1 (done)

25 October, 2023 16:47

L5.1. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Metodę siecznych definiuje wzór iteracyjny

$$x_{n+1} := x_n - f_n \frac{x_n - x_{n-1}}{f_n - f_{n-1}} \qquad (f_n \neq f_{n-1};\ n = 1, 2, \ldots;\ x_0,\ x_1 - \text{dane}),$$

gdzie $f_m := f(x_m)$ $(m = 0, 1, \ldots)$. Wykaż, że wzór ten można również zapisać w postaci

$$x_{n+1} := \frac{f_n x_{n-1} - f_{n-1} x_n}{f_n - f_{n-1}} \qquad (f_n \neq f_{n-1};\ n = 1, 2, \ldots;\ x_0,\ x_1 - \text{dane}),$$

a następnie wyjaśnij, który z wzorów jest przydatniejszy w praktyce numerycznej (tak naprawdę to jest **główe zadanie**).

$$x_{n+1} = x_n - f_n \frac{x_n - x_{n-1}}{f_n - f_{n-1}} =$$

$$\frac{x_n(f(x_n) - f(x_{n-1}))}{f(x_n) - f(x_{n-1})} - \frac{f(x_n) \cdot (x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})} =$$

$$\frac{x_n(f(x_n) - f(x_{n-1})) - f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})} =$$

$$\frac{\cancel{f_n x_n} - f_{n-1}x_n - \cancel{f_n x_n} + f_n x_{n-1}}{f_n - f_{n-1}} = \frac{f_n x_{n-1} - f_{n-1} x_n}{f_n - f_{n-1}}$$

a więc się da. Otrzymany wzór ma mniej odejmowań i jest bezpieczniejszy przy miejscu zerowym (tj. gdy $x_n \sim x_{n-1}$ lub $f(x_n) \sim f(x_{n-1})$)