10 ale ładnie

20 March, 2024 22:31

Idea: https://www.youtube.com/watch?v=iHiao2czMls

10* (0 pkt., bonus do 2 pkt.) Rozważamy grafy z jedną relacją binarną $E(s,t)$. Dowiedz się co to są gry Ehrenfeuchta-Fraïssé i pokaż z ich pomocą, że w logice pierwszego rzędu (rrd/rrk) nie da się wyrazić zapytania $P_*(x,y)$ spełnionego gdy istnieje ścieżka z x do y o dowolnej długości.

Gra E-F:

Mamy dwóch graczy: Spoiler i Duplicator

-Duplicator chce pokazać, że dwie struktury są elementarnie równoważne[1] do jakiejś głębokości[2]

-Spoiler że nie są

Gra trwa określoną liczbę kroków

1) $\equiv$ struktury (w naszym przypadku grafy) dla dowolnej formuły ϕ $\phi \equiv T$ w $G \iff \phi = T$ w F (gdzie G i F to grafy które udowodnimy)

2) W prefiksowej postaci normalnej ilość kwantyfikatorów z przodu

$n(\text{atom}) = 1$

$n(\phi \wedge \psi) = \max(n(\phi) \wedge n(\psi))$

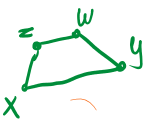
$n(\exists \phi) = n(\forall \phi) = n(\phi) + 1$

Zadanie:

$P_*(x,y)$ - istnieje ścieżka $x - y$

$T^3(x,y) \equiv \exists z,w\, T^1(x,z) \wedge T^1(z,w) \wedge T^1(w,y)$ $\quad x \neq z \neq w \neq y$

istnieje ścieżka dł. 3
(miejsca nie pisuje)



Ale nie znamy długości ścieżki

Na potrzeby tego zadania możemy pokazywać spójność/niespójność grafu wtw. dla dowolnego x,y mamy krawędź

Znajdźmy takie grafy G, H, że

① $G \equiv_N H$

② $G \models \phi \wedge H \models \neg\phi$

② $G \models \varphi \land H \models \neg\varphi$

Bierzemy cykle długości 2^{2^N} elementów

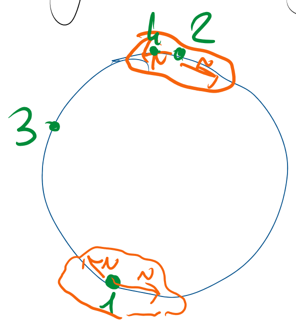
② oczywiście zachodzi

①: Potrzebujemy winning strategy

a) jeśli bierzemy w odległości $< N$ to w otoczce

b) na zewnątrz w.p.p.

G:



H: