6 (done)

25 October, 2023 16:47

L5.6. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Niech α będzie pojedynczym zerem funkcji f (tzn. $f(\alpha) = 0$, $f'(\alpha) \neq 0$). Wykaż, że metoda Newtona jest wówczas zbieżna kwadratowo. *Wskazówka*: Wykorzystaj zadanie **L5.5**.

$$F(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

inspirując się zadaniem piątym chcemy pokazać że $F(\alpha)=\alpha$, $F'(\alpha)=0$ i $F''(\alpha)\neq 0$

$$F(\alpha) = \alpha - \frac{f(\alpha)}{f'(\alpha)} = \alpha - 0 = \alpha$$

$$F'(\alpha) = 1 - \frac{f'(\alpha)^2 - f(\alpha)f''(\alpha)}{f'(\alpha)^2} = 1 - 1 + \frac{f(\alpha)f''(\alpha)}{f'(\alpha)^2} = 0$$

$$F''(\alpha) = \left(\frac{f(\alpha)f''(\alpha)}{f'(\alpha)^2}\right)' = \frac{(f(\alpha)\cdot f''(\alpha))'\cdot f'(\alpha)^2 - (f'(\alpha)^2)'\cdot f(\alpha)\cdot f''(\alpha)}{f'(\alpha)^4} =$$

$$\frac{(f'(\alpha)\cdot f''(\alpha) + f(\alpha)\cdot f'''(\alpha))\cdot f'(\alpha)^2 - f''(\alpha)^2\cdot f(\alpha)\cdot f''(\alpha)}{f'(\alpha)^4} =$$

$$\frac{f'(\alpha)^3\cdot f''(\alpha) + f(\alpha)\cdot f(\alpha)^2 - f''(\alpha)^3\cdot f(\alpha)}{f'(\alpha)^4} = \frac{f'(\alpha)^3\cdot f''(\alpha)}{f'(\alpha)^4} = \frac{f''(\alpha)}{f'(\alpha)}$$

(Funkcja musi być conajmniej kwadratowa)