INFO0101

INTRODUCTION À L'ALGORITHMIQUE ET À LA PROGRAMMATION

COURS 4

TABLEAUX

Pierre Delisle, Cyril Rabat, Christophe Jaillet, Jessica Jonquet et François Alin
Département de Mathématiques et Informatique
Octobre 2019

Plan de la séance

- Tableaux
  - Définition
  - Accès
  - Algorithmes
- Les tableaux en Java
- Algorithmique et tableaux
  - Recherche
  - Tri

Problème : trouver le maximum entre 4 (en général n) nombres

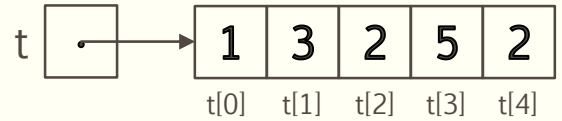
```
Algorithme Max4
Déclarations
        Variables locales
                a, b, c, d, max : entier
Début
        a ← lire()        //idem pour b, c, d
        max ← a
        Si b > max Alors
                max ← b
        FinSi
        Si c > max Alors
                max ← c
        FinSi
        Si d > max Alors
              max ← d
        FinSi
        écrire(max)
Fin
```

Remarques

- Dans cet algorithme
  - On recommence plusieurs fois le même test
  - Mais on ne peut pas utiliser de boucle
  - Car les tests portent sur des variables différentes
- Solution
  - On créé une structure commune pour l'ensemble des variables et on en numérote chaque composant
  - Cette structure est appelée un *tableau*. Tout élément de la structure est une variable qui est accessible par son *indice*

Tableau

- Un tableau (ou vecteur) est une suite d'éléments de même type, stockés dans des blocs de mémoire contigus, et désignés sous un nom commun
- t :
  - tableau d'entiers initialisé à 1, 3, 2, 5, 2



- Les cases d'un tableau sont numérotées
  - À partir de 0
  - Jusqu'à n – 1 (n désignant la taille du tableau)
- On peut accéder dans un ordre quelconque à n'importe quel élément : accès direct
- t[1] a pour valeur 3
- t[4] a pour valeur 2
- t[-4] n'est pas défini, de même que t[5]
- t[i] donne l'accès (la valeur) au (i+1)-ième élément du tableau
- Il est possible d'affecter une valeur à t[i]
  - t[3] = 0

Déclaration, allocation et affectation

- Déclaration d'un tableau
  - t : tableau de <type primitif>
- On doit toujours préciser la taille d'un tableau et l'allouer avant de lire ou écrire dedans
  - t ← allouer(10)
- La fonction *allouer* réserve le nombre de cases passé en paramètre et retourne une référence sur le tableau ainsi créé
  - Si t référençait un autre tableau avant l'appel, cette référence est perdue
- Important : l'affectation d'une variable tableau à une autre affecte la référence du tableau, elle ne copie pas le tableau
  - Si on veut copier le contenu d'un tableau dans un autre, il faut copier les éléments un par un

Retour sur l'algorithme max4

- Exemple 1
  - Avec un tableau, on peut contenir tous les nombres dans une seule structure
  - On utilise une seule variable : seul l'indice de l'élément du tableau varie
- Exemple 2
  - Comment améliorer l'algorithme ?
  - État de la mémoire durant l'exécution

Parcours d'un tableau

- La méthode de parcours la plus simple consiste à parcourir le tableau dans l'ordre croissant de ses indices : accès séquentiel
  - Boucle Pour allant de 0 à taille(t) - 1
- Exemple 3 : Procédure afficherTab

Recherche séquentielle dans un tableau

- Principe : on parcourt le tableau jusqu'à ce que l'une des deux propriétés soit vraie :
  - L'élément courant est la valeur recherchée
  - Le tableau a été entièrement parcouru

- Si t = {9, 2, 5, 7, 3}
  - rechercher(t, 7) vaudra 3
  - rechercher(t, 9) vaudra 0
  - rechercher(t, 8) vaudra -1 (convention)

- On recherche la valeur v dans le tableau
- Si v est dans le tableau
  - résultat : l'indice où est stocké v
- Si v ne figure pas dans le tableau
  - résultat = -1 (convention)

- Exemple 4
  - Fonction rechercher qui effectue la recherche séquentielle dans un tableau passé en paramètre

