

zod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	-11	-12	suma
plt													
mod	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	0,5	11 (10 del.)

- (+) Udowodnij, że liczba sposobów, na jaki można podzielić $(n+2)$ -kąt wypukły na płaszczyźnie na rozłączne trójkąty za pomocą $n-1$ nieprzecinających się przekątnych jest równa n -tej liczbie Catalana.
- Określ liczbę drzew binarnych, zawierających n wierzchołków wewnętrznych. W drzewie binarnym każdy wierzchołek ma zero lub dwóch synów.
- Ile niekrzyżujących się uścisków dłoni może wykonać jednocześnie n par osób siedzących za okrągłym stołem?
- (+) Z macierzy $n \times n$ usuwamy część nad przekątną otrzymując macierz "schodkową". Na ile sposobów można ją podzielić na n prostokątów?
- Podaj funkcję tworzącą dla ciągu $(1, 3, 7, 15, 31, \dots)$.
- Niech k i m będą liczbami naturalnymi takimi, że $k \leq m$. Udowodnij, że $\sum_{i=k}^m \binom{i}{k} = \binom{m+1}{k+1}$.
- Wykaż, że dwie kolejne liczby Fibonacciego są względnie pierwsze. Wskazówka: Skorzystaj z algorytmu Euklidesa.
- Udowodnij indukcyjnie, że $NWD(F_m, F_n) = F_{NWD(m,n)}$.
- (a) Wykaż, że $F_{2n} = F_n(F_n + 2F_{n-1})$
(b) Podaj podobną zależność dla F_{2n+1} zawierającą liczby Fibonacciego o mniejszych indeksach.
- Niech $a, b \in \mathbb{Z}$. Pokaż, że $a^3 | b^2$ implikuje $a | b$.
- (-) Pokaż, że $n^5 - n$ jest podzielne przez 30 dla każdego naturalnego n .
- (-) Danych jest 12 różnych liczb dwucyfrowych. Wykaż, że wśród nich istnieją takie dwie, których różnica jest liczbą dwucyfrową o jednakowych cyfrach.

1. (+) Udowodnij, że liczba sposobów, na jaki można podzielić $(n + 2)$ -kąt wypukły na płaszczyźnie na rozłączne trójkąty za pomocą $n - 1$ nieprzecinających się przekątnych jest równa n -tej liczbie Catalana.

2. Określ liczbę drzew binarnych, zawierających n wierzchołków wewnętrznych. W drzewie binarnym każdy wierzchołek ma zero lub dwóch synów.

3. Ile niekrzyżujących się uścisków dłoni może wykonać jednocześnie n par osób siedzących za okrągłym stołem?

+4

9 November, 2023 00:10

4. (+) Z macierzy $n \times n$ usuwamy część nad przekątną otrzymując macierz "schodkową". Na ile sposobów można ją podzielić na n prostokątów?

5. Podaj funkcję tworzącą dla ciągu $(1, 3, 7, 15, 31, \dots)$.

6. Niech k i m będą liczbami naturalnymi takimi, że $k \leq m$. Udowodnij, że $\sum_{i=k}^m \binom{i}{k} = \binom{m+1}{k+1}$.

7. Wykaż, że dwie kolejne liczby Fibonacciego są względnie pierwsze.
Wskazówka: Skorzystaj z algorytmu Euklidesa.

8. Udowodnij indukcyjnie, że $NWD(F_m, F_n) = F_{NWD(m,n)}$.

9. (a) Wykaż, że $F_{2n} = F_n(F_n + 2F_{n-1})$
- (b) Podaj podobną zależność dla F_{2n+1} zawierającą liczby Fibonacciego o mniejszych indeksach.

10. Niech $a, b \in \mathbb{Z}$. Pokaż, że $a^3|b^2$ implikuje $a|b$.

11. (-) Pokaż, że $n^5 - n$ jest podzielne przez 30 dla każdego naturalnego n .

12. (-) Danych jest 12 różnych liczb dwucyfrowych. Wykaż, że wśród nich istnieją takie dwie, których różnica jest liczbą dwucyfrową o jednakowych cyfrach.