

1 (1 pkt.) Rozważmy następujące zapytanie w Datalogu.

$T(x, y) :- E(x, y).$
 $T(x, y) :- T(x, z), T(z, y).$

Przypomnij definicję semantyki dla Datalogu, a następnie pokaż, że dla każdego $i \in \mathbb{N}$, zachodzi $T^i = \{(a, b) \mid \text{istnieje ścieżka z } a \text{ do } b \text{ o długości } \leq 2^{i-1}\}$

Napisz następujące zapytania datalogowe. Użyj stałych n i m tam gdzie jest to potrzebne.

Datalog - zapytania koniunkcyjne + rekursja

Datalog jest postrzegany często jako język zbudowany z klauzuli Horna, w których nie występują symbole funkcyjne. Program w Datalogu (podobnie jak w Prologu) składa się z reguł typu „jeżeli-to”, w skład których wchodzi predykaty (nazwy funkcji logicznych), atomy relacyjne (predykat i jego argumenty) oraz atomy arytmetyczne (wyrażenia arytmetyczne wraz z argumentami).

Każda reguła składa się z:

- **nagłówka** – atomu relacyjnego
- symbolu $:-$ – zwykle czytane jako słowo „jeżeli”
- **treści** – jednego lub więcej atomów relacyjnych bądź arytmetycznych zwanych podzdaniami połączonych spójnikami logicznymi AND („i”) oraz OR („lub”).

Przykładami reguł w Datalogu są:

$\text{JestSynem}(X, Y) \leftarrow \text{JestMężczyzną}(X) \text{ AND } \text{JestRodzicem}(Y, X)$
 $\text{DroższyProdukt}(X, Y) \leftarrow \text{ProduktMaStanie}(X, \text{Cena1}) \text{ AND } \text{ProduktMaStanie}(Y, \text{Cena2}) \text{ AND } \text{Cena1} > \text{Cena2}$

Te same symbole mogą występować po lewej i prawej stronie - rekursja

Też:

$T^i = \{(a, b) \mid \text{istnieje ścieżka z } a \text{ do } b \text{ o długości } \leq 2^{i-1}\}$

I) Podstawa

$i=1$
 $T^1(a, b) = E(a, b)$ istnieje ścieżka długości 1 od a do b
 $i=2$
 $T^2(a, b) = T^1(a, c) \wedge T^1(c, b)$ ścieżka długości 2

II) Też $i \Rightarrow i+1$

III) Krok

$T^{i+1}(a, b) = T^i(a, c) \wedge T^i(c, b)$
 $2^{i-1} \quad 2^{i-1}$
 $2^{i-1} + 2^{i-1} = 2^i$ i picior

Procedural Semantics of Datalog Programs

Example: Another Datalog program for Transitive Closure

$T(x, y) :- E(x, y)$
 $T(x, y) :- T(x, z), T(z, y)$

– Bottom-up evaluation:

$T^0 = \emptyset$

$T^{n+1} = \{(a, b) : E(a, b) \vee \exists z (T^n(a, z) \wedge T^n(z, b))\}$

Fact: The following statements are true:

- $T^n = \{(a, b) : \text{there is a path of length at most } 2^n \text{ from } a \text{ to } b\}$
- Transitive Closure of $E = \bigcup_{n \geq 1} T^n$.

Proof: By induction on n .