4 (done)

19 October, 2023 11:44

$$\text{cond}(x) = \left|\frac{x \cdot f'(x)}{f(x)}\right|$$

L3.4. $\boxed{\text{2 punkty}}$ Sprawdź dla jakich wartości x zadanie obliczania wartości funkcji f jest źle uwarunkowane, jeśli:

a) $f(x) = (x + 2023)^7$, **b)** $f(x) = \cos(3x)$, **c)** $f(x) = (1 + x^6)^{-1}$.

a) $f(x) = (x+2023)^7$ $\quad f'(x) = 7(x+2023)^6$

$$\text{cond}(x) = \left|\frac{7x\cancel{(x+2023)^6}}{(x+2023)^{\cancel{7}}}\right| = \left|\frac{7x}{x+2023}\right| = \left|\frac{7}{1+\frac{2023}{x}}\right| = C$$

Jest dobrze uwarunkowane

$\lim_{x\to 0} C = 0 \quad \lim_{x\to\infty} C = 7 \quad \lim_{x\to -\infty} C = 7$

b) $f(x) = \cos(3x) \quad f'(x) = -3\sin(3x)$

$$\text{cond}(x) = \left|\frac{3x\sin(3x)}{\cos(3x)}\right| = \left|\frac{3x}{\cos(3x)} \cdot \text{tg}(3x)\right| = C$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left|\frac{3x\sin(3x)}{\cos(3x)}\right| = \infty$$

Nie jest dobrze uwarunkowane

$D: \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$

c) $f(x) = (1+x^6)^{-1} \quad f'(x) = -\frac{6x^5}{(1+x^6)^2}$

$$\text{cond}(x) = \frac{6x^6}{1+x^6} = \frac{6x^6}{x^6(\frac{1}{x^6}+1)} = \frac{6}{\frac{1}{x^6}+1} = C$$

Jest dobrze uwarunkowane

$\lim_{x\to 0} = 0$

$\lim_{x\to\infty} C = 6 \quad \lim_{x\to -\infty} C = 6$