1 (done)

7 January, 2024 14:28

L12.1. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Jak już wiadomo, język programowania **PWO++** ma obszerną bibliotekę funkcji i procedur numerycznych. Wśród nich znajduje się procedura `Integral(f)` znajdująca z dużą dokładnością wartość całki $\int_{-20}^{24} f(x)\mathrm{d}x$, gdzie $f \in C[-20, 24]$. W jaki sposób użyć procedury `Integral` do obliczenia całki

$$\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x \qquad (a < b;\ g \in C[a, b])?$$

$x \in \langle a; b \rangle \quad x - a \in \langle 0, b-a \rangle$

$\frac{x-a}{b-a} \in \langle 0, 1 \rangle \quad 44\frac{x-a}{b-a} \in \langle 0; 44 \rangle$

$44\frac{x-a}{b-a} - 20 \in \langle -20; 24 \rangle$

Repety

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_c^d \frac{b-a}{d-c}\, g(t)\,dt$$

$$t = \frac{d-c}{b-a}x - \frac{c+d-a-b}{2}$$

$$dt = \frac{d-c}{b-a}dx$$

podstawiamy za x

$$\int_a^b f(x)\,dx = \left\{ \begin{array}{l} y = 44\frac{x-a}{b-a} - 20 \\ dy = \frac{44}{b-a}dx \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{y+20}{44}(b-a)+a \\ dx = \frac{b-a}{44}dy \end{array} \right\} =$$

$$y = 44\frac{x-a}{b-a} - 20$$

$$\frac{y+20}{44} = \frac{x-a}{b-a}$$

$$\left(\frac{y+20}{44}\right)(b-a) = x - a$$

$$x = \left(\frac{y+20}{44}\right)(b-a) + a$$

$$\int_{-20}^{24} f\left(\frac{y+20}{44}(b-a)+a\right)\frac{b-a}{44}\,dy =$$

$$\frac{b-a}{44}\int_{-20}^{24} f\left(\frac{y+20}{44}(b-a)+a\right)dy$$

1) Przekształcamy x, by znalazł się on w oczekiwanym przez nas przedziale (oznaczamy go jako y)

2) Podstawiamy za x i za dx we wzorze całki

3) Wyciągamy stałą przed całkę, pozostaje nam całka którą PWO++ na luzie policzy pomnożona przez stałą