1a (done)

1 December, 2023 20:14

L8.1. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Znajdź naturalną interpolacyjną funkcję sklejaną trzeciego stopnia (*w skrócie:* NIFS3) dla danych

a)

x_k	-1	0	2
y_k	48	-72	96

b)

x_k	-7	-4	-2	0	1	5	10
y_k	-16185	-10116	-6070	-2024	-1	8091	18206

a) Z układu równań jak na wykładzie, b) ze wzoru z końcówki wykładu - możliwe jakieś obliczeniówki

a)

x_k	-1	0	2
y_k	48	-72	96

$$S(x) = \begin{cases} S_1(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D & x \in \langle -1; 0) \\ S_2(x) = Ex^3 + Fx^2 + Gx + H & x \in \langle 0; 2\rangle \end{cases}$$

$$S'(x) = \begin{cases} S_1'(x) = 3Ax^2 + 2Bx + C & x \in \langle -1; 0) \\ S_2'(x) = 3Ex^2 + 2Fx + G & x \in \langle 0; 2\rangle \end{cases}$$

$$S''(x) = \begin{cases} S_1''(x) = 6Ax + 2B & x \in \langle -1; 0) \\ S_2''(x) = 6Ex + 2F & x \in \langle 0; 2) \end{cases}$$

Mamy 8 niewiadomych, będzie układ 8 równań:

$S_1(-1) = -A + B - C + D = 48$

$S_1(0) = S_2(0) = D = H = -72$

$S(2) = 8E + 4F + 2G + H = 96$

$\begin{cases} -A + B - C = 120 \\ 8E + 4F + 2G = 168 \end{cases}$

$S_1'(0) = S_2'(0) = C = G$ (z ciągłości pochodnej)

$S_1''(0) = S_2''(0) = B = F$ (z ciągłości drugiej pochodnej)

I jeszcze z naturalności:

$S_1''(-1) = -6A + 2B = 0$

$S_2''(2) = 12E + 2F = 0$

Porządkując co mamy:

$C = G$

$B = F$

$6A = 2B \Rightarrow B = 3A \Rightarrow A = \frac{1}{3}B$

$12E = -2F \Rightarrow F = -6E \Rightarrow E = -\frac{1}{6}F$

$-A + B - C = 120 \Rightarrow \frac{2}{3}B - C = 120 \Rightarrow \frac{2}{3}F - G = 120$

$8E + 4F + 2G = 168 \Rightarrow -\frac{8}{6}F + 4F + 2G = 168 \Rightarrow \frac{16}{6}F + 2G = 168$

$$\begin{cases} \frac{2}{3}F - G = 120 \\ \frac{16}{6}F + 2G = 168 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{8}{6}F - 2G = 96 \\ \frac{16}{6}F + 2G = 168 \end{cases}$$

$4F = 1 \Rightarrow F = \frac{1}{4}$

$E = -\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = -\frac{1}{24}$

$\frac{8}{6} \cdot \frac{1}{4} - 2G = 96$

$\frac{1}{3} - 2G = 96$ $\quad G = -\frac{281}{6}$

Trochę błędów obliczeniowych, poprawny wynik:

A więc rozwiązaniem będzie

$$S(x) = \begin{cases} S_1(x) = 34x^3 + 102x^2 - 52x - 72 \\ S_2(x) = -17x^3 + 102x^2 - 52x - 72 \end{cases}$$

$A = 34 \quad B = 102 \quad C = -52 \quad D = -72$

$E = -17 \quad F = 102 \quad G = -52 \quad H = -72$