Passage de tableau en paramètre et en retour de fonction

Passage en paramètre

- Pas de recopie du tableau
- Seule la référence du tableau est passée en paramètre
  - Les modifications d'un tableau à l'intérieur d'une fonction/procédure sont permanents
- Exemple 5 : échange de 2 éléments d'un tableau
  - État mémoire

Retour

- Seule la référence du tableau est retournée au programme appelant
- Le tableau sera généralement déclaré, alloué et initialisé dans la fonction
- Si un tableau est passé en paramètre et modifié, on n'a pas à le retourner
- Exemple 6 : Création d'un tableau inversé

LES TABLEAUX EN JAVA

Les tableaux en Java

- Occupent une position intermédiaire entre les données *primitives* (entiers, …) et les *objets*
- À tout type de valeurs correspond un type de tableaux, obtenu en suffixant [ ] à son nom
- Exemples
  - int [ ] déclare un tableau d'entiers
  - boolean [ ] déclare un tableau de booléens
- Déclaration d'un tableau

```
type_des_valeurs [ ] nom_du_tableau;
```

- Exemple

```
int [ ] t;
```

Création de tableau en Java

- Important : La création d'un tableau en Java se fait en 2 étapes
  - Déclaration du tableau
  - Allocation du tableau
- Déclaration d'un tableau t d'entiers

```
int [ ] t;
```

- Aucun objet n'est créé : une référence de nom t est créée pour désigner le tableau
- Pour créer le tableau, il faut utiliser l'opérateur new, qui alloue le tableau et retourne une référence vers celui-ci

```
t = new int [10];
```

- Une fois le tableau déclaré et alloué, il est nécessaire d'initialiser ce tableau

```
t[0] = 8;
t[1] = 5;
...
t[9] = 3;
```

- On peut regrouper les étapes de déclaration, d'allocation et d'initialisation

```
boolean [] tab;          //déclaration sans allocation
int [] u = new int [3];  //déclaration et allocation
int [] v = {1, 3, 2};    //déclaration, allocation et initialisation
                         //équivalent à int [] v; v= new int[3];
                         //v[0]=1; v[1]=3; v[2]=2;
```

Utilisation des tableaux en Java

- La taille d'un tableau (le nombre d'éléments) est fixée lors de sa création et ne peut être modifiée ultérieurement (en principe !)
  - Obtention de la taille par l'appel au champ *length*
- Les tableaux sont indexés à partir de 0
  - Le dernier élément du tableau t est donc accessible en position t.length - 1

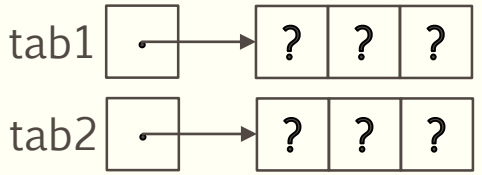
```
int []  t = {1, 3, 2};
System.out.println ("Longueur de t : " + t.length);
```

Les tableaux et les fonctions en Java

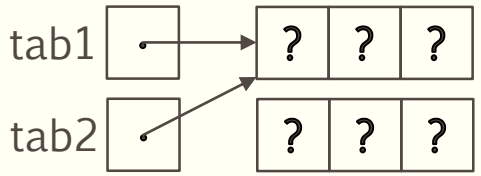
- Une fonction en Java reçoit une copie de la valeur des paramètres qui lui sont transmis
  - On parle de passage des paramètres par *valeur*
  - Ces paramètres se comportent comme des variables locales
- La zone mémoire associée à une variable d'un type de base contient la valeur de la variable
- Si un paramètre est d'un type de base, la modification de sa valeur n'a de portée qu'à l'intérieur du corps de la fonction

- Les tableaux en Java sont considérés comme des *objets*
- Comme pour tous les objets, les variables associées à des tableaux ne contiennent pas directement les valeurs du tableau, mais une référence vers les éléments du tableau

```
int []  tab1 = new int [3];
int []  tab2 = new int [3];
```




```
tab2 = tab1;
```

