze wyniki spośród regulatorów z modelem rozmytym obiektu osiągnął algorytm FDMC-SL. Wyniki uzyskane przez algorytmy FDMC-NPL i MPC-NO są zaś bardzo zbliżone.

Przy obydwu problemach optymalizacji widoczne jest pogorszenie wskaźników jakości przy rzadszej interwencji warstwy LSSO. Jest to spowodowane tym, że przy jej rzadszej interwencji proces nie zachodzi tak intensywnie jak to możliwe, co można zaobserwować porównując ze sobą rys. 33a i 33b a także rys. 34a i 34b. Kiedy warstwa LSSO nie interweniuje przy każdej iteracji regulatora, sterowanie jest ograniczane, by skompensować zmieniającą się wartość zakłócenia i utrzymać wyjście na ustalonej, przez pewien czas stałej, wartości zadanej. W rzeczywistości powinna ona maleć w każdej iteracji, a wartość sterowania można utrzymywać na górnym ograniczeniu.

W zastosowaniach praktycznych zadanie pełnej nieliniowej optymalizacji wyznaczającej wartości zadane dla regulatorów może trwać zbyt długo lub nie może nie być rozwijywane w każdej iteracji regulatora. Wartości zadane nie są wtedy aktualizowane w sposób ciągły, a jedynie cyklicznie. W kolejnym rozdziale przedstawione zostaną eksperymenty, w których z rzadko interwenującą warstwą LSSO współpracuje warstwa SSTO, której zadaniem jest bieżące poprawianie wartości zadanych dla regulatorów.

### 3.4.2 Struktura LSSO+SSTO+MPC

W tym rozdziale przedstawione zostały wyniki symulacji regulatorów predykcyjnych współpracujących z dwoma warstwami optymalizacji - nieliniowej warstwy optymalizacji wykorzystującej dokładny, statyczny model obiektu i warstwy SSTO z uproszczonym, liniowym modelem obiektu. Rozwiązywane jest w niej zadanie programowania liniowego, którego celem jest poprawienie wartości zadanych dla regulatora, kiedy nie jest dostępna wartość wyznaczona przez warstwę LSSO. Testowane były podejścia, w których w każdej iteracji regulatora dokonywana jest linearyzacja nieliniowego modelu z warstwy LSSO, jak i z użyciem modelu wykorzystywanego w regulatorze.

Równania statyczne obiektu linearyzowane były poprzez rozwinięcie ich w szereg Taylora. Pochodne kolejnych równań stanu obiektu są następujące:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta x_1}{\delta x_2} &= -\frac{(60 + 60 \cdot z) \cdot 2,4568 \cdot 0,5}{\sqrt{\bar{x}_2} \cdot (10 + 10 \cdot z + 2,4568 \cdot \sqrt{\bar{x}_2})^2} \\
\frac{\delta x_2}{\delta u} &= \frac{80}{10,1022 + 10 \cdot z} \\
\frac{\delta x_3}{\delta x_1} &= \frac{0,002\,412\,1 \cdot \sqrt{\bar{x}_2} \cdot 10 \cdot (1 + z)}{100 \cdot (1 + z)^2} \\
\frac{\delta x_3}{\delta x_2} &= \frac{\left(\frac{0,002\,412\,1 \cdot \bar{x}_1 \cdot 0,5}{\sqrt{\bar{x}_2} + 0,112\,191}\right) \cdot 10 \cdot (1 + z)}{100 \cdot (1 + z)^2} \\
\frac{\delta x_4}{\delta x_1} &= \frac{245,978 \cdot \sqrt{\bar{x}_2}}{10 \cdot (1 + z)} \\
\frac{\delta x_4}{\delta x_2} &= \frac{245,978 \cdot \bar{x}_1}{2 \cdot 10 \cdot (1 + z) \cdot \sqrt{\bar{x}_2}} \\
\frac{\delta y}{\delta x_3} &= \frac{\bar{x}_4}{(\bar{x}_3)^2} \\
\frac{\delta y}{\delta x_4} &= \frac{1}{\bar{x}_3}
\end{aligned} \tag{66}$$

gdzie wartości z kreską są wartościami zmiennych z równań statycznych w punkcie linearyzacji  $(u, z)$ . Następnie wyznaczone zostały zmienne pomocnicze:

$$\begin{aligned}
C_1 &= \bar{x}_1 - \frac{\delta x_1}{\delta x_2} \cdot \bar{x}_2 \\
C_2 &= \bar{x}_2 - \frac{\delta x_2}{\delta u} \cdot u \\
C_3 &= \bar{x}_3 - \frac{\delta x_3}{\delta x_1} \cdot \bar{x}_1 - \frac{\delta x_3}{\delta x_2} \cdot \bar{x}_2 \\
C_4 &= \bar{x}_4 - \frac{\delta x_4}{\delta x_1} \cdot \bar{x}_1 - \frac{\delta x_4}{\delta x_2} \cdot \bar{x}_2 \\
C_y &= \bar{y} - \frac{\delta y}{\delta x_3} \cdot \bar{x}_3 - \frac{\delta y}{\delta x_4} \cdot \bar{x}_4 \\
T &= \frac{\delta x_1}{\delta x_2} \cdot \left( \frac{\delta y}{\delta x_3} \cdot \frac{\delta x_3}{\delta x_1} + \frac{\delta y}{\delta x_4} \cdot \frac{\delta x_4}{\delta x_1} \right) + \frac{\delta y}{\delta x_3} \cdot \frac{\delta x_3}{\delta x_2} + \frac{\delta y}{\delta x_4} \cdot \frac{\delta x_4}{\delta x_2} \\
V &= T \cdot C_2 + \frac{\delta y}{\delta x_3} \cdot C_3 + \frac{\delta y}{\delta x_4} \cdot C_4 + C_y + \left( \frac{\delta y}{\delta x_3} \cdot \frac{\delta x_3}{\delta x_1} + \frac{\delta y}{\delta x_4} \cdot \frac{\delta x_4}{\delta x_1} \right) \cdot C_1
\end{aligned} \tag{67}$$

dzięki którym zadanie programowania liniowego w warstwie SSTO można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned}
 & \min_{y, u} \{ -p \cdot u \} \\
 \text{przy ogr.: } & T \cdot \frac{\delta x_2}{\delta u} \cdot u - y = -V \\
 & u^{\min} \leq u \leq u^{\max} \\
 & y \geq y^{\min} + \delta
 \end{aligned} \tag{68}$$

Przetestowana została także wersja warstwy SSTO wykorzystująca ten sam model obiektu, którym posługuje się regulator. W tym celu wykorzystywany jest element  $\mathbf{S}_D$  jako aproksymacja wzmocnienia obiektu, a także ostatni składnik odpowiedzi swobodnej z horyzontu dynamiki obiektu ( $y_{k+D|k}^0$ ), który odgrywa rolę wartości wyjścia w stanie ustalonym. Zadanie optymalizacji rozwiązywane w tak zdefiniowanej warstwie SSTO jest następujące:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\Delta y, \Delta u} \{ -p \cdot \Delta u \} \\
 \text{przy ogr.: } & \Delta y = \mathbf{S}_D \cdot \Delta u \\
 & u^{\min} - u_{k-1} \leq \Delta u \leq u^{\max} - u_{k-1} \\
 & \Delta y \geq y^{\min} - y_{k+D|k}^0 + \delta
 \end{aligned} \tag{69}$$

a wartość zadana dla regulatora wynosi  $y^{\text{zad}} = \Delta y + y_{k+D|k}^0$ . Obydwie wersje warstwy SSTO uwzględniają ten sam zbiór ograniczeń co warstwa LSSO, tak więc również uwzględniany jest bufor bezpieczeństwa o szerokości  $\delta = 500$  podczas wyznaczania wartości zadanej dla regulatora. Dla zachowania tych samych warunków, parametr ceny wynosi tyle samo co w warstwie LSSO, czyli  $p = 100\,000$ .

Dla tak utworzonych warstw SSTO ponownie rozpatrzone zostały obydwa scenariusze testowe przy interwencji warstwy LSSO raz na 30 minut i interwencji warstwy SSTO w każdej iteracji. Pierwszy przypadek z wykorzystaniem w warstwie SSTO zlinearyzowanego pełnego modelu nieliniowego przedstawiony został na rys. 35a. Wartości zadane wyznaczone przez warstwę SSTO są oznaczone przerywanymi liniami o kolorach odpowiadających poszczególnym algorytmom. Poprawki obliczane w ten sposób przez warstwę SSTO nie-mal idealnie odtwarzają przypadek, kiedy warstwa LSSO interwenowała w każdej iteracji (por. rys. 33a). Linie wartości zadanych wyznaczane przez warstwę SSTO współpracującą z każdym z algorytmów pokrywają się. Przebieg sterowania pozbawiony jest charakterystycznych dla okresowej zmiany wartości zadanej spadków wartości. Obiekt działa tak szybko jak jest to możliwe z wykorzystaniem danego regulatora. Charakter ich działania pozostaje niezmienny, w tym obszarze widoczne jest nieco lepsze działanie podejścia

rozmytego nad regulatorem z liniowym modelem obiektu.

Wyniki symulacji wykorzystującej w warstwie SSTO model, na którym bazuje dany regulator, przedstawione zostały na rys. 35b. Widoczna jest zależność, że im dokładniejszy jest model wykorzystywany w regulatorze, tym bliższa trajektorii wartości zadanej wyznaczanej przez warstwę LSSO jest trajektoria wyznaczana przez warstwę SSTO. Dla najmniej dokładnego modelu liniowego, trajektoria wyznaczana przez warstwę SSTO jest znacznie oddalona od schodkowej trajektorii wyznaczanej przez LSSO. Taki jej przebieg spowodował jednak wyraźne przyspieszenie działania algorytmu DMC. Najdokładniejsze odzworowanie procesu zachodzi w algorytmach FDMC-NPL i MPC-NO, gdzie wnioskowanie rozmyte przeprowadzane jest na całym horyzoncie predykcji dla każdego elementu przewidywanej trajektorii wyjścia obiektu. Widoczne jest najlepsze przybliżenie docelowej trajektorii zadanej i kiedy następuje interwencja warstwy LSSO, wartości wyznaczane przez obydwie warstwy są sobie najbliższe. Algorytmy FDMC i FDMC-SL do predykcji wykorzystują liniowe przybliżenie modelu nieliniowego, stąd chwilami można zaobserwować oddalenie się trajektorii zadanej od idealnej.

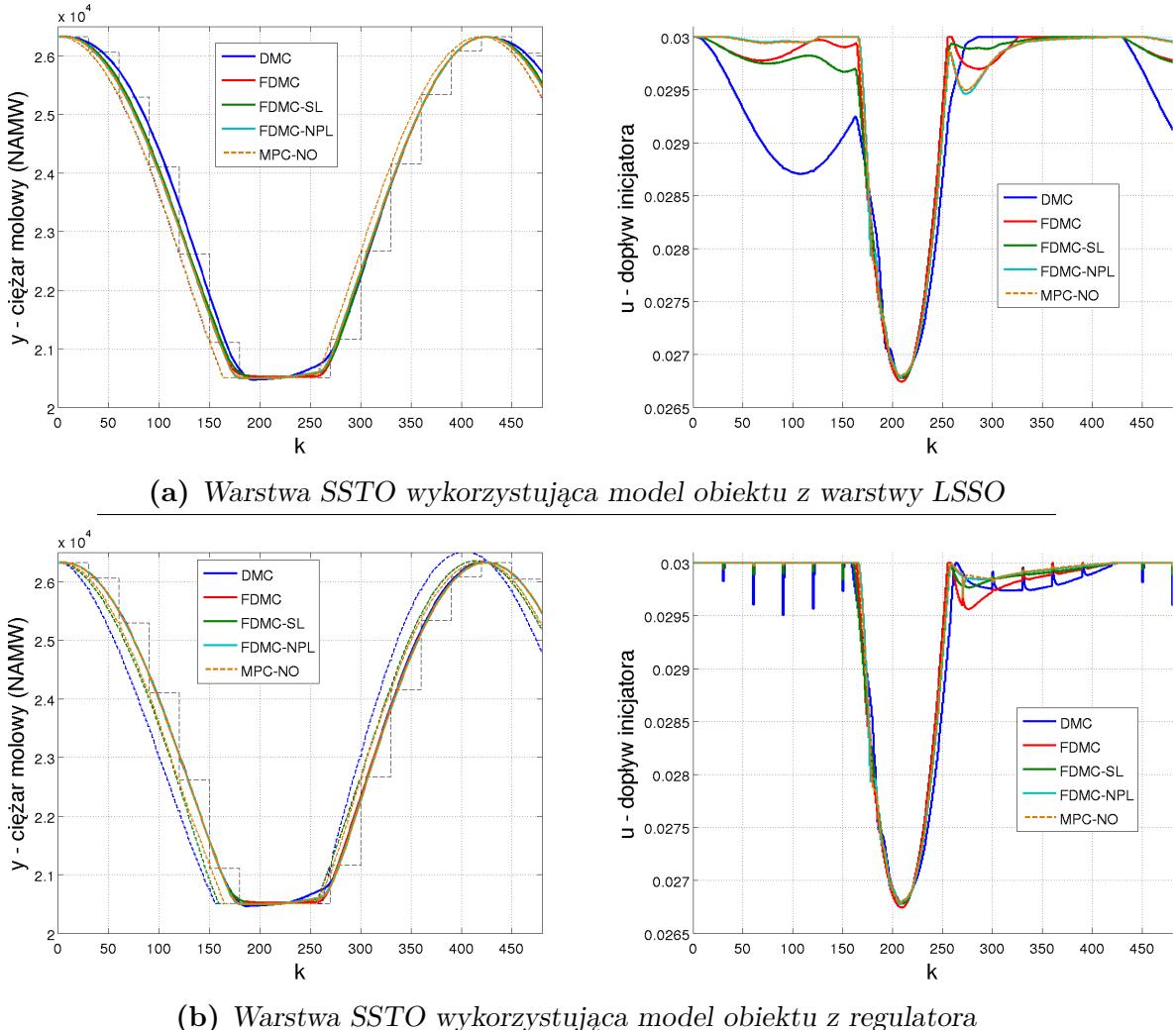
Różnice pomiędzy działaniem obydwu wariantów warstwy SSTO są dobrze widoczne na przebiegu sygnału sterującego. Wykorzystanie w warstwie SSTO model obiektu, na którym działa regulator powoduje, że przez większość czasu sygnał sterujący znajduje się bliżej górnego ograniczenia. Ponadto można zauważać charakterystyczne zmniejszenia sygnału sterującego, które wynikają z tego, że kiedy dostępna jest wartość zadana wyznaczona przez warstwę LSSO, jest ona bezpośrednio aplikowana do regulatora. Warstwa SSTO działa jedynie wtedy, kiedy nie jest dostępna wartość z warstwy LSSO. Im model wykorzystywany w warstwie SSTO jest mniej dokładny, tym nagle zachwiania wartości sterowania są większe. Wykorzystanie pełnego nieliniowego modelu rozmytego w predykcji jest na tyle dokładne, że zachwiania wartości są pomijalnie małe.

**Tabl. 3.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwie sterowania z warstwami LSSO i SSTO przy ograniczeniach: •  $y \geq 20\ 000$ ,  
•  $0,001 \frac{m^3}{h} \leq u \leq 0,03 \frac{m^3}{h}$

model	DMC	FDMC	FDMC-SL	FDMC-NPL	MPC-NO
z LSSO	1 405 358,00	1 419 259,10	1 418 232,80	1 420 452,80	1 420 549,76
z regulatora	1 418 849,10	1 420 323,37	1 420 982,25	1 421 718,66	1 421 904,44

W tabl. 3 zebrane zostały skumulowane wartości wskaźnika jakości dla obydwu opracowanych odmian warstwy SSTO. Porównując wyniki z tabl. 1 można zauważać, że wprowadzenie warstwy SSTO polepsza wartości wskaźnika jakości, ponieważ dostępna jest ciągła aktualizacja wartości zadanych. Wykorzystanie w warstwie SSTO modelu z regulatora daje ponadto lepsze rezultaty niż kiedy wykorzystywany był dokładny, zlinearyzowany model statyczny z warstwy LSSO. Regulatory utrzymują wtedy wartości sterowania bliżej ograniczeń, a regulator DMC osiąga wynik bliższy wynikom regulatorów bazujących

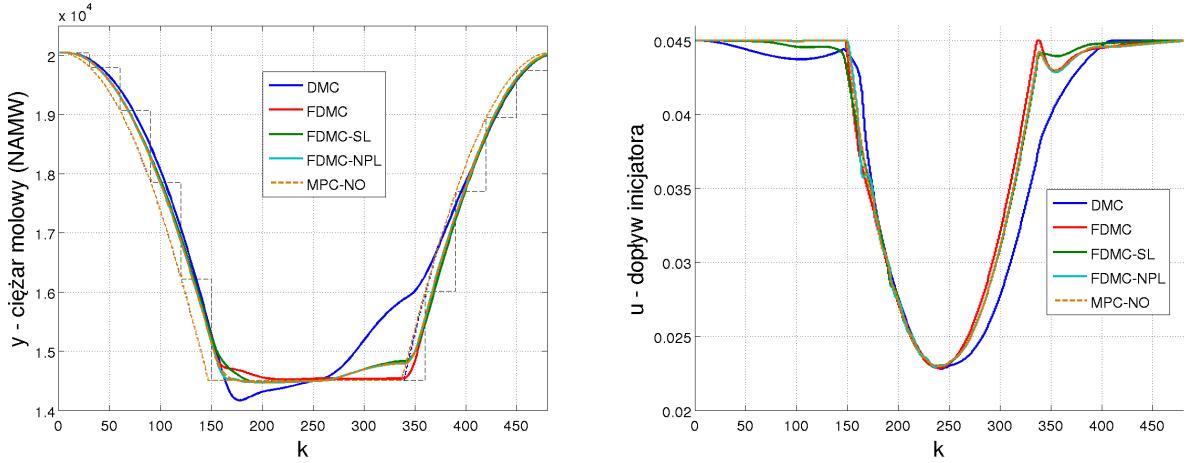
na modelu rozmytym. Można wnioskować, że wykorzystanie w warstwie SSTO tego samego modelu co w regulatorze prowadzi do poprawy wyników działania struktur regulacji.



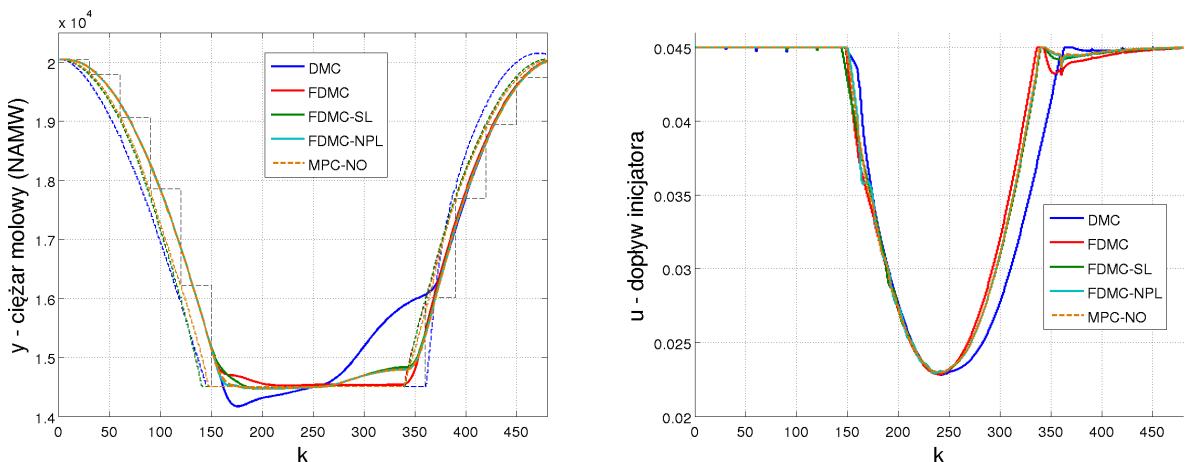
**Rys. 35.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO przy ograniczeniach:  $\bullet y \geq 20000$ ,  $\bullet 0,001 \frac{m^3}{h} \leq u \leq 0,03 \frac{m^3}{h}$

Wyniki symulacji drugiego problemu optymalizacji z wykorzystaniem linearyzowanego dokładnego modelu obiektu w warstwie SSTO pokazane zostały na rys. 36a. Sukcesywna linearyzacja modelu obiektu wyrażonego za pomocą nieliniwych równań statycznych wnosi poprawę działania struktur regulacji powodując ciągłą aktualizację wartości zadanej, którą śledzić mają regulatory. Za pomocą tego podejścia uzyskana została najbardziej zbliżona do idealnej trajektoria zadana. Różnice pomiędzy trajektoriami zadanymi dla każdego z algorytmów są niezauważalne, co pokazują pokrywające się linie na wykresie. Podobnie jak przy interwencji warstwy LSSO w każdej iteracji regulatora, można zauważyć, że nieadekwatny do bieżącego punktu pracy model wykorzystany w regulatorze DMC powoduje jego zauważalnie gorsze działanie na tle regulatorów rozmytych. Algorytmy bazujące na modelu rozmytym natomiast odpowiednio szybko nadążają za zmieniającym się

zakłóceniem i zdecydowanie lepiej śledzą trajektorię zadaną tłumiąc przy tym zmieniające się zakłócenie. Zauważalne jest lepsze tłumienie zakłócenia uzyskane przez analityczny regulator FDMC.



(a) Warstwa SSTO wykorzystująca model obiektu z warstwy LSSO



(b) Warstwa SSTO wykorzystująca model obiektu z regulatora

**Rys. 36.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO przy ograniczeniach: •  $y \geq 14000$ , •  $0,001 \frac{m^3}{h} \leq u \leq 0,045 \frac{m^3}{h}$

Na rys. 36b przedstawiono ten sam problem optymalizacji, w którym w warstwie SSTO wykorzystane zostały modele obiektu stosowane w regulatorach. Eksperyment podtrzymuje zależność przedstawioną poprzednio - trajektoria najbardziej zbliżona do wyznaczonej przez warstwę LSSO jest wyznaczana z wykorzystaniem modelu stosowanego w regulatorach FDMC-NPL i MPC-NO. Nieco większą odchyłką charakteryzuje się wykorzystanie w pełni linearyzowanego modelu rozmytego obowiązującego w regulatorach FDMC i FDMC-SL, natomiast największe odchyłki są po stronie algorytmu DMC wykorzystującego niadekwatny do zmieniającego się punktu pracy model liniowy. Dzięki temu odchyleniu trajektorii zadanej można jednak zaobserwować przyspieszenie działania algorytmu DMC, tak jak miało to miejsce w poprzednim scenariuszu testowym. Charakterystycz-

ne zachwiania wartości sterowania wynikające z przełączania źródła wartości zadanej, choć niewielkie, widoczne są właściwie jedynie w przypadku algorytmów DMC i FDMC. Ponownie zauważalne jest, że wykorzystanie w warstwie SSTO tego samego modelu co w regulatorze prowadzi do generacji większych wartości sterowania. Przebieg wartości wyjścia obiektu nie uległ zauważalnym zmianom, regulator DMC wciąż najgorzej radzi sobie z postawionym zadaniem, natomiast regulatory wykorzystujące model rozmyty obiektu bardzo dobrze śledzą wartość zadaną podczas całego eksperymentu. Ponownie zakłócenie najlepiej tłumione jest przez analityczny regulator FDMC.

**Tabl. 4.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowej strukturze sterowania z warstwami LSSO i SSTO przy ograniczeniach:  
•  $y \geq 14\ 000$ , •  $0,001 \frac{m^3}{h} \leq u \leq 0,045 \frac{m^3}{h}$

model	DMC	FDMC	FDMC-SL	FDMC-NPL	MPC-NO
z LSSO	1 834 100,11	1 879 631,08	1 873 673,60	1 874 775,61	1 874 825,81
z regulatora	1 853 774,79	1 879 831,44	1 877 189,97	1 880 694,22	1 880 754,31

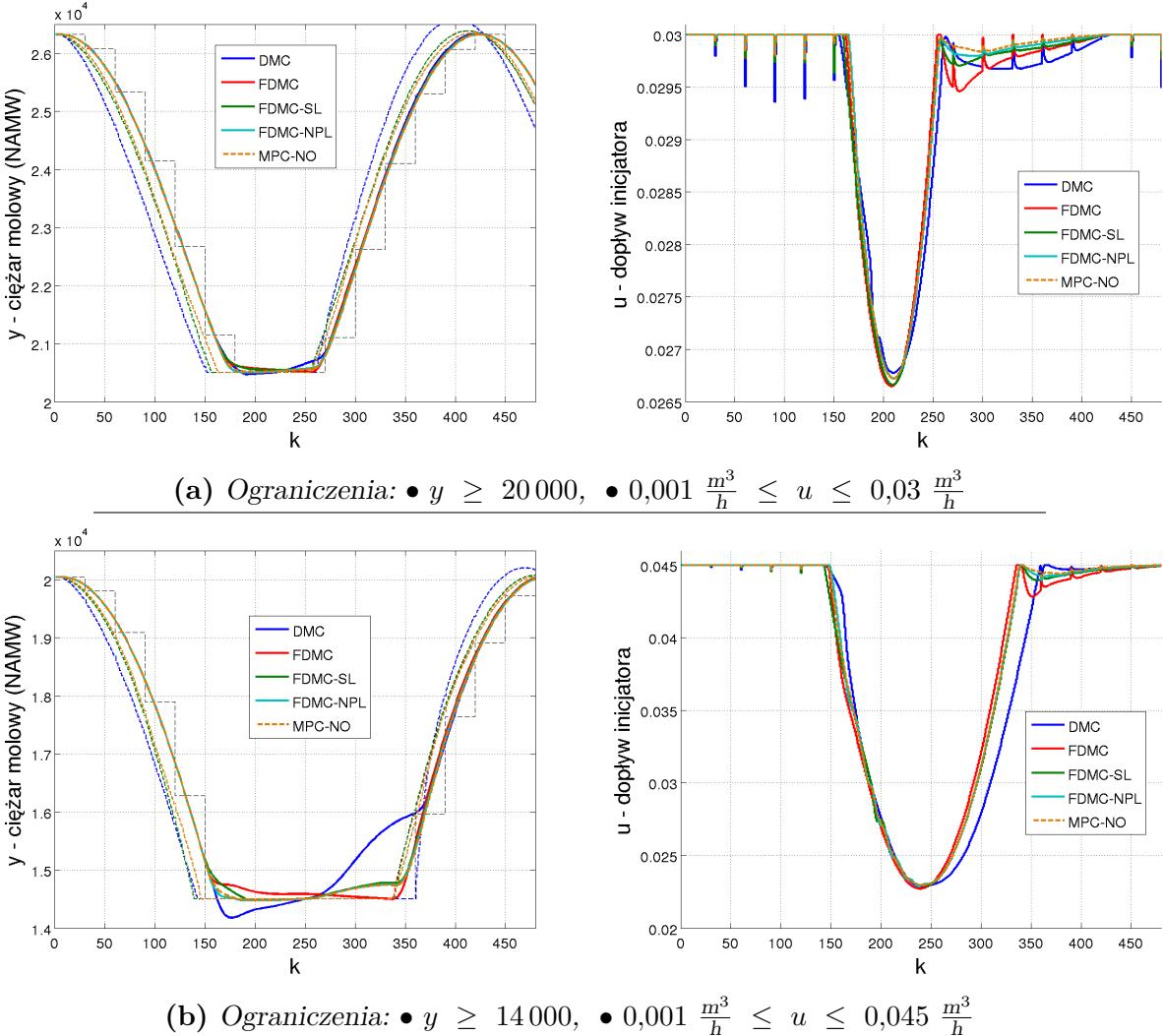
Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla drugiego problemu optymalizacji przedstawione zostały w tabl. 4. Aktualizacja wartości zadanej w każdej iteracji wyraźnie zmniejsza wartości wskaźników jakości (por. tabl. 2). Drugi eksperyment potwierdza wniosek, że wykorzystując w warstwie SSTO model obiektu stosowanego w regulatorze, uzyskiwane są lepsze wyniki. Różnica pomiędzy wynikiem osiągniętym przez regulator DMC a regulatorami wykorzystującymi model rozmyty obiektu zmniejszyła się, choć wciąż jest zauważalna. Wyznaczane sterowanie osiąga wartości bliższe górnemu ograniczeniu, stąd większy jest całkowity przepływ przez reaktor. Najlepsze wyniki uzyskane zostały z wykorzystaniem algorytmów FDMC-NPL i MPC-NO i są one bardzo do siebie zbliżone.

### Opóźniony pomiar zakłócenia

Rozważony został także przypadek, kiedy nie dysponuje się dokładnym pomiarem zakłócenia. Często pomiar lub estymacja wartości zakłócenia następuje z opóźnieniem, stąd sprawdzone zostały także przypadki współpracy z warstwą SSTO wykorzystującą model obiektu z regulatora, kiedy pomiar zakłócenia trafia do regulatora i warstw optymalizacji z opóźnieniem 2 okresów próbkowania. Modele zakłócenia w regulatorach zostały dostosowane do dwóch taktów opóźnienia pomiaru. Wyniki symulacji dla pierwszego i drugiego problemu optymalizacji zostały przedstawione odpowiednio na rys. 37a i 37b.

Podczas symulacji pierwszego scenariusza (rys. 37a) widać, że opóźnienie pomiaru zakłócenia wprowadza pewne zaburzenia w działaniu układów regulacji. Na przebiegach sygnałów sterujących widoczne są większe odchylenia w momencie przełączania pomiędzy wartościami zadanimi z warstwy LSSO i SSTO. Wynika to z nieco większych odchyleń trajektorii zadanego z warstwy SSTO od tych wyznaczanych przez warstwę LSSO. Zaburzenie

to jednak nie jest wystarczająco duże by zdestabilizować działanie któregokolwiek z zaprojektowanych regulatorów. Ponownie można zauważać, że kiedy wartość zadana wyjścia zatrzymuje się na ograniczeniu, algorytm DMC nieco gorzej radzi sobie z kompensacją zakłócenia niż regulatory wykorzystujące model rozmyty. Te zaś działają w sposób zbliżony, jednak algorytmy FDMC-NPL i MPC-NO nieco lepiej śledzą trajektorię zadaną.



Rys. 37. Odpowiedzi warstwowej struktury sterowania z warstwami LSSO i SSTO wykorzystującej model z regulatora; opóźnienie pomiaru zakłócenia o 2 okresy próbkowania

Podobna sytuacja ma miejsce przy rozpatrywaniu drugiego scenariusza testowego. Rys. 37b pokazuje, że opóźnienie pomiaru zakłócenia o 2 okresy próbkowania nie zaburza działania regulatorów w znaczny sposób. Algorytmy bazujące na modelu rozmytym obiektu działają bardzo dobrze, a najlepszym tłumieniem zakłócenia cechuje się ponownie algorytm FDMC. Regulator DMC wciąż radzi sobie z postawionym zadaniem i wartość wyjściowa obiektu mieści się w założonym marginesie bezpieczeństwa. Zdecydowanie gorzej od regulatorów rozmytych śledzi on jednak wartość zadaną.

W tabl. 5 i 6 przedstawione zostały dla porównania wartości skumulowanego wskaźnika jakości dla struktur z poszczególnymi algorytmami przy opóźnionym jak i przy dokładnym pomiarze zakłócenia. Widoczny jest spadek wartości wskaźnika jakości, co jest przyczyną niedokładnego pomiaru zakłócenia. Można jednak zauważyć, że w drugim przypadku testowym wartość wskaźnika jakości wzrosła przy opóźnionym pomiarze zakłócenia dla regulatora DMC. Jest to jednak spowodowane niedokładnością modelu liniowego wykorzystywanego przez ten regulator.

**Tabl. 5.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowej strukturze sterowania z warstwami LSSO i SSTO z modelem obiektu z regulatora, przy różnym opóźnieniu pomiaru zakłócenia i ograniczeniach: •  $y \geq 20\ 000$ , •  $0,001 \frac{m^3}{h} \leq u \leq 0,03 \frac{m^3}{h}$

opóźnienie	DMC	FDMC	FDMC-SL	FDMC-NPL	MPC-NO
0	1 418 849,10	1 420 323,37	1 420 982,25	1 421 718,66	1 421 904,44
2	1 417 595,21	1 418 655,63	1 419 262,41	1 421 013,08	1 421 399,07

**Tabl. 6.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowej strukturze sterowania z warstwami LSSO i SSTO z modelem obiektu z regulatora, przy różnym opóźnieniu pomiaru zakłócenia i ograniczeniach: •  $y \geq 14\ 000$ , •  $0,001 \frac{m^3}{h} \leq u \leq 0,045 \frac{m^3}{h}$

opóźnienie	DMC	FDMC	FDMC-SL	FDMC-NPL	MPC-NO
0	1 853 774,79	1 879 831,44	1 877 189,97	1 880 694,22	1 880 754,31
2	1 854 970,76	1 875 521,24	1 874 999,50	1 879 867,14	1 880 540,90

Rozpatrzony został przypadek, kiedy nieznana jest zmiana zakłócenia w przyszłości. Często możliwa jest estymacja przyszłych zmian zakłócenia, na przykład w przypadku awarii w innych częściach instalacji całego obiektu, którego rozpatrywany reaktor polimeryzacji może być jedynie fragmentem. Jeżeli zakłócenie jest bardzo duże, dopuszcza się także przełączenie na sterowanie ręczne, aby godząc się z nieoptymalnym działaniem układu regulacji, nie dopuścić do niedotrzymania wymagań na jakość wytwarzanego produktu. Sytuacja taka nie była jednak sprawdzana, a w testowanym przypadku opóźnienia pomiaru zakłócenia wszystkie struktury regulacji wciąż działają sprawnie. Sytuacja z malejącą wartością wskaźnikiem jakości jest akceptowalna.

### 3.5 Wnioski

Przeprowadzone eksperymenty pokazały, że modele rozmyte dobrze nadają się do modelowania silnie nieliniowych obiektów z dokładnością wystarczającą do wykorzystania w regulatorze predykcyjnym. W modelowaniu wykorzystane zostało podejście eksperckie, z powodu złych rezultatów uzyskiwanych z wykorzystaniem gotowego rozwiązania struktury typu ANFIS z programu Matlab. Zaproponowane zostało także wykorzystanie wnioskowania rozmytego do dostosowania wartości parametru kary w celu przyspieszenia

procesu regulacji, które sprawdziło się bardzo dobrze. Przetestowane zostało 5 wariantów algorytmu regulacji predykcyjnej, z których bardzo obiecujące wyniki uzyskał prosty algorytm analityczny FDMC bazujący na podejściu PDC.

Pokazane zostały także niewielkie różnice w działaniu pomiędzy algorytmami FDMC-NPL i MPC-NO wykorzystujących zaprojektowany model rozmyty. W takim razie nie jest konieczne rozwiązywanie nieliniowego zadania optymalizacji i można posłużyć się szybszym i odporniejszym, uproszczonym zadaniem optymalizacji liniowo-kwadratowej. Działanie zaprojektowanych regulatorów zostało także sprawdzone w strukturach warstwowych z warstwami optymalizacji nadzędnej. Symulacja działania warstwowych struktur pokazała, że bardzo dobre wyniki przy braku dostępności aktualnych wartości zadanych w każdej iteracji regulatora można osiągnąć stosując pomocniczą warstwę optymalizacji SSTO rozwiązującą zadanie programowania liniowego z wykorzystaniem modelu obiektu występującego w regulatorze. Struktura taka jest także odporna na pomiar zakłócenia z opóźnieniem.

W dalszej części pracy, w celu sterowania reaktorem pH opracowano model rozmyty (z wykorzystaniem analogicznego podejścia bazującego na metodach eksperckich), a także porównano działanie wykorzystujących tak zaprojektowany model regulatorów FDMC i FDMC-NPL na tle klasycznego algorytmu DMC. Zaprojektowano także warstwową strukturę sterowania, wykorzystującą w warstwie SSTO model stosowany w regulatorze.

## 4 Sterowanie reaktora pH

Drugim obiektem rozważanym w pracy jest reaktor pH. Proces polega na mieszaniu kwasu, zasady i roztworu buforowego w celu uzyskania roztworu o zadanej wartości  $pH$  i stabilizacji jego poziomu w reaktorze. Równania stanu opisujące proces są następujące [13]:

$$\begin{aligned} \dot{h} &= \frac{Q_1 + Q_2 + \delta Q_2 + Q_3 - Q_4}{A} \\ \dot{W}_{a4} &= \frac{(W_{a1} - W_{a4}) \cdot Q_1 + (W_{a2} - W_{a4}) \cdot (Q_2 + \delta Q_2) + (W_{a3} - W_{a4}) \cdot Q_3}{A \cdot h} \\ \dot{W}_{b4} &= \frac{(W_{b1} - W_{b4}) \cdot Q_1 + (W_{b2} - W_{b4}) \cdot (Q_2 + \delta Q_2) + (W_{b3} - W_{b4}) \cdot Q_3}{A \cdot h} \quad (70) \\ Q_4 &= C_v \sqrt{h} \\ 0 &= W_{a4} + 10^{pH-14} + W_{b4} \frac{1 + 2 \cdot 10^{pH-pK_2}}{1 + 10^{pK_1-pH} + 10^{pH-pK_2}} - 10^{-pH} \end{aligned}$$

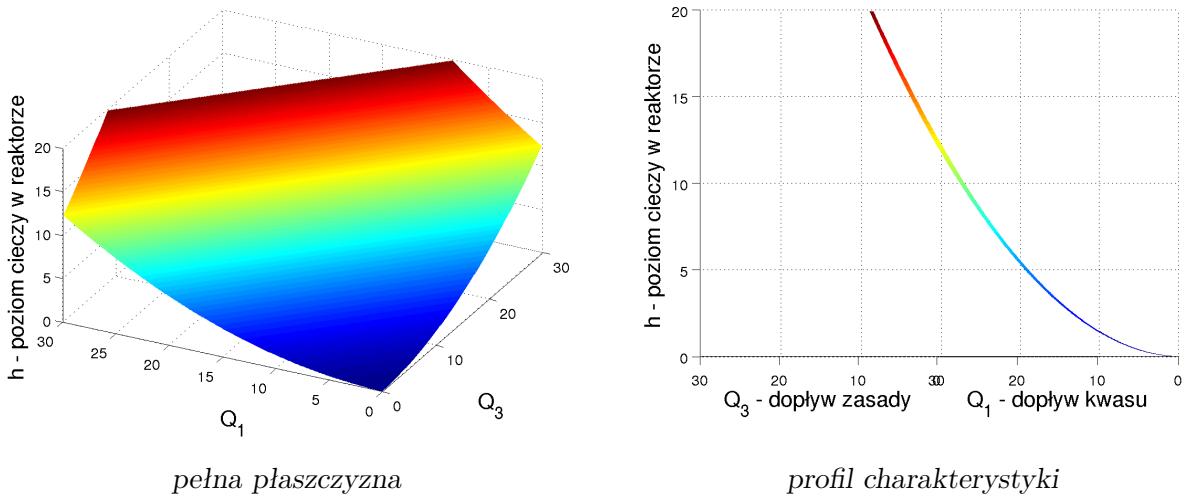
gdzie  $Q_1$  to strumień dopływającego kwasu ( $\text{HNO}_3$ ),  $Q_2$  to dopływ strumienia roztworu buforowego ( $\text{NaHCO}_3$ ),  $Q_3$  to dopływ zasady ( $\text{NaOH}$ ), a  $Q_4$  to strumień wypływających z reaktora produktu. Wielkość  $h$  określa poziom mieszaniny w zbiorniku, a  $pH$  - jej skład. Produkt wypływa ze zbiornika na zasadzie odpływu grawitacyjnego, czyli wypływ produktu jest proporcjonalny do pierwiastka kwadratowego z poziomu mieszaniny w zbiorniku. Zmiennymi sterującymi są dopływ kwasu i zasady ( $Q_1$  i  $Q_3$ ). Równania uwzględniają także wpływ zakłócenia, którym jest zmiana wielkości dopływającego strumienia roztworu buforowego -  $\delta Q_2$ . Wartości nominalne poszczególnych parametrów wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} W_{a1} &= 3 \cdot 10^{-3} \text{M}, \quad W_{a2} = -3 \cdot 10^{-2} \text{M}, \quad W_{a3} = -3,05 \cdot 10^{-3} \text{M}, \\ W_{b1} &= 0 \text{M}, \quad W_{b2} = 3 \cdot 10^{-2} \text{M}, \quad W_{b3} = 5 \cdot 10^{-5} \text{m}, \quad (71) \\ A &= 207 \text{cm}^2, \quad C_v = 8,75 \frac{\text{ml}}{\text{cm} \cdot \text{s}}, \quad pK_1 = 6,35, \quad pK_2 = 10,25, \quad h = 14 \text{cm} \end{aligned}$$

Pomiar wartości  $pH$  następuje w pewnej odległości od zbiornika, w którym następuje mieszanie substratów. Czas opóźnienia pomiaru wartości  $pH$  wynosi  $T_d = 30\text{s}$ . Proces jest więc trudny w sterowaniu ze względu na silnie nieliniowe opisujące go równania jak i występujące opóźnienie.

## 4.1 Charakterystyka procesu

Aby zaobserwować cechy obiektu, wykreślone zostały charakterystyki statyczne. Poziom mieszaniny w reaktorze w zależności od dopływu kwasu i zasady przedstawiony został na rys. 38. Nieliniowość tej zmiennej nie jest silna, największy jej wpływ można zaobserwować dla niskich wartości. W artykule [13] podana jest wartość poziomu cieczy  $h = 14$  cm, w pracy rozważane będą więc wartości nieznacznie odbiegające od nominalnej wartości.



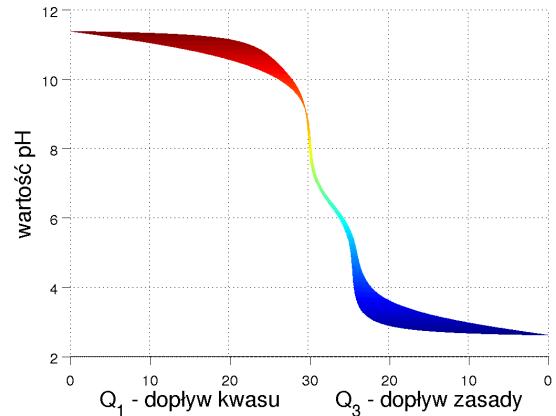
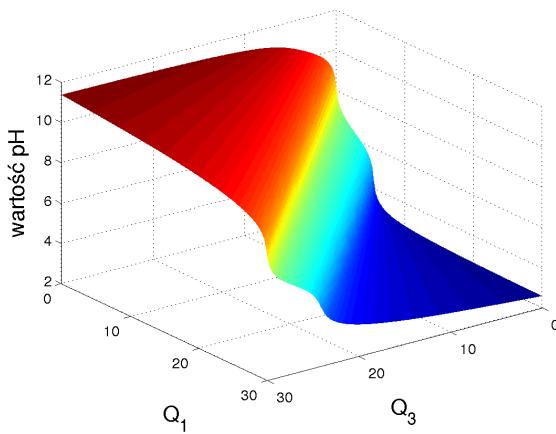
pełna płaszczyzna

profil charakterystyki

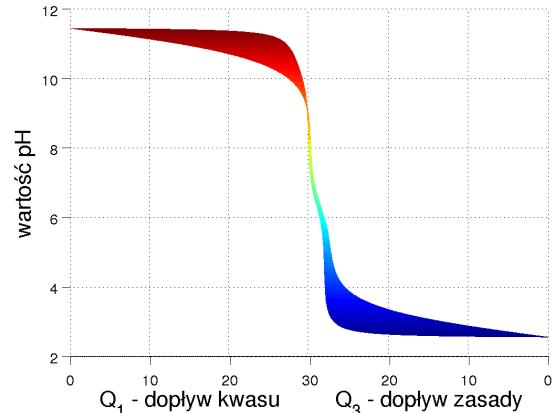
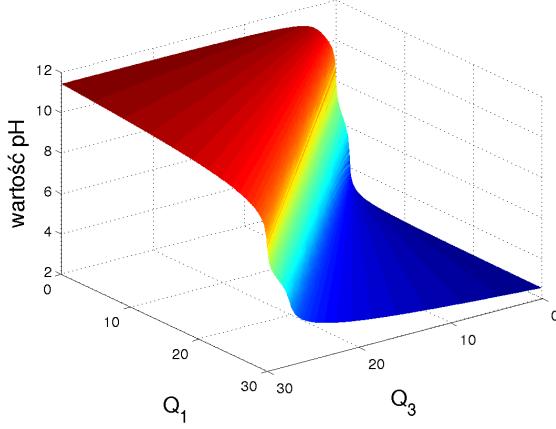
Rys. 38. Charakterystyka statyczna poziomu cieczy w reaktorze

Charakterystykę statyczną wartości  $pH$  przedstawia rys. 39a. W przeciwnieństwie do poziomu cieczy w reaktorze, zależność wartości  $pH$  jest silnie nieliniowa. Można wyróżnić obszary o znaczących zmianach wzmacnienia układające się w sposób schodkowy na charakterystyce. Odczyn  $pH$  zmienia się najwolniej w obszarach o skrajnych wartościach, natomiast najszybciej w obszarach w okolicy wartości 5 i 8. Pomiędzy nimi znajduje się strefa o mniejszym wzmacnieniu. Jej wystąpienie warunkowane jest przez dodanie do mieszaniny roztworu buforowego, a jej szerokość zależy od ilości tego roztworu, co można zaobserwować porównując ze sobą rys. 39a, 39b i 39c. Im większy jest udział roztworu buforowego w mieszaninie, tym szerszy jest obszar o mniejszym wzmacnieniu pomiędzy wartościami  $pH = 5$  i  $pH = 8$ .

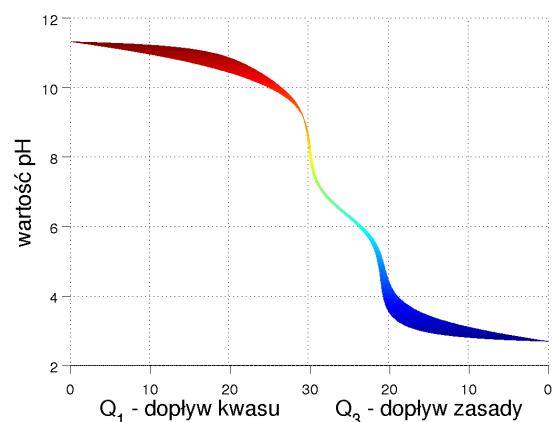
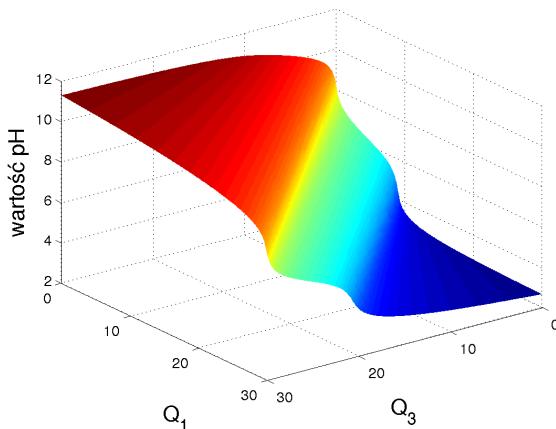
W celu zbadania dynamiki obiektu została dokonana seria eksperymentów skokowych. Pierwsze z nich polegały na zarejestrowaniu odpowiedzi obiektu na skokowe zmiany dopływu kwasu przy początkowych wartościach  $h = 14$  cm,  $pH = 7$  i dopływie roztworu buforowego na poziomie  $Q_2 = 0,55 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ . Początkowe wartości dopływu kwasu i zasady wynosiły  $Q_1 = 16,60 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$  i  $Q_3 = 15,60 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ . Przebiegi zmiennych wyjściowych zostały przedstawione na rys. 40a. Można zaobserwować, że poziom w reaktorze ustala się na podobnych wartościach przy tych samych wymuszeniach zarówno w góre jak i w dół. Widoczne są także niewielkie zmiany w dynamice - szybciej następuje opróżnianie reaktora, ponieważ intensywność odpływu zależna jest od bieżącego poziomu cieczy (odpływ grawitacyjny).



(a) Dopływ roztworu buforowego na poziomie  $0,55 \frac{ml}{s}$

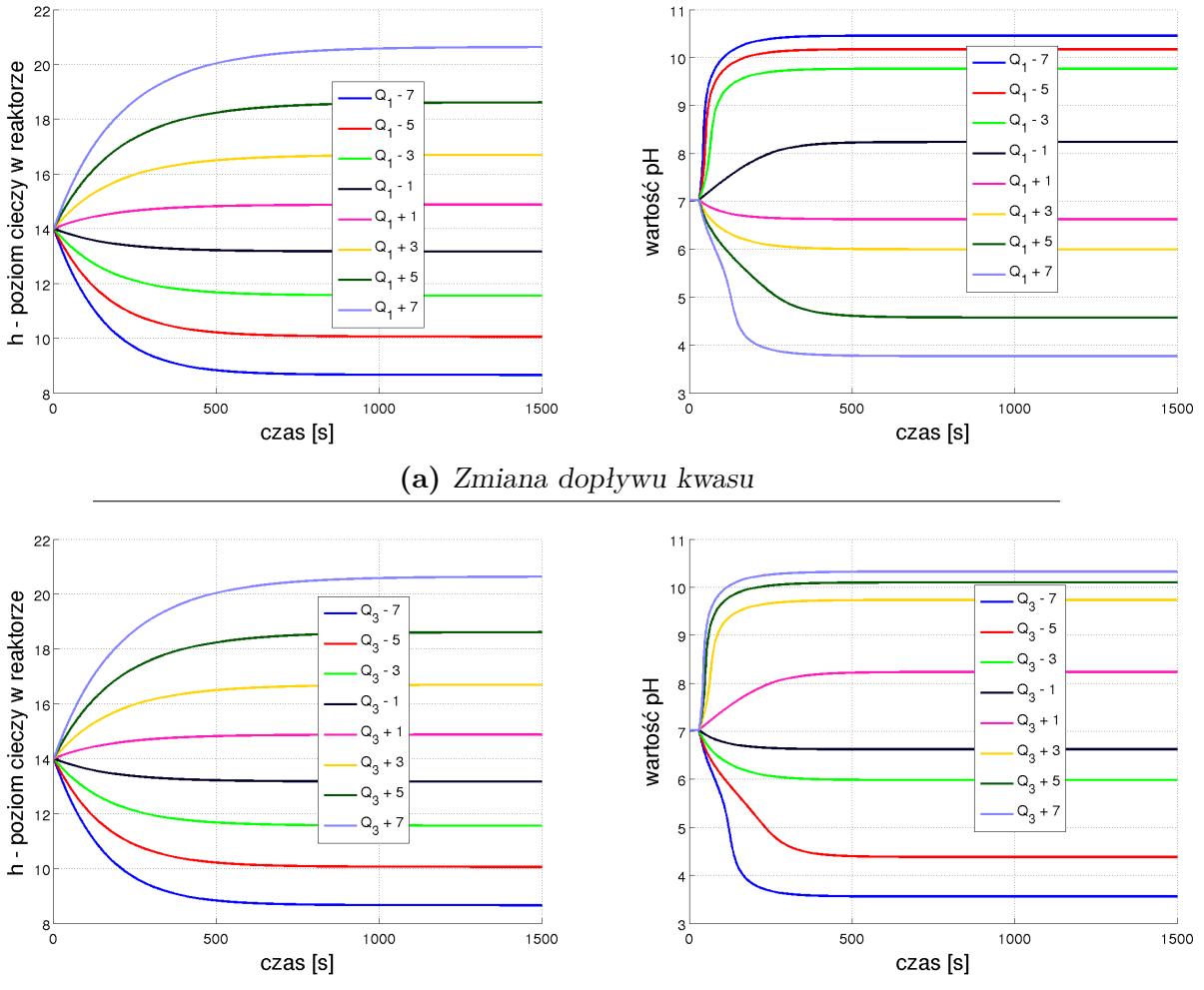


(b) Zmniejszenie dopływu roztworu buforowego o  $\delta Q_2 = 0,35 \frac{ml}{s}$



(c) Zwiększenie dopływu roztworu buforowego o  $\delta Q_2 = 0,35 \frac{ml}{s}$

Rys. 39. Charakterystyka statyczna pH przy różnych wielkościach dopływu roztworu buforowego

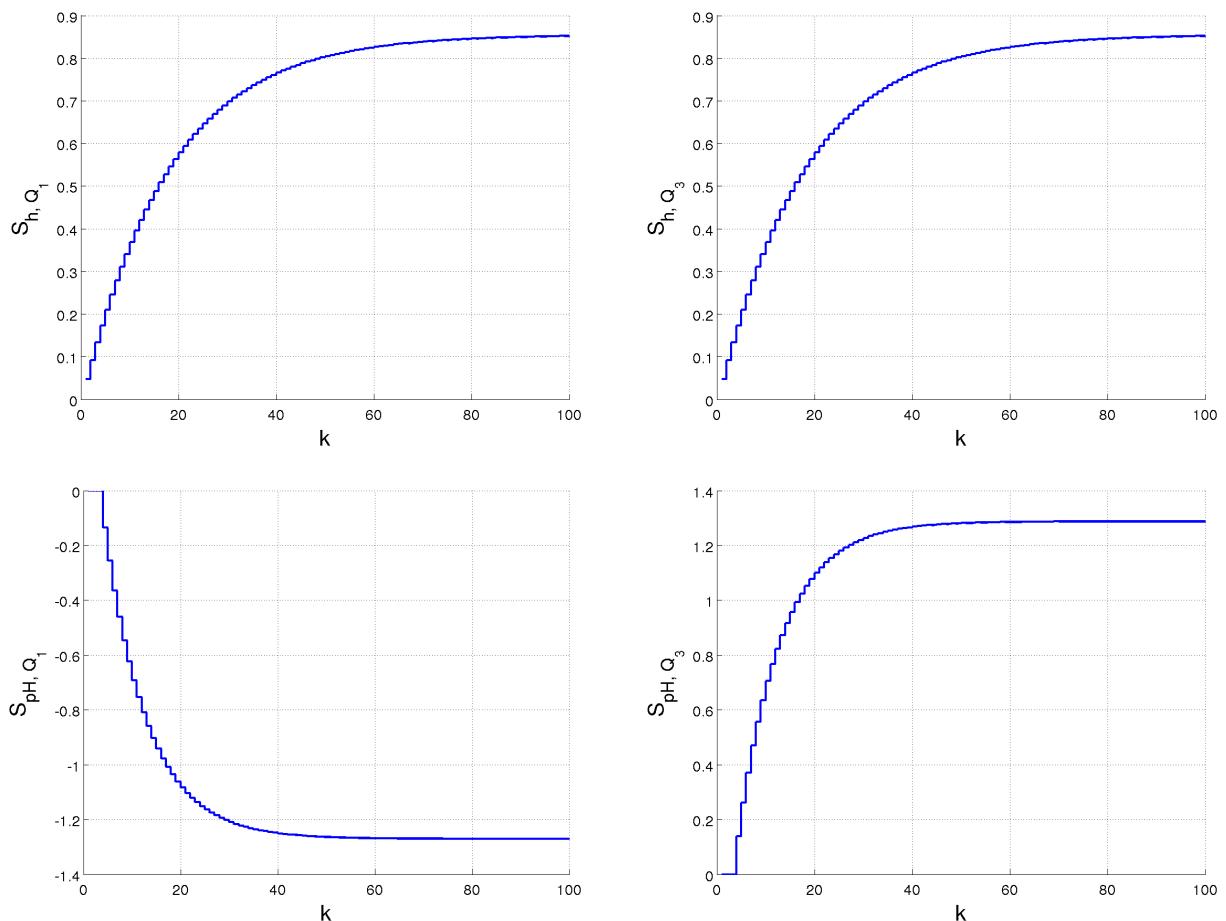


Rys. 40. Odpowiedzi obiektu na skokowe zmiany dopływu kwasu i zasady

Dużo silniejsza jest natomiast nieliniowość wartości  $pH$ , co zostało już zaobserwowane na charakterystyce statycznej. Startując od wartości  $pH = 7$  można zauważać większą wrażliwość na zmniejszanie dopływu kwasu, a wzmacnienie procesu znaczająco maleje przy przekroczeniu wartości  $pH$  w okolicach 9,5. W przypadku zwiększania dopływu kwasu proces przechodzi przez przejściowy, płaski fragment charakterystyki. Dopiero po przejściu do jej stromej części, czyli po przekroczeniu wartości  $pH$  wynoszącej ok. 6, obserwuje się nagły, szybszy spadek wartości. Jest to bardzo dobrze widoczne przy dużym wymuszeniu - charakter przebiegu znaczająco różni się od idelnego przebiegu inercyjnego.

W drugiej serii eksperymentów obserwowane były zmiany poziomu cieczy i wartości  $pH$  przy skokowych zmianach dopływu zasady. Przyjęte zostały te same warunki początkowe, tj.  $h = 14 \text{ cm}$ ,  $pH = 7$ ,  $Q_1 = 16,60 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ ,  $Q_2 = 0,55 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$  i  $Q_3 = 15,60 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ . Zarejestrowane przebiegi zostały przedstawione na rys. 40b. Z równań opisujących obiekt (70) wynika, że poziom mieszaniny w reaktorze zależy w taki sam sposób od dopływu zarówno kwasu jak i zasady. Potwierdzają to także przebiegi zmiany poziomu cieczy na te same wymuszenia przedstawione na rys. 40a i 40b. Porównując ze sobą sposób zmian wartości  $pH$  przy

zmniejszaniu i zwiększeniu strumieni dopływających substancji można zauważyć, że wartość  $pH$  zmienia się podobnie przy zwiększeniu dopływu kwasu, co przy zmniejszaniu dopływu zasady. W drugą stronę, tj. zmniejszając dopływ kwasu lub zwiększając dopływ zasady, charakter zmian również pozostaje zachowany. Można zaobserwować, że dokonując takich samych zmian w dopływach,  $pH$  ustala się na trochę innych wartościach. Wynika to ze zmieniającej się ilości mieszaniny w zbiorniku, a co za tym idzie innych proporcji kwasu i zasady wchodzących w jej skład. Kluczową cechą nieliniowości  $pH$  jest jednak zmieniające się wzmacnienie w torach sterowanie- $pH$  w zależności od bieżącej wartości  $pH$  mieszaniny w zbiorniku.



**Rys. 41.** Znormalizowane dyskretnie odpowiedzi skokowe wykorzystane jako model liniowy w regulatorze DMC

Analizując obydwie serie eksperymentów można zauważyć, że czas po jakim ustala się wartość  $pH$  roztworu w przybliżeniu wynosi 500 sekund. Poziom cieczy stabilizuje się w czasie dłuższym, bo ok. 1000 sekund. Aby wystarczająco dokładnie odwzorować charakter zmian zachodzących w obiekcie, ustalono okres próbkowania równy  $T_p = 10$  s. Przy takim okresie próbkowania przyjęto długość horyzontu dynamiki reaktora pH równą  $D = 100$ .

Na potrzeby klasycznego regulatora DMC sporządzony został model liniowy w posta-

ci znormalizowanych odpowiedzi na skok jednostkowy. Model został pobrany w okolicy punktu pracy:

$$P_{lin}: Q_1 = 18,89 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 13,30 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 5,00;$$

Wybór punktu pracy uzależniony został od scenariuszy testowych, które zrealizowane zostały w warstwowej strukturze sterowania. Przebieg dyskretnych odpowiedzi skokowych przedstawia rys. 41

## 4.2 Modelowanie rozmyte reaktora

Do utworzenia modelu rozmytego reaktora pH, podobnie jak w przypadku reaktora polimeryzacji, posłużyono się podejściem eksperckim. Korzystając z obserwacji statyki i dynamiki obiektu ustalono, że poziom mieszaniny w reaktorze nie będzie rozmywany, ponieważ reaktor badany był w warunkach, w których poziom pozostawał stosunkowo bliski wartości  $h = 14\text{cm}$ , podanej w artykule [13]. Charakter wzmacnienia w torze sterowania-poziom cieczy w reaktorze nie ulega dużym zmianom. Znaczną nieliniowośćią obarczona jest natomiast zmienność wartości  $pH$  i to ona została zamodelowana za pomocą zbiorów rozmytych.

W pracy rozpatrywany był zakres zmian wartości  $pH$  ograniczony do zbioru [4, 10]. Wygenerowane zostały dwie trajektorie zmian sterowania, które utrzymują poziom mieszaniny w reaktorze na poziomie 14 cm, a wartość pH przyjmuje różne wartości z tego zbioru, równomiernie go pokrywając. Jeden z zestawów danych posłużył do określenia środków obszarów rozmytych i następnie do dopasowywania parametrów funkcji przynależności, a drugi wyłącznie do weryfikacji wyników. Wykorzystana została funkcja `fcm` programu Matlab do podzielenia danych wejściowych na określoną ilość obszarów rozmytych. Dla zadanych środków obszarów wyszukiwany był odpowiedni punkt z siatki punktów tworzącej charakterystykę statyczną obiektu, a następnie wykonywane były eksperymenty skokowe w celu pozyskania modeli lokalnych w postaci znormalizowanych odpowiedzi na skok jednostkowy. Dobrano dzwonowe i sigmoidalne funkcje przynależności, z uwagi na ich ciągłość i różniczkowalność.

Następnie parametry funkcji przynależności poddawane były zmianom w celu lepszego dopasowania modelu do danych. Dla parametrów każdej z funkcji przynależności po kolej formułowane było zadanie optymalizacji bez ograniczeń i rozwiązywane pojedynczą iteracją funkcji `fminunc`. Po każdej uzyskanej poprawie wyników, model z nowymi parametrami był sprawdzany na danych weryfikujących i jeżeli błąd wzrastał, zmiany nie były zapamiętywane.

Początkowy model rozmyty składał się z pięciu reguł, środki obszarów rozmytych ulokowane zostały w punktach:

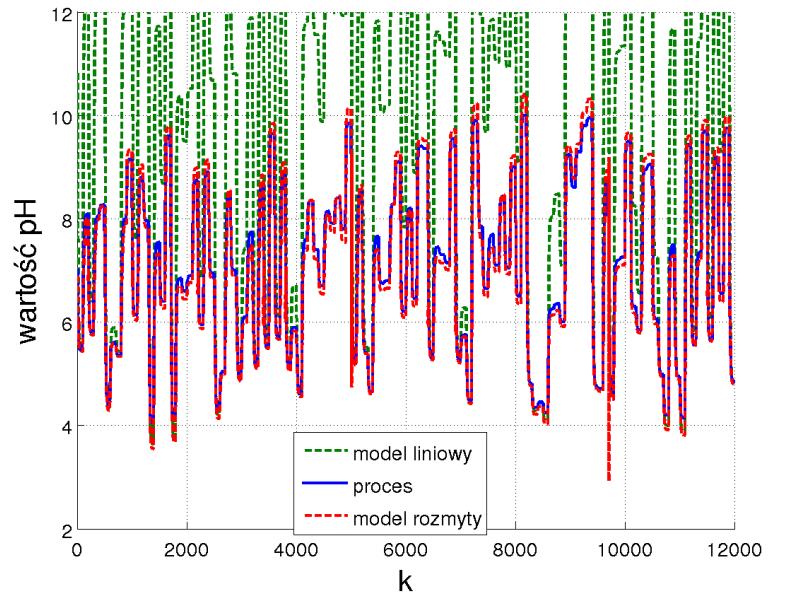
$$P_1^5: \quad Q_1 = 18,96 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 13,23 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 4,81;$$

$$P_2^5: \quad Q_1 = 18,05 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 14,14 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 6,02;$$

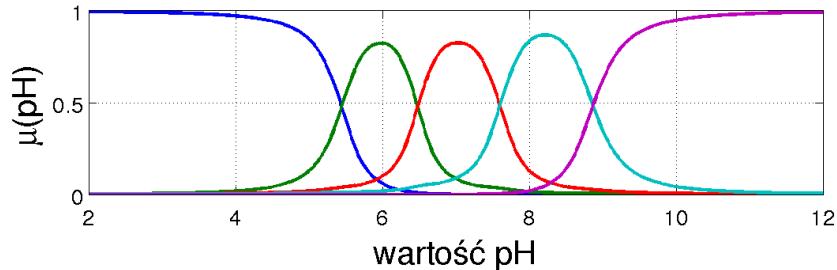
$$P_3^5: \quad Q_1 = 16,68 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 15,51 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 6,94;$$

$$P_4^5: \quad Q_1 = 16,09 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 16,10 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 8,27;$$

$$P_5^5: \quad Q_1 = 15,45 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 16,74 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 9,53$$



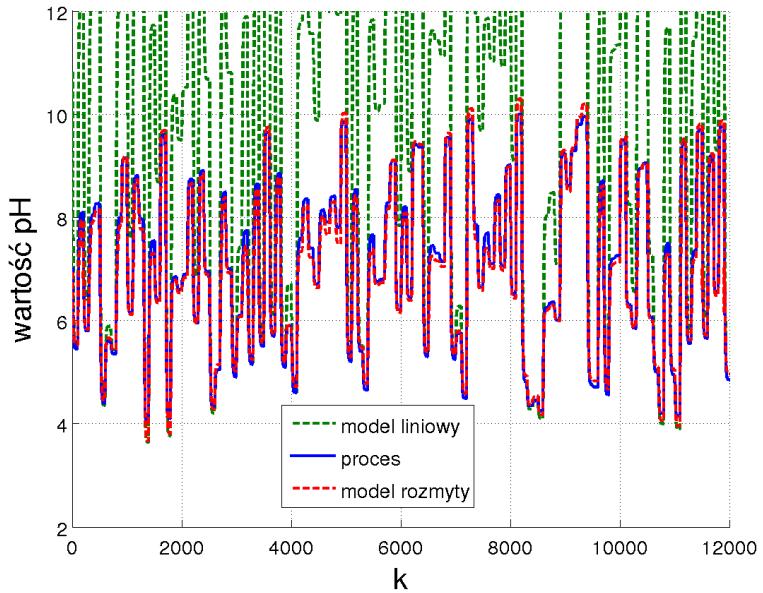
(a) Sygnał wyjściowy modelu i procesu



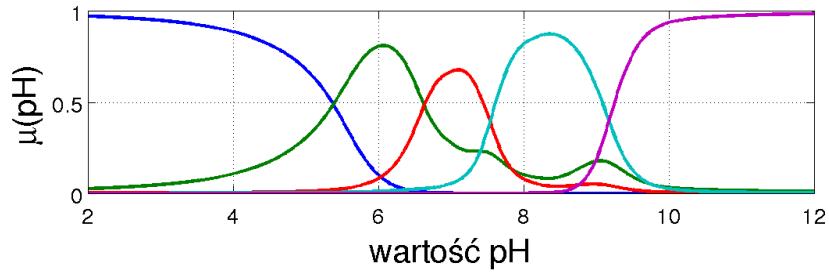
(b) Znormalizowane funkcje przynależności

**Rys. 42.** Podział dziedziny procesu na zbiory rozmyte i dopasowanie modelu rozmytego z 5 modelami lokalnymi;  $J = 495,1843$

Na rys. 42 można zauważyć, iż pomimo dużo lepszego dopasowania tak utworzonego modelu rozmytego w porównaniu do modelu liniowego, jego dokładność wciąż nie jest wystarczająca. Przejścia pomiędzy niektórymi obszarami powodują duże błędy w oszacowaniu wartości  $pH$  (pojawiające się „szpilki”). Dostrajanie poprzedników reguł poprawiło działanie modelu - po trzykrotnym poprawianiu parametrów kolejnych funkcji przynależności błąd modelu zmalał o ok. 40% (rys. 43). Niedokładność modelu była jednak zbyt duża by mógł zostać on sprawnie wykorzystany w algorytmie FDMC-NPL



(a) Sygnał wyjściowy modelu i procesu



(b) Znormalizowane funkcje przynależności

**Rys. 43.** Podział dziedziny procesu na zbiory rozmyte i dopasowanie modelu rozmytego z 5 modelami lokalnymi po dostrojeniu parametrów funkcji przynależności;  $J = 289,7833$

Ze względu na niewielką poprawę jaką dawały dalsze próby optymalizacji parametrów funkcji przynależności, podjęto decyzję o dokonaniu podziału wartości  $pH$  na 6 zbiorów rozmytych. Środki obszarów w wyniku nowego podziału zostały umiejscowione w następujących punktach:

$$P_1^6: \quad Q_1 = 19,01 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 13,18 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 4,68;$$

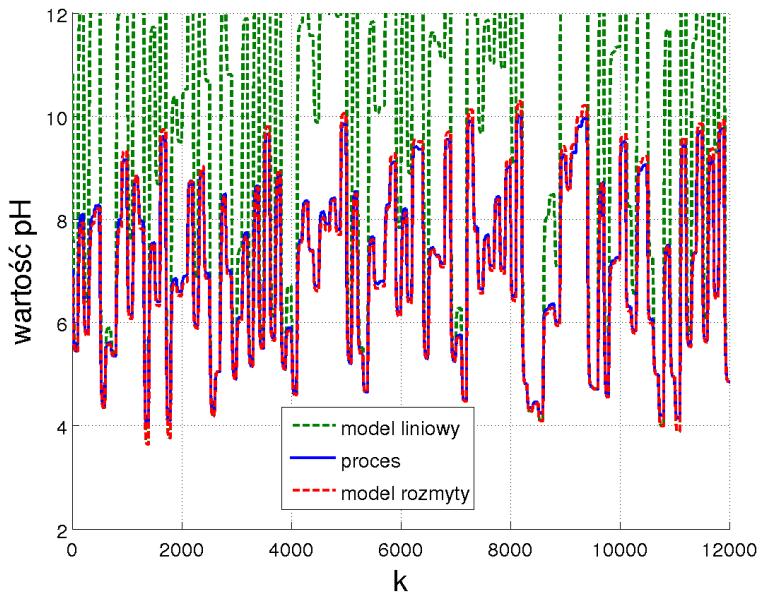
$$P_2^6: \quad Q_1 = 18,38 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 13,81 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 5,76;$$

$$P_3^6: \quad Q_1 = 17,31 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 14,88 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 6,49;$$

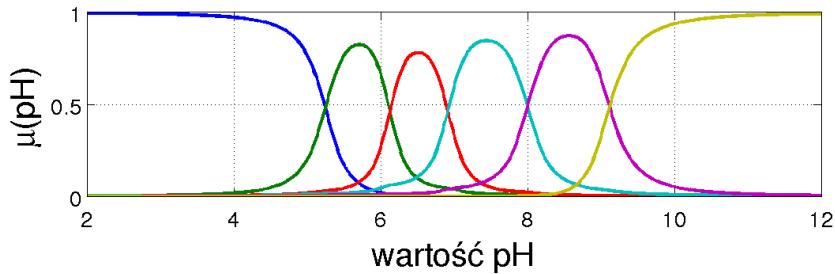
$$P_4^6: \quad Q_1 = 16,35 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 15,84 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 7,35;$$

$$P_5^6: \quad Q_1 = 16,01 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 16,17 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 13,99 \text{ cm}, \quad pH = 8,65;$$

$$P_6^6: \quad Q_1 = 15,31 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad Q_3 = 16,88 \frac{\text{ml}}{\text{s}}, \quad h = 14,00 \text{ cm}, \quad pH = 9,63$$



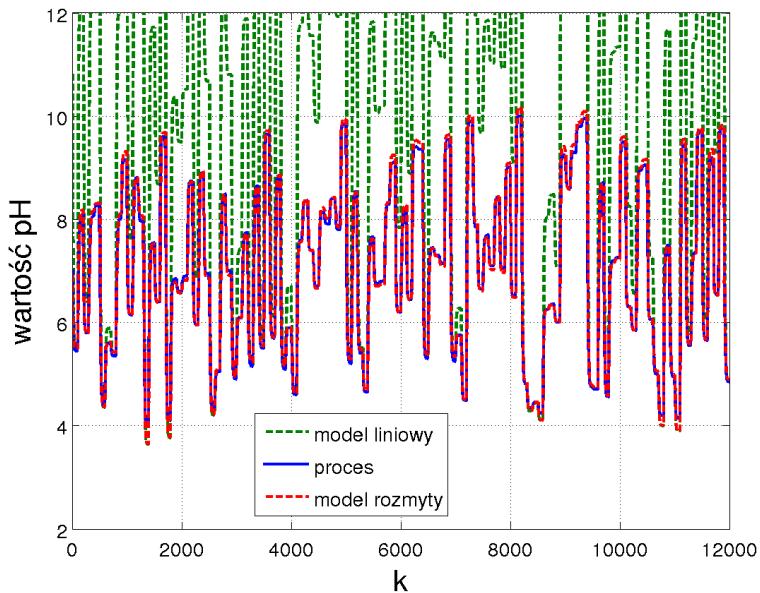
(a) Sygnał wyjściowy modelu i procesu



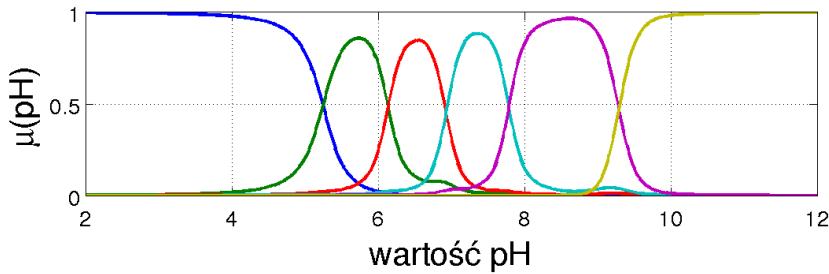
(b) Znormalizowane funkcje przynależności

**Rys. 44.** Podział dziedziny procesu na zbiory rozmyte i dopasowanie modelu rozmytego z 6 modelami lokalnymi;  $J = 259,9898$

Po podziale na 6 obszarów rozmytych jakość modelu polepszyła się. Poprzedniki reguł były dalej dostrajane i po każdej poprawie parametrów sprawdzany był zarówno wskaźnik jakości dla danych testowych, jak i kształt funkcji przynależności po dostrojeniu. Jeżeli ich kształt był zbyt silnie zdegenerowany wynik również był odrzucany. Niepożądane było zwłaszcza zbyt duże rozszerzanie funkcji przynależności, przez co przenikały one przez wiele obszarów. Wskaźnik jakości wciąż wtedy malał, lecz późniejsze wykorzystanie takiego modelu w regulatorach powodowało, że kompensacja zakłóceń z uwzględnieniem ich pomiaru stanowczo się pogarszała. Model zakłócenia, czyli odpowiedź obiektu na skokową zmianę dopływu roztworu buforowego, znacząco różni się dla różnych obszarów rozmytych i zostanie to pokazane w rozdziale 4.3.3. Przenikanie funkcji przynależności przez dużą liczbę obszarów było więc niepożądane, ponieważ prowadziło do uzyskania złego modelu zakłóceń w regulatorze.



(a) Sygnał wyjściowy modelu i procesu

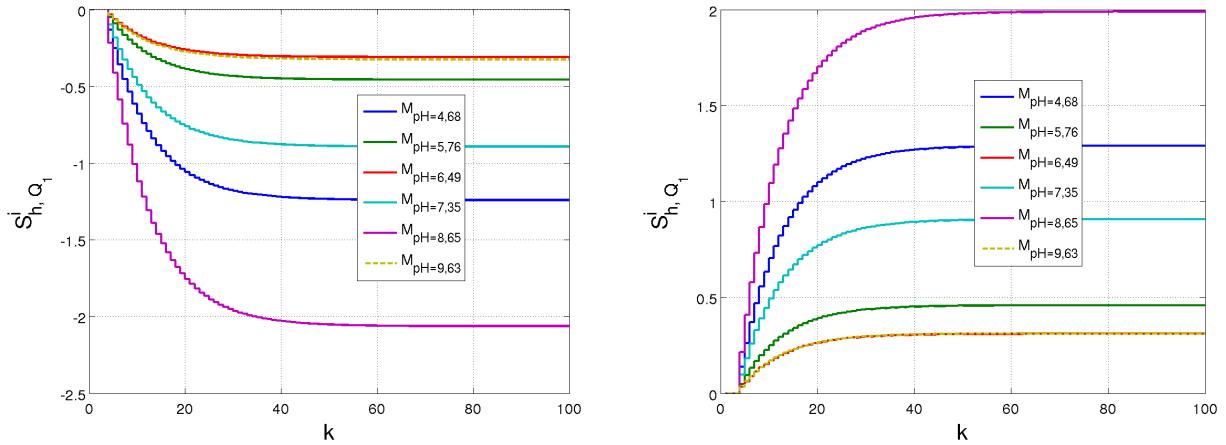


(b) Znormalizowane funkcje przynależności

**Rys. 45.** Podział dziedziny procesu na zbiory rozmyte i dopasowanie modelu rozmytego z 6 modelami lokalnymi po dostrojeniu parametrów funkcji przynależności;  $J = 172,1594$

Zgodnie z takim tokiem postępowania, udało się uzyskać model, który był wystarczająco dokładny do zastosowania w regulatorach rozmytych (rys. 45). Najbardziej charakterystyczne różnice, które można zauważycy porównując ze sobą funkcje przynależności to rozszerzenie fioletowej funkcji przynależności przy pewnym przesunięciu funkcji błękitnej. Czerwona funkcja przynależności została zwężona, a żółta przesunięta w lewo. Dzięki tym zmianom, błąd dopasowania modelu na danych testowych zmalał o ponad 30%.

