ANL L3

19 October, 2023 11:35

L3

zad.	1	2	3	4	5	6	7	all
pkt.								
max pkt.	2	1	1	2	2	1	2	10

L3.1. $\boxed{\textsf{Włącz komputer!}}$ $\boxed{\textsf{2 punkty}}$ Dla jakich wartości x obliczanie wartości wyrażeń

a) $(x^3 + \sqrt{x^6 + 2023^2})^{-1}$, **b)** $\log_2 x - 2$, **c)** $x^{-3}(\pi/2 - x - \text{arcctg}(x))$

może wiązać się z utratą cyfr znaczących wyniku? Zaproponuj sposoby obliczenia wyniku dokładniejszego. Pokaż, że sposoby te **działają w praktyce**.

L3.2. $\boxed{\textsf{Włącz komputer!}}$ $\boxed{\textsf{1 punkt}}$ Podaj (w miarę) bezpieczny numerycznie **algorytm** obliczania zer równania kwadratowego $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$. **Przeprowadź testy** dla odpowiednio dobranych wartości a, b i c pokazujące, że Twój algorytm jest lepszy od *metody szkolnej* bazującej jedynie na dobrze znanych wzorach $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a)$.

L3.3. $\boxed{\textsf{1 punkt}}$ Wyprowadź wzór na wskaźnik uwarunkowania zadania obliczania wartości funkcji f w punkcie x.

L3.4. $\boxed{\textsf{2 punkty}}$ Sprawdź dla jakich wartości x zadanie obliczania wartości funkcji f jest źle uwarunkowane, jeśli:

a) $f(x) = (x + 2023)^7$, **b)** $f(x) = \cos(3x)$, **c)** $f(x) = (1 + x^6)^{-1}$.

L3.5. $\boxed{\textsf{2 punkty}}$ Załóżmy, że dla każdego $x \in X_{fl}$ zachodzi $\text{fl}(\text{tg}(x)) = \text{tg}(x)(1 + \varepsilon_x)$, gdzie $|\varepsilon_x| \leq 2^{-t}$, natomiast t oznacza liczbę bitów przeznaczoną na zapamiętanie mantysy. Niech dane będą liczby maszynowe y_1, y_2, y_3, y_4 oraz taka liczba maszynowa x, że $x \cdot 2^{-8}$ też jest liczbą maszynową. Sprawdź czy poniższy algorytm obiczania wartości wyrażenia $\sum_{i=1}^{4} y_i \text{tg}(4^{-i}x)$ jest numerycznie poprawny:

```
S:=0;

  for i from 1 to 4
    do
      S:=S+y[i]*tg(4^(-i)*x)
    od;

Return(S)
```

L3.6. $\boxed{\textsf{1 punkt}}$ Sprawdź czy następujący algorytm obliczania wartości wyrażenia $w(x) := x + 4x^{-1}$ $(x \neq 0)$ jest algorytmem numerycznie poprawnym:

```
u:=x;
v:=4/x;

Return(u+v)
```

W rozważaniach przyjmij, że x jest liczbą maszynową.

L3.7. $\boxed{\textsf{2 punkty}}$ Zbadaj czy podany niżej algorytm wyznaczania iloczynu liczb maszynowych $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (zakładamy zatem, że $\text{rd}(x_k) = x_k$, $1 \leq k \leq n$) jest algorytmem numerycznie poprawnym.

```
I:=x[n];

  for k=n-1 downto 1
    do
      I:=I*x[k]
    end;

return(I)
```

1

19 October, 2023 11:44

L3.1. $\boxed{\textsf{\textbf{Włącz komputer!}}}\boxed{\textsf{2 punkty}}$ Dla jakich wartości x obliczanie wartości wyrażeń

a) $(x^3 + \sqrt{x^6 + 2023^2})^{-1}$, **b)** $\log_2 x - 2$, **c)** $x^{-3}(\pi/2 - x - \operatorname{arcctg}(x))$

może wiązać się z utratą cyfr znaczących wyniku? Zaproponuj sposoby obliczenia wyniku dokładniejszego. Pokaż, że sposoby te **działają w praktyce**.

2

19 October, 2023 11:44

L3.2. $\boxed{\textbf{Włącz komputer!}}\boxed{\text{1 punkt}}$ Podaj (w miarę) bezpieczny numerycznie `algorytm` obliczania zer równania kwadratowego $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$. **Przeprowadź testy** dla odpowiednio dobranych wartości a, b i c pokazujące, że Twój algorytm jest lepszy od *metody szkolnej* bazującej jedynie na dobrze znanych wzorach $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a)$.

3

19 October, 2023 11:44

L3.3. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Wyprowadź wzór na wskaźnik uwarunkowania zadania obliczania wartości funkcji f w punkcie x.

4

19 October, 2023 11:44

L3.4. $\boxed{\text{2 punkty}}$ Sprawdź dla jakich wartości x zadanie obliczania wartości funkcji f jest źle uwarunkowane, jeśli:

a) $f(x) = (x + 2023)^7$, **b)** $f(x) = \cos(3x)$, **c)** $f(x) = (1 + x^6)^{-1}$.

19 October, 2023 11:44

L3.5. $\boxed{\text{2 punkty}}$ Załóżmy, że dla każdego $x \in X_{fl}$ zachodzi $\mathrm{fl}(\mathrm{tg}(x)) = \mathrm{tg}(x)(1+\varepsilon_x)$, gdzie $|\varepsilon_x| \le 2^{-t}$, natomiast t oznacza liczbę bitów przeznaczoną na zapamiętanie mantysy. Niech dane będą liczby maszynowe y_1, y_2, y_3, y_4 oraz taka liczba maszynowa x, że $x \cdot 2^{-8}$ też jest liczbą maszynową. Sprawdź czy poniższy algorytm obiczania wartości wyrażenia $\sum_{i=1}^{4} y_i \mathrm{tg}(4^{-i}x)$ jest numerycznie poprawny:

```
S:=0;

  for i from 1 to 4
    do
      S:=S+y[i]*tg(4^(-i)*x)
    od;

Return(S)
```

6

19 October, 2023 11:44

L3.6. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Sprawdź czy następujący algorytm obliczania wartości wyrażenia $w(x) := x + 4x^{-1}$ $(x \neq 0)$ jest algorytmem numerycznie poprawnym:

```
u:=x;
v:=4/x;

Return(u+v)
```

W rozważaniach przyjmij, że x jest liczbą maszynową.

19 October, 2023 11:44

L3.7. $\boxed{\text{2 punkty}}$ Zbadaj czy podany niżej algorytm wyznaczania iloczynu liczb maszynowych $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (zakładamy zatem, że $\mathrm{rd}(x_k) = x_k$, $1 \le k \le n$) jest algorytmem numerycznie poprawnym.

```
I:=x[n];

  for k=n-1 downto 1
    do
      I:=I*x[k]
    end;

return(I)
```