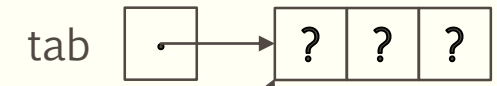


Les tableaux et les fonctions en Java

- Comme pour les données primitives, quand un tableau est transmis à une fonction, la fonction reçoit une copie de la valeur du paramètre
- Pour les tableaux, la fonction reçoit donc une *copie de la référence du tableau*
  - Et non une copie de chaque valeur du tableau
- Si un paramètre est un tableau, on peut alors modifier le contenu de ce tableau

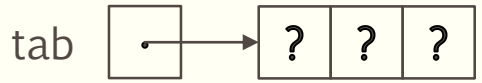
```
int [] tab;
tab = new int [3];
remplirTab(tab);
```

État de la mémoire à l'appel de la procédure



Mémoire locale à la fonction remplissage

Après l'appel de la procédure



Exercices – Feuille TD # 4

ALGORITHMES SUR LES TABLEAUX

Recherche, tri

Rappel : Recherche séquentielle dans un tableau

- Principe : on parcourt le tableau jusqu'à ce qu'une des deux propriétés soit vraie :
  - L'élément courant est la valeur recherchée
  - Le tableau a été entièrement parcouru
- Si t = {9, 2, 5, 7, 3}
  - rechercher(t, 7) vaudra 3
  - rechercher(t, 9) vaudra 0
  - rechercher(t, 8) vaudra -1 (convention)

- On recherche la valeur v dans le tableau
- Si v est dans le tableau
  - résultat : l'indice où est stocké v
- Si v ne figure pas dans le tableau
  - résultat = -1 (convention)
- Observation : si v ne figure pas dans le tableau, il faudra parcourir tout le tableau pour s'en rendre compte

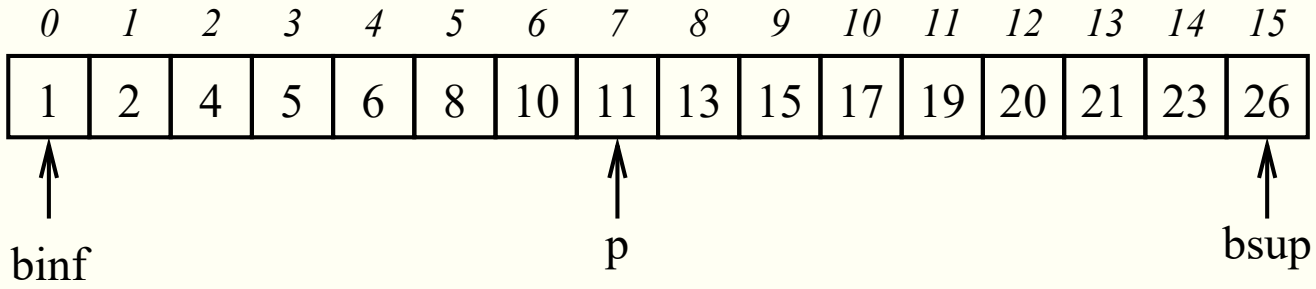
Recherche dans un tableau trié

- Un tableau t[0..n-1] est trié par ordre croissant si
  - Pour i, j ∈ [0,n-1] tels que i < j < n, t[i] < t[j]
- Si le tableau est trié, il est possible d'améliorer la recherche séquentielle d'un élément
  - On recherche v dans un tableau trié t[0..n-1] :
  - Si v ∉ t[0..i] et t[i] > v, inutile de parcourir le reste du tableau
- Exemple 7 : Fonction rechercheTriée
- Évaluation du coût de la recherche pour la première solution (tableau non trié)
  - Si v ∈ t[0..n-1], on réalise en moyenne n/2 accès au tableau
  - Sinon, n accès dans tous les cas
- Évaluation du coût de la recherche pour la deuxième solution (tableau trié)
  - Si v ∈ t[0..n-1], on réalise en moyenne n/2 accès au tableau
  - Sinon, n accès dans le pire des cas (v est un majorant du tableau t)

