1 popr

15 November, 2023 21:51

$W(x) = 3 \cdot x^3 + 3x^2 - 2x + 11 = x \cdot (3 \cdot x^2 + 3x - 2) + 11 = x \cdot (x \cdot (3 \cdot x + 3) - 2) + 11$

L6.1. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Uzasadnij, że *schemat Hornera* jest algorytmem numerycznie poprawnym.

$W(x) = 3x^3 + 3x^2 - 2x + 11$

$W_0 = x(x(\dots x(x \cdot a_n + a_{n-1}) + a_{n-2}) + a_{n-3}) + \dots + a_1) + a_0$; W_0 - pełne wyrażenie załosone schemato

α_i - błędy z dodawania

β_i - błędy z mnożenia

1° $x a_n(1+\beta_n)$

2° $(x a_n(1+\beta_n) + a_{n-1})(1+\alpha_{n-1})(1+\beta_{n-1})\cancel{x} =$

$x^2 a_n(1+\beta_n)(1+\alpha_{n-1})(1+\beta_{n-1}) + x a_{n-1}(1+\alpha_{n-1})(1+\beta_{n-1}) = \dots$

$W = \sum_{i=0}^{n}\left(x^i a_i \cdot \prod_{j=0}^{i}(1+\beta_j) \cdot \prod_{j=0}^{i-1}(1+\alpha_j)\right)$

By uprościć, przyjmijmy że $(1+\beta)$ to największy z błędów $(1+\beta_j)$, $(1+\alpha)$ analogicznie

$|1+\beta| \leqslant 2^{-t}$

$|1+\alpha| \leqslant 2^{-t}$

$W \leqslant \sum_{i=0}^{n} x^i a^i (1+\beta)^i (1+\alpha)^{i-1}$

$|1+E|$ analogicznie

z tw. o kumulacji błędów wiemy że łączny błąd będzie $\leqslant (2i-1) 2^{-t}$

$W \leqslant \sum_{i=0}^{n} (1+E)^{2i-1} a^i x^i$