Travaux dirigés n° 2

Boucles

Exercice 1 (Premières boucles)

1°) Effectuez la trace d'exécution des algorithmes "*Algo1*" et "*Algo2*" suivants :

```
Algorithme Algo1
Déclarations
     Constantes
          n = 5
     Variables
          p, i, resultat : entier
Début
{1}      p ← 1
{2}      i ← n
{3}      TantQue i ≠ 0 Faire
{3.1}         p ← p * n
{3.2}         i ← i - 1
         FinTantQue
{4}      resultat ← p
Fin
```

```
Algorithme Algo2
Déclarations
     Constantes
          n = 5, x = 2
     Variables
          p, i, resultat : entier
Début
{1}      p ← 1
{2}      Pour i allant de 1 à n Faire
{2.1}         p ← p * x
         FinPour
{3}      resultat ← p
Fin
```

2°) Que se passe-t-il si $k < 0$? Si $k = 0$? Si $k = 1$?

3°) Écrivez un algorithme équivalent à l'algorithme "*Algo1*" en utilisant une boucle "pour".

4°) Écrivez un algorithme équivalent à l'algorithme "*Algo2*" en utilisant une boucle "tant que".

Exercice 2 (PGCD d'Euclide)

Écrivez l'algorithme d'Euclide du calcul du PGCD de deux entiers strictement positifs. Vous utiliserez trois variables a, b et r où a et b sont les deux entiers et r est le reste de la division de a par b.

Indications : cet algorithme consiste à calculer r qui est le reste de la division de a par b. On remplace ensuite a par b puis b par r. On recommence l'opération jusqu'à ce que r soit égal à 0. Le PGCD est alors égal à b.

Exercice 3 (Représentation binaire d'un entier naturel)
On désire obtenir la représentation binaire d'un entier naturel saisi par l'utilisateur.

1°) Rappelez la méthode sur un exemple.

2°) On note a_i le i-ième terme de la représentation binaire, c'est-à-dire le coefficient de 2^i. Écrivez un algorithme qui calcule les a_i et les affiche au fur et à mesure :

a) avec un nombre de bits fixé à l'avance, par exemple 8 ou 16 ;

b) avec uniquement le nombre de bits nécessaires, c'est-à-dire sans afficher les 0 non significatifs.

Exercice 4 (Puissance)
1°) Écrivez un algorithme qui calcule x^n (n positif ou négatif).

2°) Combien de multiplications demande l'exécution de cet algorithme ?

3°) Proposez un algorithme calculant x^{10} en 4 multiplications.

Exercice 5 (Suite de Syracuse)
On considère la suite de Syracuse, définie par la donnée :
$S_0 \in \mathbb{N}^*$
et par la relation de récurrence :
$S_{n+1} = S_n/2$ si S_n est pair ;
$S_{n+1} = 3S_n + 1$ si S_n est impair.

1°) Écrivez un algorithme qui saisit S_0 et affiche les termes de la suite de Syracuse jusqu'à S_{10}.

2°) Modifiez l'algorithme de sorte à afficher tous les termes jusqu'à rencontrer la valeur 1 pour la première fois.

3°) Modifiez l'algorithme de sorte à afficher les statistiques suivantes sur la suite de Syracuse générée : le terme minimum, le terme maximum, le nombre de termes et la moyenne des termes.

Exercice 6 (Au carré)
La somme des n premiers nombres impairs est égale au carré de n.

Exemple : pour $n = 3$, $S = 1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

1°) Écrivez un algorithme qui saisit n ($n > 0$) et calcule n^2 en utilisant cette propriété.

2°) Que se passe-t-il si $n = 0$? Et si $n < 0$? Modifiez votre algorithme pour gérer ces cas.