

4 (done)

19 October, 2023 11:44

$$\text{cond}(x) = \left| \frac{x \cdot f'(x)}{f(x)} \right|$$

L3.4. [2 punkty] Sprawdź dla jakich wartości x zadanie obliczania wartości funkcji f jest źle uwarunkowane, jeśli:

a) $f(x) = (x + 2023)^7$, b) $f(x) = \cos(3x)$, c) $f(x) = (1 + x^6)^{-1}$.

a) $f(x) = (x + 2023)^7$ $f'(x) = 7(x + 2023)^6$

$$\text{cond}(x) = \left| \frac{7x(x+2023)^6}{(x+2023)^7} \right| = \left| \frac{7x}{x+2023} \right| = \left| \frac{7}{1+\frac{2023}{x}} \right| = C$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} C = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} C = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} C = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow -2023} C = \infty$$

nie jest dobrze uwarunkowane

b) $f(x) = \cos(3x)$ $f'(x) = -3\sin(3x)$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \left| \frac{3x \sin(3x)}{\cos(3x)} \right| = \infty$$

Nie jest dobrze uwarunkowane

$$\text{cond}(x) = \left| \frac{3x \sin(3x)}{\cos(3x)} \right| = \left| \frac{3x}{\cos(3x)} \cdot \sin(3x) \right| = C$$

d) $\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

c) $f(x) = (1 + x^6)^{-1}$ $f'(x) = -\frac{6x^5}{(1 + x^6)^2}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} C = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} C = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} C = 0$$

$$\text{cond}(x) = \frac{6x^5}{1+x^6} = \frac{6x^6}{x^6(\frac{1}{x^6}+1)} = \frac{6}{\frac{1}{x^6}+1} = C$$

jest dobrze uwarunkowane