5 (done)

16 December, 2023 20:23

L10.5. [1 punkt] Pomiary (t_k, C_k) $(0 \le k \le N;\ t_k, C_k > 0)$ pewnej zależnej od czasu wielkości fizycznej C sugerują, że wyraża się ona wzorem

$$C(t) = 5 + \frac{\sin(1977t^4) + 2}{A\cos(2t-1) + Be^{1-2t} + 2023t^2 + 3}.$$ ozn jako α

Stosując aproksymację średniokwadratową, wyznacz prawdopodobne wartości stałych A i B.

główny problem - nasza funkcja nie jest liniowa.

Mamy dane

t_k	t_0	t_1	t_2	...	t_N
C_k	C_0	C_1	C_2	...	C_N

i wzór funkcji $C(t)$

$$C(t) - 5 = \frac{\sin(1977 \cdot t^4) + 2}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{\sin(1977 \cdot t^4) + 2}{C(t) - 5}$$ rozpiszmy alfę

$$A\cos(2t-1) + Be^{1-2t} + 2023t^2 + 3 = \frac{\sin(1977 \cdot t^4) + 2}{C(t) - 5}$$

$$A\cos(2t-1) + Be^{1-2t} = \underbrace{\frac{\sin(1977 \cdot t^4) + 2}{C(t) - 5} - 2023t^2 - 3}_{g(t)}$$

Żeby znaleźć wartości A i B musimy rozwiązać układ równań postaci:

$$\begin{bmatrix} \cos(2t_0 - 1) & e^{1-2t_0} \\ \cos(2t_1 - 1) & e^{1-2t_1} \\ \vdots & \vdots \\ \cos(2t_k - 1) & e^{1-2t_k} \\ \vdots & \vdots \\ \cos(2t_N - 1) & e^{1-2t_N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(t_0) \\ g(t_1) \\ \vdots \\ g(t_k) \\ \vdots \\ g(t_N) \end{bmatrix}$$

co rozwiążemy metodą z repet

$$\begin{cases} F_1(t) = \cos(2t-1) \\ F_2(t) = e^{1-2t} \\ y(t) = g(t) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \overset{r_1}{\langle \cos(2t-1), \cos(2t-1) \rangle} & \overset{r_2}{\langle \cos(2t-1), e^{1-2t} \rangle} \\ \underset{r_2}{\langle e^{1-2t}, \cos(2t-1) \rangle} & \underset{r_3}{\langle e^{1-2t}, e^{1-2t} \rangle} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{w_1}{\langle \cos(2t-1), g(t) \rangle} \\ \underset{w_2}{\langle e^{1-2t}, g(t) \rangle} \end{bmatrix}$$

$$b = \frac{w_2 - r_2 a}{r_3}$$

$$w_1 - r_2 b \qquad w_1 - r_2 \frac{w_2 - r_2 a}{r_3}$$

$$r_3$$

$$a = \frac{w_1 - r_2 b}{r_1} = \frac{w_1 - r_2 \frac{w_2 - r_2 a}{r_3}}{r_1} \quad \Big/ \cdot r_1 r_3$$

$$a(r_1 r_3) = w_1 r_3 - r_2 w + r_2^2 a$$

$$a(r_1 r_3) - r_2^2 a = w_1 r_3 - r_2 w$$

$$a(r_1 r_3 - r_2^2) = w_1 r_3 - r_2 w$$

$$\boxed{a = \frac{w_1 r_3 - r_2 w}{r_1 r_3 - r_2^2}}$$

$$b = \frac{w_2 - r_2 \frac{w_1 r_3 - r_2 w_2}{r_1 r_3 - r_2^2}}{r_3} =$$

$$\frac{\frac{r_1 r_3 w_2 - r_2^2 w_2 - r_2 r_3 w_1 + r_2^2 w_2}{r_1 r_3 - r_2^2}}{r_3} = \boxed{\frac{r_1 r_3 w_2 - r_2 r_3 w_1}{r_1 r_3^2 - r_3 r_2^2}}$$