Recherche dichotomique

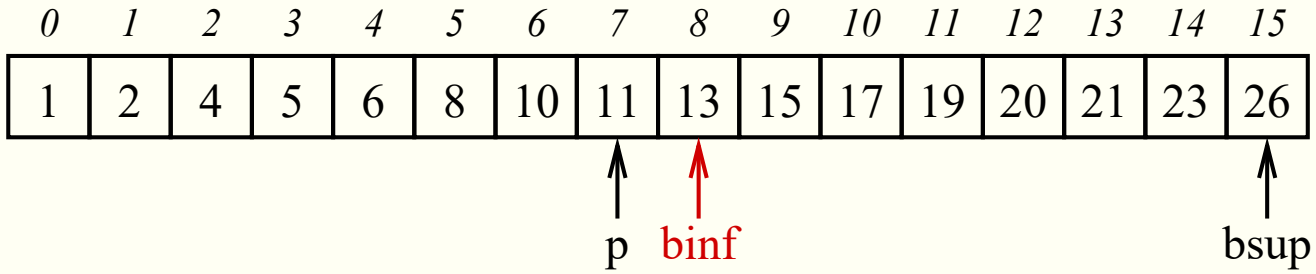
- Principe
  - On considère un élément pivot du tableau : p
- On compare t[p] à v, 3 cas sont possibles
  - t[p] = v → l'algorithme termine
  - t[p] > v → ce qui signifie que v ∉ t[p+1..n-1]
  - t[p] < v → ce qui signifie que v ∉ t[0..p-1]
- Le principe est appliqué à nouveau sur la partie du tableau qui peut contenir v
  - Arrêt : trouvé ou borneInf > borneSup

Exemple d'exécution 1



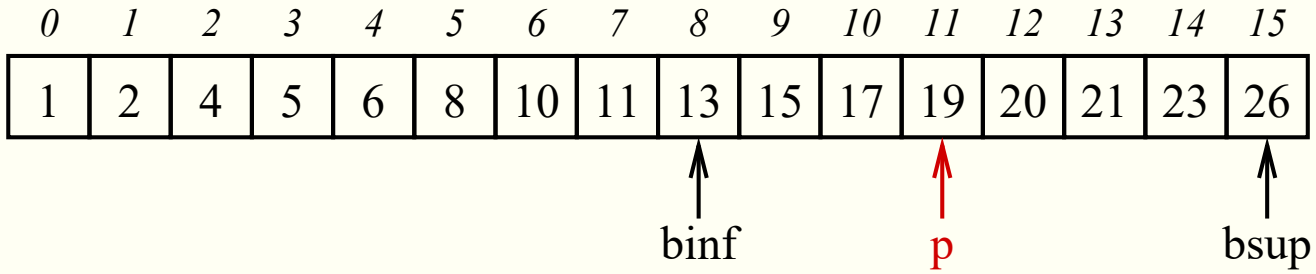
- Valeur recherchée : 20 (ici, présente)
- Au début :
  - binf = 0 et bsup = 15
  - p = (binf + bsup) / 2 = 7

Exemple d'exécution 1



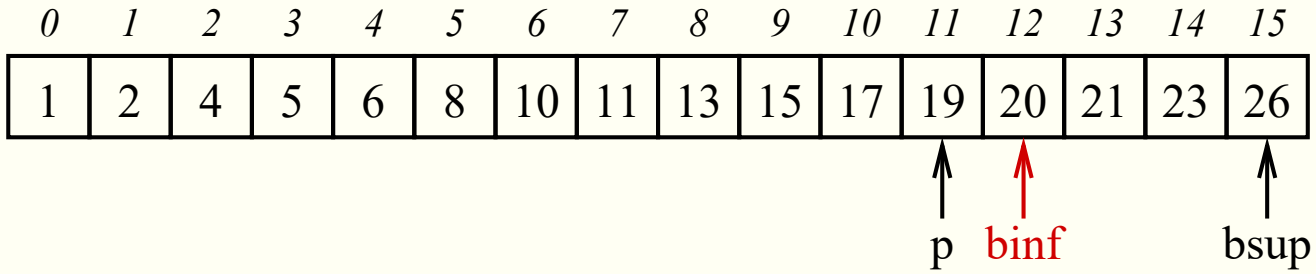
- t[p] = 11 : ce n'est pas la valeur recherchée
  - Mise-à-jour de l'intervalle de recherche
- t[p] < 20 : décalage de binf
  - binf = p + 1

