1 (1 pkt.) Rozważmy następujące zapytanie w Datalogu.

```
T(X, Y) := E(X,Y).

T(X, Y) := T(X,Z), T(Z,Y).
```

Przypomnij definicję semantyki dla Datalogu, a następnie pokaż, że dla każdego $i \in \mathbb{N}_+$ zachodzi $T^i = \{(a, b) | \text{ istnieje ścieżka z } a \text{ do } b \text{ o długości} \leq 2^{i-1} \}$

Napisz następujące zapytania datalogowe. Użyj stałych n i m tam gdzie jest to potrzebne.

- 2 (0.5 pkt.) Zwróć wierzchołki, do których można dojść ścieżką z n lub ścieżką z m.
- 3 (0.5 pkt.) Zwróć wierzchołki, do których można dojść ścieżką z n i ścieżką z m.
- **4 (1 pkt.)** Zwróć pary wierzchołków, do których można dojść z wierzchołka n ścieżkami o tej samej długości.
- **5 (1 pkt.)** Zwróć pary wierzchołków x, y, takie, że z wierzchołka n do x oraz do y można dojść ścieżkami, które mają różną długość.

Rozważamy grafy z jedną relacją ternarną E(s,t,a). W trzeciej kolumnie pamiętamy kolor krawędzi (obsługujemy paletę 16 milionów kolorów). Napisz następujące zapytania datalogowe lub udowodnij, że dane zapytanie nie istnieje.

- 6 (0.5 pkt.) Zwróć pary wierzchołków x, y takie, że nie istnieje ścieżka z x do y.
- 7 (0.5 pkt.) Zwróć pary wierzchołków x, y, takie, że z x do y można przejść jednokolorową ścieżką.
- 8 (0.5 pkt.) Zwróć pary wierzchołków x, y takie, że każda ścieżka z x do y składa się z krawędzi co najmniej dwóch kolorów.
- **9 (1 pkt.)** Zwróć pary wierzchołków x, y, takie, że z x do y można przejść ścieżką składającą się z krawędzi nie więcej niż dwóch kolorów.
- 10* (0 pkt., bonus do 2 pkt.) Rozważamy grafy z jedną relacją binarną E(s,t). Dowiedz się co to są gry Ehrenfeuchta-Fraïssé i pokaż z ich pomocą, że w logice pierwszego rzędu (rrd/rrk) nie da się wyrazić zapytania $P_*(x,y)$ spełnionego gdy istnieje ścieżka z x do y o dowolnej długości.