6 (done)

7 January, 2024 14:19

L11.6. $\boxed{\text{1 punkt}}$ O funkcji h wiadomo, że $h(-9) = -3$, $h(-6) = 4$, $h(0) = -2$ $h(6) = 4$, $h(9) = -3$ Wykorzystując ortogonalność wielomianów **skonstruowanych w poprzednim zadaniu**, wyznacz taki wielomian $w_2^* \in \Pi_2$, aby wyrażenie

$$\sum_{x_j \in D_4} [w_2^*(x_j) - h(x_j)]^2$$

przyjmowało najmniejszą możliwą wartość (D_4 ma znaczenia takie, jak w poprzednim zadaniu).

$x_j: \{-9, -6, 0, 6, 9\}$

$h_j: \{-3, 4, -2, 4, -3\}$

$P_0 = 1 \qquad \langle P_0, P_0 \rangle = 5$

$P_1 = x \qquad \langle P_1, P_1 \rangle = 234$

$P_2 = x^2 - 46{,}8 \qquad \langle P_2, P_2 \rangle = \sum_{i=0}^{n} (x_i^2 - 46{,}8)^2 =$

$(34{,}2)^2 + (-10{,}8)^2 + (-46{,}8)^2 + (-10{,}8)^2 + (34{,}2)^2 =$

$1169{,}64 \cdot 2 + 116{,}64 \cdot 2 + 2190{,}24 = 4762{,}8$

$W_n^* = \sum_{k=0}^{n} a_k P_k(x), \qquad a_k = \frac{\langle h, P_k \rangle}{\langle P_k, P_k \rangle}$

$\langle h, P_0 \rangle = 0$

$\langle h, P_1 \rangle = 27 - 24 + 24 - 27 = 0$

$\langle h, P_2 \rangle = 34{,}2 \cdot (-3) - 10{,}8 \cdot 4 \; {+93{,}6} \; - 10{,}8 \cdot 4 + 34{,}2 \cdot (-3) = -198$

$a_0 = 0$

$a_1 = 0$

$a_2 = \frac{-1980}{47628} = \frac{-55}{1323}$

$W_n^* = -\frac{55}{1323} P_2(x)$