Exemple d'exécution 1



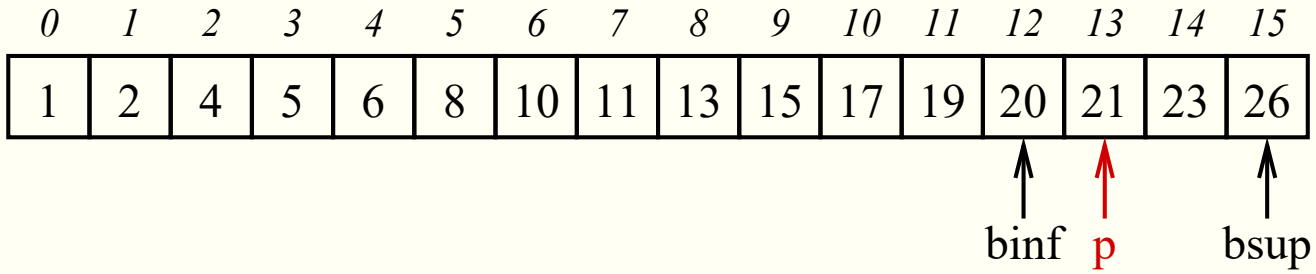
- L'intervalle de recherche est maintenant :
  - binf = 8
  - bsup = 15
  - p = (binf + bsup) / 2 = 11

Exemple d'exécution 1



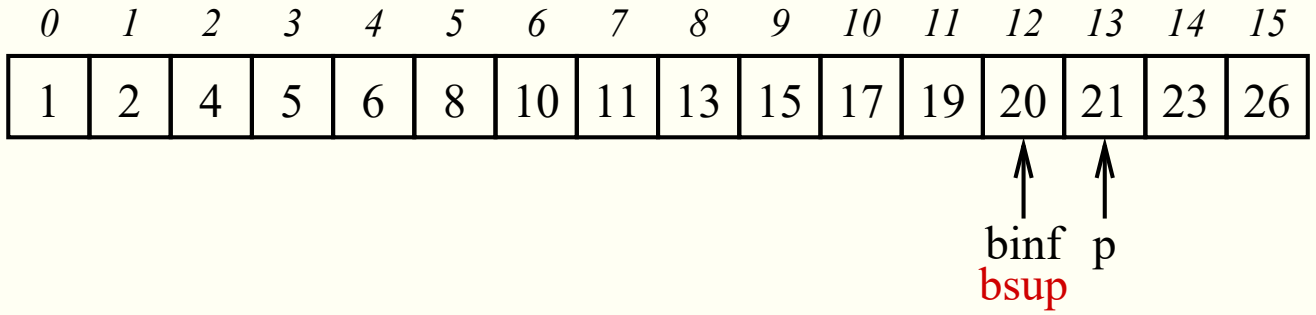
- t[p] = 19 : ce n'est pas la valeur recherchée
  - Mise-à-jour de l'intervalle de recherche
- t[p] < 20 : décalage de binf
  - binf = p + 1

Exemple d'exécution 1



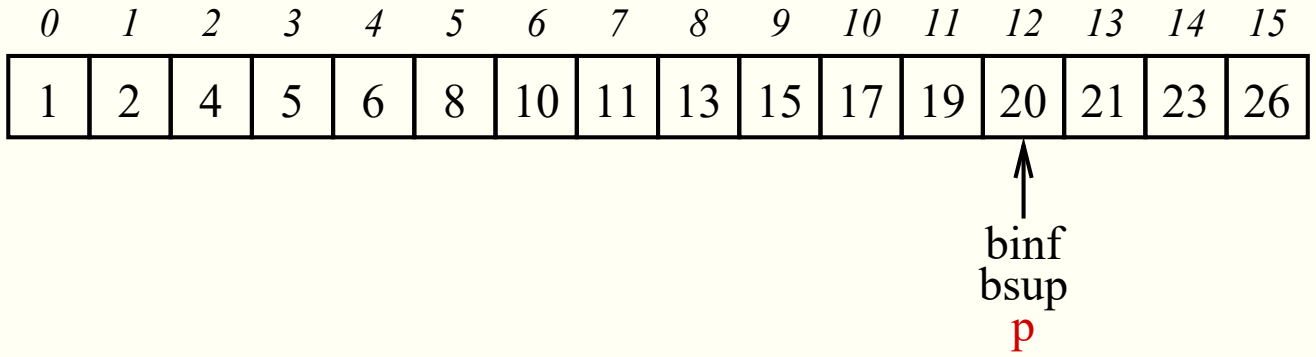
- L'intervalle de recherche est maintenant :
  - binf = 12
  - bsup = 15
  - p = (binf + bsup) / 2 = 13

