

L7		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	suma
zad	pkt	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	16

- Niech $A(x)$ będzie funkcją tworzącą ciąg a_n . Podaj postać funkcji tworzącej dla ciągu
 $s_n = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$.
Wskazówka: Trzeba użyć funkcji tworzącej $\frac{1}{1-x}$.
- Wyznacz funkcje tworzące ciągów:
 (a) $a_n = n^2$
 (b) $a_n = n^3$
Wskazówka: Przyda się funkcja tworząca $\frac{1}{1-x}$.
- (+) Wyznacz funkcję tworzącą ciąg: $\binom{n+k}{k}$.
Wskazówka: Odpowiednia potęga funkcji $\frac{1}{1-x}$.
- Oblicz funkcje tworzące ciągów:
 (a) $a_n = n$ dla parzystych n i $a_n = 1/n$ dla nieparzystych n
 (b) $H_n = 1 + 1/2 + \dots + 1/n$ ($H_0 = 0$).
- Niech $A(x)$ będzie funkcją tworzącą ciąg a_n . Znajdź funkcję tworzącą ciąg b_n postaci $(a_0, 0, 0, a_3, 0, 0, a_6, \dots)$, czyli takiego, że dla każdego naturalnego k : $b_{3k} = a_{3k}$ oraz $b_{3k+1} = b_{3k+2} = 0$.
Wskazówka: Użyj zespolonych pierwiastków stopnia 3 z 1.
- Niech $A(x)$ będzie funkcją tworzącą ciąg a_n . Podaj postać funkcji tworzącej dla ciągu $(a_k, a_{k+1}, a_{k+2}, \dots)$. Tzn. szukamy funkcji tworzącej dla ciągu $\langle b_n \rangle = E^k \langle a_n \rangle$.
- Na ile sposobów można wybrać zbiór k -elementowy ze zbioru $\{1, 2, \dots, n\}$ tak, by różnica dowolnych dwóch wybranych liczb wynosiła przynajmniej r ?
- Sprawdź prawdziwość następujących relacji:
 $n^2 \in O(n^3)$; $n^3 \in O(n^{2.99})$; $2^{n+1} \in O(2^n)$; $(n+1)! \in O(n!)$; $\log_2 n \in O(\sqrt{n})$; $\sqrt{n} \in O(\log_2 n)$.
- Niech $f, g, h: N \rightarrow R$. Pokaż, że:
 (a) jeśli $f(n) = O(g(n))$ i $g(n) = O(h(n))$, to $f(n) = O(h(n))$,
 (b) $f(n) = O(g(n))$ wtedy i tylko wtedy, gdy $g(n) = \Omega(f(n))$,
 (c) $f(n) = \Theta(g(n))$ wtedy i tylko wtedy, gdy $g(n) = \Theta(f(n))$.
- Niech f i g będą dowolnymi wielomianami o stopniach k i l takimi, że $k < l$.
 Pokaż, że wówczas $f(n) = o(g(n))$.
- (3p) Przestrzeń R^n to zbiór wszystkich punktów (x_1, x_2, \dots, x_n) o n rzeczywistych współrzędnych. Hiperpłaszczyzna w R^n zadana jest wzorem $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$, gdzie przynajmniej jedno a_i jest niezerowe. Na ile maksymalnie obszarów można podzielić n -wymiarową przestrzeń R^n za pomocą m hiperpłaszczyzn? Wyprowadź rozwiązanie za pomocą odpowiedniej zależności rekurencyjnej.