

1 Cel Projektu

Celem projektu była implementacja 2 metod iteracyjnych (Jacobiiego i Gaussa-Seidla) oraz 1 metody bezpośredniej (Faktoryzacja LU) rozwiązywania układów równań liniowych oraz zaprezentowanie ich poprzez rozwiązanie układów przedstawionych w opisie projektu

Do implementacji metod użyłem języka Python 3.6.6 wykorzystując biblioteki *numpy* i *scipy* do operacji na danych oraz *matplotlib* do nakreślenia wykresu

2 Działanie algorytmów

2.1 Metoda Jacobiego oraz metoda Gaussa-Seidla

Dla danego w Zadaniu A. (Macierz pasmowa o wymiarach 966x966) układu równań obie metody poradziły sobie bardzo dobrze. Szybsza okazała się metoda Jacobiego, lecz w jej przypadku residuum jest nieznacznie większe.

```
----Metoda Jacobiego----  
Czas wykonania: 0.06781768798828125s.  
Liczba iteracji: 35  
Residuum: 7.092819315457477e-09  
  
----Metoda Gaussa-Seidla----  
Czas wykonania: 0.328127384185791s.  
Liczba iteracji: 23  
Residuum: 5.283026911919459e-09
```

Jednak dla danych z Zadania C. żadna z metod po 10000 iteracjach nie zbiegła się do akceptowalnego poziomu residuum jakim było $10e-9$. W obu przypadkach po konkretnej liczbie iteracji residuum przestaje być liczbą (NaN).

```
----Metoda Jacobiego----  
Czas wykonania: 4.808149576187134s.  
Liczba iteracji: 2499  
Residuum: nan  
  
----Metoda Gaussa-Seidla----  
Czas wykonania: 13.469876050949097s.  
Liczba iteracji: 1059  
Residuum: nan
```

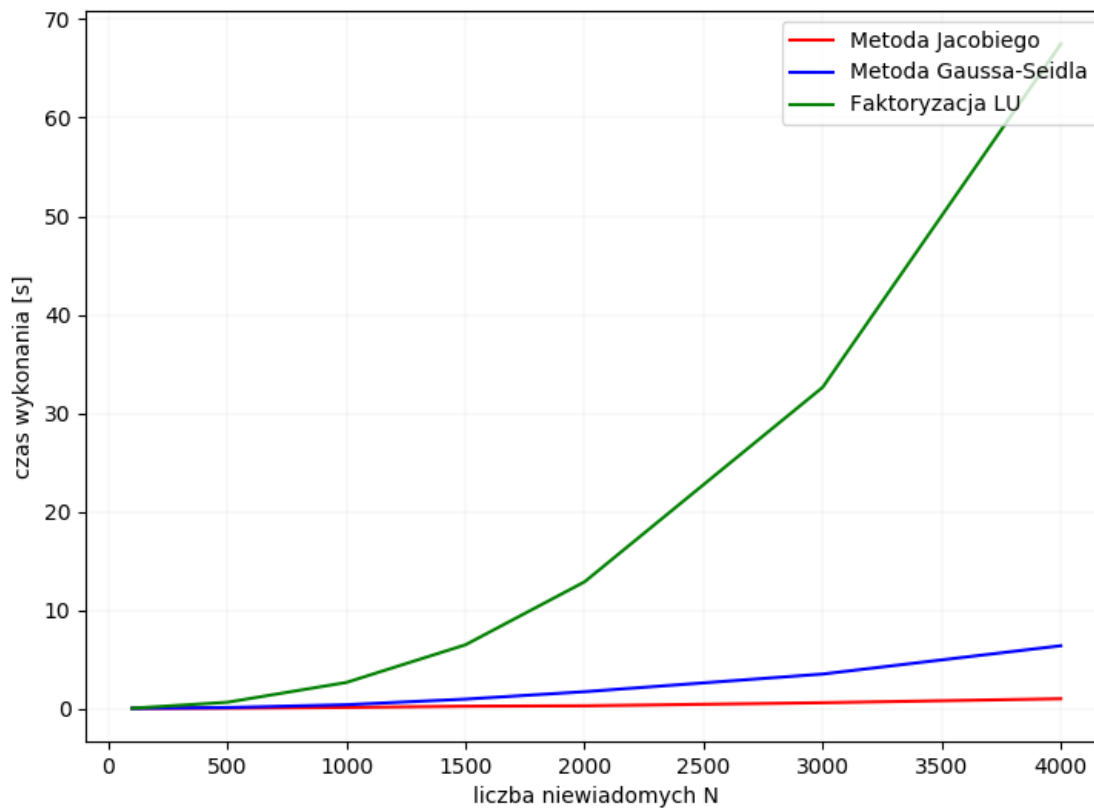
2.2 Faktoryzacja LU

Z powyższym problemem poradziła sobie metoda Faktoryzacji LU, osiągając residuum w okolicach $2e-13$ w nieco ponad 2 sekundy.

```
----Metoda LU----  
Czas wykonania: 2.279904365539551s.  
Residuum: 2.0880515830231666e-13
```

3 Analiza wykresu

Poniższy wykres przedstawia zależność pomiędzy liczbą niewiadomych a czasem wykonywania funkcji.



Jak można łatwo zauważyć metoda Faktoryzacji LU, pomimo iż jest bardziej uniwersalna niż Gaussa-Seidla i Jacobiego, złożoność obliczeniowa jest o wiele większa i rozwiązanie układu równań dla macierzy pasmowej z Zadania A o wymiarach 4000×4000 wynosi około 70s. Dla porównania, rozwiązanie tego samego układu metodą Gaussa-Seidla zajmuje 6.4s a Jacobiego niewiele ponad 1s.