Exemple d'exécution 1



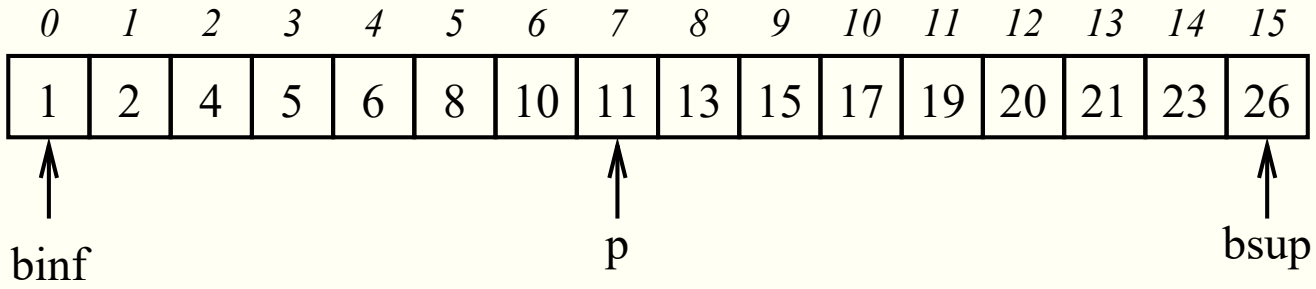
- t[p] = 21 : ce n'est pas la valeur recherchée
  - Mise-à-jour de l'intervalle de recherche
- t[p] = 21 > 20 : décalage de bsup
  - bsup = p - 1

Exemple d'exécution 1



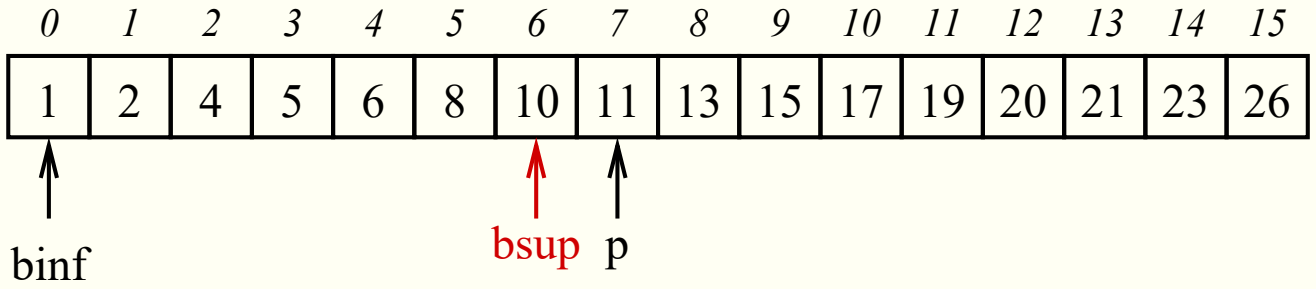
- L'intervalle de recherche est maintenant :
  - binf = bsup = 12
  - p = (binf + bsup) / 2 = 12
- t[p] = 20 : valeur trouvée
  - L'algorithme est terminé

Exemple d'exécution 2



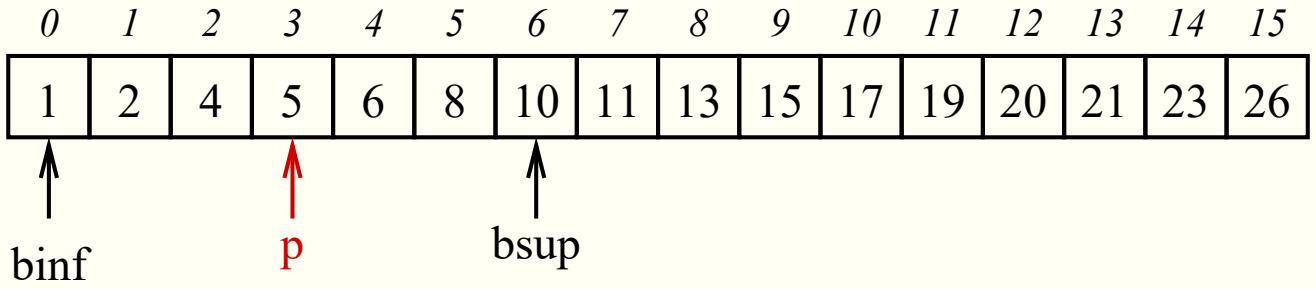
- Valeur recherchée : 7 (ici, non présente)
- Au début :
  - binf = 0
  - bsup = 15
  - p = (binf + bsup) / 2 = 7