Odpowiedzi skokowe wartości  $pH$  dla poszczególnych modeli lokalnych zostały przedstawione na rys. 46. Kolory odpowiadają poszczególnym funkcjom przynależności. Można zauważycy, bardzo podobny charakter odpowiedzi skokowej w obszarze  $pH = 6,49$  i  $pH = 9,63$ . Największe wzmacnienie ma model lokalny pozyskany dla  $pH = 8,65$ . Podobne wzmacnienie do modelu liniowego, który wykorzystany został w regulatorze DMC, ma model lokalny dla  $pH = 4,68$ . Odpowiedzi skokowe dla poziomu cieczy w reaktorze zostały pominięte, ponieważ są one identyczne w przypadku każdego z modeli lokalnych modelu rozmytego, jak i dla modelu liniowego przedstawionego na rys. 41.



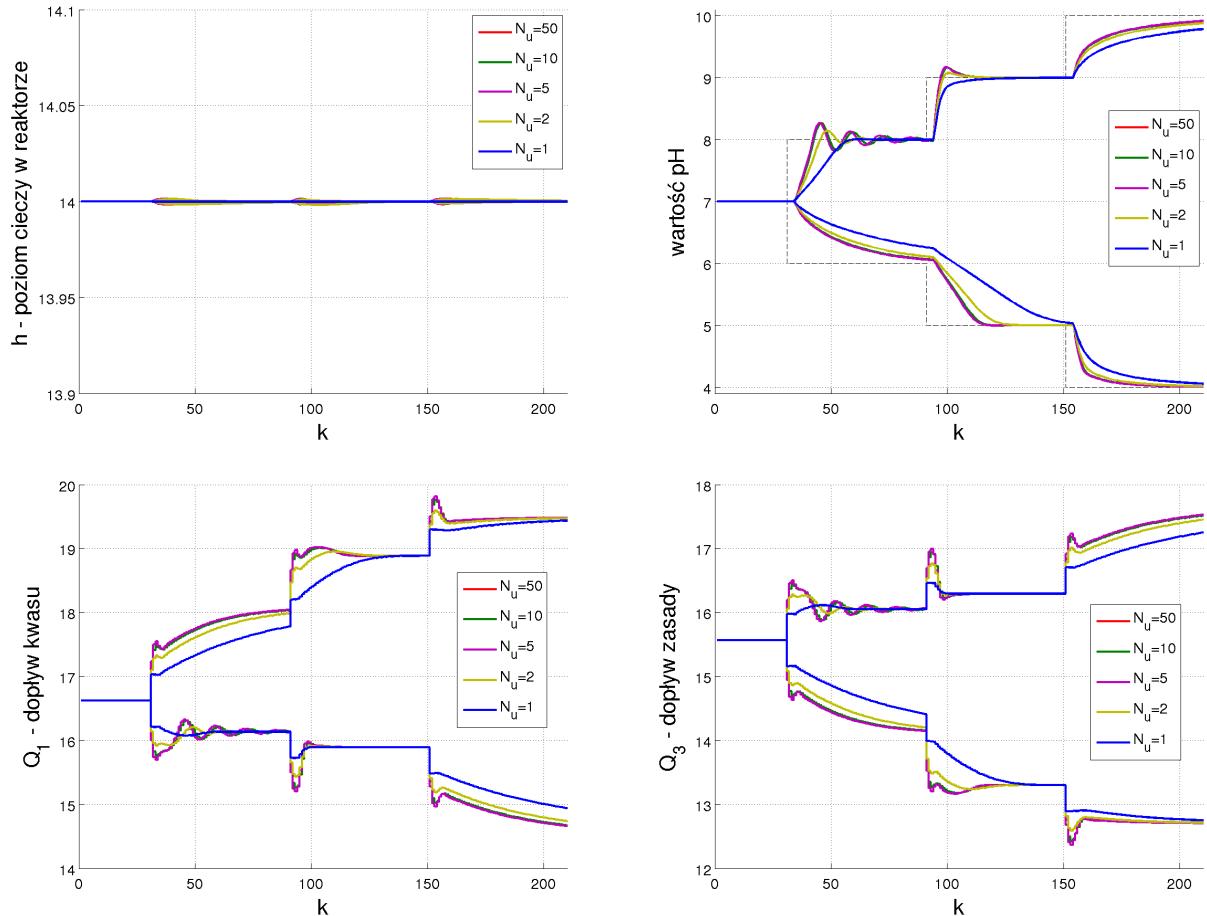
**Rys. 46.** Znormalizowane dyskretnie odpowiedzi skokowe obiektu będące następcami reguł modelu rozmytego

## 4.3 Regulacja procesu

### 4.3.1 Strojenie regulatora DMC

Dobór parametrów regulatora, podobnie jak w przypadku reaktora polimeryzacji, zostanie pokazany na przykładzie regulatora DMC wykorzystującego model liniowy obiektu. Podczas doboru parametrów regulatora sprawdzane było jego działanie w całej rozpatrywanej dziedzinie wartości  $pH$ . Skokowo zmieniano wartość zadaną o 1 od wartości  $pH = 7$  przy utrzymywaniu wartości zadanej poziomu cieczy w reaktorze na poziomie  $h = 14$  cm. Początkowo przyjęto następujące wartości parametrów regulatora:  $N = 100$ ,  $N_u = 50$ ,  $\psi_h = \psi_{pH} = 1$ ,  $\lambda_h = \lambda_{pH} = 1$ . Przy takich wartościach regulator działa w sposób akceptowalny, jednak sprawdzone zostały także inne wartości parametrów. W pierwszej kolejności skracany był horyzont sterowania, w celu zmniejszenia wymiarowości zadania optymalizacji rozwiązywanego przez numeryczny regulator DMC. Działanie regulatora dla różnych długości horyzontu sterowania przedstawia rys. 47. Można zauważyć, że utrzymywanie stałego poziomu mieszaniny w zbiorniku realizowane jest precyzyjnie, odchylenia od wartości zadanej są niezauważalne. Wartość  $pH$  śledzona jest natomiast gorzej, z uwagi na jej silnie nieliniową charakterystykę. Widoczne są obszary, w których regulator działa wolniej i takie, w których działa zbyt agresywnie z racji wykorzystania niedokładnego modelu liniowego. Skrócenie horyzontu sterowania aż do  $N_u = 5$  praktycznie nie wpływa na działanie regulatora. Korzystne jest natomiast dalsze jego skrócenie do wartości  $N_u = 2$ . Powoduje to spowolnienie działania regulatora, jednak znaczco ogranicza oscylacje, w które wpada w okolicach wartości  $pH = 8$ . Jednostkowy horyzont sterowania powoduje znaczne spowolnienie działania regulatora, co nie jest pożądane, przyjęto więc horyzont sterowania o długości  $N_u = 2$ .

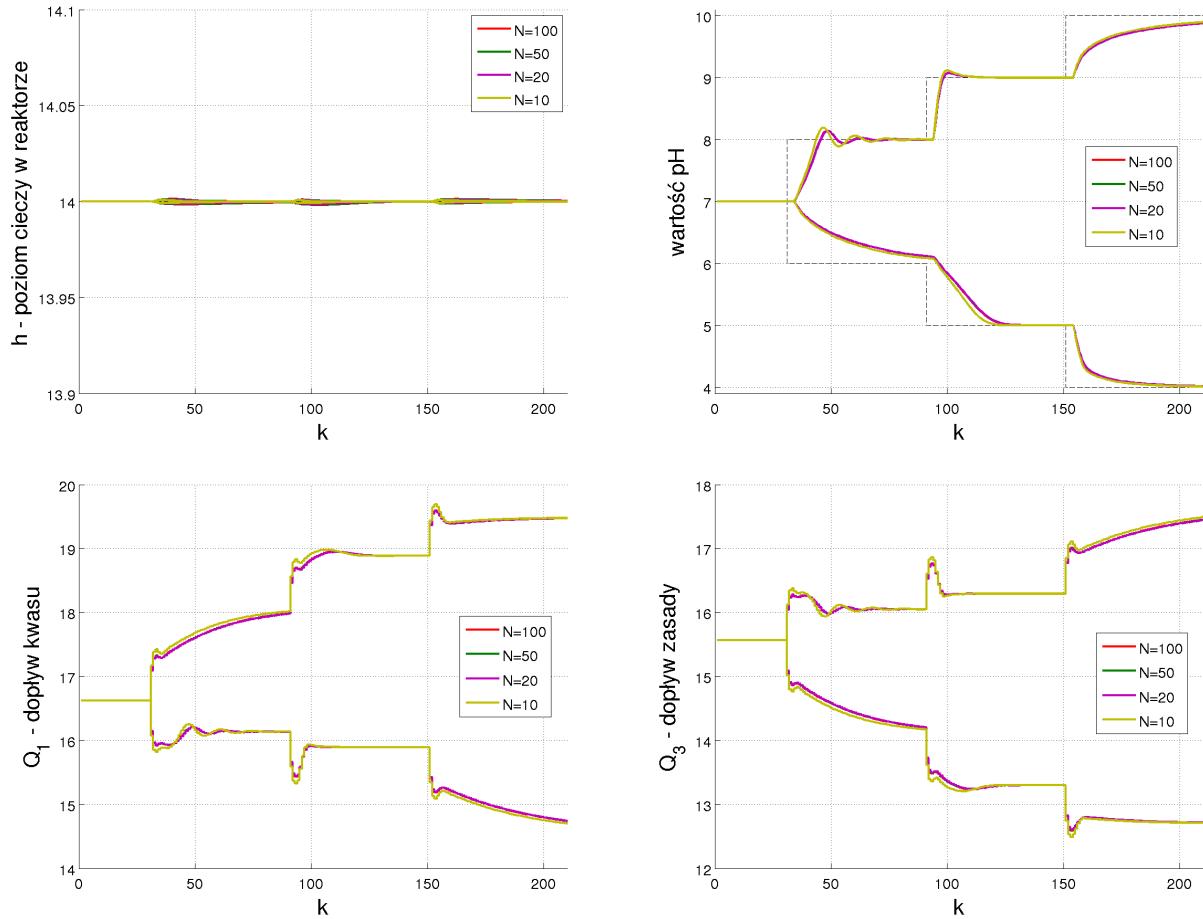
Następnie sprawdzono jak zmienia się działanie regulatora przy różnych długościach horyzontu predykcji (rys. 48). Z eksperymentów wynika, że przewidywanie działania



**Rys. 47.** Działanie układu regulacji z regulatorem DMC dla horyzontu predykcji  $N = 100$ , parametrów kary  $\psi_h = \psi_{pH} = \lambda_h = \lambda_{pH} = 1$  i różnych długości horyzontu sterowania

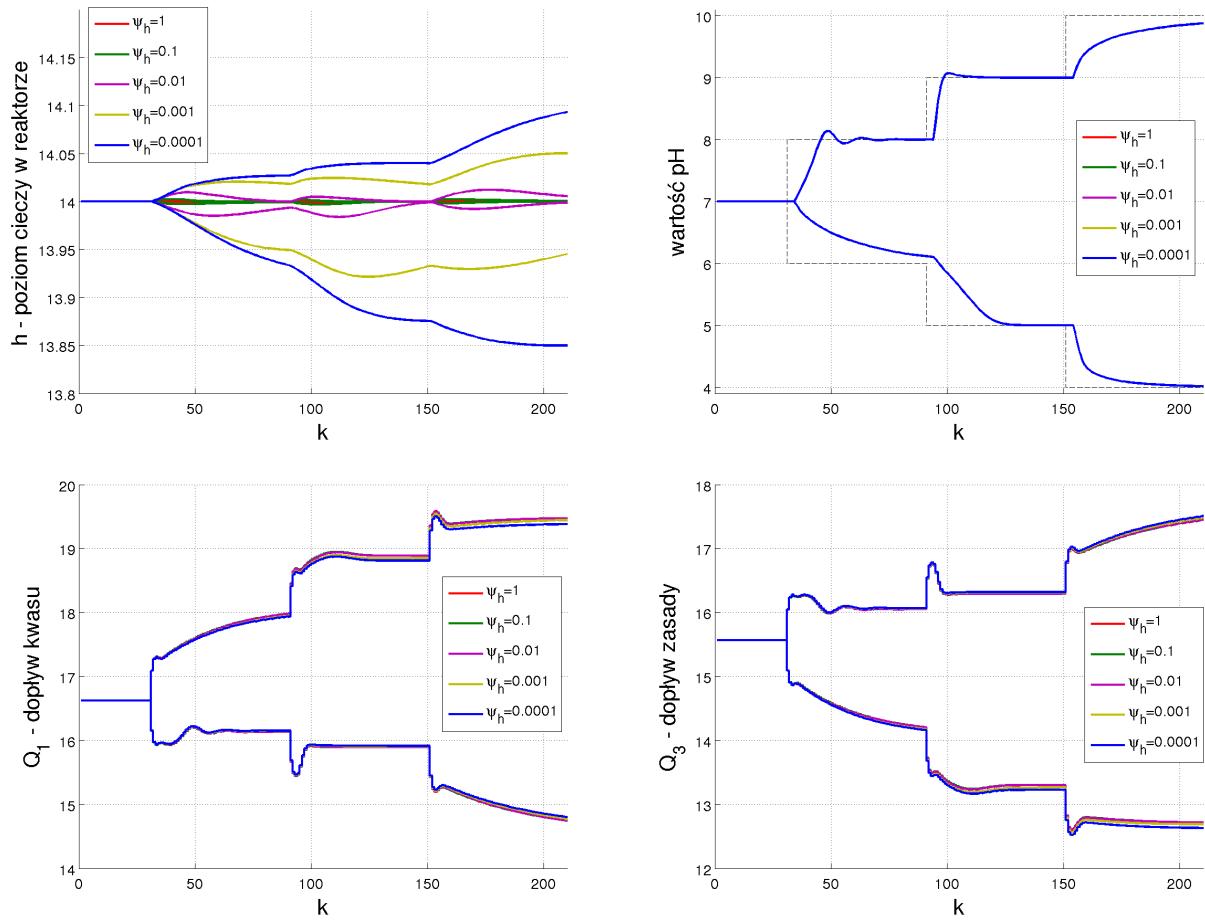
obiektu na 100 kroków do przodu jest niepotrzebnym nakładem obliczeniowym. Regulator działa wciąż tak samo nawet przy skróceniu predykcji do zaledwie 20 kroków w przód. Dalsze skracanie horyzontu predykcji powoduje jużauważalne różnice w działaniu regulatora, stąd przyjęto  $N = 20$ .

Po ustaleniu długości horyzontów sprawdzony został także wpływ współczynników kary na działanie układu regulacji. W przypadku obiektu o wielu wejściach i wielu wyjściach możliwe jest różnicowanie wag w taki sposób, aby przyspieszać regulację jednej wielkości kosztem innych. Przeprowadzono próbę przyspieszenia regulacji  $pH$  pogarszając bardzo dobrą stabilizację poziomu mieszaniny w zbiorniku. W tym celu zmniejszany był parametr  $\psi_h$ . Działanie układu regulacji przy różnych jego wartościach przedstawia rys. 49. Zmniejszenie kary za uchyb wysokości nie przynosi dobrych rezultatów. Nawet zmniejszenie jej wartości o cztery rzędy wielkości nie wpłynęło w ogóle na regulację wartości  $pH$ , natomiast stabilizacja wysokości pogorszyła się. Różnicowanie wartości parametrów  $\psi_h$  i  $\psi_{pH}$  nie wpływa korzystnie na działanie rozpatrywanego układu regulacji.

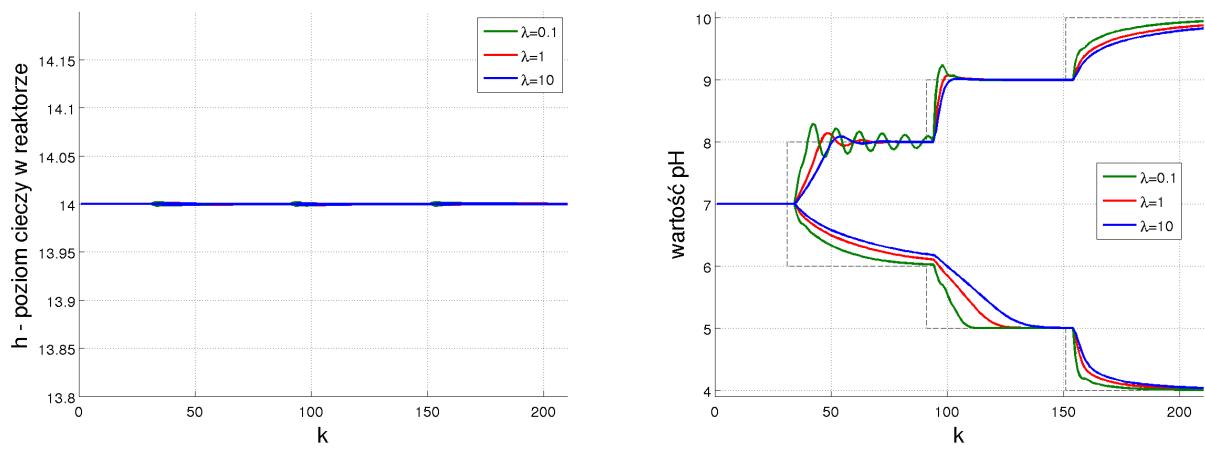


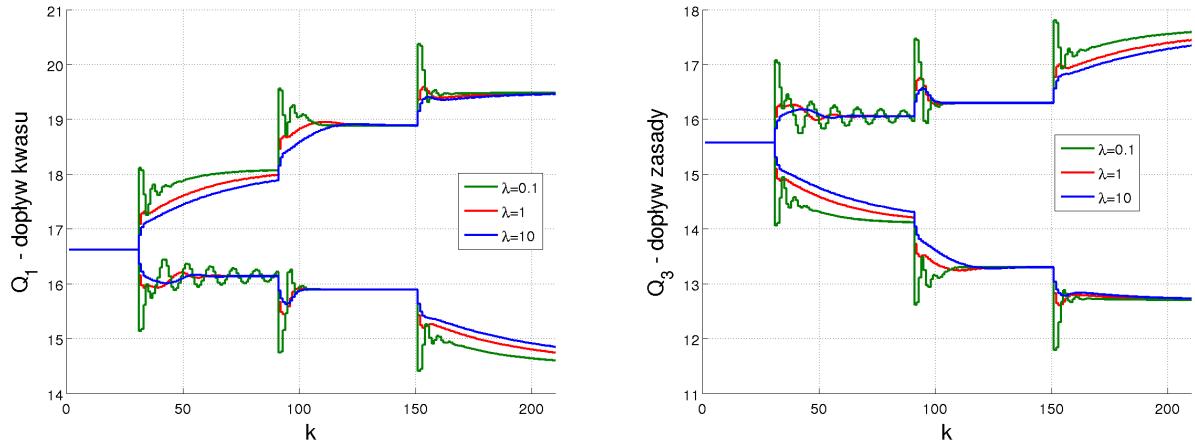
**Rys. 48.** Działanie układu regulacji z regulatorem DMC dla horyzontu sterowania  $N_u = 2$ , parametrów kary  $\psi_h = \psi_{pH} = \lambda_h = \lambda_{pH} = 1$  i różnych długości horyzontu predykcji

Porównanie działania układu regulacji dla różnych wartości kary za przyrosty sterowania przedstawia rys. 50. Badane były tylko jednocześnie zmiany wartości obydwu parametrów kary za przyrost sterowania. Zmniejszenie kary prowadzi do agresywniejszego działania regulatora, jednak jest to bardzo niepożądane z racji silnych oscylacji dla  $pH$  w okolicach wartości  $pH = 8$ . Po zwiększeniu kary do  $\lambda_{Q_1} = \lambda_{Q_3} = 10$ , regulator spowolnił swoje działanie. Mimo ograniczenia oscylacji i większej precyzji działania w obszarze o największym wzmacnieniu obiektu, obserwuje się spowolnienie działania w pozostałych obszarach. Dobrym kompromisem jest więc pozostawienie tych parametrów bez zmian, tj. przyjęcie  $\lambda_{Q_1} = \lambda_{Q_3} = 1$ .



**Rys. 49.** Działanie układu regulacji z regulatorem DMC dla horyzontów predykcji i sterowania  $N = 20$ ,  $N_u = 2$  oraz parametrów kary  $\psi_{pH} = \lambda_h = \lambda_{pH} = 1$  i różnych wartości parametru  $\psi_h$





**Rys. 50.** Działanie układu regulacji z regulatorem DMC dla horyzontów predykcji i sterowania  $N = 20$ ,  $N_u = 2$  oraz parametrów kary  $\psi_h = \psi_{pH} = 1$  i różnych wartości parametru  $\lambda$

#### 4.3.2 Zmiana wartości zadanych

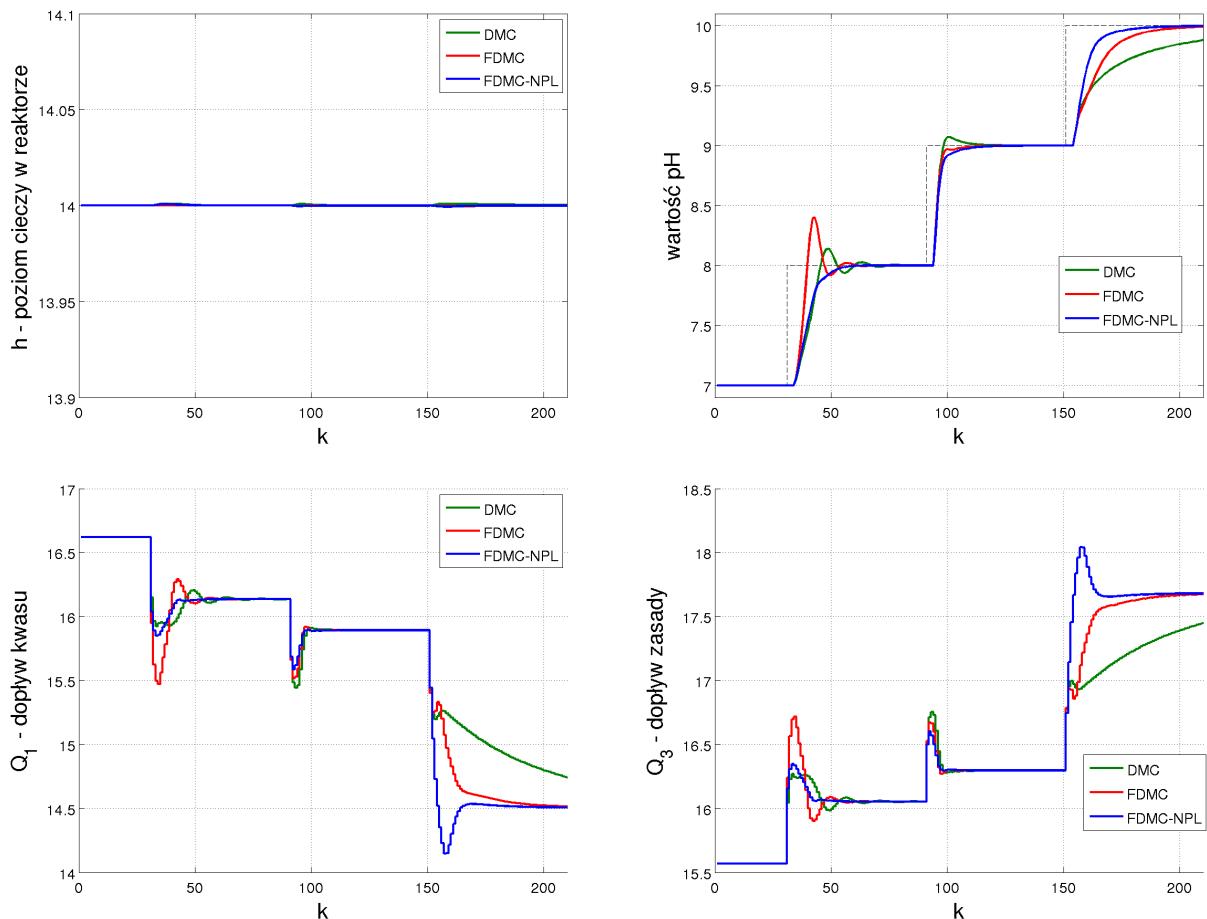
W niniejszym podrozdziale dokładnie porównano działanie wszystkich opracowanych regulatorów przy skokowych zmianach wartości zadanych. W wyniku poprzednich eksperymentów zostały ustalone następujące wartości parametrów regulatorów:

$$N = 20, \quad N_u = 2, \quad \psi_h = 1, \quad \psi_{pH} = 1, \quad \lambda_{Q_1} = 1, \quad \lambda_{Q_3} = 1$$

Warunki początkowe procesu wynoszą:  $Q_1 = 16,6 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ ,  $Q_3 = 15,6 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ ,  $h = 14 \text{ cm}$ ,  $pH = 7$ .

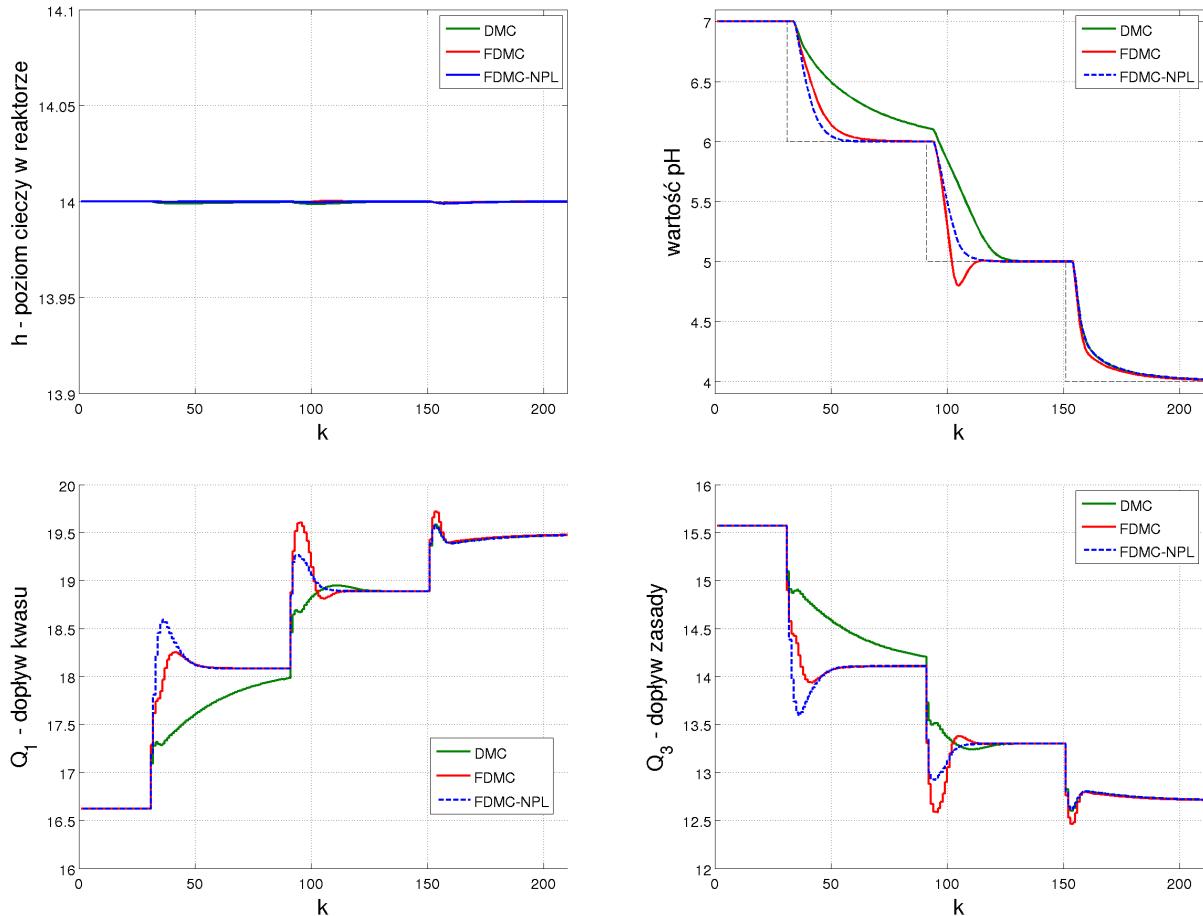
Pierwszy z eksperymentów polegał na stopniowym zwiększeniu wartości zadanej  $pH$  o 1 aż do osiągnięcia wartości 10. Poziom cieczy w reaktorze był przy tym stabilizowany na poziomie 14 cm. Wynikowe przebiegi przedstawia rys. 51. Przy pierwszej zmianie wartości zadanej można zauważać, że algorytm FDMC działa bardzo agresywnie i generuje spore przeregulowanie. Jest to spowodowane nagłą zmianą wzmacnienia przy przechodzeniu pomiędzy modelami lokalnymi pozyskanymi dla  $pH = 7,35$  i  $pH = 8,65$ . Przełączanie pomiędzy lokalnie działającymi regulatorami liniowymi następuje zbyt wolno. Czas regulacji jest jednak dobry, porównywalny z pozostałymi regulatorami. Regulator DMC i FDMC-NPL działają mniej agresywnie od FDMC, dzięki czemu osiągają wartość zadaną z mniejszym (DMC), lub bez przeregulowania (FDMC-NPL). Wykorzystanie informacji o rosnącym wzmacnieniu obiektu na całym horyzoncie predykcji przynosi bardzo dobre rezultaty. Przy kolejnej zmianie wartości zadanej, wszystkie regulatory działają w sposób do siebie zbliżony. Czasy regulacji są niemal identyczne, jedynie klasyczny regulator DMC generuje niewielkie przeregulowanie. Minimalnie szybszy od regulatora FDMC-NPL jest regulator FDMC. Niewątpliwa przewaga w szybkości działania regulatorów rozmytych nad regulatorem DMC jest widoczna przy osiąganiu skrajnej wartości  $pH$ . Regulator DMC dysponuje modelem o wzmacnieniu dużo większym niż to, które jest rzeczywiście w obszarze wysokich wartości  $pH$ , więc jego działanie jest stanowczo zbyt wolne. Zarówno

regulator FDMC jak i FDMC-NPL działają dużo szybciej generując większe przyrosty sterowania, a wyraźnie szybszy z nich jest FDMC-NPL. Regulator FDMC chwilowo zwalnia, ponieważ następuje wtedy przełączenie pomiędzy liniowymi regulatorami dysponującymi bardzo różniącymi się wzmacnieniami. Wykorzystanie pełnego modelu nieliniowego do wyznaczenia odpowiedzi swobodnej daje znaczaco lepsze rezultaty.



**Rys. 51.** Odpowiedzi układów regulacji na skokowe zwiększenie zadanej wartości  $pH$  przy stabilizacji wysokości mieszaniny w zbiorniku na poziomie  $h = 14$  cm

Stopniowe zmniejszanie zadanej wartości  $pH$  przedstawia rys. 52. Przechodzenie przez obszar o niskim wzmacnieniu realizowane jest znacznie lepiej przez regulatory rozmyte. Generują one bardziej agresywne sterowanie, przez co działają dużo szybciej od klasycznego regulatora DMC. Lepszy z nich jest regulator FDMC-NPL, który przy osiąganiu wartości  $pH = 6$  działa szybciej od FDMC, a wartość  $pH = 5$  osiąga w zblíżonym czasie do FDMC, za to bez przeregulowania. Przy osiąganiu skrajnej dolnej wartości  $pH$ , wszystkie regulatory działają w sposób bardzo do siebie zbliżony, ponieważ wszystkie działają na modelach o podobnym wzmacnieniu w torze sterowanie-wartość  $pH$ . Przebieg regulatora DMC pokrywa się wtedy z przebiegiem uzyskanym przez FDMC-NPL.



**Rys. 52.** Odpowiedzi układów regulacji na skokowe zmniejszanie zadanej wartości  $pH$  przy stabilizacji wysokości mieszaniny w zbiorniku na poziomie  $h = 14 \text{ cm}$

Obydwa eksperymenty pokazały, że regulatory wykorzystujące model rozmyty wniosły znaczącą poprawę działania w całym rozpatrywanym zakresie wartości  $pH$ . Regulator DMC działa sprawnie jedynie w obszarach, w których obiekt ma wzmacnienie zbliżone do tego, jakie ma użyty w nim model liniowy. W obszarach, w których model znacznie odbiega od rzeczywistości regulator działa zdecydowanie gorzej od obydwu zaprezentowanych regulatorów rozmytych.

#### 4.3.3 Kompensacja zakłóceń niemierzalnych i uwzględnianie pomiaru zakłóceń

Kolejne testy jakim poddano zaprojektowane regulatory polegały na kompensacji zakłóceń. Była nim skokowa, 20% zmiana dopływu roztworu buforowego. Sprawdzono odpowiedzi układów regulacji zarówno na zwiększenie jak i zmniejszanie dopływu ( $\delta Q_2 = \pm 0,11 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ ). Zaburzenie wprowadzano podczas stabilizacji wartości  $pH$  na każdym z poziomów ze zbioru  $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Wszystkie przypadki, zarówno przy braku pomiaru zakłócenia jak i z jego wykorzystaniem zostały zamieszczone na płycie dołączonej do treści pracy. W pracy umieszczone zostały jedynie wybrane z tych przypadków.

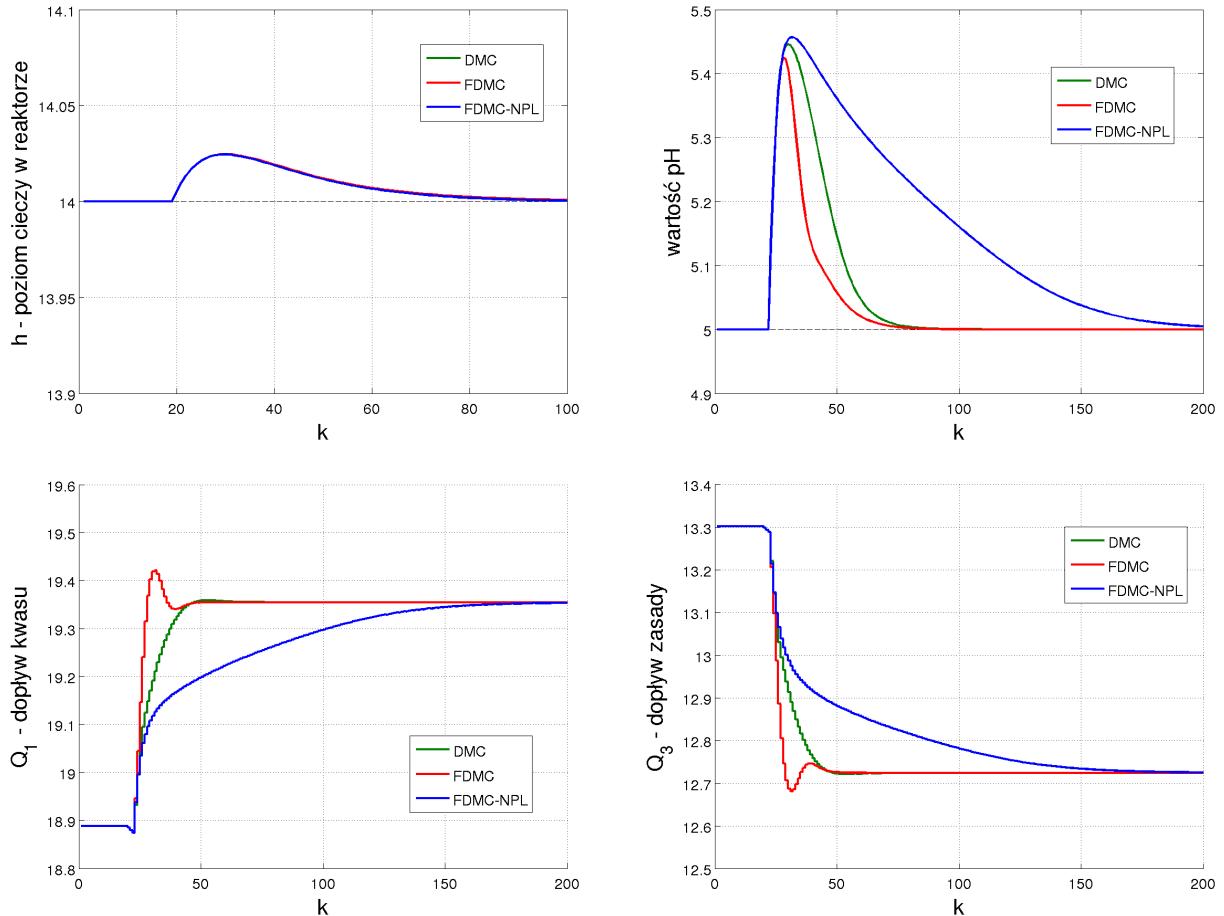
Najpierw przedstawione zostanie tłumienie nieznanego zakłócenia. Do przedstawienia działania regulatorów wybrane zostały sytuacje, kiedy wartość  $pH$  stabilizowana jest na poziomach 5, 6 i 8. Wybór wartości dokonany został w taki sposób, aby możliwe było porównanie działania regulatorów rozmytych na tle regulatora wykorzystującego model liniowy:

- w bliskim otoczeniu punktu, w którym został on wyznaczony,
- w obszarze nie-wiele oddalonym od tegoż punktu pracy jednak o znacznie różnym wzmacnieniu obiektu,
- w obszarze bardziej odległym.

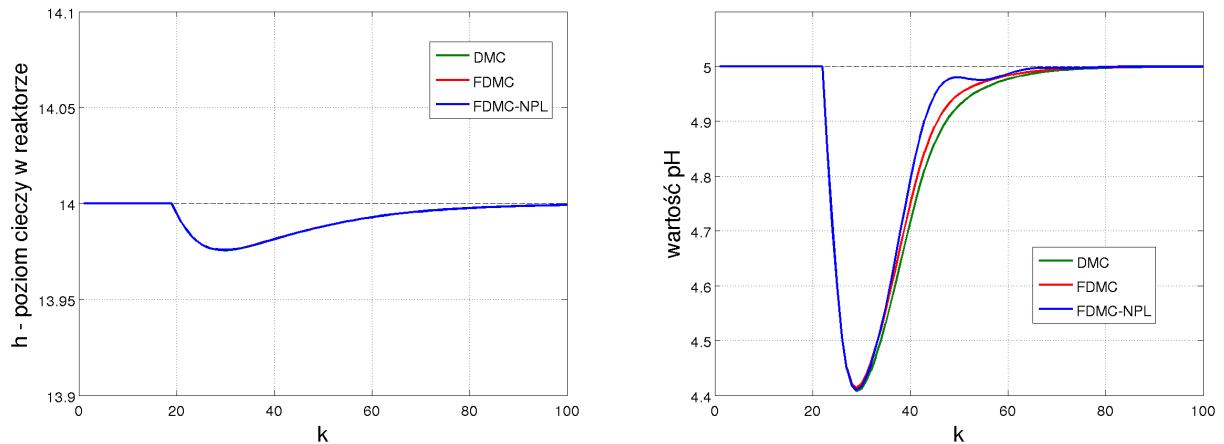
Tłumienie zakłócenia w obszarze dla którego zaprojektowany został regulator DMC przedstawiają rys. 53a i 53b. Można zauważyć, że przy tłumieniu skokowej zmiany zakłócenia w góre regulator FDMC-NPL działa wolno. Dobrze działa regulator DMC, choć i tak lepiej radzi sobie od niego regulator FDMC. Generuje on agresywne sterowanie i najlepiej tłumi zaburzenie procesu. Wartość zadana osiągana jest przez algorytmy DMC i FDMC w tym samym czasie. Kiedy dopływ roztworu buforowego skokowo się zmniejsza, regulator FDMC-NPL działa już bardzo dobrze. Tym razem wszystkie regulatory osiągają wartość zadaną w czasie bardzo do siebie zbliżonym, regulatory rozmyte radzą sobie z zakłóceniem trochę lepiej od regulatora DMC. Utrzymywanie stałego poziomu mieszaniny w zbiorniku realizowane jest identycznie i bardzo sprawnie przez każdy z regulatorów.

