9 (done)

15 October, 2023 18:49

L2.9. **Włącz komputer!** | 1 punkt | Można wykazać[3], że przy $x_1 = 2$ ciąg

$$(2) \qquad x_{k+1} = 2^k \sqrt{2\left(1 - \sqrt{1 - (x_k/2^k)^2}\right)} \qquad (k = 1, 2, \ldots)$$

jest zbieżny do π. Czy podczas obliczania kolejnych wyrazów tego ciągu przy pomocy komputera może wystąpić zjawisko utraty cyfr znaczących? Jeśli tak, to zaproponuj inny sposób wyznaczania wyrazów ciągu (2) pozwalający uniknąć wspomnianego zjawiska. Przeprowadź odpowiednie **testy obliczeniowe**.

Może → zaczyna się przy k = dwudziesta parę, przy $k=29$ się zeruje

Mamy z pierwiastka bardzo małą liczbę mnożoną przez bardzo dużą 2^k. Przerobimy wzór tak by tego uniknąć:

$$y = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{x_k}{2^k}\right)^2} = \frac{\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{x_k}{2^k}\right)^2}\right)\left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{x_k}{2^k}\right)^2}\right)}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{x_k}{2^k}\right)^2}} = \frac{\left(\frac{x_k}{2^k}\right)^2}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{x_k}{2^k}\right)^2}}$$

możemy wówczas zapisać

$$x_{k+1} = 2^k \sqrt{2y} = \sqrt{2^{2k} \cdot 2 \frac{\left(\frac{x_k}{2^k}\right)^2}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{x_k}{2^k}\right)^2}}} = \sqrt{2 \cdot \frac{x_k^2}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{x_k}{2^k}\right)^2}}}$$

Po przekształceniu pozbywamy się tego problemu

Nawet dla $k = 10\,000$ otrzymamy poprawny wynik

```
int main() {
    printf("Result_old: %lf\n", calculate_old(29));
    printf("Result_new: %lf\n", calculate_new(10000));
    return 0;
}
```

PROBLEMS OUTPUT TERMINAL DEBUG CONSOLE PORTS

```
Result_new: 3.141593
PS C:\Users\wozni\Desktop\C\uni-math\Analiza Numeryczna (L)\Lis
9.c -o task9 } ; if ($?) { .\task9 }
Result_old: 0.000000
PS C:\Users\wozni\Desktop\C\uni-math\Analiza Numeryczna (L)\Lis
9.c -o task9 } ; if ($?) { .\task9 }
Result_old: 0.000000
PS C:\Users\wozni\Desktop\C\uni-math\Analiza Numeryczna (L)\Lis
9.c -o task9 } ; if ($?) { .\task9 }
Result_old: 0.000000
Result_new: 3.141593
```