Exemple d'exécution 2



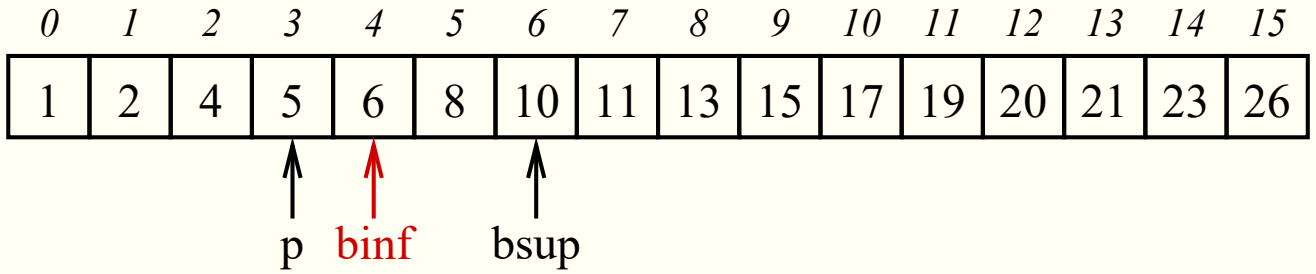
- t[p] = 11 : ce n'est pas la valeur recherchée
  - Mise-à-jour de l'intervalle de recherche
- t[p] > 7 : décalage de bsup
  - bsup = p - 1

Exemple d'exécution 2



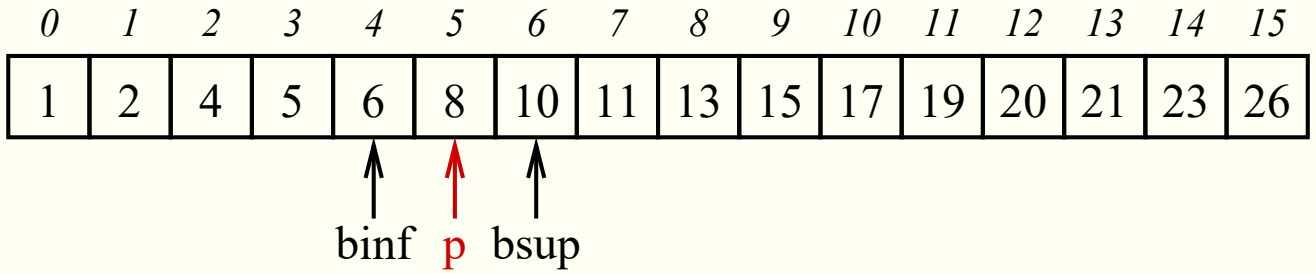
- L'intervalle de recherche est maintenant :
  - binf = 0
  - bsup = 6
  - p = (binf + bsup) / 2 = 3

Exemple d'exécution 2



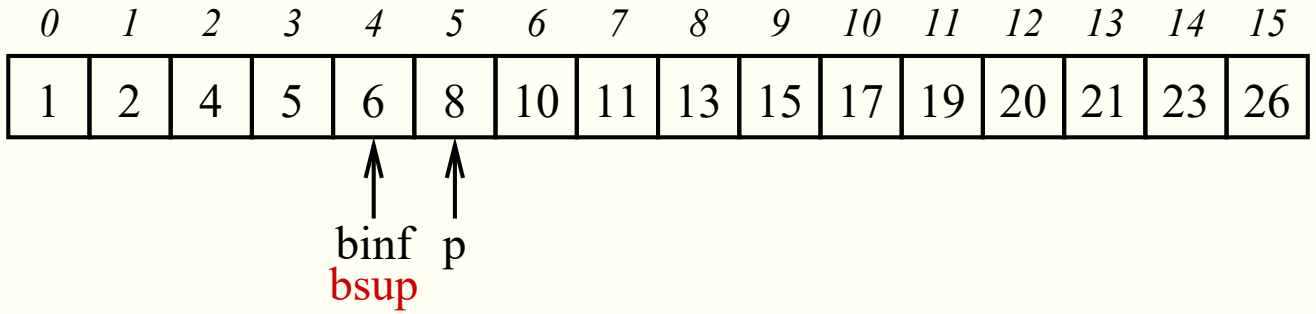
- t[p] = 5 : ce n'est pas la valeur recherchée
  - Mise-à-jour de l'intervalle de recherche
- t[p] < 7 : décalage de binf
  - binf = p + 1