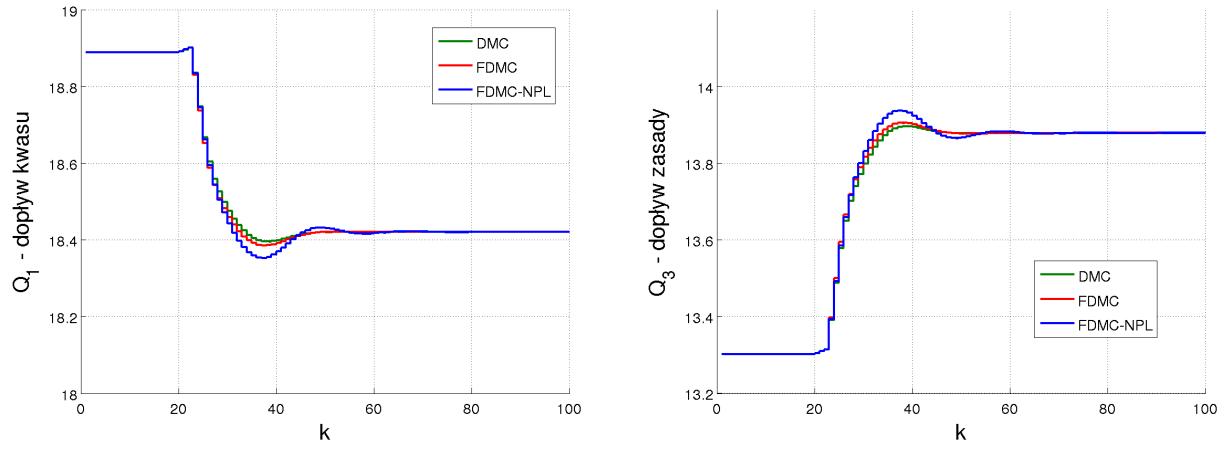
Na rys. 53c i 53d przedstawiona została sytuacja, kiedy  $pH$  stabilizowane jest wciąż stosunkowo blisko obszaru dla którego projektowany był regulator DMC. Przy tej wartości  $pH$  wzmacnienie procesu jest jednak mniejsze niż to, które zamodelowane jest w regulatorze DMC. Skutkuje to zauważalnie wolniejszym działaniem regulatora DMC w porównaniu do obydwu regulatorów rozmytych. Zarówno tłumienie zakłócenia, jak i czas regulacji klasycznego regulatora z modelem liniowym są gorsze. Z dwóch bardzo dobrze działających regulatorów rozmytych nieco lepszy jest regulator FDMC-NPL. Warto zwrócić uwagę, że w tym obszarze zmiana zakłócenia zaburza proces w mniejszym stopniu. Maksymalne odchylenie od zadanej wartości  $pH$  nie przekracza 0,25, podczas gdy przy stabilizacji  $pH$  na poziomie 5, zakłócenie spowodowało odejście od wartości zadanej  $pH$  nawet o ok. 0,6.

Zaburzenie procesu wynikające ze zmiany dopływu roztworu buforowego w obszarze wartości  $pH$  w okolicach 8 jest jeszcze mniejsze, co widać na rys. 53e i 53f. Przypadek ten został wybrany, ponieważ znajduje się on blisko granicy, w której wzmacnienie w torze zakłócenie-wartość  $pH$  zmienia znak na przeciwny. Tak jak miało to miejsce przy nadążaniu za skokowymi zmianami wartości zadanej, można zauważyć, że regulator FDMC-NPL działa tutaj nieco wolniej od pozostałych. Zaburzenie procesu nie jest jednak duże, ogranicza się do kilku setnych wartości  $pH$ , każdy z regulatorów tłumi zakłócenie w sposób pożądany.



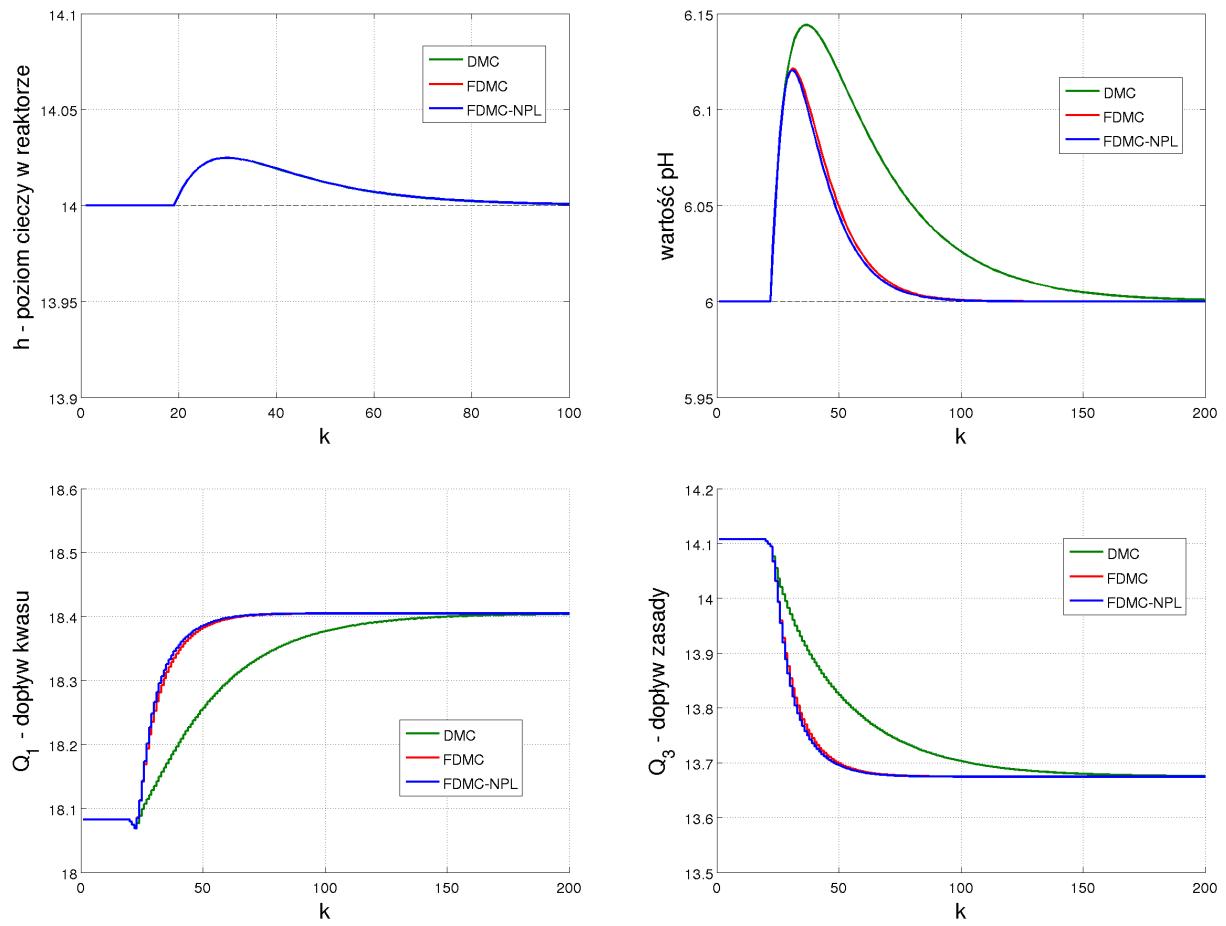
(a) Stabilizacja wartości  $pH = 5$ ; skok zakłócenia o +20%





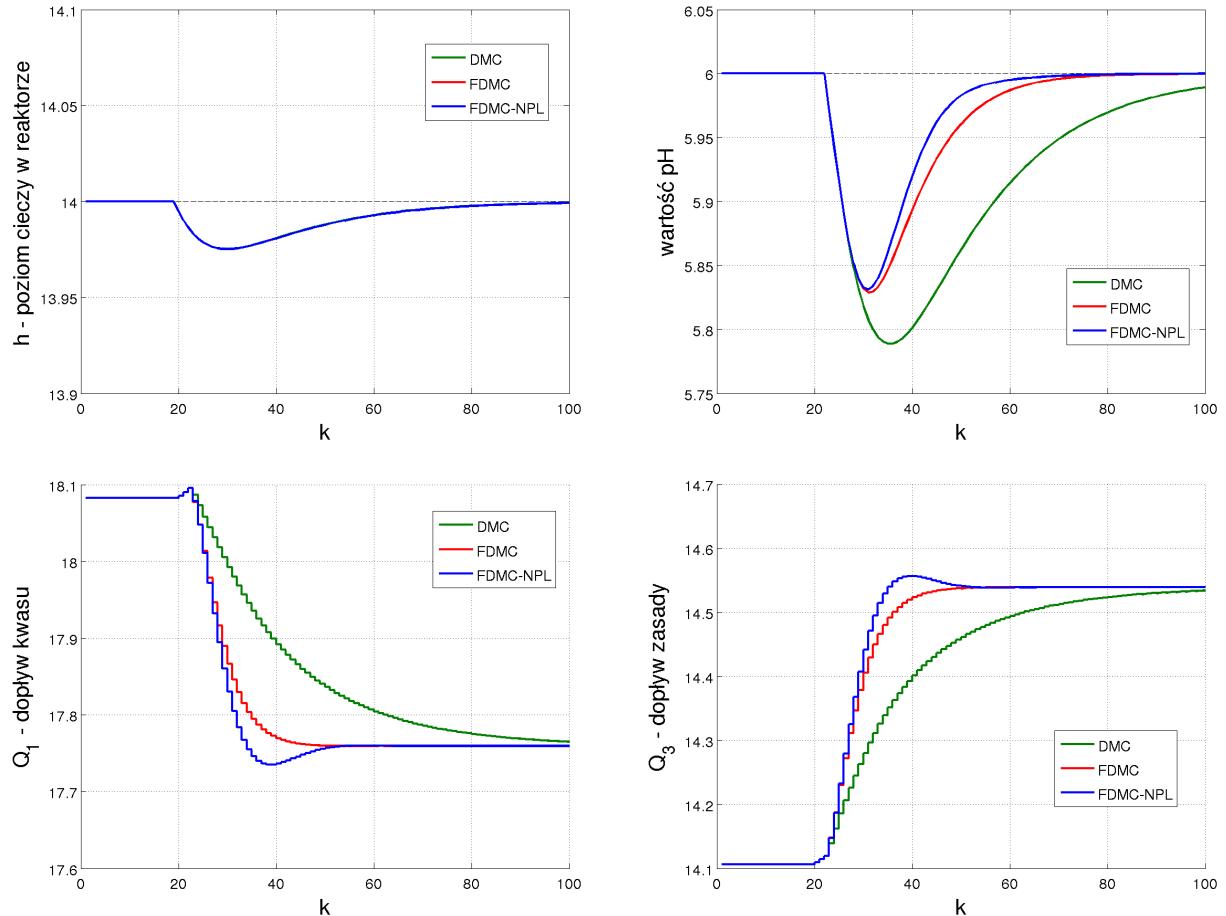
(b) Stabilizacja wartości  $pH = 5$ ; skok zakłócenia o  $-20\%$

---

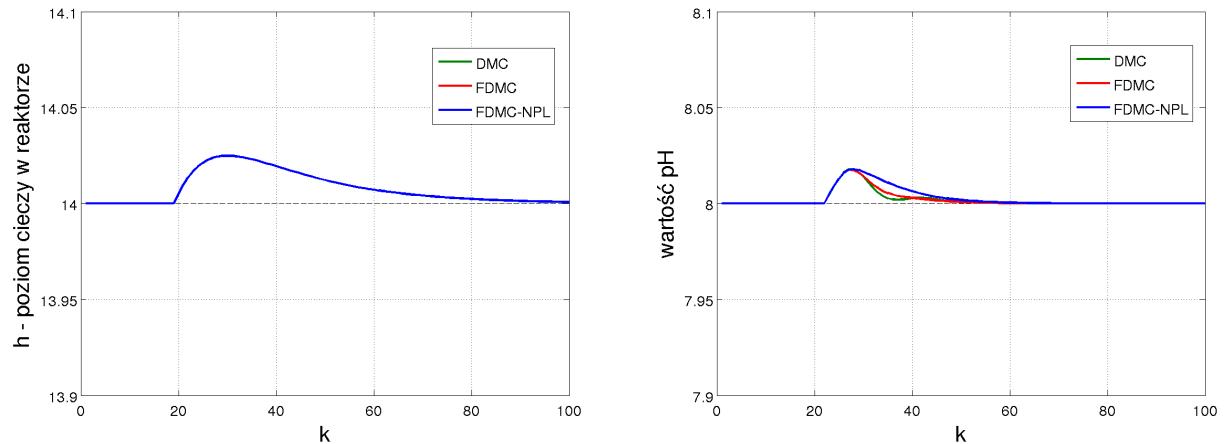


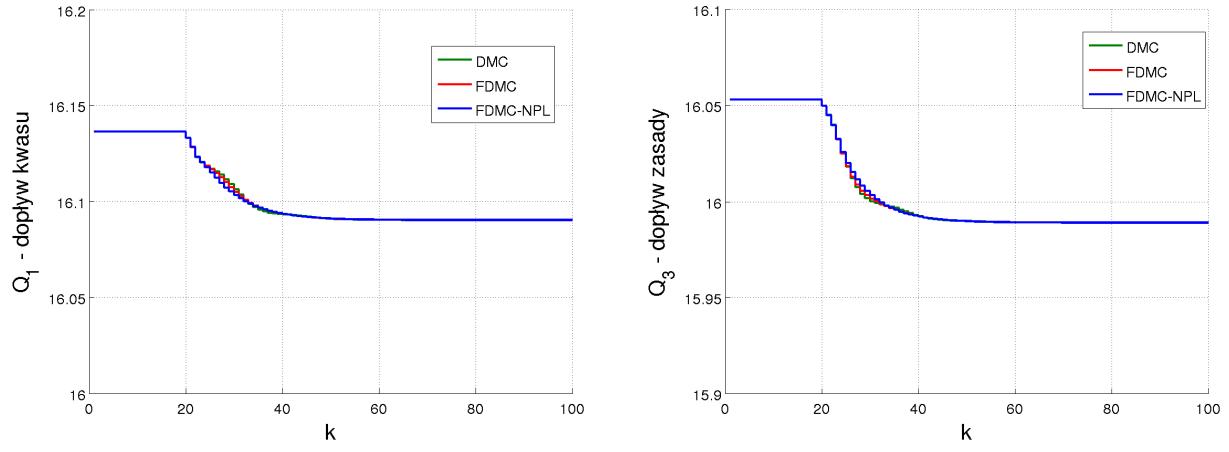
(c) Stabilizacja wartości  $pH = 6$ ; skok zakłócenia o  $+20\%$

---

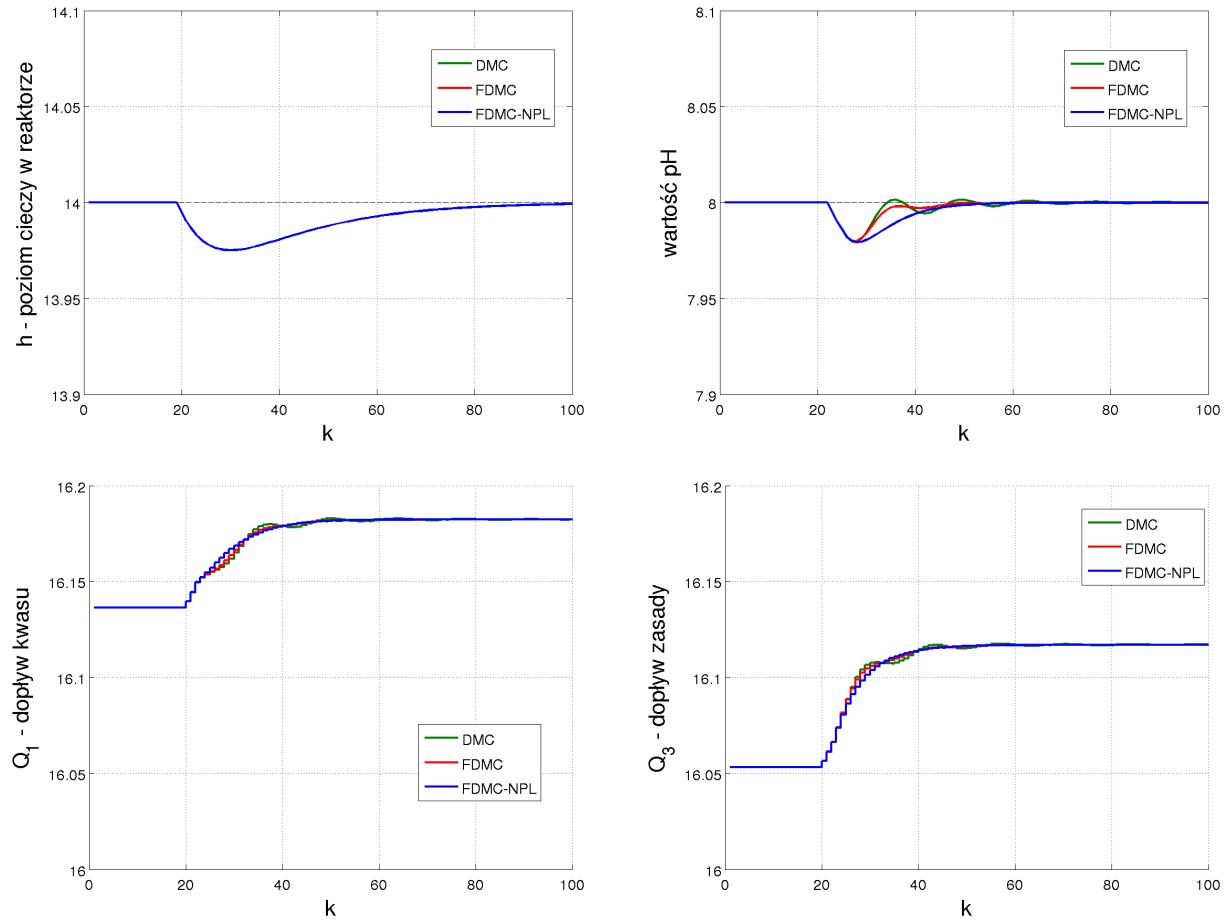


(d) Stabilizacja wartości  $pH = 6$ ; skok zakłócenia o  $-20\%$





(e) Stabilizacja wartości  $pH = 8$ ; skok zakłócenia o +20%



(f) Stabilizacja wartości  $pH = 8$ ; skok zakłócenia o -20%

Rys. 53. Odpowiedzi układów regulacji na skok zakłócenia podczas stabilizacji poziomu mieszaniny w reaktorze na poziomie  $h = 14$  cm i określonej wartości  $pH$ ; brak pomiaru zakłócenia

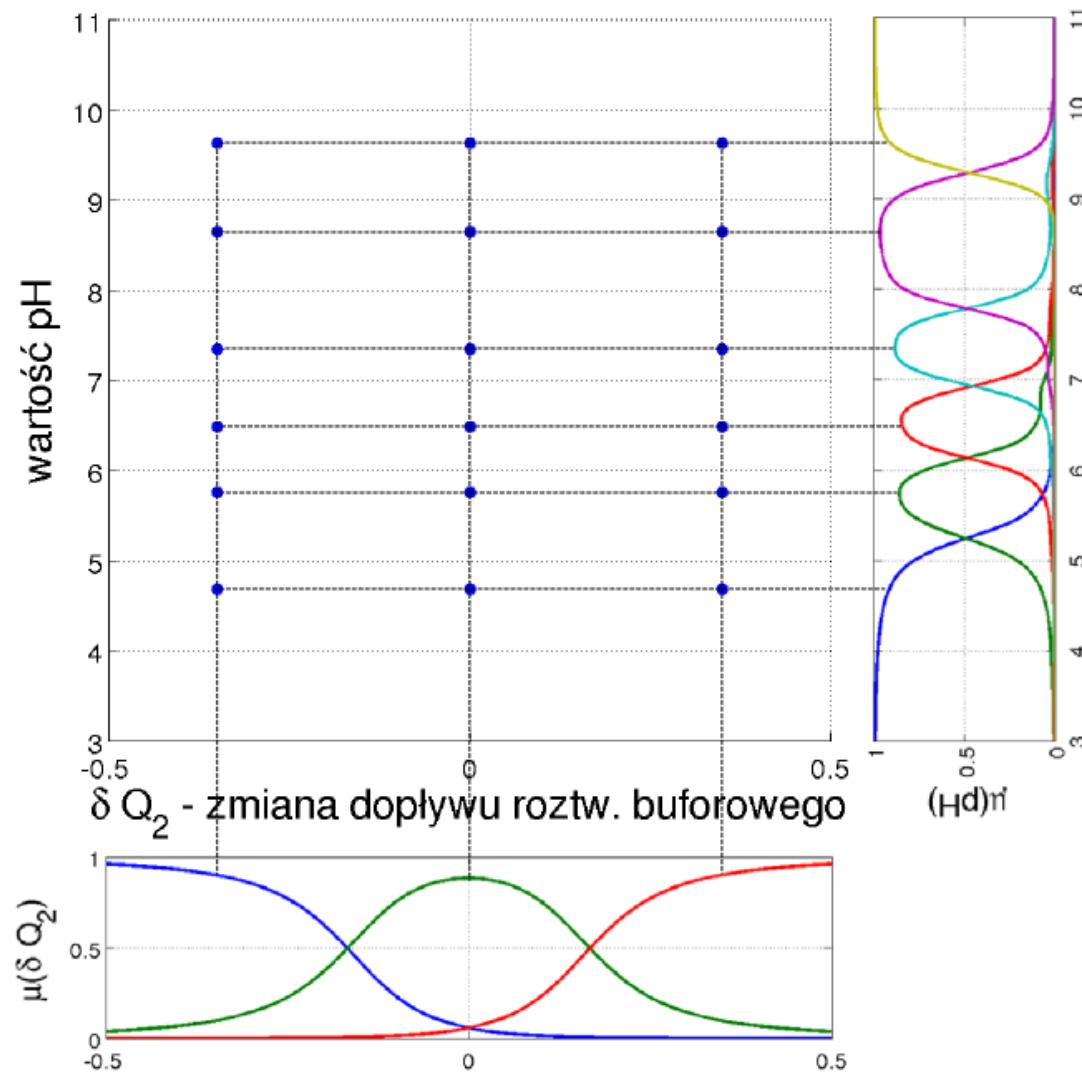
## **Wykorzystanie pomiaru zakłócenia**

Zakłócenie w procesie ma taki sam charakter fizyczny jak w przypadku reaktora polimeryzacji - jest nim zmiana przepływu. Może być ona w sprawny sposób mierzona, więc korzystne jest utworzenie modelu jej wpływu na proces, aby móc skuteczniej tłumić w pętli otwartej zaburzenie jakie wprowadza do procesu. Korzystając z charakterystyk statycznych procesu przy różnych wartościach dopływu roztworu buforowego, przedstawionych na rys. 39, można zauważać, że przy różnym udziale roztworu buforowego w mieszaninie charakter zmian wartości  $pH$  ulega znaczącym zmianom. W efekcie zmienia się wzmacnienie w poszczególnych obszarach.

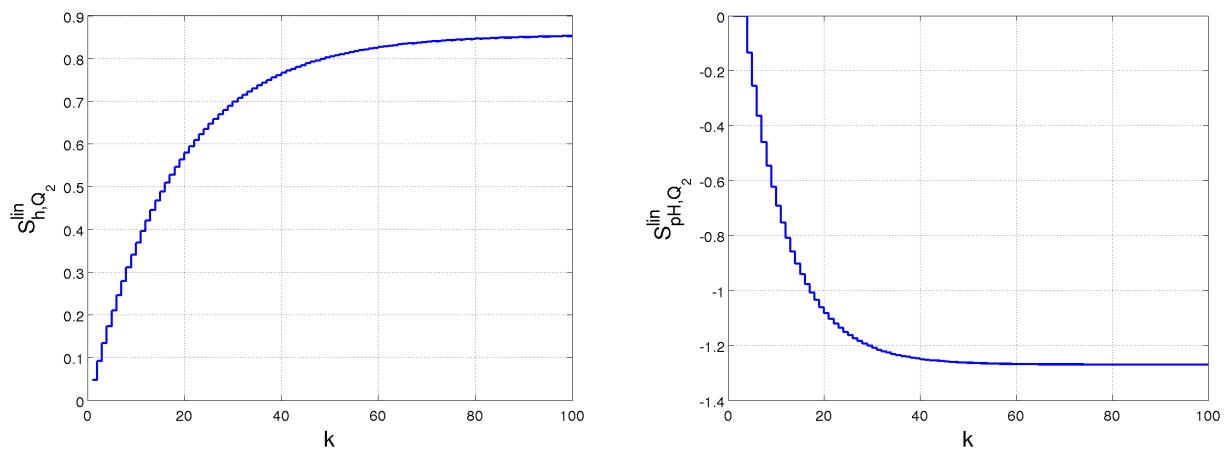
Bazując na tych obserwacjach i wynikach z eksperymentów z reaktorem polimeryzacji, model rozmyty reaktora został rozszerzony o kolejne 6 modeli lokalnych przy wartości  $\delta Q_2 = -0,35$  i 6 dla wartości zakłócenia  $\delta Q_2 = 0,35$ . Wartości poziomu w reaktorze i  $pH$ , w których pozyskiwane były serie odpowiedzi skokowych były tożsame dla każdej szóstki modeli lokalnych, ponadto funkcje przynależności zależne od wartości  $pH$  są wspólne dla każdej z szóstek modeli lokalnych. Ostatecznie baza reguł modelu rozmytego została rozszerzona do 18 reguł. Kształty stosowanych znormalizowanych funkcji przynależności i ulokowanie modeli lokalnych przedstawione zostały na rys. 54.

Kolejne rysunki przedstawiają dyskretne odpowiedzi skokowe wykorzystywane jako modele w zaprojektowanych regulatorach. Na rys. 55 przedstawiony został model zakłócenia wykorzystywany w regulatorze DMC. Przy wartości  $pH = 5$  proces jest bardzo wrażliwy na zmiany dopływu roztworu buforowego, co zostało już zaobserwowane zarówno na charakterystykach statycznych, jak i podczas eksperymentów tłumienia zakłócenia zmienianego w sposób skokowy. Poziom mieszaniny w zbiorniku nie jest bardzo wrażliwy na zmianę dopływu zakłócenia. Co więcej, porównując ze sobą rys. 55 i 41 można dodatkowo zauważać, że wszystkie trzy substancje dopływające do zbiornika w sposób jednakowy wpływają na poziom mieszaniny w zbiorniku.

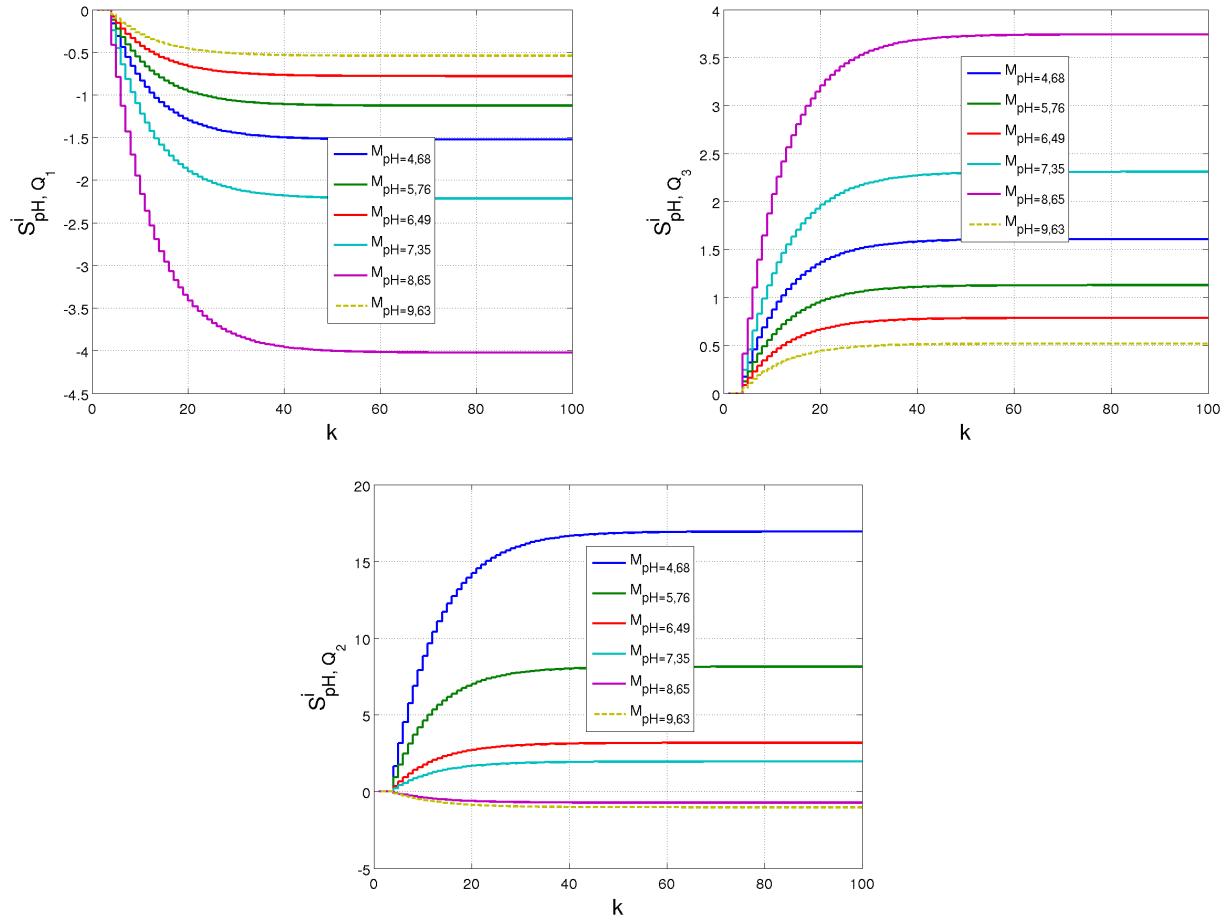
Rys. 56 przedstawia z kolei znormalizowane, dyskretne odpowiedzi skokowe wartości  $pH$  wszystkich modeli lokalnych wchodzących w skład modelu rozmytego reaktora. Przedstawione zostały jedynie odpowiedzi skokowe wartości  $pH$ , ponieważ wszystkim regułom lokalnym odpowiada ten sam model zmian poziomu cieczy w reaktorze, tożsame z tym wykorzystanym w regulatorze DMC. Przyglądając się odpowiedziom skokowym na zmianę zakłócenia przy różnych dopływach roztworu buforowego można zauważać, że charakter zmian pozostaje podobny, jednak różnią się wartości wzmacnień. Przy mniejszym dopływie roztworu buforowego charakterystyka statyczna procesu staje się bardziej stroma, tak więc wzmacnienia w poszczególnych modelach lokalnych również są większe. W warunkach, gdzie wykorzystuje się większy udział roztworu buforowego, proces przebiega łagodniej - charakterystyka statyczna procesu staje się bardziej płaska, a wzmacnienia we wszystkich regułach lokalnych maleją co do modułu.



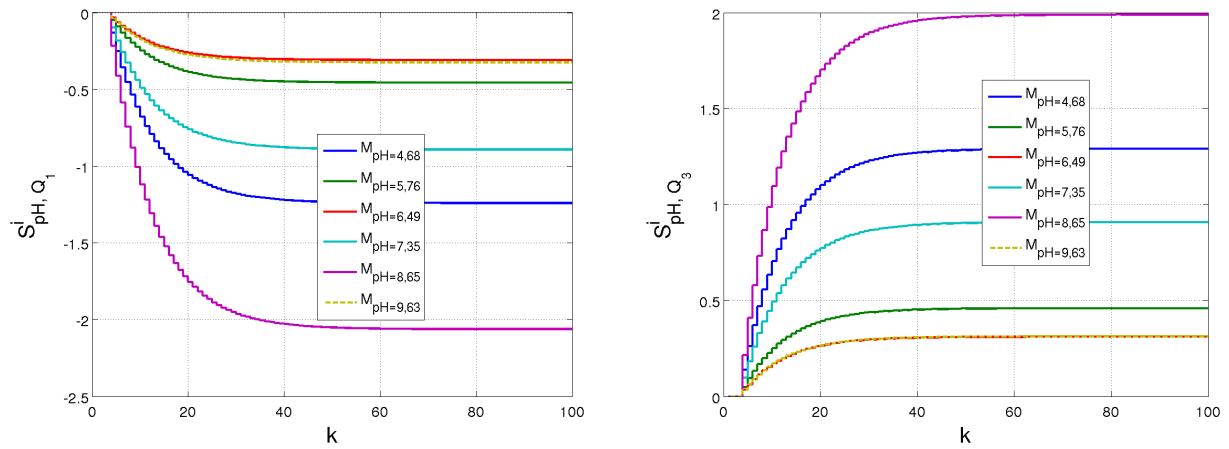
Rys. 54. Kształt funkcji przynależności i umiejscowienie centrów obszarów rozmytych ostatecznego modelu rozmytego reaktora pH

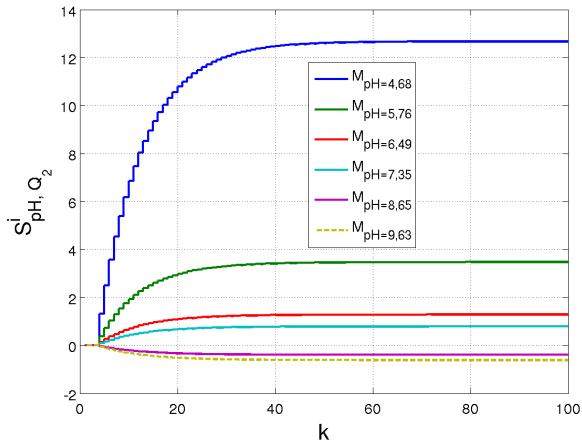


Rys. 55. Znormalizowane odpowiedzi obiektu na skok wartości zakłócenia wykorzystywane jako model zakłócenia w regulatorze DMC

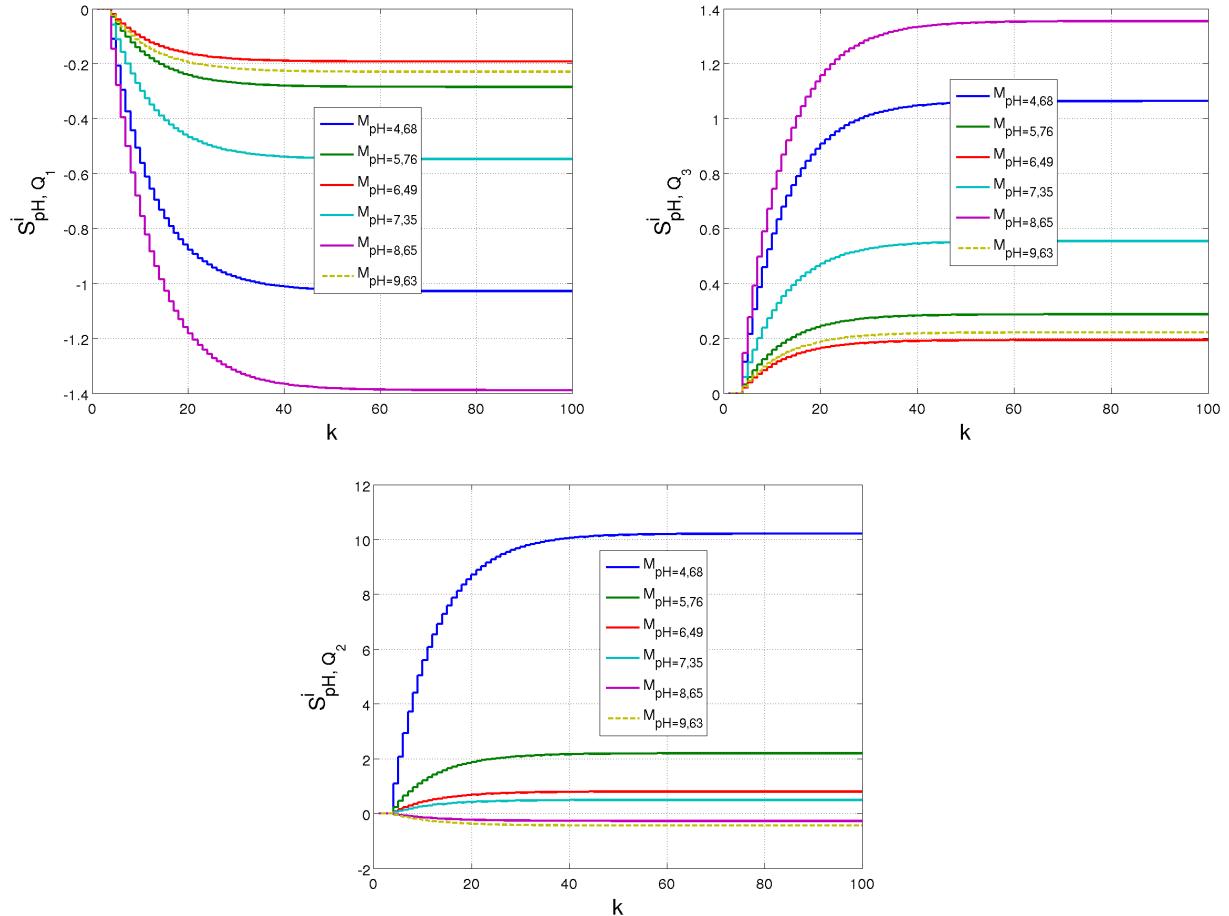


(a) Zmiana dopływu roztworu buforowego  $\delta Q_2 = -0,35 \frac{ml}{s}$





(b) Zmiana dopływu roztworu buforowego  $\delta Q_2 = 0 \frac{ml}{s}$



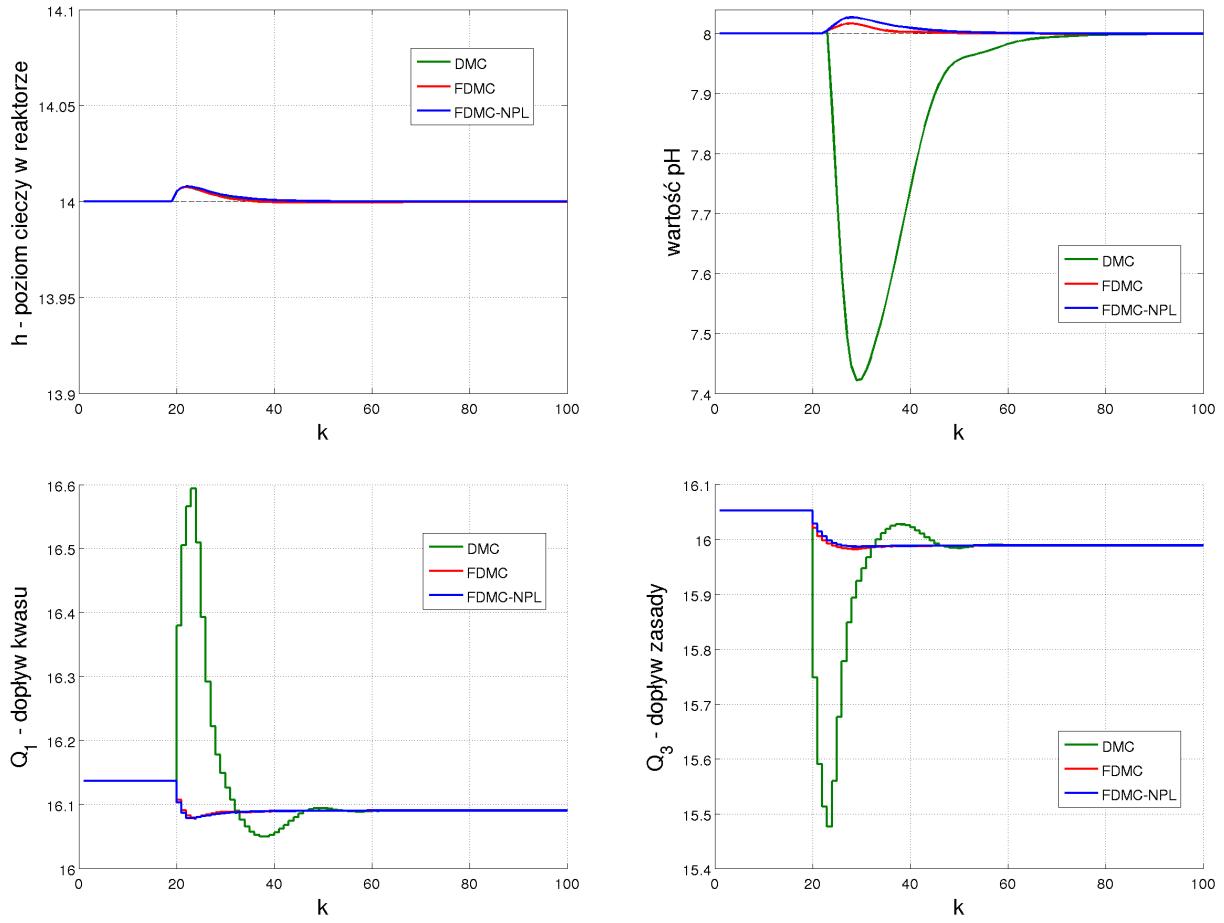
(c) Zmiana dopływu roztworu buforowego  $\delta Q_2 = 0,35 \frac{ml}{s}$

**Rys. 56.** Znormalizowane odpowiedzi skokowe dla dopływu kwasu, zasady i roztworu buforowego dla poszczególnych modeli lokalnych przy różnych wartościach dopływu roztworu buforowego

Proces jest najbardziej wrażliwy na zmianę dopływu roztworu buforowego w okolicach  $pH = 5$ , najmniej natomiast przy dużych wartościach  $pH$ . Warto także zwrócić uwagę, że pomiędzy modelami lokalnymi odpowiadającymi wartościami  $pH = 7,35$  i  $pH = 8,65$  wzmacnienie w torze  $Q_2 - pH$  zmienia się na przeciwe. Porządek zmian wzmacnienia w tym torze pozostaje jednak zachowany przy różnych dopływach strumienia buforowego. Właściwość ta nie występuje natomiast w torach  $Q_1 - pH$  i  $Q_3 - pH$ . Na rys. 56a i 56b widoczna jest zmiana kolejności odpowiedzi skokowych reguł lokalnych odpowiadających wartościom  $pH = 4,68$  i  $pH = 7,35$  w tych torach. Podobna sytuacja następuje dla modeli lokalnych pozyskanych w okolicach wartości  $pH = 6,49$  i  $pH = 9,63$ . Wzmocnienie tego drugiego jest większe co do modułu w sytuacji, w której wykorzystuje się mniej roztworu buforowego w przebiegu procesu. Kiedy dopływ roztworu buforowego jest większy, wzmacnienie modelu lokalnego w obszarze  $pH = 6,49$  staje się mniejsze, niż to w obszarze  $pH = 9,63$ .

