2 (done)

25 October, 2023 16:47

L5.2. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Zapoznaj się z opisem metody *regula falsi* – będącej pewnym wariantem metody siecznych – przedstawionym w paragrafie 6.2.1. książki G. Dahlquist, Å. Björck, *Numerical methods in scientific computing*, Vol. I, SIAM, 2008. Przedstaw jej ideę (rysunek i przykłady są tu wskazane), a następnie wyjaśnij czym różni się ona od metody siecznych. Co jest główną zaletą tej metody? *Wskazówka*: W tym wypadku **nie warto** zaglądać do polskiej Wikipedii.

Link do artykułu: https://fmipa.umri.ac.id/wp-content/uploads/2016/03/Dahlquist_G._Bjoerck_A._Vol.1._Numerical_methodBookZZ.org_.pdf

Strona 655 pdfa

Idea: założenie, że w coraz mniejszych przedziałach wokół pierwiastka funkcja przypomina funkcję liniową, a więc przybliżenie otrzymujemy prowadząc prostą z $(a, f(a))$ do $(b, f(b))$.

Przybliżeniem pierwiastka jest miejsce zerowe tej prostej.

Warunki, by można było skorzystać z metody

- $f(a) \cdot f(b) < 0$ (a więc musimy przeciąć OX)

Jeśli pierwsze przybliżenie (x_0) jest dobre, kończymy

w.p.p. wyliczamy $f(x_0)$ i stosujemy metodę ponownie, do skutku

(do x dobieramy a lub b tak by miało przeciwny znak)

$$x_{n+1} = a_n - f(a_n)\frac{b_n - a_n}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad n = 0, 1, 2$$

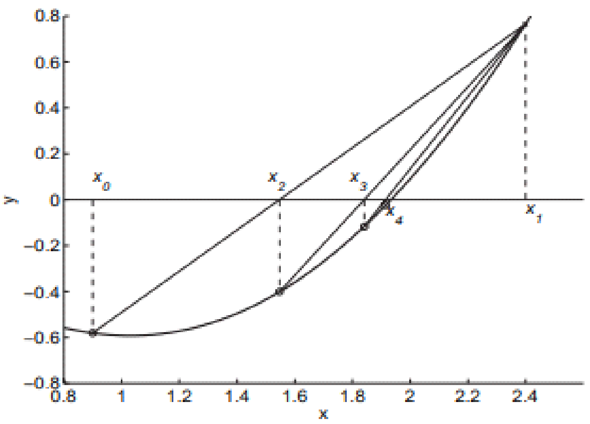

Figure 6.2.1. *The false-position method.*

Since $\lim_{n\to\infty} x_n = \alpha$ and $f(\alpha) = 0$, it follows that

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\epsilon_{n+1}}{\epsilon_n} = C = 1 - (b - \alpha)\frac{f'(\alpha)}{f(b)}. \qquad (6.2.2)$$

which shows that convergence is linear. Convergence will be very slow if $f(x)$ is very flat near the root α, $f(b)$ is large, and α near b, since then $(b-\alpha)f'(\alpha) \ll f(b)$ and $C \approx 1$.

zaleta - zbieżność liniowa (?)

Example 6.2.1.

We apply the method of false position to the $f(x) = (x/2)^2 - \sin x = 0$ from Example 6.1.2 with initial approximations $a_0 = 1.5$, $b_1 = 2$. We have $f(1.5) = -0.434995 < 0$ and $f(2.0) = +0.090703 > 0$, and successive iterates are as follows.

n	x_n	$f(x_n)$	h_n
1	**1.9**13731 221035	−0.026180060742	−0.019322989205
2	**1.933**054 210240	−0.000924399645	−0.000675397892
3	**1.9337**29 608132	−0.000031930094	−0.000023321005
4	**1.93375**2 929137	−0.000001102069	−0.000000804916
5	**1.933753** 734053		

Note that $f(x_n) < 0$ for all $n \geq 0$ and consequently $b_n = 2$ is fixed. In the limit convergence is linear with rate approximately equal to $C \approx 0.034$.

bardzo szybko