

L10.7. 1 punkt Poziom wody w Morzu Północnym zależy głównie od tzw. pływu M_2 o okresie ok. 2π i równaniu

$$H(t) = h_0 + a_1 \sin \frac{2\pi t}{12} + a_2 \cos \frac{2\pi t}{12} \quad (t \text{ mierzone w godzinach}).$$

Zrobiono następujące pomiary:

t	0	2	4	6	8	10	godz.
$H(t)$	1	1.6	1.4	0.6	0.2	0.8	m

Wykorzystaj aproksymację średniokwadratową do wyznaczenia prawdopodobnych wartości stałych h_0 , a_1 , a_2 .

$$f_1 = 1 \quad f_2 = \sin \frac{2\pi t}{12} \quad f_3 = \cos \frac{2\pi t}{12}$$

$$\begin{bmatrix} \langle 1, 1 \rangle & \langle 1, \sin \frac{2\pi t}{12} \rangle & \langle 1, \cos \frac{2\pi t}{12} \rangle \\ \langle \sin \frac{2\pi t}{12}, 1 \rangle & \langle \sin \frac{2\pi t}{12}, \sin \frac{2\pi t}{12} \rangle & \langle \sin \frac{2\pi t}{12}, \cos \frac{2\pi t}{12} \rangle \\ \langle \cos \frac{2\pi t}{12}, 1 \rangle & \langle \cos \frac{2\pi t}{12}, \sin \frac{2\pi t}{12} \rangle & \langle \cos \frac{2\pi t}{12}, \cos \frac{2\pi t}{12} \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle 1, H(t) \rangle \\ \langle \sin \frac{2\pi t}{12}, H(t) \rangle \\ \langle \cos \frac{2\pi t}{12}, H(t) \rangle \end{bmatrix}$$

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$
$\sin x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$\langle 1, 1 \rangle = 6 \quad \langle 1, H(t) \rangle = 5,6 \quad \langle 1, \sin(x) \rangle = 0 \quad \langle 1, \cos(x) \rangle = 0$$

$$\langle \cos x, \sin x \rangle = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

$$\langle \sin x, \sin x \rangle = 3 \quad \langle \cos x, \cos x \rangle = 3$$

Nasze macierz po podstawieniu danych to

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,6 \\ \sqrt{3} \\ 0,8 \end{bmatrix}$$

$[0 \ 0 \ 3] \begin{bmatrix} a_2 \\ \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$

$$h_0 = \frac{5,6}{6} = \frac{56}{60} = \frac{14}{15} \quad a_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad a_2 = \frac{a_1^2}{3} = \frac{4}{15}$$