Eksperymenty z tłumieniem zakłócenia zostały powtórzone z wykorzystaniem jego pomiaru i opracowanych modeli jego wpływu na proces. Przypadek, w którym proces jest zakłóczany podczas stabilizacji  $pH = 5$  przedstawiony został na rys. 58a i 58b. Można na pierwszy rzut oka zauważyć, że tłumienie zaburzenia zachodzi zdecydowanie lepiej, kiedy możliwe jest wykorzystanie informacji o zakłóceniu procesu. Zwłaszcza poprawiło się działanie algorytmu FDMC-NPL, który przy zmianie dopływu roztworu buforowego w obydwie strony działa teraz szybko. Regulator FDMC tłumi zakłócenie w sposób agresywniejszy, przez co po powrocie do wartości zadanej  $pH$ , przez kolejne kilka iteracji odchodzi jeszcze od niej w drugą stronę, lecz później sprowadzane jest do żądanego poziomu odpowiednio szybko. Zarówno regulator FDMC-NPL, jak i DMC działają precyzyjniej od algorytmu FDMC, jednak cała trójka działa bardzo dobrze. Pomiar zakłócenia sprawia ponadto, że poziom cieczy w regulatorze stabilizowany jest jeszcze sprawniej przez wszystkie regulatory. Wykorzystanie pomiaru zakłócenia powoduje, że  $pH$  znacznie mniej odchodzi od żądanej wartości.

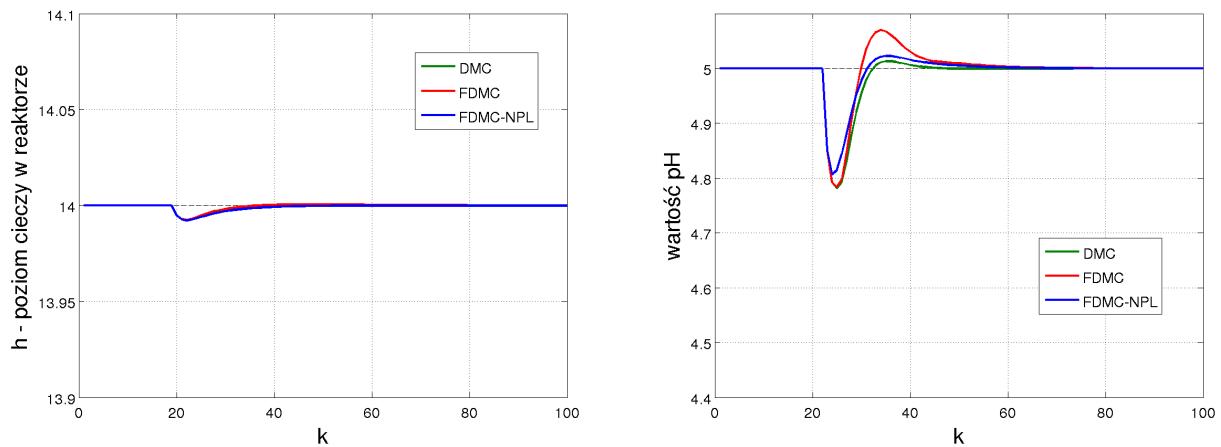
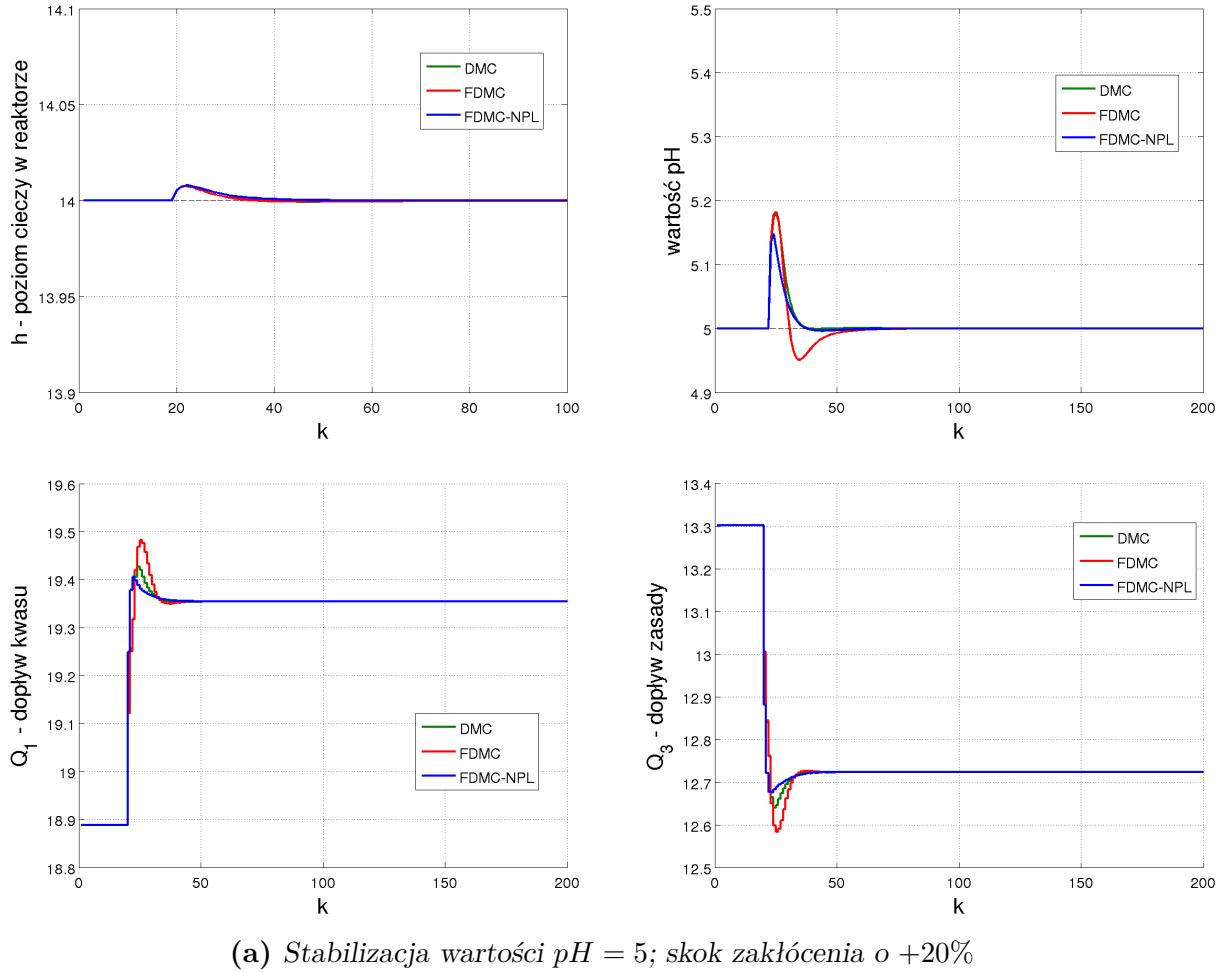
Utrzymywanie zadanej wartości  $pH = 6$  przedstawiają rys. 58c i 58d. Proces znajduje się w obszarze bliskim temu, dla którego opracowano regulator DMC, jednak wzmacnienie w tym obszarze jest już znacznie mniejsze. Także mniej dokładny jest już w tym obszarze liniowy model zakłócenia. Regulator DMC ciągle działa dobrze, zakłócenie tłumione jest sprawniej niż w przypadku niewykorzystania jego pomiaru. Porównując jednak klasyczny regulator do tych wykorzystujących model rozmyty procesu, widać, że jego czas regulacji jest zdecydowanie dłuższy niż w przypadku regulatorów FDMC i FDMC-NPL. Lepiej dopasowany model procesu w regulatorze skutkuje bardzo dobrym działaniem takiego regulatora. Zaburzenie procesu niwelowane jest nieco szybciej przez regulator FDMC, z uwagi na generowane przez niego nieco agresywniejsze sterowania.

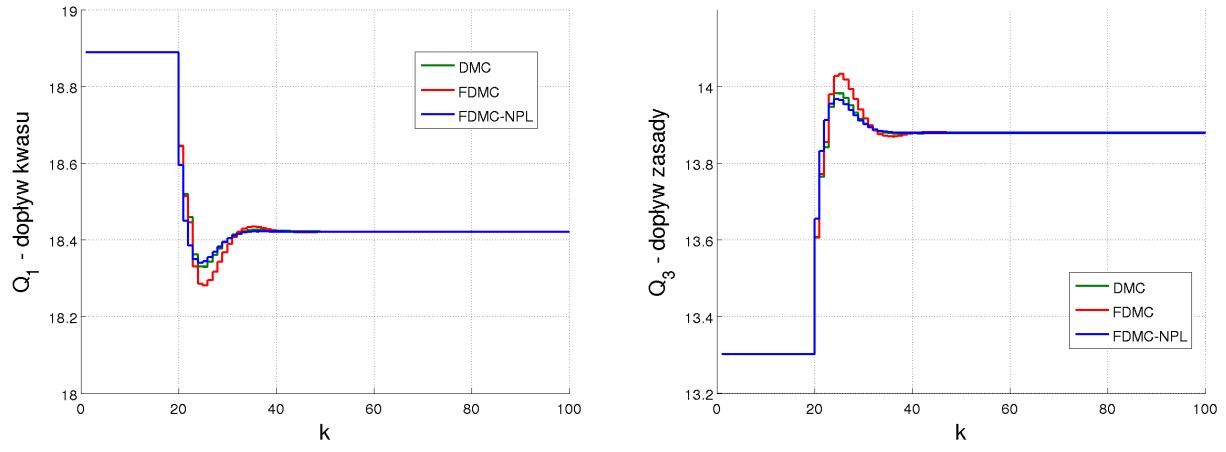


Rys. 57. Stabilizacja wartości  $pH = 8$  i skok zakłócenia o  $+20\%$ ; pełna skala

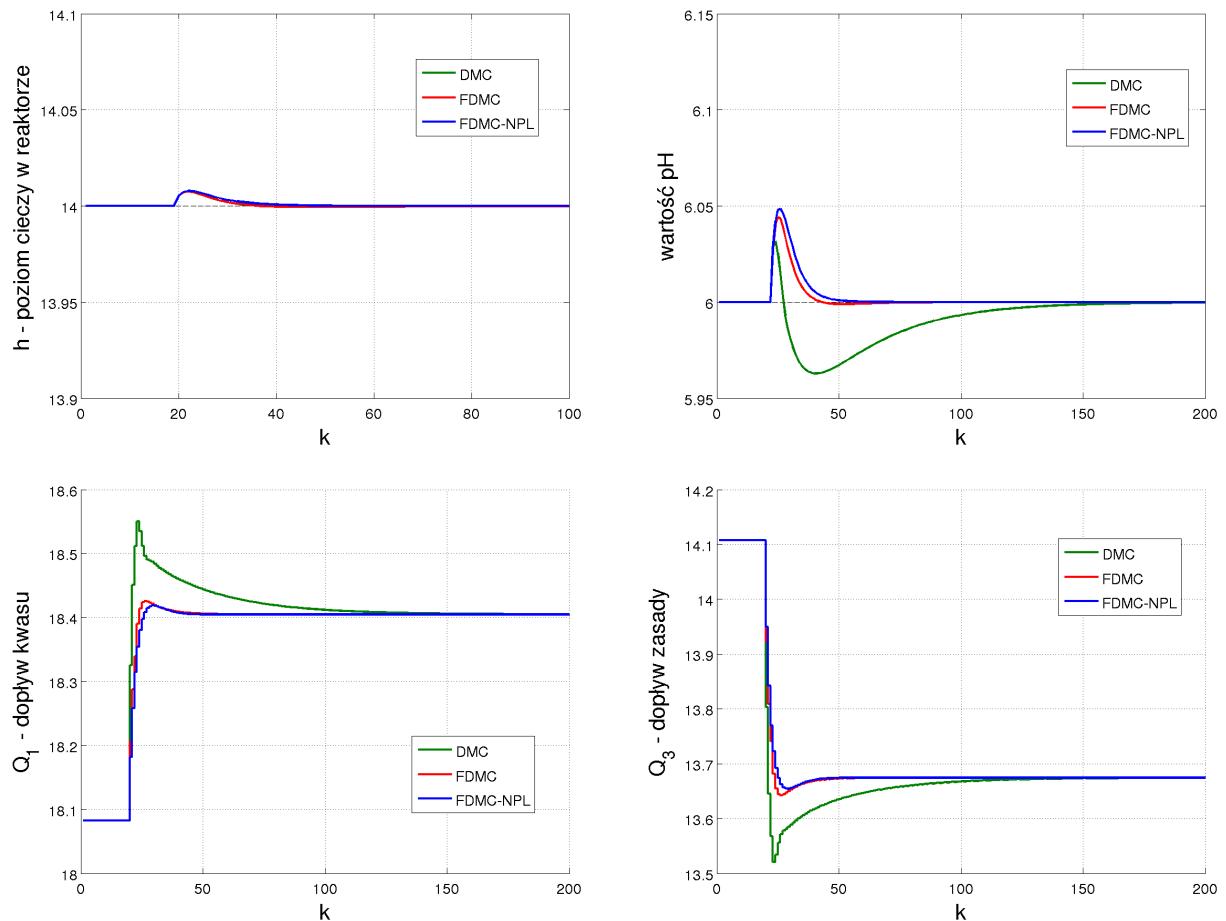
Ostatnim rozpatrywanym eksperymentem było tłumienie skokowej zmiany zakłócenia przy utrzymywaniu wartości  $pH = 8$ . Wyniki w pełnej skali dla skokowej zmiany zakłócenia o  $+20\%$  przedstawione zostały na rys. 57. Jest to przypadek, w którym model zakłócenia w regulatorze DMC nie tylko cechuje się znaczco różniącą się wartością wzmacnieniem od rzeczywistości, ale także przeciwnym znakiem wzmacnienia. Wykorzystanie pomiaru zakłócenia przy tak nieadekwatnym jego modelu diametralnie pogarsza działanie regulatora DMC. Nie tylko  $pH$  znacznie odchodzi od zadanej wartości, ale także czas regulacji wydłuża się w stosunku do przypadku, kiedy zakłócenie nie było mierzone. Jeszcze gorzej regulator DMC działa przy zmianie zakłócenia o  $-20\%$ , co jest już przedstawione wraz z przypadkiem zmiany wartości zakłócenia o  $+20\%$  w tym obszarze po odpowiednim przeskalowaniu na rys. 58e i 58f. Wartość  $pH$  pod wpływem sterowania regulatora DMC odchodzi początkowo aż do wartości 8,9, a powrót do wartości zadanej trwa długo i zachodzi w sposób oscylacyjny. Obydwa z regulatorów rozmytych działają znaczco lepiej od regulatora DMC. Wykorzystanie pomiaru zakłócenia w tym obszarze w algorytmie FDMC-NPL dało nieco gorszy rezultat niż kiedy pomiar nie był używany. Pokazuje to, że model rozmyty nie dość dokładnie odwzorowuje zmianę znaku wzmacnienia modelu zakłócenia. Dobrze odwzorowany jest natomiast moduł tego wzmacnienia,

dzięki czemu zaburzenie tłumione jest sprawnie. Nieco lepiej działa regulator FDMC, który przez generowanie agresywniejszego sterowania nieco lepiej tłumi zaburzenie procesu. Czas osiągania wartości zadanej nie różni się jednak od tego, który osiąga regulator FDMC-NPL.

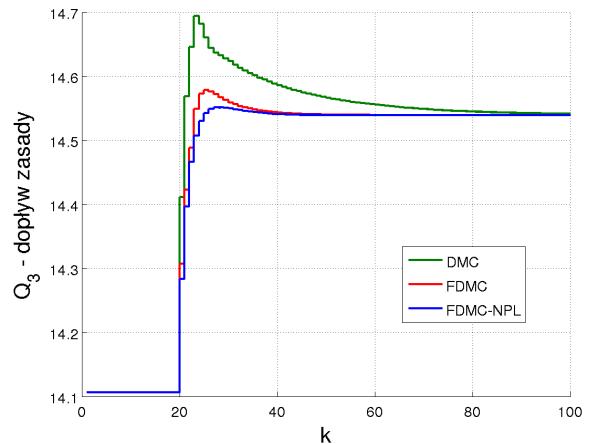
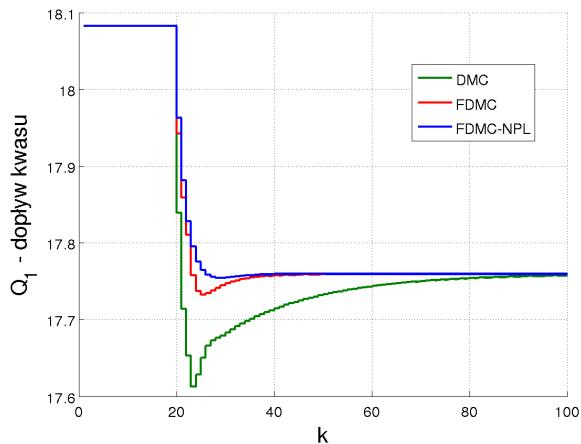
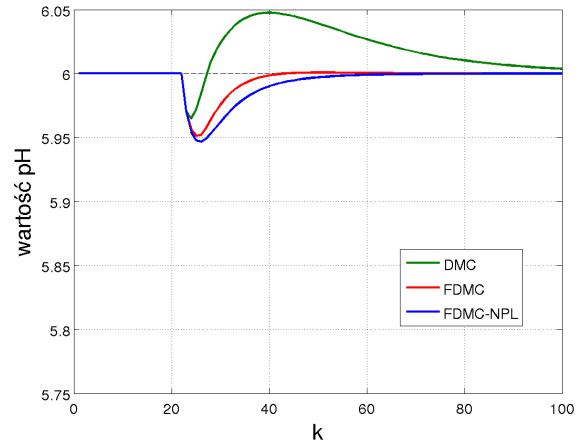
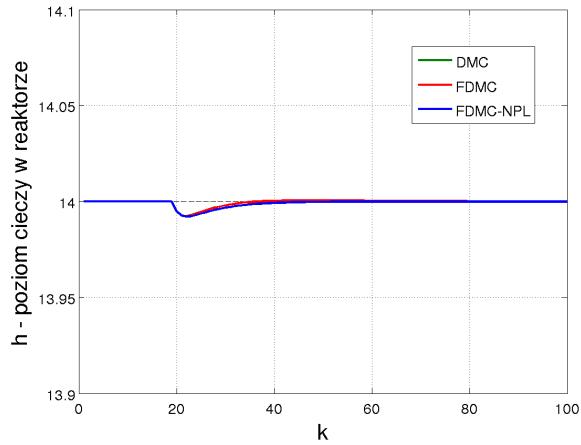




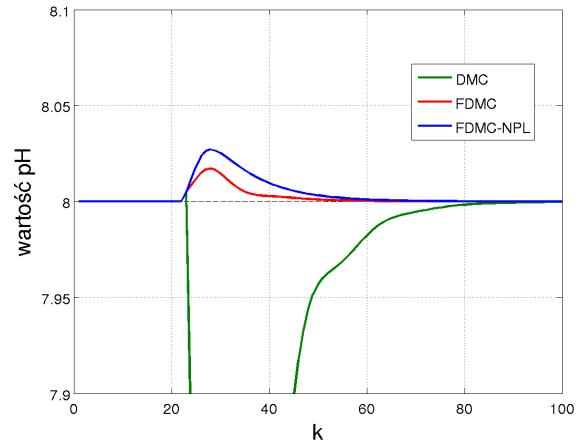
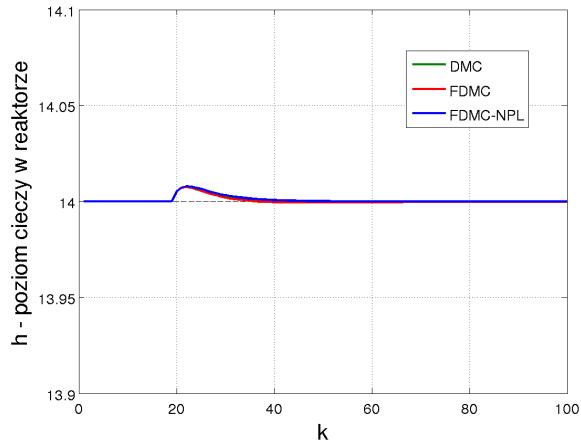
(b) Stabilizacja wartości  $pH = 5$ ; skok zakłócenia o  $-20\%$

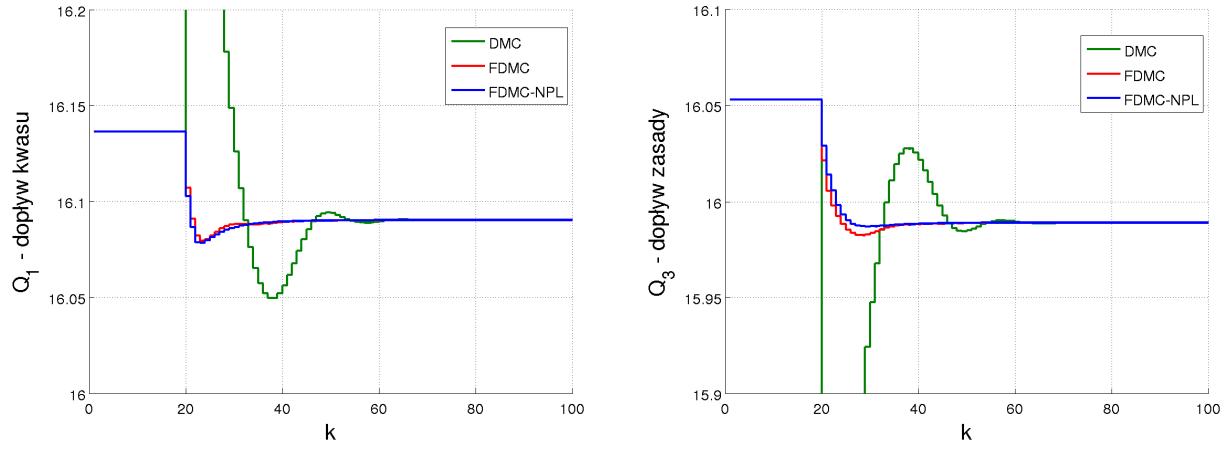


(c) Stabilizacja wartości  $pH = 6$ ; skok zakłócenia o  $+20\%$

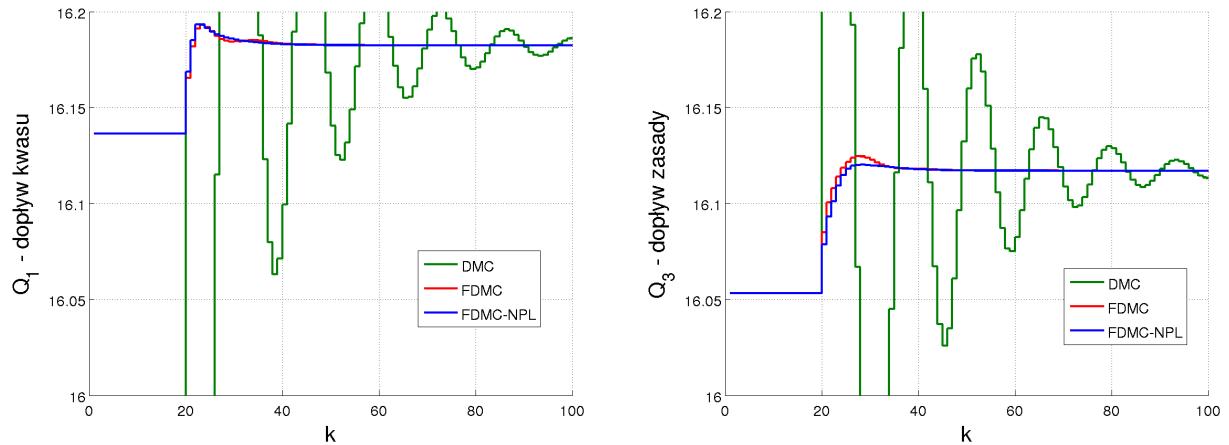
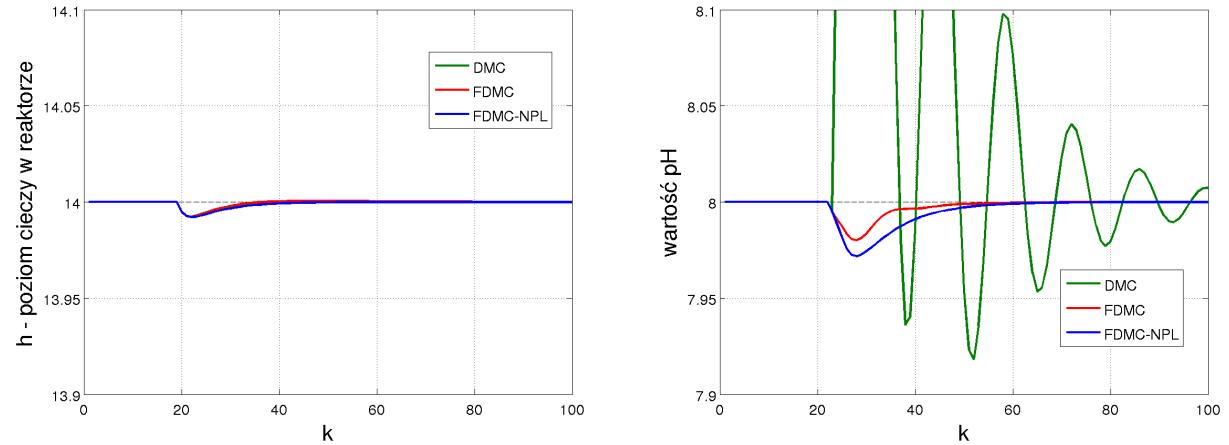


(d) Stabilizacja wartości  $pH = 6$ ; skok zakłócenia o  $-20\%$





(e) Stabilizacja wartości  $pH = 8$ ; skok zakłócenia o +20%



(f) Stabilizacja wartości  $pH = 8$ ; skok zakłócenia o -20%

**Rys. 58.** Odpowiedzi układów regulacji na skok zakłócenia podczas stabilizacji poziomu mieszaniny w reaktorze na poziomie  $h = 14$  cm i określonej wartości  $pH$ ; wykorzystany pomiar zakłócenia

Przedstawione eksperymenty pokazują, że regulator wykorzystujący liniowy model procesu działa dobrze, jednak jedynie w obszarze, w którym jest on adekwatny do procesu. W pozostałych obszarach, gdzie zmienia się charakterystyka procesu, regulator DMC

zaczyna działać gorzej w porównaniu do regulatorów rozmytych. Wykorzystanie pomiaru zakłócenia poprawia tłumienie jego wpływu na proces przez opracowane regulatory, jednak jedynie wtedy, kiedy model zakłócenia w regulatorze jest dość dokładny. Model rozmyty nie dość dokładnie odzwierciedla zmianę znaku wzmacnienia modelu zakłócenia, jednak niedokładność nie jest na tyle duża, by mogła powodować znaczne pogorszenie działania regulatorów rozmytych. Ma to natomiast miejsce w przypadku regulatora DMC i modelu liniowego obiektu, który w pewnych obszarach jest całkowicie błędny w stosunku do rzeczywistości. Stosowanie klasycznego regulatora DMC nie przyniesie wtedy dobrych rezultatów, co pokazane było na dwóch z przypadków testowych.

#### **4.3.4 Dobór różnych wartości parametrów kary za przyrosty sterowania w poszczególnych obszarach rozmytych**

Eksperymenty z reaktorem polimeryzacji pokazały, że różnicowanie wartości parametrów kary za przyrosty sterowania w poszczególnych obszarach rozmytych może mieć pozytywny wpływ na działanie układu sterowania, na przykład w pewnych obszarach można przyspieszyć działanie regulatora. Zabieg ten był jednak łatwiejszy do zrealizowania w przypadku reaktora polimeryzacji, gdzie wzmacnienie w całej dziedzinie malało wraz z wartością wyjściową obiektu. Charakter zmian wzmacnienia przy wartości  $pH$  znacznie się różni, ponieważ wzmacnienie na przemian rośnie i maleje wraz ze zmianą wartości  $pH$ .

Wstępne testy działania regulatorów FDMC i FDMC-NPL (skokowe zmiany wartości zadanych, kompensacja skokowych zmian zakłócenia) przeprowadzono wykorzystując te same parametry, które dobrane zostały dla regulatora DMC. Wszystkie regulatory działały więc z wartościami  $\lambda_{Q_1} = \lambda_{Q_3} = 1$ . Eksperymenty pokazały, że wykorzystanie nieliniowej odpowiedzi swobodnej w regulatorze FDMC-NPL zwiększa precyzję działania regulatora. Uwzględnienie zmian wzmacnienia obiektu na całym horyzoncie predykcji pozwala wyznaczyć sterowanie w sposób, który zapobiega nadmiernym przeregulowaniom. Te zaś generowane przez algorytm FDMC wynikają z pewnego braku dokładności w jego działaniu. Przełączanie pomiędzy lokalnie działającymi analitycznymi regulatorami liniowymi daje poprawę działania układu regulacji w stosunku do klasycznego algorytmu DMC, ponieważ każdy z regulatorów lokalnych jest dopasowany do obszaru, w którym działa. Przy przechodzeniu do obszaru o większym wzmacnieniu obserwuje się jednak występowanie przeregulowania, co wynika z początkowych zbyt dużych wartości sterowania wyznaczanych przez regulator lokalny z modelem o mniejszym wzmacnieniu. Kiedy przełączanie następuje w stronę obszaru o mniejszym wzmacnieniu, wtedy zauważa się wzrost szybkości działania w stosunku do podejścia klasycznego, a przeregulowanie zwykle nie następuje.

Aby dobrać różne wartości parametrów kary dla poszczególnych reguł rozmytych należy także wziąć pod uwagę, że są one w inny sposób wykorzystywane w tych regulatorach. W podejściu PDC każdy z regulatorów lokalnych wykorzystuje wartości specjalnie dla nie-

go wybrane. W przypadku numerycznych algorytmów predykcyjnych wykorzystujących model rozmyty, czego przykładem jest FDMC-NPL, w każdej iteracji za pośrednictwem wnioskowania rozmytego wyznacza się zarówno chwilową postać modelu, jak i wartość parametrów kary. W celu poprawienia działania regulatorów rozmytych, parametry kary były zmieniane w taki sposób, aby ograniczyć przeregulowanie generowane przez regulator FDMC i przyspieszyć działanie regulatora FDMC-NPL. W wyniku strojenia uzyskano parametry kary  $\lambda_{Q_1} = \lambda_{Q_3}$  dla poszczególnych obszarów obydwu regulatorów przedstawione w tabl. 7 i 8.

**Tabl. 7.** Wartości parametrów kary za przyrosty sterowania,  $\lambda_{Q_1} = \lambda_{Q_3}$ , dla każdego z obszarów rozmytych w regulatorze FDMC

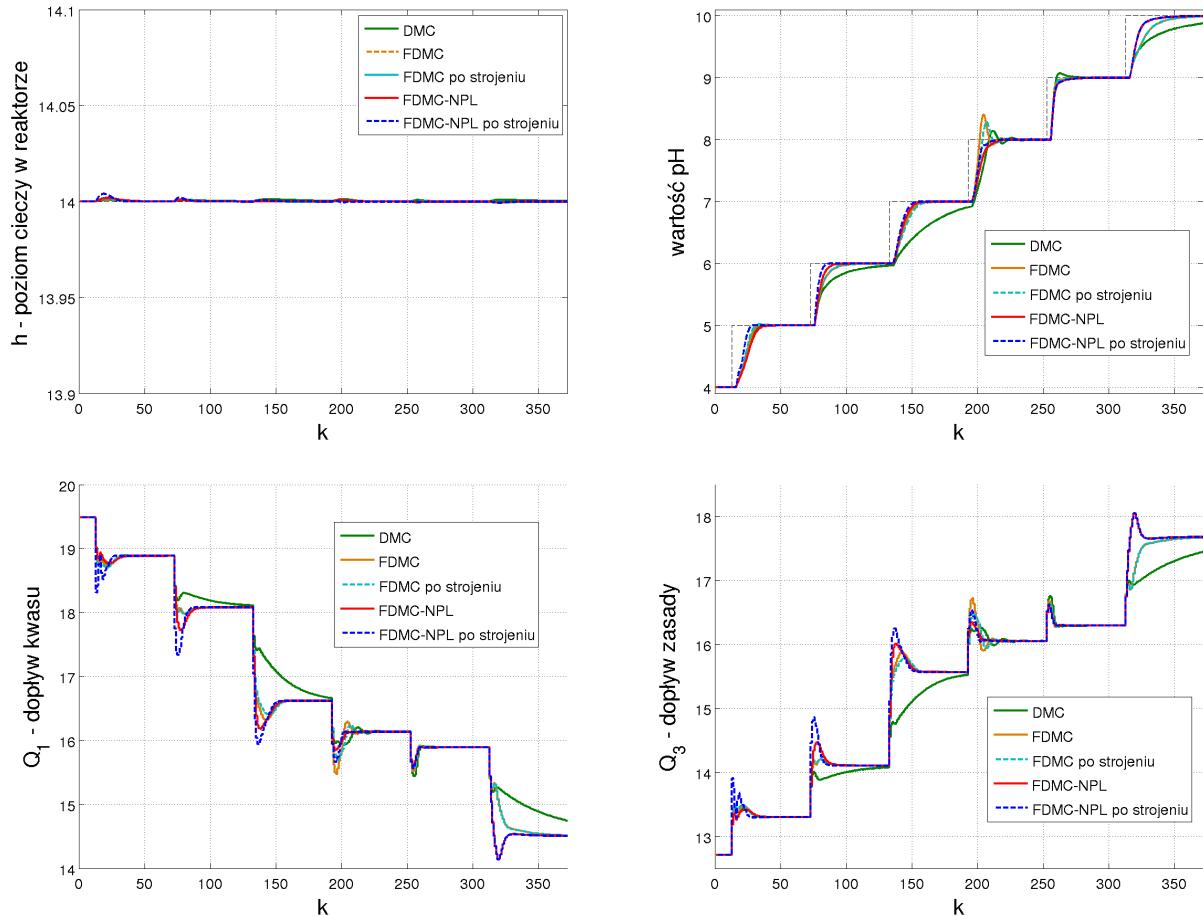
$\downarrow \delta Q_2 / pH \rightarrow$	4,68	5,76	6,49	7,35	8,65	9,63
-0,35	1	1	10	10	10	1
0	1	1	5	5	1	1
0,35	0,1	0,5	1	1	1	1

Przy braku zmiany dopływu roztworu buforowego w regulatorze FDMC zwiększyły się parametry kary w regulatorach lokalnych przy  $pH = 6,49$  i  $pH = 7,35$ . Pozwoliło to zredukować przeregulowanie, a dalsze zwiększenie parametru kary nie wniosło większej poprawy bez zauważalnego spowolnienia działania sąsiednich obszarów. W przypadku kiedy dopływ roztworu buforowego był zmniejszony, konieczne było jeszcze większe spowolnienie działania, ponieważ proces w tym obszarze ma znaczaco większe wzmocnienie. Przy większym udziale roztworu buforowego w mieszaninie, wzmocnienie procesu jest mniejsze, zatem możliwe było przyspieszenie działania regulatora.

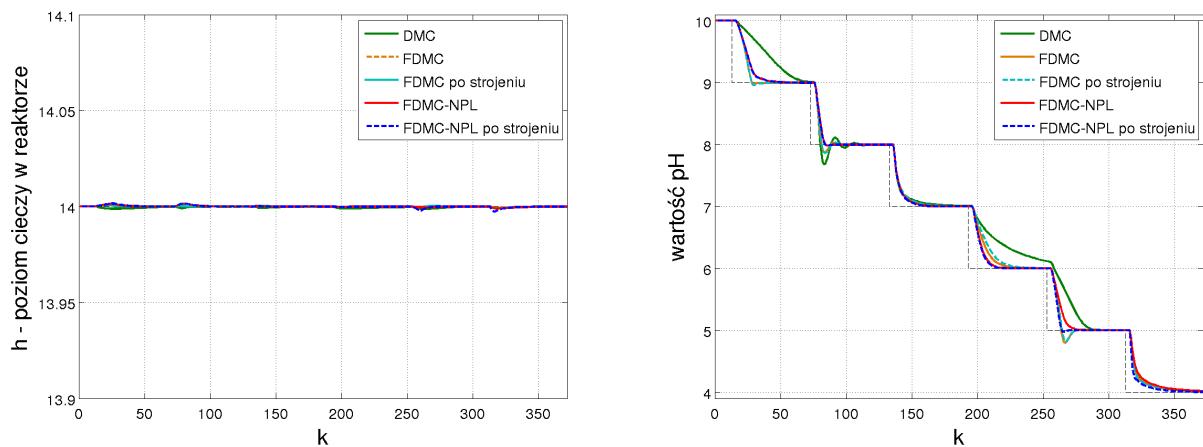
**Tabl. 8.** Wartości parametrów kary za przyrosty sterowania,  $\lambda_{Q_1} = \lambda_{Q_3}$ , dla każdego z obszarów rozmytych w regulatorze FDMC-NPL

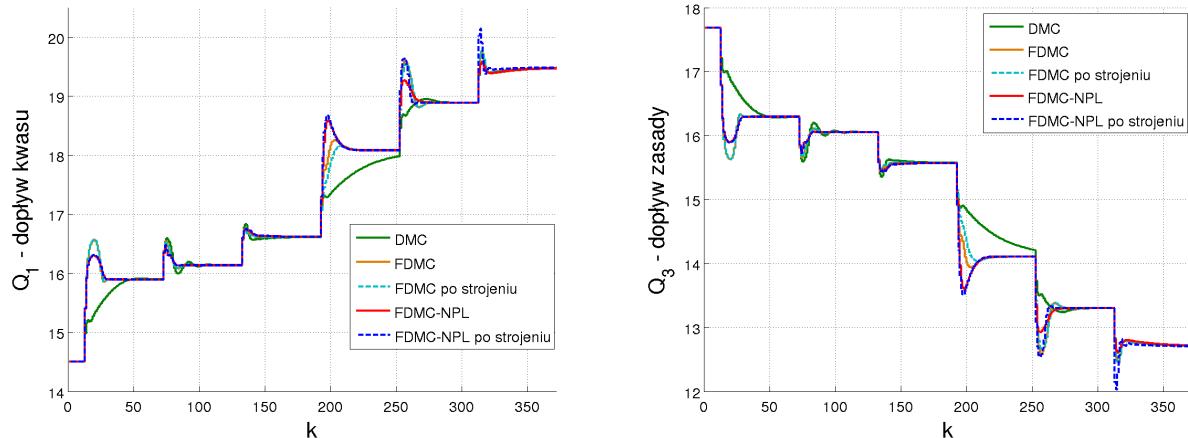
$\downarrow \delta Q_2 / pH \rightarrow$	4,68	5,76	6,49	7,35	8,65	9,63
-0,35	1	1	2	2	1	1
0	0,1	0,1	0,5	0,5	1	1
0,35	0,1	0,1	0,1	0,1	0,5	0,5

W przypadku regulatora FDMC-NPL w podstawowych warunkach pracy możliwe jest przyspieszenie jego działania. Regulator generuje bardziej agresywne przyrosty sterowania, zatem działa szybciej, a więc dokładniej. Kiedy dopływ roztworu buforowego jest zmniejszony, parametr kary nie powinien zostać zmniejszony, powoduje to generowanie zbyt agresywnych przyrostów sterowania. Ponadto wzmocnienie w okolicach  $pH = 8$  wzrosło do tego stopnia, że korzystne okazało się spowolnienie działania regulatora. Nie traci dużo na szybkości działania, za to przebieg sterowania jest łagodniejszy. Kiedy dopływ roztworu buforowego zwiększa się, wzmocnienie procesu jest mniejsze i reakcja zubożniania zachodzi wolniej. Korzystne jest wtedy przyspieszenie działania regulatora we wszystkich obszarach.

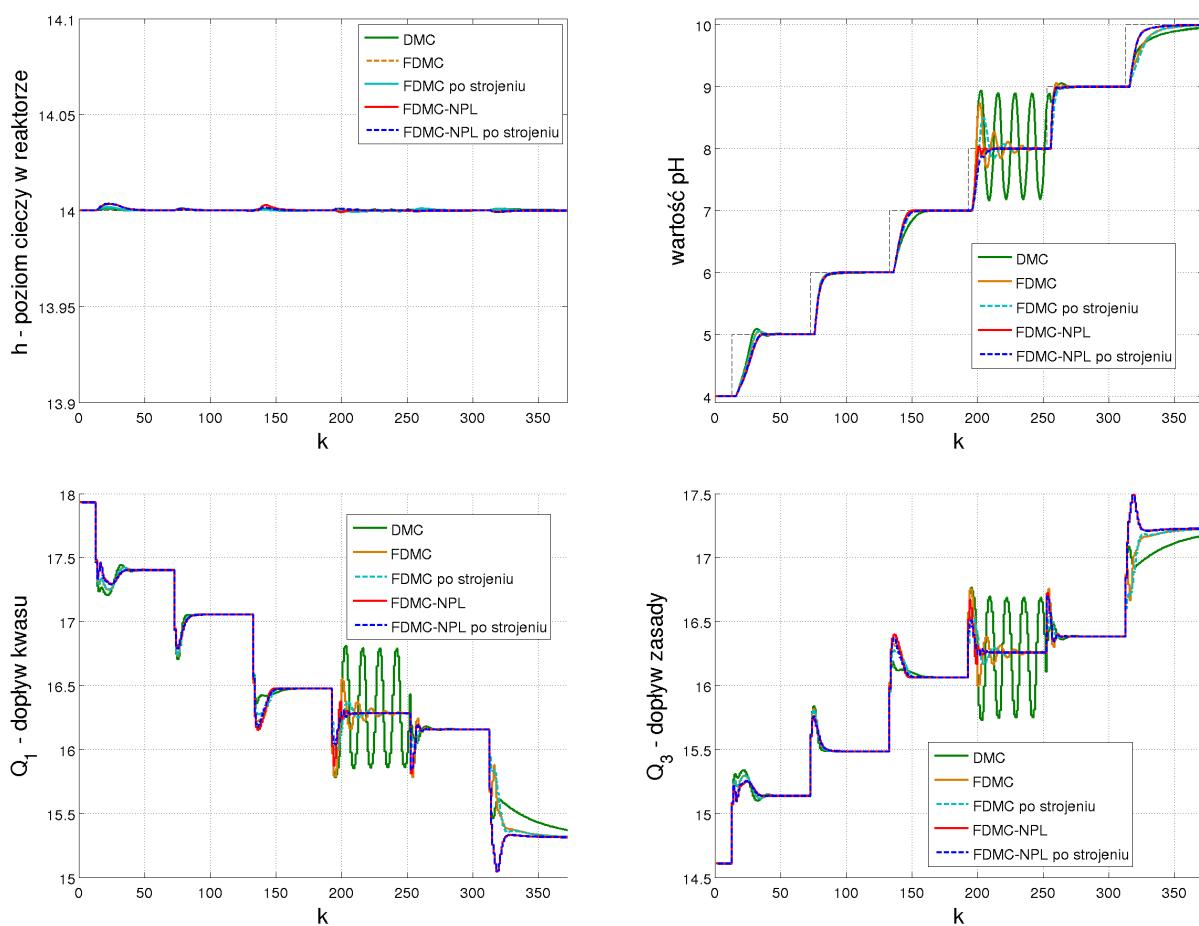


**Rys. 59.** Odpowiedzi układów regulacji na stopniowe zwiększenie wartości zadanej pH; porównanie wpływu zróżnicowania wartości parametrów kary w poszczególnych obszarach modelu rozmytego;  $\delta Q_2 = 0 \frac{ml}{s}$

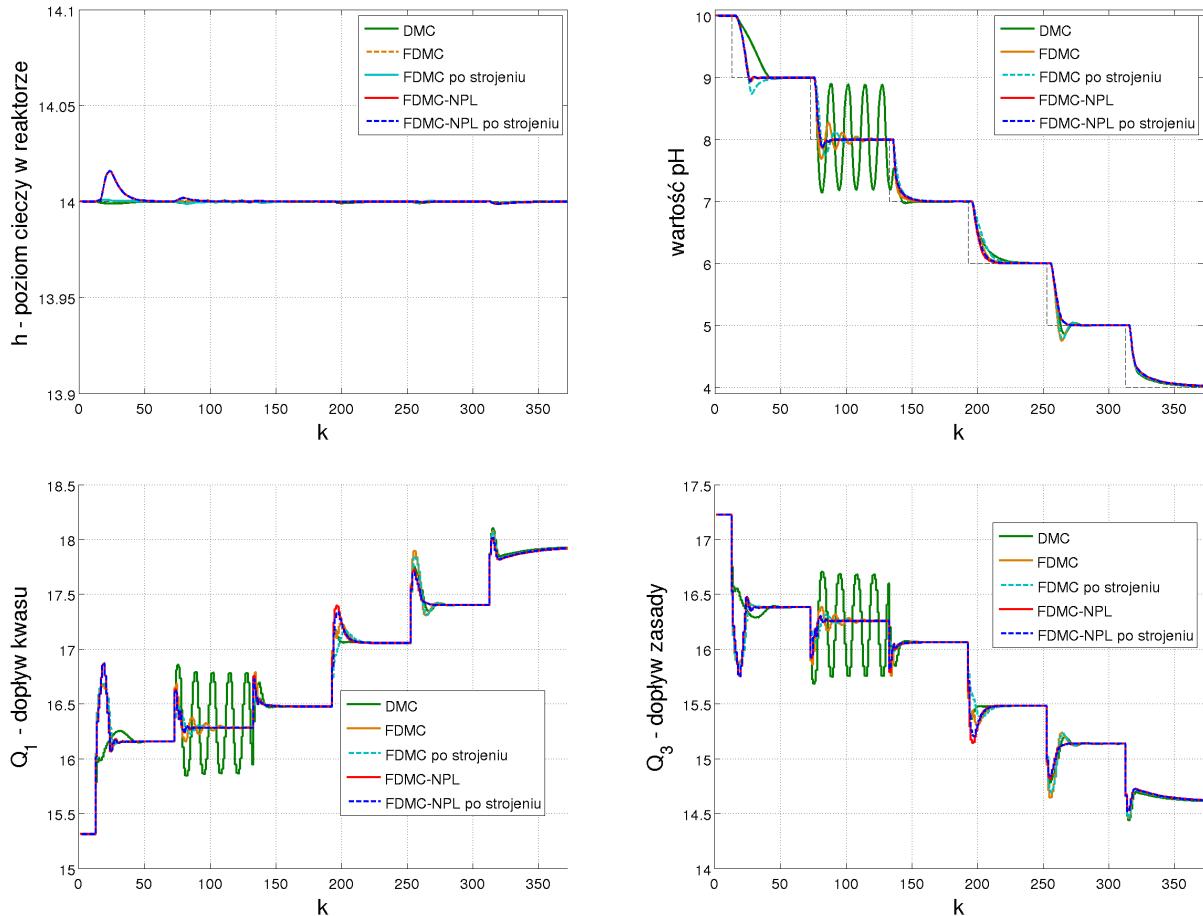




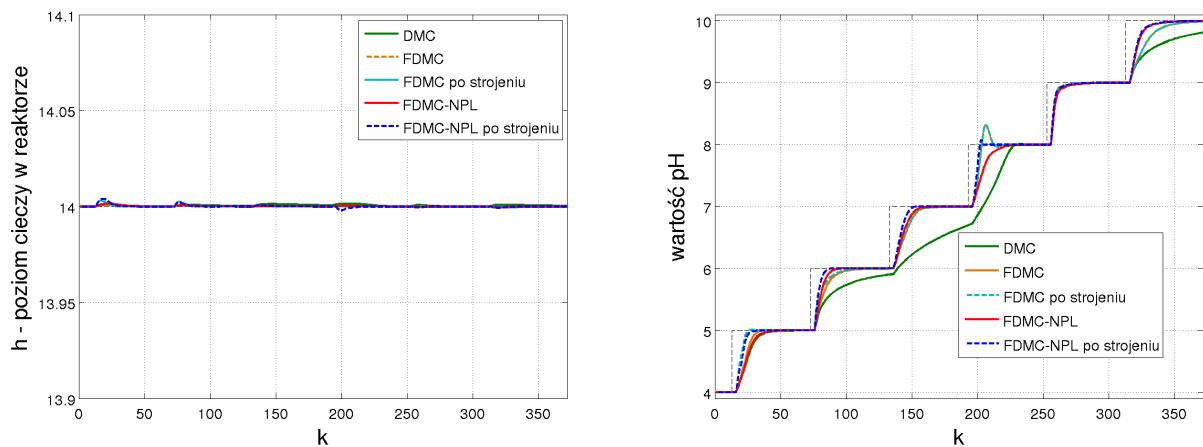
**Rys. 60.** Odpowiedzi układów regulacji na stopniowe zmniejszanie wartości zadanej pH; porównanie wpływu zróżnicowania wartości parametrów kary w poszczególnych obszarach modelu rozmytego;  $\delta Q_2 = 0 \frac{ml}{s}$

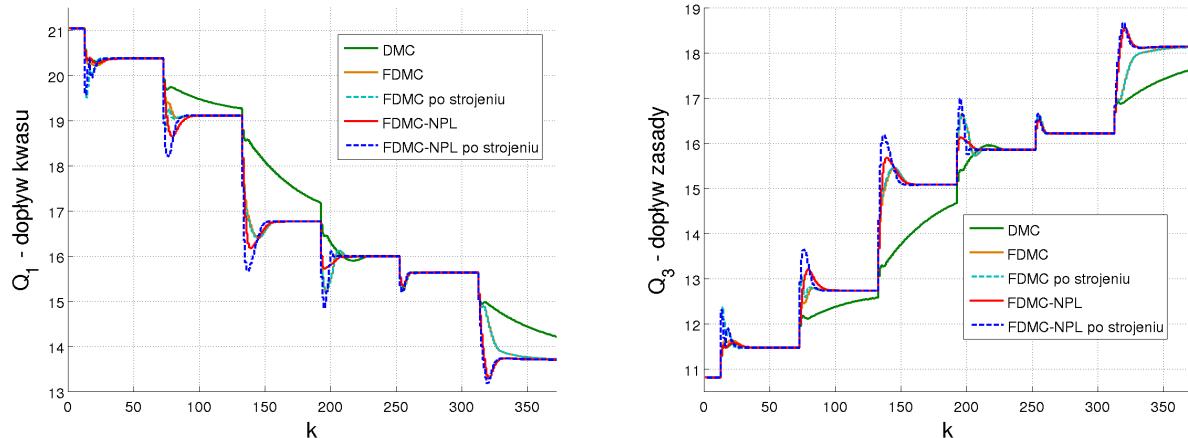


**Rys. 61.** Odpowiedzi układów regulacji na stopniowe zwiększenie wartości zadanej pH; porównanie wpływu zróżnicowania wartości parametrów kary w poszczególnych obszarach modelu rozmytego;  $\delta Q_2 = -0,35 \frac{ml}{s}$

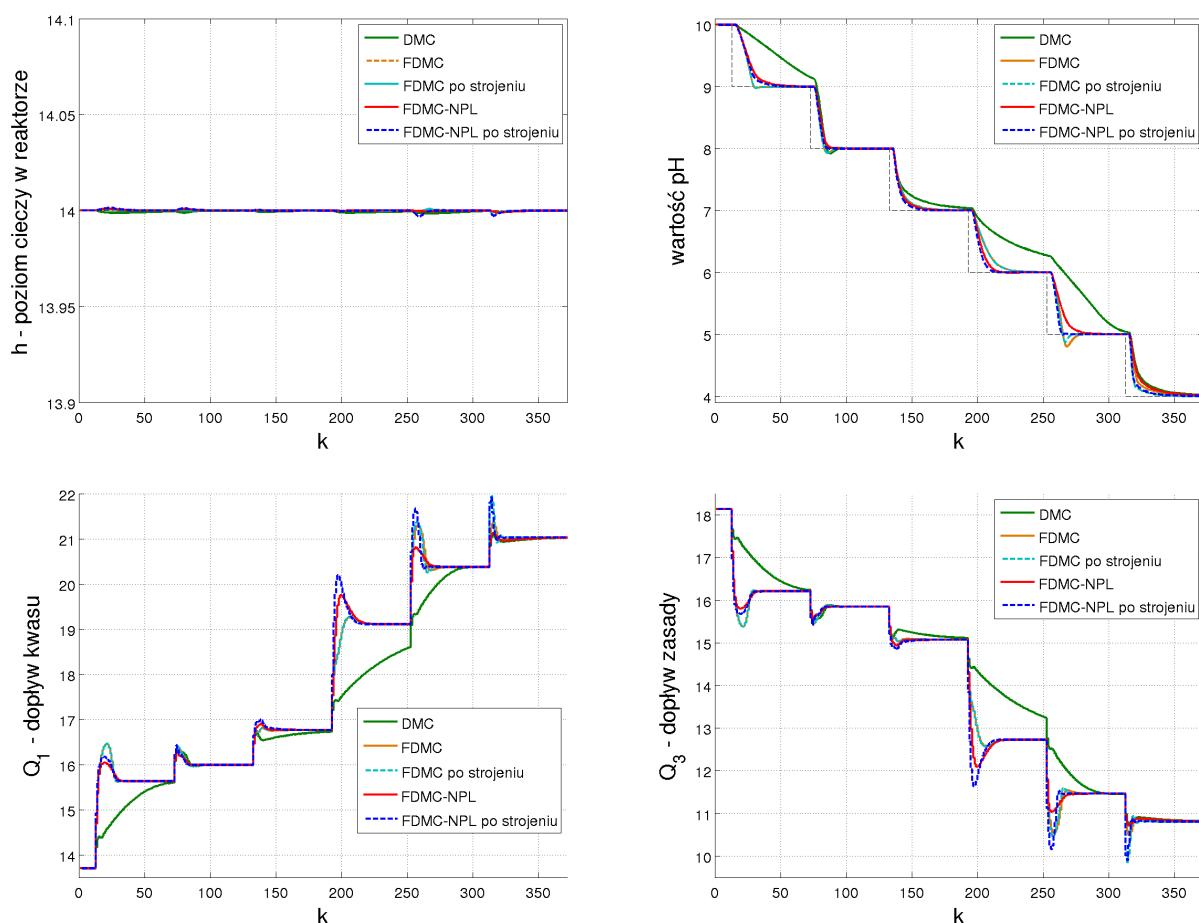


**Rys. 62.** Odpowiedzi układów regulacji na stopniowe zmniejszanie wartości zadanej pH; porównanie wpływu zróżnicowania wartości parametrów kary w poszczególnych obszarach modelu rozmytego;  $\delta Q_2 = -0,35 \frac{ml}{s}$





**Rys. 63.** Odpowiedzi układów regulacji na stopniowe zwiększenie wartości zadanej pH; porównanie wpływu zróżnicowania wartości parametrów kary w poszczególnych obszarach modelu rozmytego;  $\delta Q_2 = 0,35 \frac{ml}{s}$



**Rys. 64.** Odpowiedzi układów regulacji na stopniowe zmniejszanie wartości zadanej pH; porównanie wpływu zróżnicowania wartości parametrów kary w poszczególnych obszarach modelu rozmytego;  $\delta Q_2 = 0,35 \frac{ml}{s}$

Przebiegi wartości wyjściowych i sterowań regulatorów rozmytych przy stałych i zróżnicowanych parametrach kary bez zmian dopływu roztworu buforowego przedstawione zostały na rys. 59 i 60. Dla porównania, przedstawione zostały również przebiegi uzyskane przez z użyciem regulatora DMC. Można zauważyć wpływ modyfikacji parametrów kary w części obszarów - regulator FDMC-NPL przyspieszył swoje działanie przy wartościach  $pH$  z zakresu 4-8. Związane jest to z agresywniejszym sterowaniem, ale jest ono wciąż akceptowalne. Duże przeregulowanie generowane przez regulator FDMC przy wartości  $pH = 8$  wyraźnie zmniejszyło się po zwiększeniu parametru kary, a jego działanie w sąsiednich obszarach nie spowolniło w sposób znaczący. Biorąc pod uwagę cały zakres wartości  $pH$ , obydwa regulatory rozmyte działają zauważalnie lepiej od regulatora DMC.

Kiedy dopływ roztworu buforowego zmieniony jest o  $\delta Q_2 = -0,35 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ , wzmacnienie procesu zwiększa się. Działanie układów regulacji w tych warunkach przedstawiono na rys. 61 i 62. Widoczne jest, że w tej sytuacji regulator DMC przestaje działać w okolicy  $pH = 8$ . Wzmocnienie procesu jest większe niż to zawarte w modelu liniowym, którym dysponuje regulator i w efekcie nie działa on poprawnie. Żadne zmiany parametrów nie doprowadziły do ustabilizowania działania regulatora DMC w tym obszarze. Model liniowy którym dysponuje jest nieprawidłowy i regulacja w tym obszarze nie jest możliwa z jego wykorzystaniem. Obydwa regulatory rozmyte radzą sobie natomiast z zmianami wartości zadanych  $pH$  w tych warunkach, jednakże można zauważyć, że działają one zauważalnie agresywniej niż miało to miejsce w przypadku, kiedy dopływ roztworu buforowego nie był zmieniany. Zwiększenie parametrów kary za przyrosty sterowania przyniosło korzyści w ich działaniu. Jedyną negatywną zmianą w działaniu algorytmu FDMC po zmianie wartości parametrów jest pojawienie się przeregulowania przy skoku w dół do wartości  $pH = 9$ , jednak zmiana ta jest akceptowalna, uwzględniając znaczące ograniczenie przeregulowania i oscylacji w okolicy wartości  $pH = 8$ . Niewielkie zwiększenie parametru kary w przypadku regulatora FDMC-NPL sprawiło, że spowolniło się jego działanie w okolicy wartości  $pH = 8$  i teraz sterowanie ma łagodniejszy przebieg, nie tracąc przy tym na szybkości regulacji.

Wpływ zmian parametru kary algorytmów bazujących na modelu rozmytym obiektu w warunkach kiedy dopływ roztworu buforowego zmieniono o  $\delta Q_2 = 0,35 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$  przedstawiono na rys. 63 i 64. W tych warunkach wzmacnienie obiektu maleje, zatem korzystne okazało się przyspieszenie regulatorów rozmytych. Algorytm DMC działa zauważalnie wolniej, jednak nie może zostać przyspieszony, ponieważ zmniejszenie parametru kary wiąże się ze znacznym pogorszeniem działania regulatora, kiedy dopływ roztworu buforowego będzie mniejszy. W przypadku obydwu algorytmów wykorzystujących model rozmyty obiektu, zmniejszenie parametru kary w obszarze niskich wartości  $pH$  pozwoliło na przyspieszenie ich działania. Zmiany sterowania są akceptowalne w stosunku do wyraźnie szybszego działania regulatorów. W okolicy wartości  $pH = 8$  zauważalnie przyspieszyło działanie układu regulacji z regułatorem FDMC-NPL. Generuje on teraz niewielkie przeregulowanie, jednak

jest ono pomijalne w stosunku do znacznego zmniejszenia czasu regulacji w tym obszarze. Przyspieszenie regulatora FDMC w tym obszarze nie było możliwe, ponieważ wiązało się ze zwiększeniem przeregulowania, a spowolnienie jego działania nie przyniosło korzyści w postaci zmniejszenia przeregulowania, za to wiązało się z wydłużeniem czasu regulacji. Wobec tego parametr kary w obszarze wyższych wartości  $pH$  dla tego regulatora pozostał bez zmian.

W kolejnych rozdziałach zaprojektowane regulatory zostaną przetestowane w warstwowych strukturach sterowania. Podczas wszystkich testów w strukturach warstwowych wykorzystywane będą parametry kar za przyrosty sterowania przedstawione w tabl. 7 i 8.

#### 4.4 Warstwowa struktura sterowania procesu

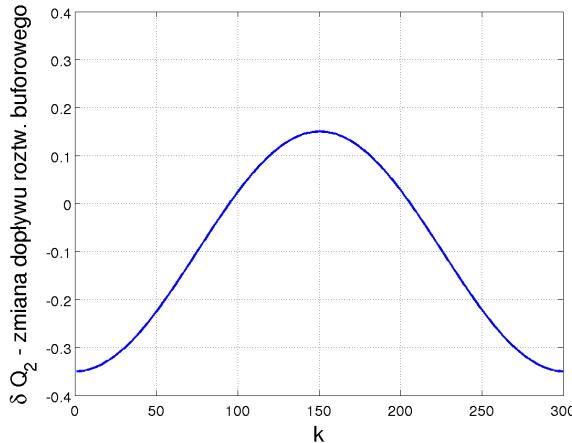
Opracowane regulatory zostały przetestowane pod kątem współpracy z nadzorowanymi warstwami optymalizacji podczas zmiennych warunków biegu procesu. Dodatkowo na potrzeby eksperymentów w strukturze warstwowej opracowany został także algorytm MPC-NO, w celu weryfikacji działania regulatora FDMC-NPL na tle algorytmu, który w najlepszy sposób wykorzystuje stworzony model rozmyty obiektu.

Zadanie jakie realizują nadzorujące warstwy optymalizacji polega na wyznaczeniu odpowiednich wartości zadanych dla algorytmów regulacji predykcyjnej. Optymalizowany ekonomiczny wskaźnik jakości wyraża zyski z wytwarzania produktu o określonych właściwościach. Jak poprzednio, rozważanym obiektem jest reaktor chemiczny, tak więc dąży się do maksymalizacji przepływu, w celu wytworzenia jak największej ilości produktu.

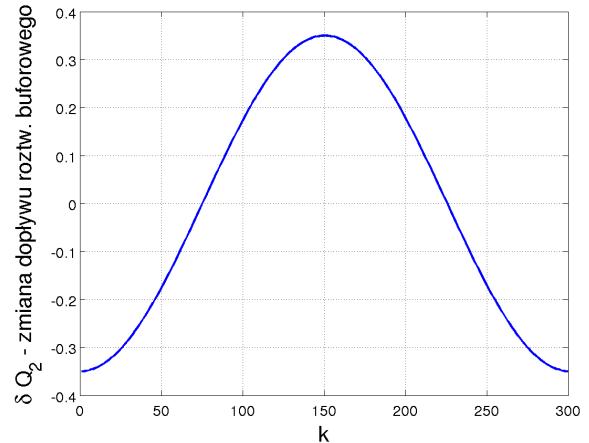
Scenariusze testowe zostały przygotowane na podstawie analizy charakterystyk statycznych procesu przedstawionych w rozdz. 4.1 na rys. 39. Pokazują one, że przy docelowych warunkach w jakich zachodzi proces, tj. przy dopływie roztworu buforowego  $Q_2 = 0,55 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ , zakłócenie najmocniej przesuwa charakterystykę dla wartości  $pH$  z zakresu 4 – 6. Zgodnie z tym spostrzeżeniem, scenariusze testowe zostały opracowane właśnie w tym obszarze wartości  $pH$ , ponieważ są one bardzo wymagające dla układów sterowania. Pierwszy z nich polegał na maksymalizacji produkcji roztworu o odczynie  $pH$  utrzymywany w granicach  $4 \leq pH \leq 6$ , przy ograniczeniach na dopływy surowców  $Q_1 \leq 18 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ ,  $Q_3 \leq 18 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$  i poziom mieszaniny w reaktorze  $h \leq 14 \text{ cm}$ . Ten scenariusz zdefiniowany został w taki sposób, aby dobrze działał w nim regulator wykorzystujący liniowy model obiektu. Drugi scenariusz również polegał na maksymalizacji produkcji roztworu, jednak tym razem o odczynie  $pH$  utrzymywany w granicach  $5 \leq pH \leq 6,5$  przy ograniczeniach na dopływy surowców  $Q_1 \leq 19 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ ,  $Q_3 \leq 19 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$  i poziom cieczy w reaktorze  $h \leq 16 \text{ cm}$ . Drugi scenariusz działa w nieco oddalonym obszarze, co ma na celu pokazanie działania struktur sterowania, kiedy stosowany w algorytmie DMC liniowy model obiektu przestaje być wystarczająco dokładny. W wszystkich eksperymentach w strukturze warstwowej algorytmy w wersji numerycznej (DMC, FDMC-NPL i MPC-NO) uwzględniają dodatkowo

we wskaźniku jakości rozwiązywanego przez nie zadania optymalizacji człon kary za przekraczanie ograniczeń wartości wyjść na całym horyzoncie predykcji. Algorytm MPC-NO działa przy takich samych wartościach parametrów co regulator FDMC-NPL.

W celu wymuszenia zmieniających się warunków procesu jest on poddawany sinusoidalnie zmiennemu zakłóceniu. Przebiegi zakłóceń obrazuje rys. 65.



(a) przypadek 1



(b) przypadek 2

Rys. 65. Przebiegi zakłócenia działającego na proces w rozważanych problemach optymalizacji

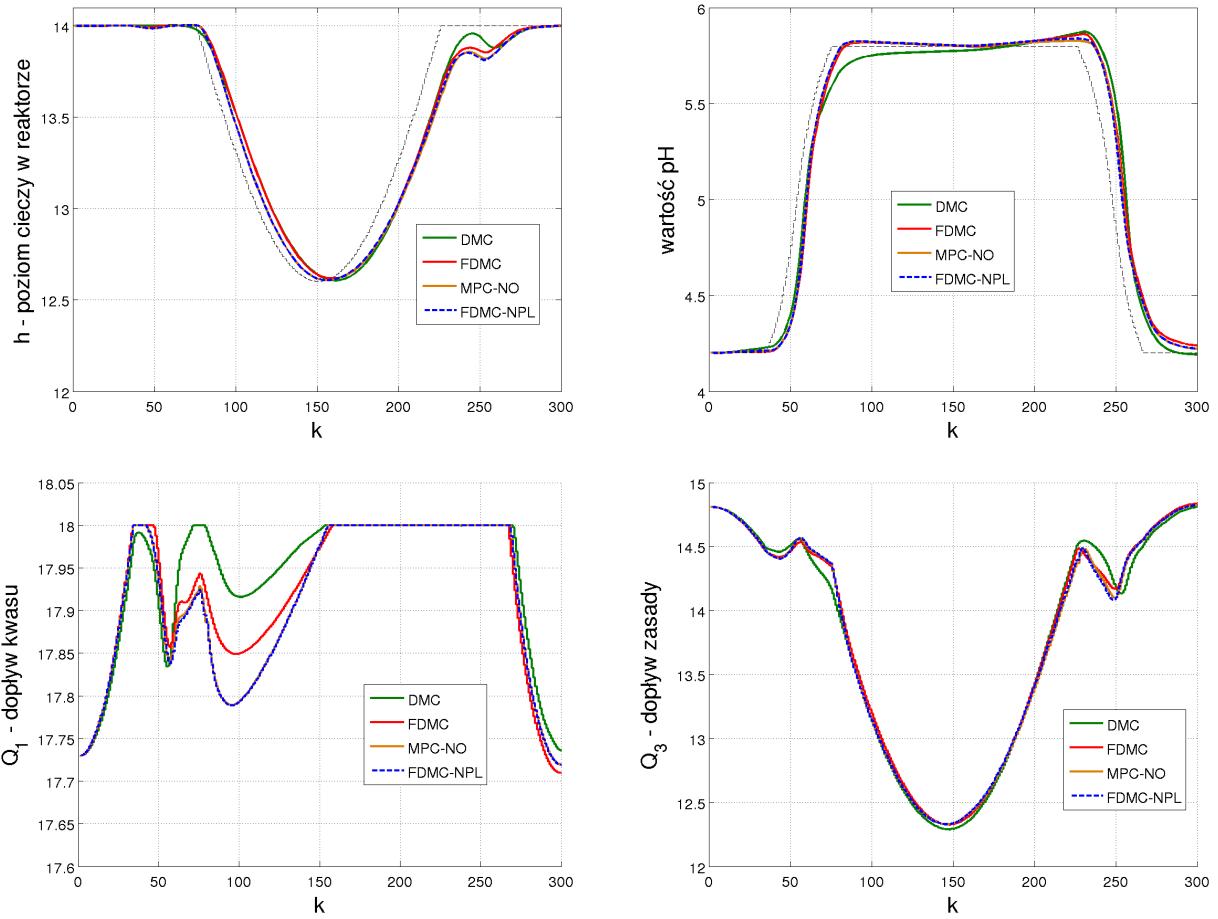
#### 4.4.1 Struktura LSSO+MPC

Problem optymalizacji rozwiązywany w warstwie LSSO sformułowany został wykorzystując statyczne, dokładne równania opisujące proces. Definicję tego zadania przedstawia zależność (72). Podobnie jak w przypadku reaktora polimeryzacji, wprowadzona została strefa bezpieczeństwa, dzięki której łatwiej jest wytworzyć produkt spełniający odpowiednie wymagania. W obydwu rozważanych problemach skrajne wartości zadane wyznaczane przez warstwę LSSO zostały przesunięte o  $\delta = 0,2$  w stosunku do obowiązujących ograniczeń wartości  $pH$ . Ceny kwasu, zasady i produktu dobrano w taki sposób, żeby gwarantowany był zysk ze sprzedaży jednostki wytworzonej substancji spełniającej zadane kryteria. Ponadto przyjęto, że zasada jest trzykrotnie droższa od kwasu, więc z punktu widzenia maksymalizacji zysku, korzystne jest utrzymywanie  $pH$  na możliwie niskiej wartości, by produkt składał się w jak największej części z tańszego surowca. Wobec tego ustalone następujące wartości cen:  $p_1 = 1$ ,  $p_3 = 3$ ,  $p_4 = 5$ , odpowiednio za jednostkę kwasu, zasady i produktu.

$$\begin{aligned}
& \min_{h, pH, Q_1, Q_3} \quad \{ -p_4 \cdot C_v \cdot \sqrt{h} + p_1 \cdot Q_1 + p_3 \cdot Q_3 \} \\
\text{przy ogr.: } & W_{a4} = \frac{W_{a1} \cdot Q_1 + W_{a2} \cdot (Q_2 + \delta Q_2) + W_{a3} \cdot Q_3}{Q_1 + Q_2 + \delta Q_2 + Q_3} \\
& W_{b4} = \frac{W_{b1} \cdot Q_1 + W_{b2} \cdot (Q_2 + \delta Q_2) + W_{b3} \cdot Q_3}{Q_1 + Q_2 + \delta Q_2 + Q_3} \\
& h = \left( \frac{Q_1 + Q_2 + \delta Q_2 + Q_3}{C_v} \right)^2 \tag{72} \\
0 & = W_{a4} + 10^{pH-14} + W_{b4} \frac{1 + 2 \cdot 10^{pH-pK_2}}{1 + 10^{pK_1-pH} + 10^{pH-pK_2}} - 10^{-pH} \\
h^{\min} & \leq h \leq h^{\max}, \quad pH^{\min} + \delta \leq pH \leq pH^{\max} - \delta \\
Q_1^{\min} & \leq Q_1 \leq Q_1^{\max}, \quad Q_3^{\min} \leq Q_3 \leq Q_3^{\max}
\end{aligned}$$

Kolejne zestawy wykresów pokazują wyniki symulacji struktur sterowania, w których regulator nadzędny współpracuje bezpośrednio z warstwą LSSO dla rozważanych scenariuszy testowych. Rys. 66 przedstawia realizację pierwszego scenariusza testowego, przy interwencji warstwy LSSO następującej w każdej iteracji regulatora. Wszystkie cztery regulatory dobrze radzą sobie z postawionym zadaniem, a trajektorie zadane śledzone są dokładnie. Przy zbliżaniu się do  $pH = 6$  można zaobserwować, że regulator DMCaczyna nieco wolniej śledzić zadaną wartość  $pH$ , jednak nie odbiega znacząco w jakości działania od regulatorów bazujących na modelu rozmytym. Na przebiegu obrazującym dopływ kwasu widać, że regulator DMC generuje sterowanie bliższe górnemu ograniczeniu przez większą część eksperymentu, co jest zjawiskiem pożądanym. Różnice w działaniu pomiędzy regulatorami wykorzystującymi model rozmyty są niewielkie. Można zauważyć, że regulatory FDMC-NPL i MPC-NO działają nieco szybciej, co jest najlepiej widoczne podczas nadążania za obniżaniem poziomu cieczy w zbiorniku. Przebiegi uzyskane przez obydwa te algorytmy numeryczne praktycznie się pokrywają.

