

L4.6. Włącz komputer! 1 punkt Stosując metodę Newtona, zaproponuj algorytm numerycznego obliczania $\frac{1}{\sqrt{a}}$ ($a > 0$) jedynie za pomocą operacji $+$, $-$, \cdot , $:$, czyli bez wykorzystywania dzielenia. Opracowaną metodę **sprawdź eksperymentalnie**, w tym zbadaj m.in. jak warto dobrać x_0 oraz ile średnio iteracji wystarczy do osiągnięcia satysfakcjonujących wyników.

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ - wzór ogólny na metodę Newtona (stycznych)

$\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 - a = \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 - a = a - a = 0$ $f(x) = x^{-2}$ $f'(x) = -2x^{-3}$

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x)}{f'(x)} = x_n - \frac{\frac{1}{x_n^2} - a}{-2\frac{1}{x_n^3}} = \frac{-\frac{1}{x_n^2} + a}{-2\frac{1}{x_n^3}} = \frac{-\frac{1}{x_n^2} + a}{-\frac{2}{x_n^3}} = \frac{-x_n + ax^3}{-2} = 1,5x_n - 0,5x_n^3$

$x_n \cdot x_n \cdot x_n$ więc legalne

```
Dla x0 = -2.0, przybliżenie 2.0 wynosi -1.#IND0000
Dla x0 = -1.5, przybliżenie 2.0 wynosi 0.70710678
Dla x0 = -1.0, przybliżenie 2.0 wynosi -0.70710678
Dla x0 = -0.5, przybliżenie 2.0 wynosi -0.70710678
Dla x0 = 0.5, przybliżenie 2.0 wynosi 0.70710678
Dla x0 = 1.0, przybliżenie 2.0 wynosi 0.70710678
Dla x0 = 1.5, przybliżenie 2.0 wynosi -0.70710678
Dla x0 = 2.0, przybliżenie 2.0 wynosi -1.#IND0000
```

Dla $x_0 < \sqrt{a}$ bardzo szybko i już po paru iteracjach
Dla $x_0 \approx \sqrt{a}$ dość szybko
Dla $x_0 > \sqrt{a}$ nie działa

```
Dla x0 = -2.0, przybliżenie 6.0 wynosi -1.#IND0000
Dla x0 = -1.5, przybliżenie 6.0 wynosi -1.#IND0000
Dla x0 = -1.0, przybliżenie 6.0 wynosi -1.#IND0000
Dla x0 = -0.5, przybliżenie 6.0 wynosi -0.40824829
Dla x0 = 0.5, przybliżenie 6.0 wynosi 0.40824829
Dla x0 = 1.0, przybliżenie 6.0 wynosi -1.#IND0000
Dla x0 = 1.5, przybliżenie 6.0 wynosi -1.#IND0000
Dla x0 = 2.0, przybliżenie 6.0 wynosi -1.#IND0000
```

tylko dość zauważalnie większego, przy minimum większym jeszcze później

Dla dobrze dobranej x_0 już 1-5 iteracji jest pit

```
Dla x0 = -4.0, przybliżenie 0.1 wynosi -3.16227766
Dla x0 = -2.0, przybliżenie 0.1 wynosi -3.16227766
Dla x0 = -1.5, przybliżenie 0.1 wynosi -3.16227766
Dla x0 = -1.0, przybliżenie 0.1 wynosi -3.16227766
Dla x0 = -0.5, przybliżenie 0.1 wynosi -3.16227766
Dla x0 = 0.5, przybliżenie 0.1 wynosi 3.16227766
Dla x0 = 1.0, przybliżenie 0.1 wynosi 3.16227766
Dla x0 = 1.5, przybliżenie 0.1 wynosi 3.16227766
Dla x0 = 2.0, przybliżenie 0.1 wynosi 3.16227766
```