

Newton: 
$$F(x_n) + (x_{n+1} - x_n)F'(x_n) = 0$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)}$$

L4.7. **Włącz komputer!** 1 punkt Niech będzie  $(*) a = m \cdot 2^c$ , gdzie  $c$  jest liczbą całkowitą, a  $m$  — ułamkiem z przedziału  $[\frac{1}{2}, 1)$ . Biorąc pod uwagę postać  $(*)$ , zaproponuj efektywną metodę obliczania  $\sqrt{a}$ , otrzymaną przez zastosowanie metody Newtona do wyznaczania zera pewnej funkcji  $f$ . Ustal eksperymentalnie dla jakich wartości  $x_0$  metoda jest zbieżna.

Możemy zapisać  $\sqrt{a}$  na różne sposoby dla  $c$  parzystego/nieparzystego

$$c = 2k \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{m \cdot 2^k} = \sqrt{m} \cdot 2^{k/2}$$

$$c = 2k+1 \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{m} \cdot \sqrt{2} \cdot 2^{k/2}$$

Bierzemy funkcję podobną do tej z poprzedniego zadania:

$$f(x) = x^2 - a \quad f'(x) = 2x$$

Newton:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - a}{2x_n} = x_n - \frac{x_n}{2} + \frac{a}{2x_n} = \frac{x_n}{2} + \frac{a}{2x_n} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{a}{x_n} \right)$$

Podstawiamy nasz zapis:

$$f(x) = x^2 - a = x^2 - m \cdot 2^c = 2^c (x^2 - m) \quad f'(x) = 2^c \cdot 2x$$

$$\frac{f(x)}{f'(x)} = \frac{2^c (x^2 - m)}{2^c \cdot 2x} = \frac{x^2 - m}{2x}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x^2 - m}{2x}$$

dla lb. np.  
przed każdym  
 $\sqrt{m}$  musi się  
zależać jeszcze  
 $\sqrt{2}$ .

Przykład

$$a = 140 = 2^8 \cdot 0,546875$$

$$\sqrt{140} \approx 11,832159566$$

```

Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo 11.83215957 przy starcie z 2400000
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo 11.83215957 przy starcie z 2500000
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo 11.83215957 przy starcie z 2600000
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo 11.83215957 przy starcie z 2700000
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo 11.83215957 przy starcie z 2800000
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo 11.83215957 przy starcie z 2900000
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo 11.83215957 przy starcie z 3000000
PS C:\Users\wozni\Desktop\C\uni-math\Analiza Numeryczna (L)\Lista04\Rozwiazania> cd
ista04\Rozwiazania" ; if ($?) { gcc task7.c -o task7 } ; if ($?) { .\task7 }
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -10
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -20
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -30
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -40
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -50
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -60
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -70
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -80
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -90
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -100
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -110
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -120
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -130
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -140
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -150
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -160
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -170
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -180
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -190
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -200
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -210
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -220
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -230
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -240
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -250
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -260
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -270
Pierwiastek kwadratowy z 140.00 wynosi okolo -11.83215957 przy starcie z -280

```

```

Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z 515396076
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z 858993459
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z 1202590843
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z 1546188227
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z 1889785610
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z -2061584302
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z -1717986918
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z -1374389535
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z -1030792151
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z -687194767
Pierwiastek kwadratowy z 2.00 wynosi okolo 1.41421356 przy starcie z -343597384

```

dlaczego kazdej wartosci  $\neq 0$  ?