Przypadek, w którym warstwa LSSO interweniuje jedynie co 20 iteracji regulatora przedstawiony został na rys. 67. Można zauważyć, że działanie struktur sterowania pogorszyło się w porównaniu do przypadku, kiedy wartość zadana aktualizowana była w każdej iteracji regulatora. Pojawiają się charakterystyczne, gwałtowniejsze zmiany sterowania w odpowiedzi na rzadsze, ale większe zmiany wartości zadanych. Rezultaty uzyskane przez wszystkie testowane algorytmy wciąż są dobre. Analizując przebiegi sterowania można wnioskować, że działanie regulatora DMC jest nieco lepsze, ponieważ doprowadza on do reaktora mniejszą ilość droższego z surowców. Z drugiej strony widoczne jest także utrzymywanie niższego poziomu cieczy w zbiorniku, niż w przypadku sterowania przez regulatory rozmyte, tak więc następuje zmniejszenie produkcji. Zastosowanie regulatora



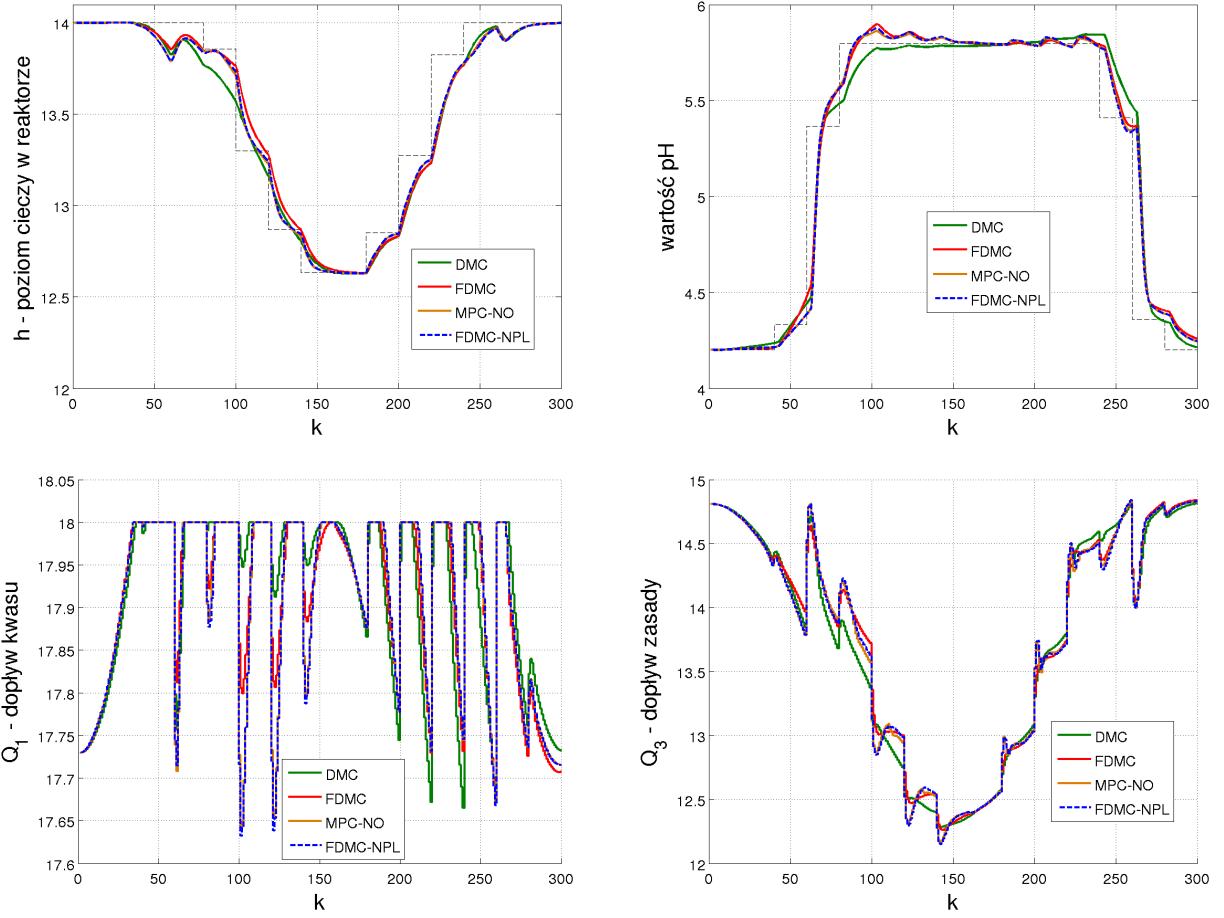
**Rys. 66.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 14 cm$ , •  $4 \leq pH \leq 6$ ; okres interwencji warstwy LSSO:  $T_e = 10s$

DMC nie pozwala w tym przypadku dobrze wykorzystać możliwości obiektu. Przy rzadziej interwencji warstwy LSSO algorytmy bazujące na modelu rozmytym działają już lepiej od dobrze dostrojonego do bieżącego obszaru regulatora DMC. Ponownie widać trochę szybsze śledzenie zadanego poziomu cieczy przez regulatory FDMC-NPL i MPC-NO. Przebiegi wartości  $pH$  uzyskane przez algorytmy wykorzystujące model rozmyty są bardzo do siebie zbliżone.

**Tabl. 9.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowych strukturach sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 14 cm$ , •  $4 \leq pH \leq 6$

$T_e$	DMC	FDMC	FDMC-NPL	MPC-NO
1	30 576,71	30 564,51	30 546,02	30 544,52
20	30 537,90	30 553,97	30 543,37	30 542,20

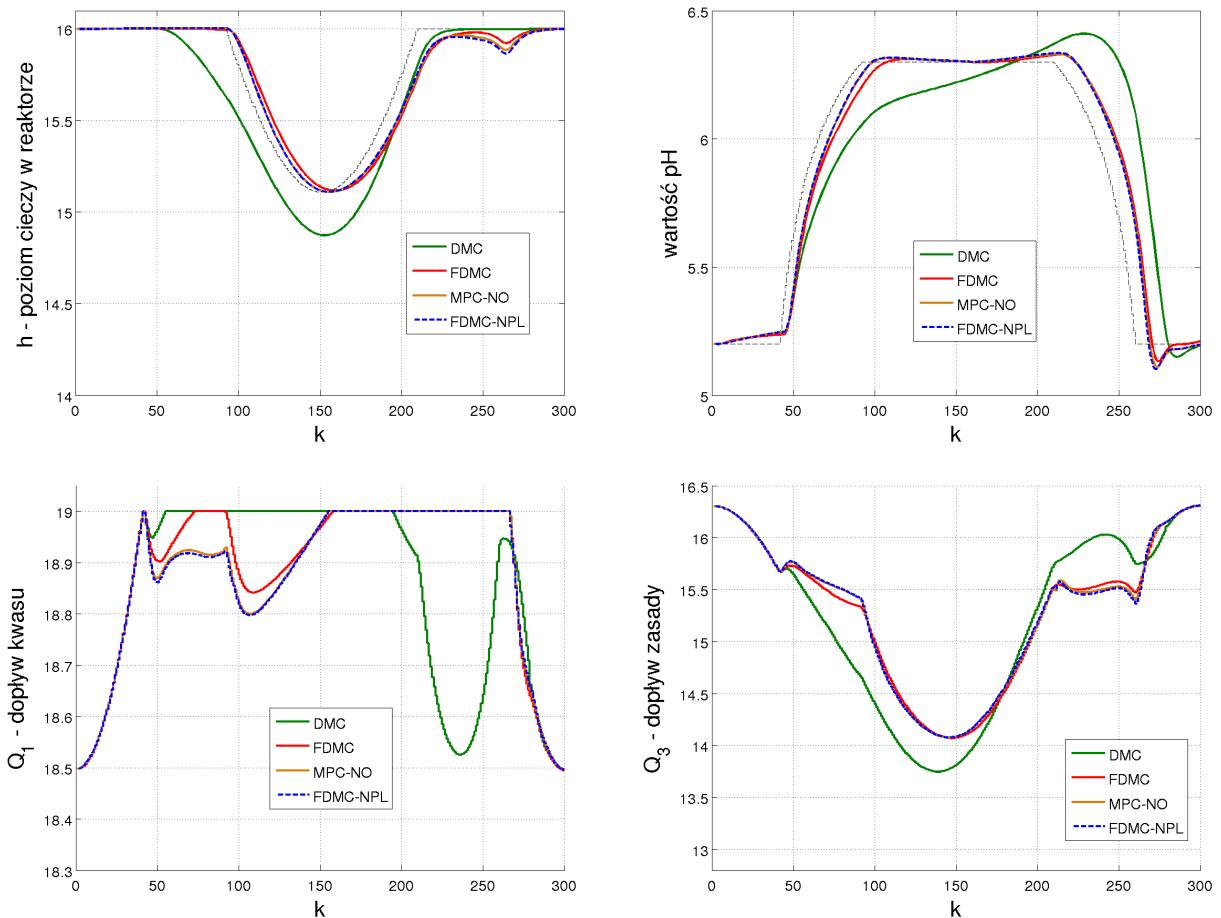
W tabl. 9 przedstawione zostały skumulowane wartości wskaźnika jakości uzyskane przez badane regulatory. Największy zysk z produkcji uzyskany został przez algorytm DMC przy interwencji warstwy optymalizacji w każdej iteracji działania algorytmu. Re-



**Rys. 67.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \text{ cm} \leq h \leq 14 \text{ cm}$ , •  $4 \leq \text{pH} \leq 6$ ; okres interwencji warstwy LSSO:  $T_e = 200\text{s}$

gulator z modelem liniowym obiektu działający blisko punktu pracy w którym został poznany powinien dawać bardzo dobre rezultaty, co podkreśliła uzyskana wartość wskaźnika jakości. Regulatory wykorzystujące model rozmyty uzyskały nieco niższe wyniki, co spowodowane jest utrzymywaniem poziomu cieczy w zbiorniku na nieco niższej wartości. Gorsze wyniki z nich uzyskały algorytmy FDMC-NPL i MPC-NO, ponieważ przy ich udziale śledzenie zadanego poziomu odbywało się szybciej. Zbiornik był zatem szybciej opróżniany, jednak przy jego napełnianiu działanie wszystkich regulatorów było częściowo hamowane przez górne ograniczenie na dopływ kwasu. Kiedy interwencja warstwy LSSO następowała rzadziej, można zauważać spadek wartości wskaźników jakości wszystkich regulatorów. Największy spadek zanotował regulator DMC, co jest odzwierciedleniem utrzymywania przez niego w tym przypadku niższego poziomu cieczy w zbiorniku, a zatem i mniejszej produkcji. Algorytmy bazujące na modelu rozmytym nie straciły tak dużo jak DMC. Produkcja przy ich udziale była na wyższym poziomie, stąd wartości wskaźnika jakości tym razem są większe od uzyskanej przez algorytm DMC. Ponownie lepszy rezultat uzyskał algorytm FDMC, choć należy zwrócić uwagę, że zanotował on większy spadek

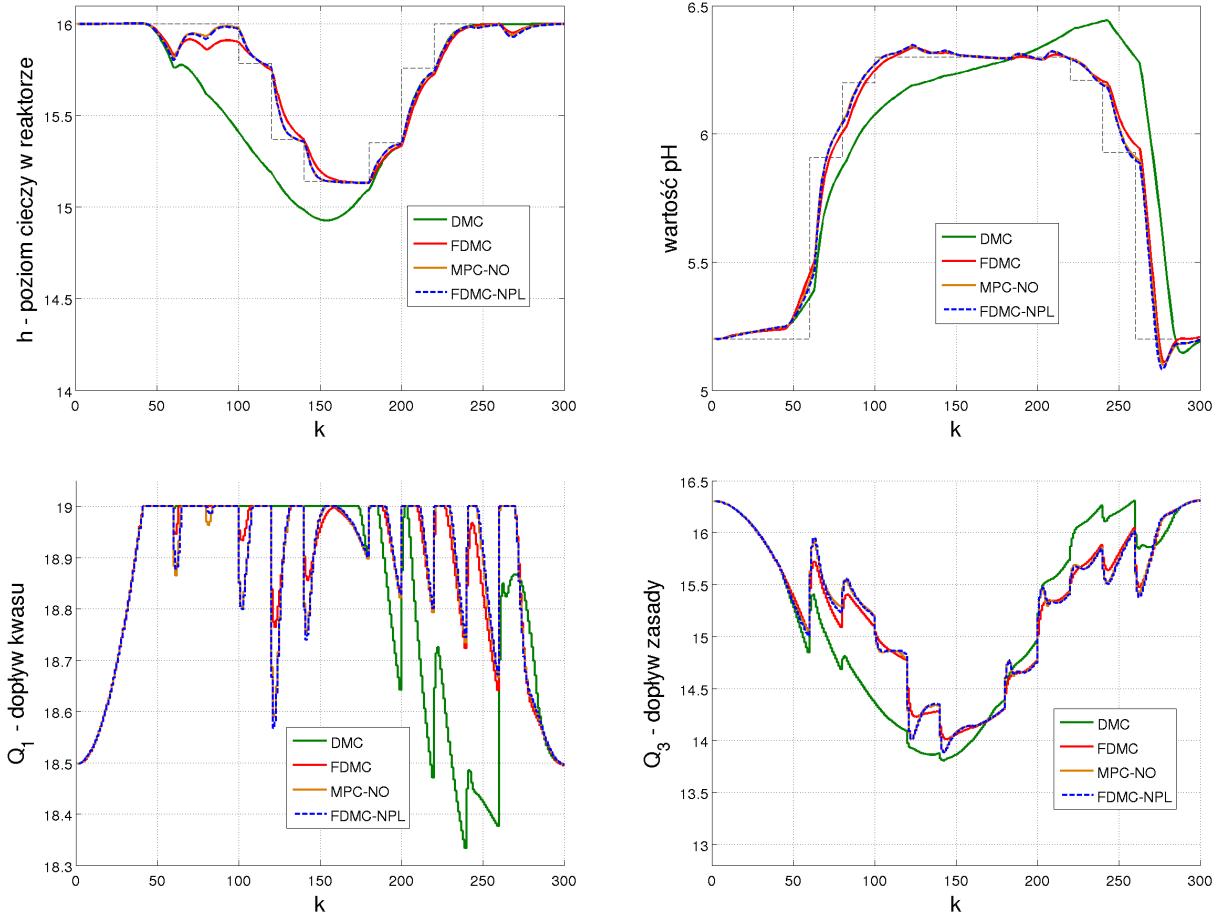
wartości wskaźnika jakości niż obydwa z pozostałych algorytmów bazujących na modelu rozmytym.



**Rys. 68.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $0 \frac{\text{ml}}{\text{s}} \leq Q_1 \leq 19 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ , •  $0 \frac{\text{ml}}{\text{s}} \leq Q_3 \leq 19 \frac{\text{ml}}{\text{s}}$ , •  $0 \text{ cm} \leq h \leq 16 \text{ cm}$ , •  $5 \leq \text{pH} \leq 6,5$ ; okres interwencji warstwy LSSO:  $T_e = 10 \text{ s}$

Wyniki eksperymentów przeprowadzonych zgodnie z drugim scenariuszem testowym przedstawione zostały na rys. 68 i 69. Żądany przedział wartości  $pH$  obejmuje tutaj obszar, w którym wzmacnienie obiektu zauważalnie się zmienia. Najpierw rozpatrzony został przypadek, w którym warstwa LSSO interwenowała w każdej iteracji regulatora. Tym razem, przyglądając się rys. 68, wyraźnie widać gorsze działanie regulatora DMC w porównaniu do algorytmów bazujących na modelu rozmytym. W klasycznym regulatorze wykorzystywany jest model pozyskany dla wartości  $pH = 5$ , tak więc cechuje się on dużym wzmacnieniem. Przy osiąganiu wartości  $pH$  w okolicach 6 i większych, wzmacnienie obiektu maleje, a nadążanie za zmieniającą się trajektorią zadaną przez algorytm DMC jest zauważalnie wolniejsze. Generuje on nieadekwatne sterowanie i zbyt szybko zatrzymuje się na ograniczeniu na dopływ kwasu. Nie jest przez to w stanie utrzymać zadanego poziomu w reaktorze i w efekcie maleje produkcja. Algorytmy wykorzystujące model rozmyty dopasowują swoje działanie do zmieniających się warunków procesu i bar-

dzo dobrze nadążają za zmieniającymi się trajektoriami zadanimi Zdecydowanie lepiej realizują utrzymywanie żądanego poziomu substancji w reaktorze. Ponownie lepszym śledzeniem wartości zadanych cechują się algorytmy FDMC-NPL i MPC-NO, przez co za ich pośrednictwem trochę szybciej następuje opróżnianie zbiornika, a jego napełnianie znów jest częściowo hamowane przez aktywne ograniczenie na dopływ kwasu.



**Rys. 69.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \text{ cm} \leq h \leq 16 \text{ cm}$ , •  $5 \leq pH \leq 6,5$ ; okres interwencji warstwy LSSO:  $T_e = 200 \text{ s}$

Wyniki symulacji drugiego scenariusza przy rzadszej interwencji warstwy LSSO przedstawia rys. 69. Sporadyczna interwencja warstwy optymalizacji ma negatywny wpływ na działanie zaprojektowanych struktur sterowania. Rzadsze, ale większe zmiany wartości zadanych powodują silniejsze zmiany sygnału sterującego. Algorytm DMC ponownie ma trudności ze śledzeniem zadanego poziomu w reaktorze. Kiedy optymalne wartości zadane nie są aktualizowane w każdej iteracji regulatora, struktury sterowania z algorytmami bazującymi na modelu rozmytym również napotykają trudności z utrzymywaniem zadanej wartości poziomu cieczy w reaktorze. Działają jednak lepiej od regulatora DMC, ponieważ jest to zaledwie chwilowe odejście od wartości zadanej, która w kolejnych iteracjach jest już przez nie śledzona sprawnie. Szybsze z nich są regulatory FDMC-NPL i MPC-NO,

które nieco lepiej śledzą wartości zadane, niż regulator FDMC.

W tabl. 10 zestawione zostały skumulowane wartości wskaźnika jakości uzyskane przez każdy z układów regulacji po realizacji drugiego scenariusza testowego. W porównaniu do poprzedniego scenariusza, widoczna jest większa różnica między wartościami uzyskany- mi przez strukturę sterowania z algorytmem DMC i struktury sterowania z algorytmami bazującymi na modelu rozmytym. Przy tym zestawie ograniczeń i przebiegu zmian dopływu roztworu buforowego struktura regulacji z klasycznym reglatorem DMC osiąga najgorsze rezultaty. Wynika to wprost z utrzymywania mieszaniny w reaktorze na najniższym poziomie przez regulator DMC. Największą wartość zysku z produkcji uzyskano przy wykorzystaniu reglatora FDMC i z ciągłą interwencją warstwy LSSO. Przy rzad- szej interwencji warstwy optymalizacji wszystkie z reglatorów uzyskują niższe wartości wskaźnika jakości. Najbardziej wrażliwy na rzadszą aktualizację wartości zadanych jest regulator DMC. Struktury z reglatorami FDMC-NPL i MPC-NO okazały się najbardziej odporne na rzadszą interwencję warstwy optymalizacji i w tym przypadku uzyskują lepszy rezultat od struktury z reglatorem FDMC. Różnice w działaniu pomiędzy reglatorami FDMC-NPL i MPC-NO były znikome we wszystkich eksperymentach przeprowadzonych w strukturze LSSO+MPC.

**Tabl. 10.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych reglatorów w warstwo- wych strukturach sterowania z warstwą LSSO przy ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 16 cm$ , •  $5 \leq pH \leq 6,5$

$T_e$	DMC	FDMC	FDMC-NPL	MPC-NO
1	32 688,92	32 775,27	32 761,04	32 762,19
20	32 638,55	32 757,43	32 759,65	32 759,97

#### 4.4.2 Struktura LSSO+SSTO+MPC

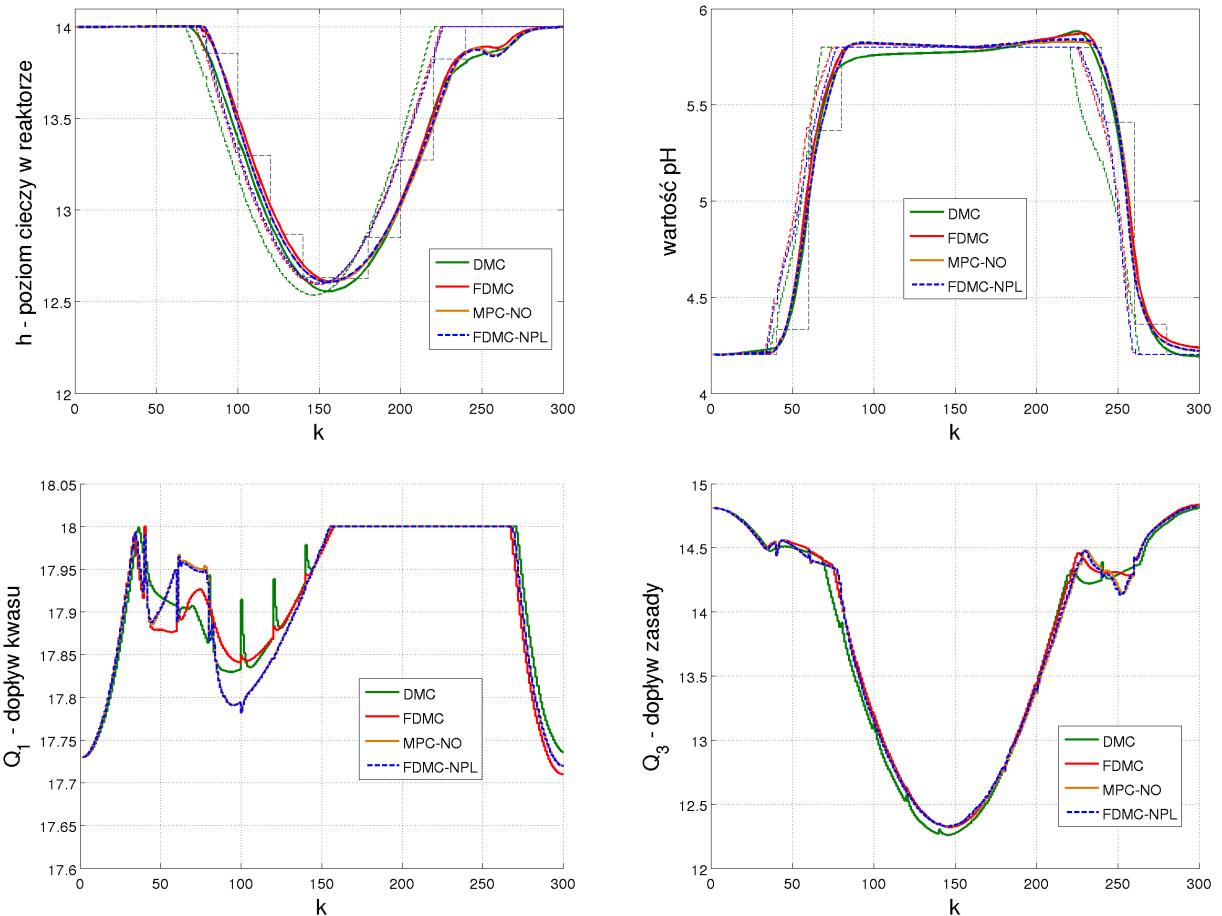
Niniejszy rozdział zawiera wyniki symulacji warstwowych struktur regulacji z wprowadzo- ną pośrednią warstwą optymalizacji SSTO, której zadaniem jest poprawianie wartości za- danych, wyznaczanych stosunkowo rzadko przez warstwę LSSO. Zaprojektowana warstwa SSTO bazuje na tym samym modelu obiektu, który wykorzystywany jest w reglatorze. W przeciwieństwie do warstwy LSSO, rozwiązywane jest w niej zadanie programowania liniowego zdefiniowane wzorem (73), gdzie dla uproszczenia zapisu przyjęto:  $u = [Q_1, Q_3]^T$ ,  $y = [h, pH]^T$ ,  $\Delta u = [\Delta Q_1, \Delta Q_3]^T$ ,  $\Delta y = [\Delta h, \Delta pH]^T$ . Wskaźnik jakości zadania optymalizacji warstwy LSSO przedstawionego w zależności (72) jest nieliniowy. Aby mógł zostać wykorzystany w zadaniu programowania liniowego warstwy SSTO konieczna była jego linearyzacja poprzez rozwinięcie składnika nieliniowego w szereg Taylora. Wartości cen dla kwasu, zasady i produktu, jak i szerokość strefy bezpieczeństwa pozostają nie- zmienione i wynoszą odpowiednio:  $p_1 = 1$ ,  $p_3 = 3$ ,  $p_4 = 5$  i  $\delta = 0,2$ .

$$\min_{\Delta h, \Delta pH, \Delta Q_1, \Delta Q_3} \left\{ -p_4 \cdot \frac{C_v}{2\sqrt{h}} \cdot \Delta h + p_1 \cdot \Delta Q_1 + p_3 \cdot \Delta Q_3 \right\}$$

przy ogr.:  $\Delta y = \mathbf{S}_D \cdot \Delta u$

$$u^{\min} - u_{k-1} \leq \Delta u \leq u^{\max} - u_{k-1} \quad (73)$$

$$y^{\min} - y_{k+D|k}^0 + \begin{bmatrix} 0 \\ \delta \end{bmatrix} \leq \Delta y \leq y^{\max} - y_{k+D|k}^0 - \begin{bmatrix} 0 \\ \delta \end{bmatrix}$$



**Rys. 70.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO wykorzystującą model obiektu z regulatora przy ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \text{ cm} \leq h \leq 14 \text{ cm}$ , •  $5 \leq pH \leq 6$

Dla zmodyfikowanych warstwowych struktur sterowania ponownie przeprowadzono obydwa scenariusze testowe. Wyniki uzyskane przez każdą z nich dla pierwszego z rozważanych scenariuszy przedstawiono na rys. 70. Na pierwszy rzut oka widoczna jest pewna niedokładność, z jaką wyznaczane są wartości zadane przez warstwę SSTO bazującą na liniowym modelu obiektu. Warstwa SSTO kooperująca z algorytmem DMC wcześniejsza zmniejsza wartość zadaną poziomu mieszaniny w reaktorze i jej trajektoria, oznaczona

przerywaną zieloną linią, zauważalnie odbiega od tej wyznaczanej przez warstwę LSSO wykorzystującą dokładny model obiektu. Obniżenie żądanego wypełnienia reaktora wiąże się z mniejszą produkcją, tak więc zarówno dopływ kwasu jak i zasady jest mniejszy niż miało to miejsce w przypadku bezpośredniej współpracy z interwenującą w każdej iteracji regulatora warstwą LSSO (por. rys. 66). Trajektorie zadane poziomu cieczy w reaktorze wyznaczane przez struktury sterowania z algorytmami bazującymi na modelu rozmytym są dokładne i niemal pokrywają się z wartością zadaną z warstwy LSSO, kiedy następuje jej interwencja. Dość dokładnie wyznaczają także wartość zadaną  $pH$ , w przeciwnieństwie do struktury z regulatorem DMC, która nieco wcześniej trafia, jak i schodzi z górnego ograniczenia wartości  $pH$ . Wyznaczana przez nią trajektoria wartości zadanej chwilowo także bardziej odbiega od pozostałych, obliczanych w warstwie SSTO poszczególnych struktur sterowania z algorytmami bazującymi na modelu rozmytym. Najdokładniejsza jest trajektoria wyznaczona przy kooperacji z algorytmami FDMC-NPL i MPC-NO, które pokrywają się na rysunku.

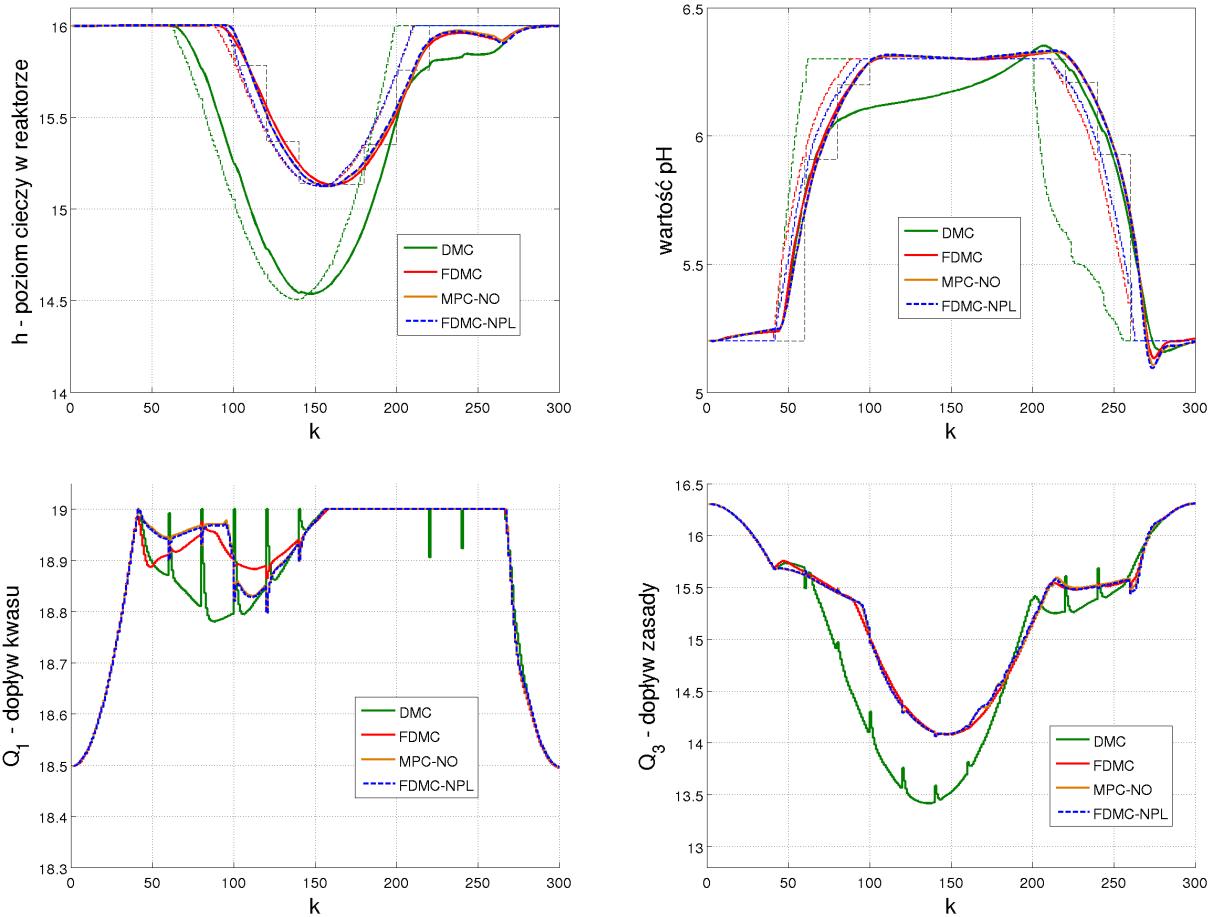
Na przebiegu sygnału sterującego zaobserwować można w pewnych momentach chwilowe i nagłe zmiany sterowania. Wynikają one z przełączenia źródła wartości zadanej na warstwę LSSO, kiedy jest ona dostępna, a ich wielkość zależy od różnicy pomiędzy bieżącymi wartościami zadanimi wyznaczonymi przez LSSO, a poprzednimi, obliczonymi w warstwie SSTO. Charakterystyczne szpilki na przebiegu sygnału sterującego są wyraźnie większe w strukturze z algorymem DMC.

**Tabl. 11.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych struktur warstwowych sterowania przy ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 14 cm$ , •  $4 \leq pH \leq 6$

$\downarrow$ struktura / regulator $\rightarrow$	DMC	FDMC	FDMC-NPL	MPC-NO
LSSO ( $T_e = 10 s$ )+MPC	30 576,71	30 564,51	30 546,02	30 544,52
LSSO ( $T_e = 200 s$ )+MPC	30 537,90	30 553,97	30 543,37	30 542,20
LSSO ( $T_e = 200 s$ )+SSTO+MPC	30 536,45	30 560,78	30 551,16	30 549,25

Skumulowane wartości wskaźnika jakości uzyskane przez każdą z utworzonych struktur warstwowych prezentuje tabl. 11. Wprowadzenie warstwy SSTO poprawia działanie struktur z regulatorami rozmytymi i wyniki przez nie uzyskane są lepsze od struktury z regulatorem DMC. Struktury z algorytmami FDMC-NPL i MPC-NO uzyskały nawet w tym przypadku lepsze rezultaty, niż kiedy występowała jedynie ciągle interwenująca warstwa LSSO. Odnosząc się do algorytmu FDMC można zauważyć, że wprowadzenie warstwy SSTO poprawiło działanie w porównaniu do rzadkiej interwencji LSSO, jednak najlepszy rezultat przy współpracy z tym algorytmem osiągnięto przy ciągle interwenującej warstwie LSSO. Model liniowy chwilowo traci na dokładności, więc w efekcie wprowadzenie warstwy SSTO przyniosło niewielkie pogorszenie wyniku przy kooperacji z regualatorem DMC w stosunku do współpracy z rzadziej działającą warstwą LSSO. Najlepszy wynik dla

tego scenariusza uzyskany został za pośrednictwem struktury LSSO+MPC z regulatorem DMC i przy interwencji warstwy SSTO w każdej iteracji algorytmu. Dobrze dostrojony regulator bazujący na modelu liniowym obiektu działający w okolicy punktu pracy działa sprawnie, jest jednak najbardziej wrażliwy na rzadszą aktualizację wartości zadanych spośród wszystkich badanych algorytmów. Model liniowy obiektu, nawet dość blisko punktu pracy, może okazać się nie dość dokładną aproksymacją silnie nieliniowego procesu, co pokazał eksperyment z warstwą SSTO.



**Rys. 71.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO wykorzystującą model obiektu z regulatora przy ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 16 cm$ , •  $5 \leq pH \leq 6,5$

Wyniki symulacji struktur warstwowych z warstwami LSSO i SSTO realizujących drugi scenariusz testowy przedstawia rys. 71. W tym przypadku wyraźnie widać, że jeżeli model obiektu w warstwie optymalizacji nie jest wystarczająco dokładny, wtedy rezultaty osiągane przez taką strukturę sterowania nie są dobre. Warstwa SSTO współpracująca z klasycznym algorytmem DMC wykorzystującym model liniowy obiektu wyznacza wartości zadane znacznie różniące się od tych określonych przez nadziedną warstwę LSSO. Można zauważyć, że poziom cieczy w reaktorze w tym przypadku obniżany jest najbardziej ze wszystkich symulacji struktury warstwowej z regulatorem DMC dla tego scenariusza

testowego, co prowadzi do najmniejszej produkcji. Trajektoria wartości  $pH$  uzyskana przez regulator DMC w tym przypadku bardziej przypomina te uzyskane przez algorytmy bazujące na modelu rozmytym. Duże różnice pomiędzy trajektoriami zadanymi warstw SSTO i LSSO w strukturze z regulatorem DMC podkreślają znaczące braki dokładności modelu liniowego w bieżącym obszarze.

Struktury warstwowe oparte na regulatorach z modelami rozmytymi obiektu radzą sobie zauważalnie lepiej niż kiedy wykorzystuje się regulator DMC. Trajektorie zadane wyznaczane przez warstwę SSTO są precyzyjne, bardzo zbliżone do tych wyznaczanych przez LSSO. Regulatory również dopasowują swoje działanie do zmieniających się warunków procesu zgodnie z informacją zawartą w modelu rozmytym. Dzięki temu uzyskane jest zarówno bardzo dobre śledzenie wartości  $pH$ , jak i zadanego poziomu cieczy w reaktorze, co skutkuje produkcją na wyższym poziomie. Przebiegi sterowania algorytmów bazujących na modelu rozmytym są łagodniejsze - szpilki pojawiające się przy zmianie źródła wartości zadanej są wyraźnie mniejsze niż w przypadku struktury warstwowej z regulatorem DMC.

