NIFS3 - wzór jawny

2 December, 2023 14:47

Twierdzenie

Dla danych $n \in N$, $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ i danej funkcji f określonej w tych węzłach $(y_k = f(x_k))$ zawsze istnieje dokładnie jedna NIFS3.

Niech $x \in [x_{k-1}, x_k], (1 \leq k \leq n)$, wtedy:

$$s(x) = h_k^{-1}\Big[\frac{1}{6}M_{k-1}(x_k - x)^3 + \frac{1}{6}M_k(x - x_{k-1})^3 + (f(x_{k-1}) -$$

$$-\frac{1}{6}M_{k-1}h_k^2)(x_k - x) + (f(x_k) - \frac{1}{6}M_k h_k^2)(x - x_{k-1})\Big]$$

Gdzie $H_k := x_k - x_{k-1}$ oraz $M_k := s''(x_k)$

Momenty M_k spełniają następującą zależność $(*)$:

$$\lambda_k M_{k-1} + 2M_k + (1 - \lambda_k)M_{k+1} = 6f[x_{k-1}, x_k, x_{k+1}]$$

Gdzie $f[x_{k-1}, x_k, x_{k+1}]$ to iloraz różnicowy zdefiniowany wcześniej, natomiast współczynniki $\lambda_k := \frac{h_k}{h_k + h_{k+1}}$