Zad5

26 February, 2024 00:43

(uogólniona postać wektorowa zwykła)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{n-1} \cdot \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{n-1} \\ f_n \end{bmatrix}$$

Szukamy macierzy A takiej, że:

$$A \cdot \begin{bmatrix} a_{k+l-1} \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{k+l} \\ \vdots \\ a_{k+1} \end{bmatrix}$$

gdzie widać, że $a_{k+l} = \alpha_0 a_k + \ldots + \alpha_l a_{k+l-1}$

$$\begin{bmatrix} \alpha_l & \alpha_{l-1} & \ldots & \alpha_0 \\ 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix} \swarrow \text{a to jest } A$$

I jeszcze wersja trudniejsza z wielomianem

$$a_n = \alpha_l a_{n-1} + \ldots \alpha_0 a_{n-k} + W(n)$$

gdzie

$$W(n) = b_0 n^0 + b_1 n^1 + \ldots + b_z n^z, \quad z \in \mathbb{N}$$

$$A \cdot \begin{vmatrix} a_{n-1} \\ a_{n-2} \\ \vdots \\ a_{n-k} \\ 1 \\ n^1 \\ \vdots \\ n^z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_n \\ a_{n-1} \\ \vdots \\ a_{n-k+1} \\ 1 \\ (n+1)^1 \\ \vdots \\ (n+1)^z \end{vmatrix}$$

Macierz A będzie postaci:

$$A = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{vmatrix}$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} \alpha_k & \alpha_{k-1} & \cdots & \alpha_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix} \qquad A_2 = \begin{vmatrix} b_0 & b_1 & \cdots & b_z \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

$$A_3 = 0 \qquad A_4 = \begin{vmatrix} \binom{0}{0} & 0 & \cdots & 0 \\ \binom{1}{0} & \binom{1}{1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \binom{z}{0} & \binom{z}{1} & \cdots & \binom{z}{z} \end{vmatrix}$$

korzystamy z

$$(n+1)^k = \sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} n^i$$

z drugiej części sumy już wtedy ładnie widać!