**Tabl. 12.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych struktur warstwowych sterowania przy ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 16 cm$ , •  $5 \leq pH \leq 6,5$

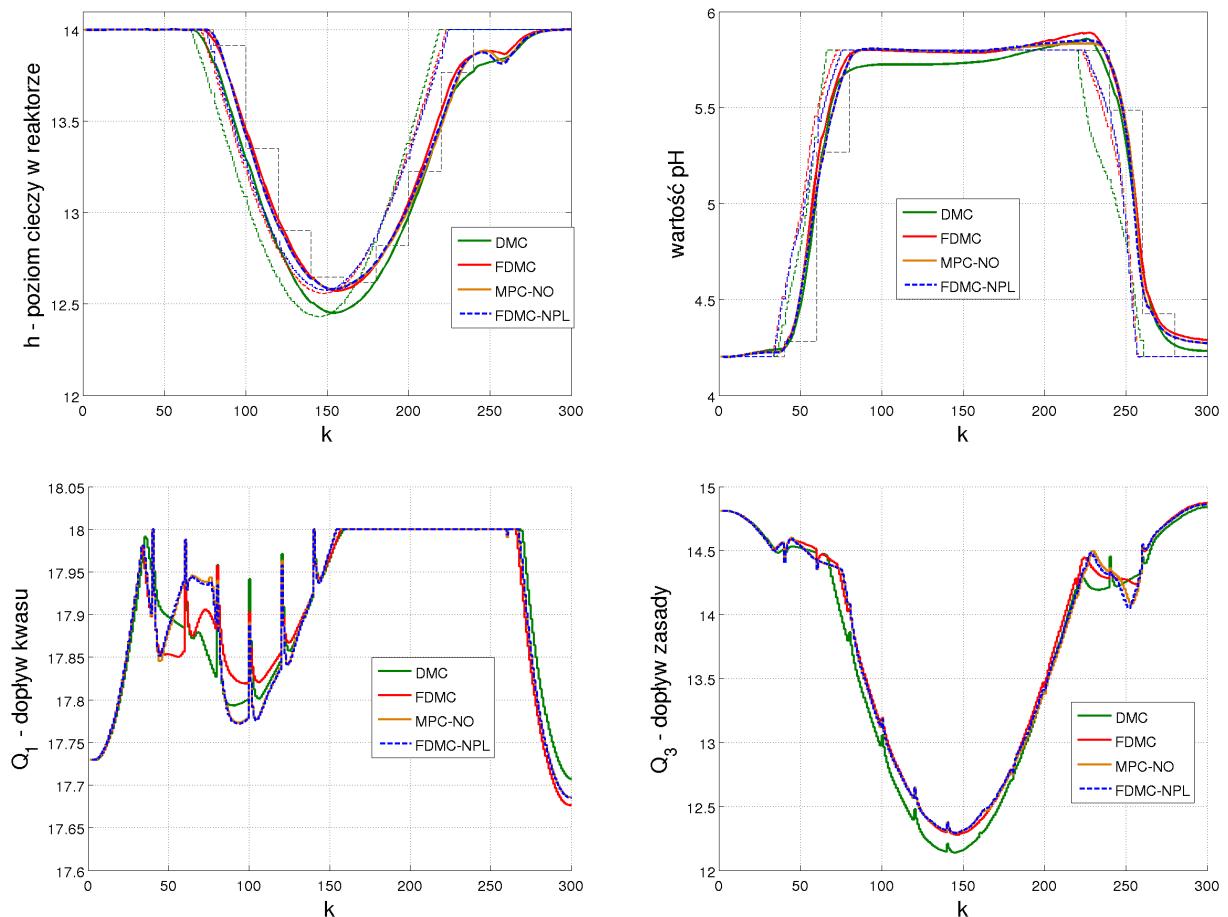
↓ struktura / regulator →	DMC	FDMC	FDMC-NPL	MPC-NO
LSSO ( $T_e = 10 s$ )+MPC	32 688,92	32 775,27	32 761,04	32 762,19
LSSO ( $T_e = 200 s$ )+MPC	32 638,55	32 757,43	32 759,65	32 759,97
LSSO ( $T_e = 200 s$ )+SSTO+MPC	32 605,27	32 775,25	32 777,14	32 777,40

Uzyskane przez badane struktury sterowania skumulowane wartości wskaźnika jakości zostały zebrane w tabl. 12. Dla tego scenariusza różnica pomiędzy wynikami struktur z algorytmami bazującymi na modelu rozmytym a strukturą z klasycznym regulatorem DMC jest wyraźniejsza. Najlepsze rezultaty uzyskane zostały przy wykorzystaniu struktury LSSO+SSTO+MPC przy kooperacji z regulatorami FDMC-NPL i MPC-NO. Porównując uzyskane wartości z tymi osiągniętymi przez strukturę jedynie z warstwą LSSO, widać prawidłowość, że jeżeli model obiektu w regulatorze jest wystarczająco dokładny, wtedy wprowadzenie warstwy SSTO na nim bazującej poprawia działanie całej struktury sterowania. Struktura z algorymem DMC, tak jak w poprzednim scenariuszu, uzyskała najlepszy wynik przy współpracy jedynie z warstwą LSSO i przy ciągłej jej interwencji. Trajektorie wyznaczane przez SSTO doprowadziły w tym przypadku do mniejszej produkcji, choć wartość  $pH$  była lepiej utrzymywana w zakładanym obszarze. Przy dokładniejszym modelu obiektu, jakim jest model rozmyty, wprowadzenie warstwy SSTO poprawiło wyniki testowanych struktur sterowania na nim bazujących. Wprowadzenie warstwy SSTO sprawiło ponadto, że regulatory FDMC-NPL i MPC-NO uzyskały wtedy lepsze wartości niż tylko przy wykorzystaniu warstwy LSSO. Są one także wciąż najbardziej

odporne na rzadszą aktualizację wartości zadanych. Najmniejszą odpornością na rzadsze aktualizowanie wartości zadanych cechuje się struktura z klasycznym regulatorem DMC.

## Opóźniony pomiar zakłócenia

Dla opracowanej struktury warstwowej LSSO+SSTO+MPC rozważone zostały także przypadki, w których wykorzystywany pomiar zakłócenia nie jest dokładny. Bardzo często pomiar wielkości w układach regulacji następuje z pewnym opóźnieniem. Podobnie jak w przypadku reaktora polimeryzacji sprawdzony został przypadek, w którym pomiar zakłócenia jest opóźniony o dwa okresy próbkowania. Modele zakłóceń w regulatorach zostały dostosowane do opóźnienia.



**Rys. 72.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO wykorzystującą model obiektu z regulatora przy opóźnieniu pomiaru zakłócenia o 2 okresy próbkowania i ograniczaniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \text{ cm} \leq h \leq 14 \text{ cm}$ , •  $4 \leq pH \leq 6$

Wynik pierwszego scenariusza testowego z opóźnionym pomiarem zakłócenia przedstawia rys. 72. Opóźnienie pomiaru zakłócenia wprowadza pewne zaburzenia do regulacji. Jest to widoczne zwłaszcza na przebiegach sygnału sterującego, gdzie zwiększyły się skoki przy przełączeniu źródła wartości zadanej. Ponadto zauważalne jest także, że struktura

z regulatorem DMC bardziej obniża poziom mieszaniny w zbiorniku. Regulatory działają jednak dobrze, dodanie opóźnienia pomiaru nie zaburza procesu w taki sposób, aby którykolwiek z testowanych struktur sterowania utraciła stabilność.

Skumulowane wartości wskaźnika jakości uzyskane przez struktury sterowania przy różnym opóźnieniu pomiaru zakłócenia przedstawia tabl. 13. Wprowadzenie opóźnienia do pomiaru zakłócenia powoduje niewielki spadek wartości wskaźnika jakości uzyskanych przez wszystkie z zaprojektowanych struktur sterowania. Największy spadek wartości odnotowany został dla struktury z regulatorem DMC. Wszystkie struktury sterowania z algorytmami bazującymi na modelu rozmytym straciły mniej na wartości zysku z produkcji. Można stąd wnioskować, że struktury te są bardziej odporne na opóźnienie pomiaru zakłócenia. Spadki wartości są porównywalne dla wszystkich tych trzech struktur.

**Tabl. 13.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO z modelem obiektu z regulatorem przy różnym opóźnieniu pomiaru zakłócenia i ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 14 cm$ , •  $4 \leq pH \leq 6$

opóźnienie	DMC	FDMC	FDMC-NPL	MPC-NO
0	30 536,45	30 560,78	30 551,16	30 549,25
2	30 496,56	30 544,38	30 537,80	30 535,88

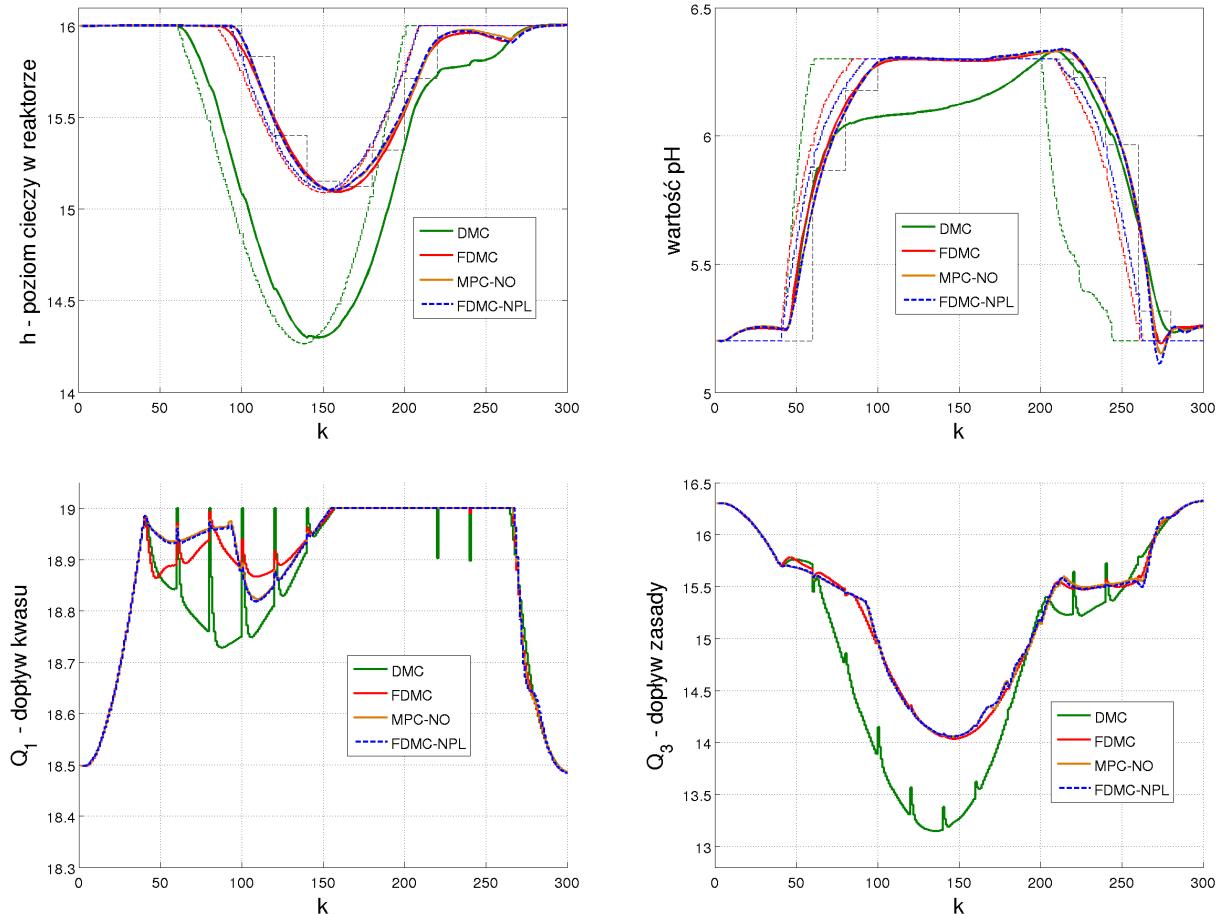
Wyniki drugiego scenariusza testowego przedstawione zostały na rys. 73. Wnioski z eksperymentu są podobne do poprzedniego - ponownie warstwa SSTO wyznacza mniejsze docelowe wypełnienie zbiornika, co można lepiej dostrzec w przypadku struktury z regulatorem DMC. Zmiany w trajektoriach zadanych i ich śledzeniu dla wartości  $pH$  nie są znaczące, zauważać można nieco szybsze zmniejszanie wartości zadanej przez strukturę z regulatorem DMC przy powrocie do wartości  $pH = 4,2$ . Regulacja w przypadku opóźnionego pomiaru zakłócenia realizowana jest sprawnie przez wszystkie z opracowanych struktur sterowania.

**Tabl. 14.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO z modelem obiektu z regulatorem przy różnym opóźnieniu pomiaru zakłócenia i ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 16 cm$ , •  $5 \leq pH \leq 6,5$

opóźnienie	DMC	FDMC	FDMC-NPL	MPC-NO
0	32 605,27	32 775,25	32 777,14	32 777,40
2	32 535,16	32 762,67	32 770,30	32 770,53

Porównanie zebranych w tabl. 14 skumulowanych wartości wskaźnika jakości dla drugiego scenariusza testowego podtrzymuje wnioski z realizacji poprzedniego scenariusza. Opóźnienie pomiaru zakłócenia spowodowało spadek wartości wskaźnika jakości uzyskanych przez wszystkie badane struktury sterowania. Największy spadek wartości zauważalny jest ponownie dla struktury z regulatorem DMC. Wykorzystanie algorytmów bazu-

jących na dokładniejszym modelu rozmytym obiektu zapewnia większą odporność na niedokładność pomiaru zakłócenia. Najbardziej odporne na opóźniony pomiar zakłócenia są algorytmy FDMC-NPL i MPC-NO.

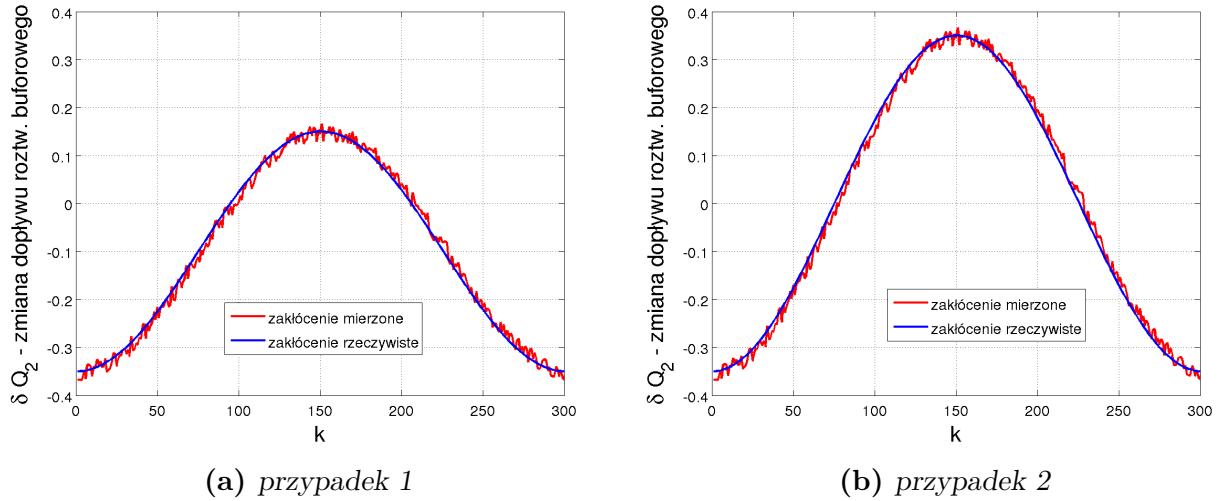


**Rys. 73.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO wykorzystującą model obiektu z regulatora przy opóźnieniu pomiaru zakłócenia o 2 okresy próbkowania i ograniczaniach:  $\bullet 0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 19 \frac{ml}{s}$ ,  $\bullet 0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 19 \frac{ml}{s}$ ,  $\bullet 0 \text{ cm} \leq h \leq 16 \text{ cm}$ ,  $\bullet 5 \leq pH \leq 6,5$

### Opóźniony i zaszumiony pomiar zakłócenia

Najczęściej spotykanym zaburzeniem pomiaru jest obciążenie szumem pomiarowym. Przy czynią jego występowania mogą być zakłócenia pochodzące od sąsiednich elementów instalacji, ale także wynika z skończonej dokładności urządzeń pomiarowych i przetworników analogowo-cyfrowych przez nie wykorzystywanych. W celu szerszego zbadania odporności zaprojektowanych warstwowych struktur sterowania na niedokładny pomiar zakłócenia, sygnał określający zmianę dopływu roztworu buforowego, poza opóźnieniem, zaburzony został także szumem o amplitudzie 0,02. Aby wyniki były miarodajne, dokładnie tak samo zniekształcony sygnał zakłócenia posłużył do symulacji działania wszystkich struktur sterowania. Rzeczywiste przebiegi zmiany dopływu roztworu buforowego, którym podda-

wany jest proces i ich zniekształcone pomiary zostały przedstawione na rys. 74.



**Rys. 74.** Przebiegi zmian dopływu roztworu buforowego w porównaniu z jego zaszumionym pomiarem wykorzystywanym w warstwowych strukturach sterowania

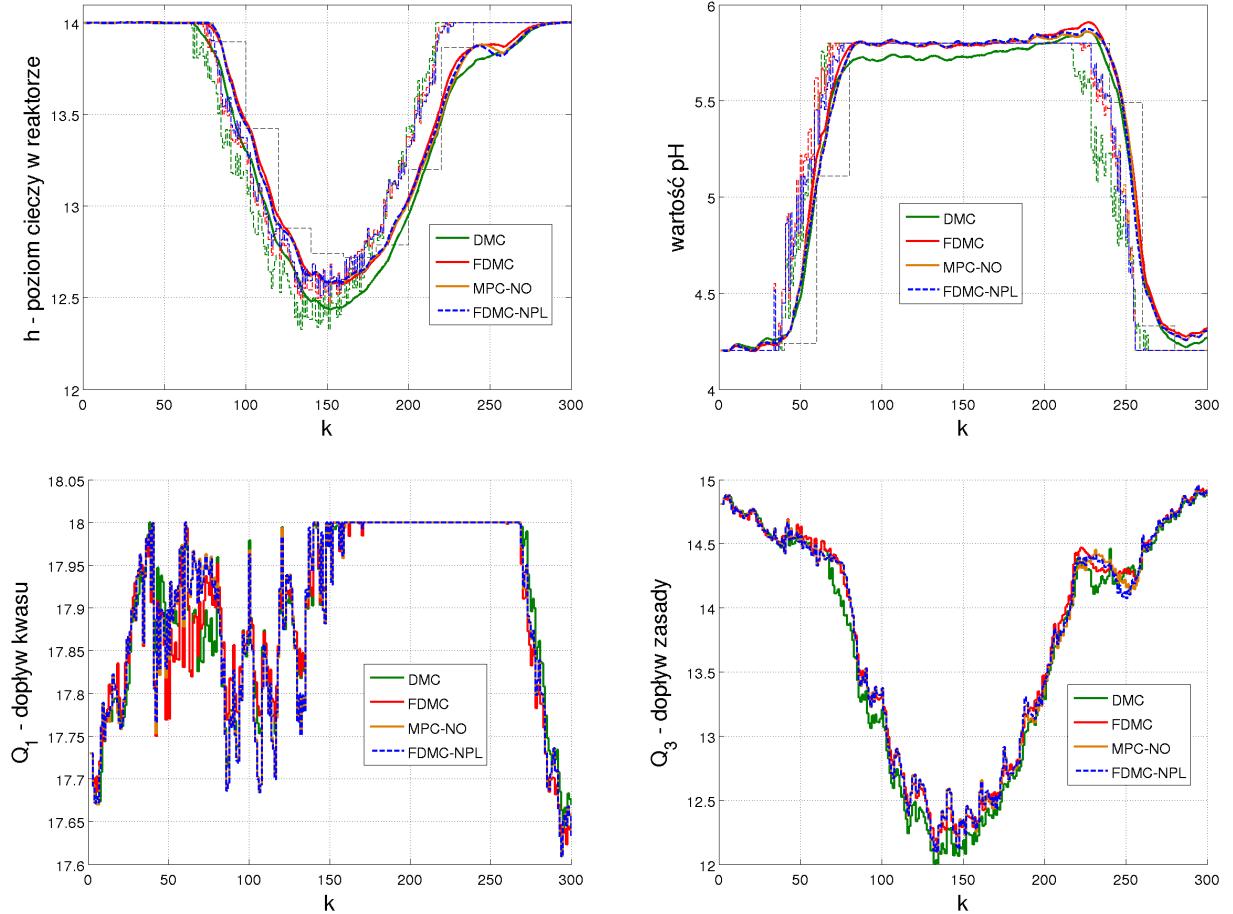
Wynik symulacji pierwszego scenariusza testowego przedstawia rys. 75. Zaprojektowane struktury sterowania szybko i agresywnie reagują na zmiany dopływu roztworu buforowego. Poszarpany przebieg sterowania jest naturalną odpowiedzą na zniekształcony pomiar zakłócenia. Podobnie poszarpany staje się przebieg wartości zadanej wyznaczany przez warstwę SSTO. Nagłe zmiany sterowania i wartości zadanej przekładają się na przebiegi wartości wyjściowych, które stają się nieco rozchwiane. Niemniej jednak regulacja procesu zachodzi sprawnie, mimo zaburzeń wynikających z braku dokładności pomiaru. Za pomocą regulatorów rozmytych wytwarzana jest większa ilość produktu, co jest skutkiem utrzymywania większego poziomu cieczy w reaktorze.

**Tabl. 15.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO z modelem obiektu z regulatora przy różnych zaburzeniach pomiaru zakłócenia i ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 14 cm$ , •  $4 \leq pH \leq 6$

	DMC	FDMC	FDMC-NPL	MPC-NO
dokładny pomiar	30 536,45	30 560,78	30 551,16	30 549,25
opóźnienie	30 496,56	30 544,38	30 537,80	30 535,88
opóźnienie + szum	30 490,60	30 543,18	30 536,82	30 535,02

Zyski z produkcji przy dokładnym, jak i w warunkach zaburzonego pomiaru zakłócenia zestawione zostały w tabl. 15. Dodatkowe zaburzenie pomiaru w postaci wprowadzenia szumu pomiarowego wywarło niewielki wpływ na wartości wskaźnika jakości. Większy spadek wartości odnotowany był przy wprowadzeniu opóźnienia pomiaru. Tendencje zmniejszania wartości pozostają zachowane - najmniej odporna na niedokładny pomiar

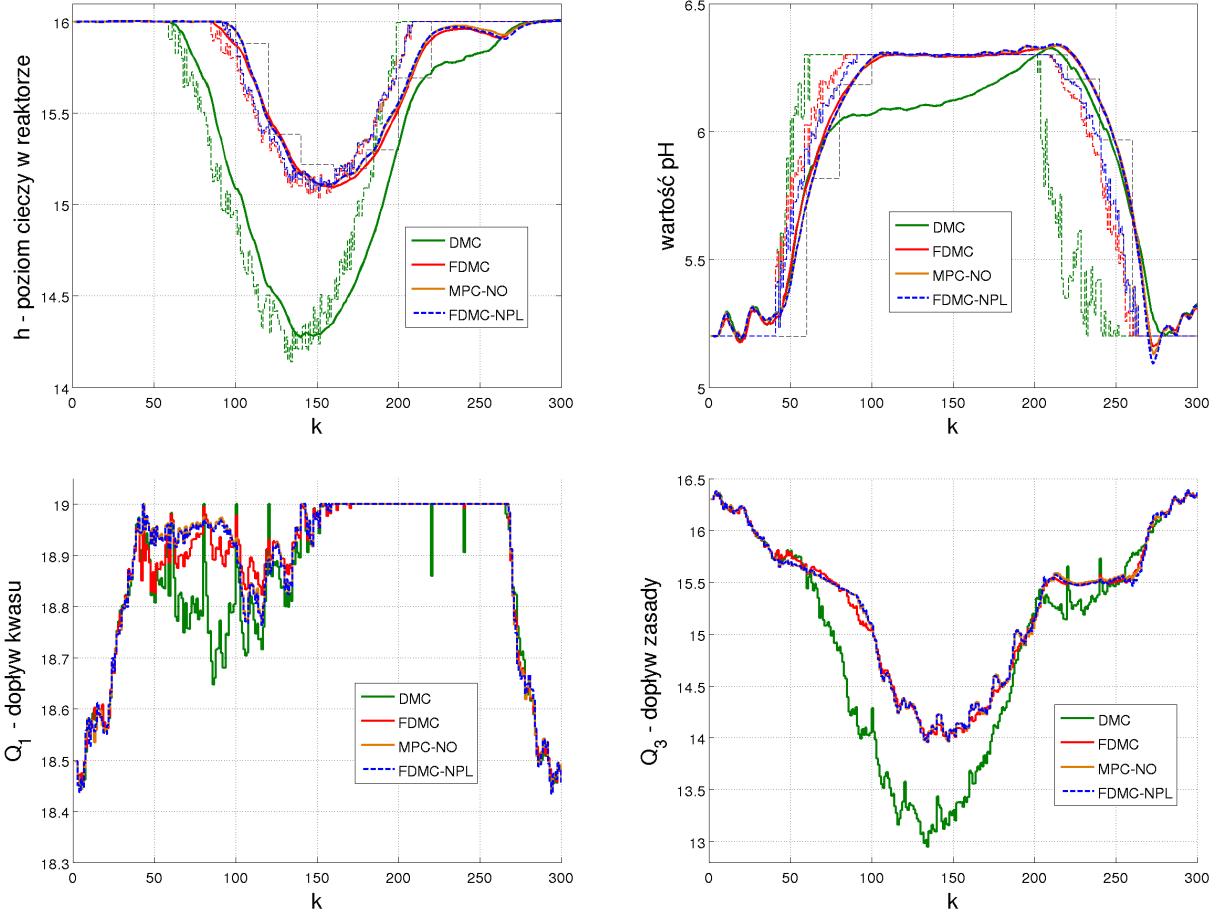
zakłócenia jest struktura z klasycznym regulatorem DMC. Testowane struktury sterowania wykorzystujące algorytmy bazujące na modelu rozmytym obiektu są mniej podatne na niedokładne pomiary zakłóceń.



**Rys. 75.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO wykorzystującą model obiektu z regulatora przy zaszumieniu i opóźnieniu pomiaru zakłócenia o 2 okresy próbkowania oraz ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 18 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 14 cm$ , •  $4 \leq pH \leq 6$

Wyniki eksperymentu zgodnego z drugim scenariuszem testowym przedstawia rys. 76. Można zauważyć, że na początku symulacji niedokładny pomiar powoduje pewne zaburzenie procesu. W okolicy wartości  $pH = 5$  proces jest bardzo wrażliwy na zmiany dopływu roztworu buforowego, stąd niedokładność pomiaru zakłócenia nieco zaburza jego bieg. Testowane struktury sterowania działają sprawnie i zaburzenie procesu jest przez nie niwelowane. Jak poprzednio, opracowane struktury sterowania szybko reagują na gwałtownie zmieniający się pomiar zakłócenia, przez co zarówno sterowanie jak i wartość zadana wyznaczana przez wartość SSTO mają poszarpany przebieg. Charakterystyczną cechą dla tego scenariusza jest wyznaczanie dużo niższego poziomu w zbiorniku przez warstwę SSTO współpracującą z regulatorem DMC. Nie inaczej jest i podczas tego eksperymentu. Struktury regulacji opierające się na algorytmach wykorzystujących dokładny model rozmyty

obiektu umożliwiają osiągnięcie produkcji na wyższym poziomie, poprzez utrzymywanie większej ilości mieszaniny w reaktorze. Przebiegi przez nie uzyskane są bardzo do siebie zbliżone.



**Rys. 76.** Odpowiedzi otrzymane w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO wykorzystującą model obiektu z regulatora przy zaszumieniu i opóźnieniu pomiaru zakłócenia o 2 okresy próbkiowania oraz ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 16 cm$ , •  $5 \leq pH \leq 6,5$

**Tabl. 16.** Skumulowane wartości wskaźnika jakości dla poszczególnych regulatorów w warstwowych strukturach sterowania z warstwami LSSO i SSTO z modelem obiektu z regulatora przy różnych zaburzeniach pomiaru zakłócenia i ograniczeniach: •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_1 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 \frac{ml}{s} \leq Q_3 \leq 19 \frac{ml}{s}$ , •  $0 cm \leq h \leq 16 cm$ , •  $5 \leq pH \leq 6,5$

	DMC	FDMC	FDMC-NPL	MPC-NO
dokładny pomiar	32 605,27	32 775,25	32 777,14	32 777,40
opóźnienie	32 535,16	32 762,67	32 770,30	32 770,53
opóźnienie + szum	32 532,09	32 760,74	32 769,44	32 770,26

Wartości wskaźnika jakości dla eksperymentów z różnym zaburzaniem pomiaru zakłócenia podczas symulacji drugiego scenariusza testowego przedstawia tabl. 16. Obserwacje

są analogiczne do poprzedniego scenariusza. Praca opracowanych struktur sterowania staje się zaburzona w wyniku zaszumionego i opóźnionego pomiaru zakłócenia, jednak nie powoduje to dużych strat uzyskanych wartości wskaźnika jakości. Większy wpływ na spadek wartości wskaźnika jakości ma wprowadzenie opóźnienia w pomiarze zakłócenia, niż wprowadzenie szumu, mimo że to szum pomiarowy bardziej zaburza pracę struktur sterowania. Zaszumienie pomiaru zakłócenia nie wprowadza jednak zaburzenia na tyle silnego, by mogło zdestabilizować którykolwiek z zaprojektowanych struktur sterowania. Wykorzystanie regulatorów z modelami rozmytymi obiektu zapewnia ponadto większą odporność na niedokładne pomiary zakłócenia.

## 4.5 Wnioski

Przeprowadzone badania na wielowymiarowym obiekcie sterowania, którego przykładem był rozważany reaktor pH pokazały, że wykorzystując modele rozmyte Takagi-Sugeno można uzyskać wystarczająco dokładny model silnie nieliniowego obiektu, który następnie z powodzeniem może być stosowany w regulatorze predykcyjnym. Został on wykorzystany w dwóch wnikliwie sprawdzonych regulatorach rozmytych - analitycznym regulatorze FDMC opartym na podejściu PDC i numerycznym FDMC-NPL. Ich działanie w całym rozważanym zakresie wartości  $pH$  było dobre, w przeciwieństwie do klasycznego regulatora DMC, który sprawdzał się jedynie w obszarach, w których wzmacnienie procesu nie różniło się znacznie od wzmacnienia modelu liniowego na którym bazował.

Porównując ze sobą obydwa regulatory rozmyte, lepszym z nich okazał się algorytm FDMC-NPL, jednak jest on bardziej wrażliwy na niedokładności modelowania. Kiedy model obiektu jest dokładny, regulator FDMC-NPL działa precyzyjniej od FDMC. Regulator FDMC, choć bardziej odporny na niedokładności modelowania, posiada tą wadę, że nie wykorzystuje pełnego potencjału modelu nieliniowego na całym horyzoncie predykcji. Jego wolniejsza adaptacja prowadzić może do gorszego działania, na przykład regulacji z przeregulowaniami. Algorytmy regulacji predykcyjnej bazujące na modelu rozmytym obiektu mogą zostać ponadto dostrojone poprzez różnicowanie parametru kary dla poszczególnych reguł modelu rozmytego.

W zaprojektowanych warstwowych strukturach sterowania algorytmy bazujące na modelach rozmytych, poza jednym przypadkiem, osiągały lepsze rezultaty od klasycznego regulatora DMC. Kolejne symulacje pokazały, że wprowadzenie do struktury sterowania dodatkowej warstwy SSTO z uproszczonym modelem obiektu z regulatora, w celu bieżącego poprawiania wartości zadanych dla regulatorów nadrzędnych, daje poprawę rezultatów. Warunkiem poprawy działania jest jednak wystarczająca dokładność zastosowanego modelu obiektu w regulatorze. Tak zaprojektowane struktury wykorzystujące algorytmy bazujące na modelu rozmytym działają lepiej od struktury z klasycznym reguляtem DMC, również w warunkach kiedy pomiar zakłócenia jest niedokładny.

Na potrzeby testów w strukturze warstwowej zaimplementowany i przetestowany został także algorytm predykcyjny z nieliniową optymalizacją bazujący na opracowanym modelu rozmytym. Wykorzystując w nim te same wartości parametrów i model co w regulatorze FDMC-NPL pokazano, że wykorzystując algorytm MPC-NO w warstwowej strukturze sterowania nie uzyskano wyników wnoszących znaczące zmiany w jakości regulacji, w porównaniu do algorytmu FDMC-NPL. Wystarczające jest więc wykorzystanie opracowanego algorytmu FDMC-NPL, zwłaszcza że rozwiązywane jest w nim zadanie optymalizacji w postaci liniowo-kwadratowej, które jest prostsze do rozwiązania niż nieliniowe zadanie optymalizacji.

## 5 Podsumowanie

W wyniku przeprowadzonych prac i doświadczeń opracowano modele rozmyte Takagi-Sugeno reaktora polimeryzacji i reaktora pH. Wykorzystanie w tym celu gotowej implementacji struktury typu ANFIS z programu Matlab nie dało zadowalających efektów. Narzędzie to miało tendencje do tworzenia modeli lokalnych o przeciwnym znaku wzmacniania, lub niestabilnych. Ponadto nie dawało pełnej swobody do odpowiedniego wyboru struktury modelu.

W związku z tym zaproponowano opracowanie modeli rozmytych wykorzystując podejście eksperckie. W celu wyznaczenia centrów reguł lokalnych posłużono się algorytmem klasteryzacji udostępnionym przez pakiet Fuzzy Toolbox programu Matlab, co dało dobre rezultaty. Wykorzystanie ciągłych i różniczkowalnych funkcji przynależności, w przeciwieństwie do trapezowych i trójkątnych, pozwoliło na lepsze działanie modelu rozmytego. Dalsze poprawianie parametrów funkcji przynależności nie zawsze przynosiło dobre rezultaty. Stopniowe poprawianie kolejnych parametrów funkcji przynależności i bieżąca ocena uzyskiwanych rezultatów przejściowych, wykorzystując tymczasowy model w regulatorach, okazały się niezbędne do skutecznej poprawy jakości modelu rozmytego.

Na potrzeby testów zaimplementowane zostały następujące algorytmy regulacji predykcyjnej bazujące na modelu rozmytym: FDMC, FDMC-SL, FDMC-NPL, MPC-NO, a także klasyczny regulator DMC, by móc sprawdzić jaką korzyść niesie za sobą wykorzystanie modelu rozmytego obiektu w regulatorze, w stosunku do modelu liniowego. Bardziej wrażliwe na dokładność modelu rozmytego są regulatory wykorzystujące model nieliniowy w predykcji. Przy dokładnym modelu obiektu, działają one jednak precyzyjnie i jakość ich regulacji jest lepsza niż algorytmów FDMC i FDMC-SL. Różnice w działaniu pomiędzy algorytmami NPL i NO są niewielkie, nie było zatem potrzeby implementacji bardziej skomplikowanych wersji algorytmu z nieliniową predykcją i linearyzacją. Wykorzystanie algorytmu predykcyjnego w wersji NPL jest korzystniejsze, ponieważ rozwiązywane jest w nim bardziej niezawodne zadanie optymalizacji liniowo-kwadratowej. Funkcja `fmincon` programu Matlab służąca do rozwiązywania nieliniowych zadań optymalizacji potrzebowała znacznie więcej czasu do rozwiązania problemu o takim samym wymiarze, niż kiedy zadanie to było sformułowane w postaci liniowo-kwadratowej. Ponadto niektóre z metod rozwiązywania problemów optymalizacji nieliniowej zaimplementowane w programie Matlab nie dawały dobrych rezultatów. W innych przypadkach, mimo zwiększenia żądanej dokładności rozwiązania, konieczne było jego przeskalowanie, poprzez przemnożenie wskaźnika jakości zadania przez dostatecznie dużą wartość. Regulator FDMC również działał sprawnie, co więcej w dużej części przypadków najlepiej radził sobie z tłumieniem zakłóceń, którym poddawany był proces. Wszystkie z testowanych regulatorów rozmytych cechowały się zauważalnie lepszą jakością regulacji od klasycznego podejścia wykorzystującego model liniowy.

Zaproponowano także dostosowanie różnych wartości parametrów kary za przyrost sterowania do różnych obszarów modelu rozmytego. Eksperymenty pokazały, że w niektórych obszarach korzystne jest zmniejszenie parametru kary, co pozwala na szybsze działanie regulatora, bez pogorszenia regulacji. Działanie to jest zwłaszcza korzystne, kiedy występuje sytuacja monotonicznej zmiany wzmacnienia obiektu w całej dziedzinie wartości. Zabieg ten jest niezwykle łatwy do wprowadzenia wykorzystując właśnie modele rozmyte obiektu, które składają się z wielu modeli lokalnych. W zależności od stosowanego algorytmu można posłużyć się wnioskowaniem rozmytym do wyznaczania bieżącej wartości parametru kary, lub dopasować inną wartość dla każdego z lokalnie działających liniowych algorytmów regulacji predykcyjnej w podejściu PDC. W przypadku reaktora pH, w obszarach gdzie zauważalnie rosło wzmacnienie procesu, korzystnym zabiegiem było spowolnienie działania regulatorów w tych obszarach. Prowadziło to do łagodniejszego działania regulatorów, a także ograniczało generowane przez nie przeregulowanie.

Wykorzystanie algorytmów regulacji predykcyjnej w warstwowej strukturze sterowania z nadzczną warstwą optymalizacji daje dobre rezultaty. Regulatory numeryczne uwzględniają ponadto we wskaźniku jakości człon kary za przekroczenie ograniczeń na wartość wyjścia na całym horyzoncie predykcji. Zabieg ten przyniósł poprawę działania regulatorów, jednak jedynie kiedy model obiektu w regulatorze był dość dokładny. Zauważalną poprawę działania struktur regulacji niesie zastosowanie regulatorów rozmytych, które działają bardzo dobrze w szerokim zakresie wartości wyjściowych. W przypadku kiedy nie jest możliwe wyznaczenie wartości zadanych przez warstwę LSSO wykorzystującą dokładny, nieliniowy model statyczny obiektu, wprowadzenie warstwy SSTO doprowadziło do poprawy wartości zadanych w każdej iteracji regulatora. Przy odpowiednio dokładnym modelu obiektu, co udało się uzyskać za pomocą modeli rozmytych dla obydwu rozpatrywanych reaktorów, wykorzystanie w warstwie SSTO tego samego modelu co w regulatorze dało bardzo obiecujące wyniki. Niemal w każdym przypadku poprawiła się wartość wskaźnika jakości w stosunku do sytuacji, kiedy stosowana była tylko nadzczna warstwa LSSO. Korzystne jest więc wykorzystanie w warstwie SSTO wiedzy o dynamice obiektu zawartej w jej modelu, a nie tylko wiedzy o samej statyce. Tak opracowana struktura sterowania z rozmytym modelem obiektu jest również bardziej odporna na niedokładność pomiaru zakłócenia, niż kiedy wykorzystuje się klasyczny regulator DMC.

## Literatura

- [1] P. Tatjewski. *Sterowanie zaawansowane obiektów przemysłowych. Struktury i algorytmy*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2002.
- [2] L. A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control*, wolumen 8, 1965.
- [3] A. Piegaś. *Modelowanie i sterowanie rozmyte*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 1999.
- [4] T. Takagi, M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, wolumen 15(1), 1985.
- [5] M. Ławryńczuk, P. Marusak. *Sztuczna Inteligencja w Automatyce - preskrypt*. Program Rozwojowy Politechniki Warszawskiej, 2009-2010.
- [6] J.-S. R. Jang, C.-T. Sun. Neuro-fuzzy modeling and control. *Proceedings of the IEEE*, wolumen 83(3), 1995.
- [7] S. Osowski. *Sieci neuronowe do przetwarzania informacji*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2013.
- [8] Mathworks. *Fuzzy Logic Toolbox User's Guide*, 2014.
- [9] P. Marusak. *Regulacja predykcyjna obiektów nieliniowych z zastosowaniem techniki DMC i modelowania rozmytego*. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, 2002.
- [10] P. Tatjewski. *Advanced Control of Industrial Processes. Structures and Algorithms*. Springer-Verlag London Limited, 2007.
- [11] M. Ławryńczuk, P. M. Marusak, P. Tatjewski. Cooperation of model predictive control with steady-state economic optimisation. *Control and Cybernetics*, wolumen 37(1), 2008.
- [12] F. J. Doyle III, B. A. Ogunnaike, R. K. Pearson. Nonlinear model-based control using second-order volterra models. *Automatica*, wolumen 31(5), 1995.
- [13] Piotr M. Marusak. Advantages of an easy to design fuzzy predictive algorithm in control systems of nonlinear chemical reactors. *Applied Soft Computing*, wolumen 9, 2009.
- [14] Mathworks. *Optimization Toolbox User's Guide*, 2014.