Exemple d'exécution 2



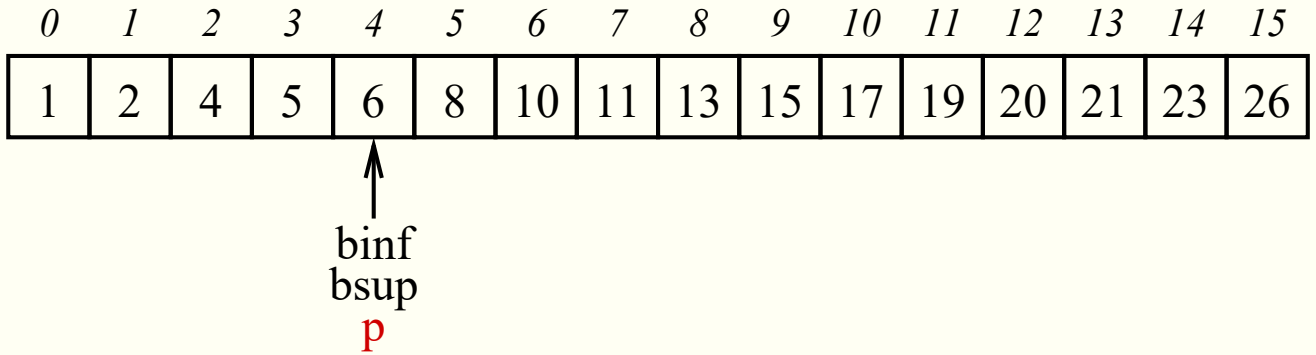
- L'intervalle de recherche est maintenant :
  - binf = 4
  - bsup = 6
  - p = (binf + bsup) / 2 = 5

Exemple d'exécution 2



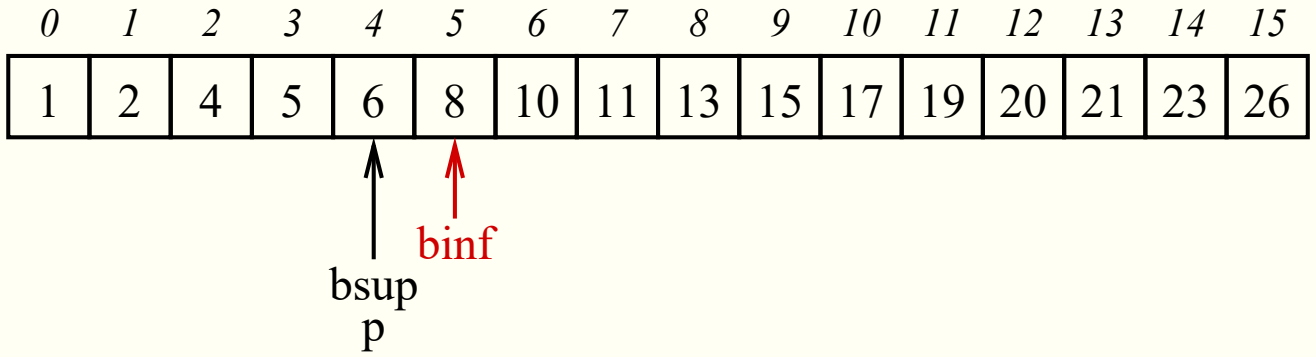
- t[p] = 8 : ce n'est pas la valeur recherchée
  - Mise-à-jour de l'intervalle de recherche
- t[p] > 7 : décalage de bsup
  - bsup = p - 1

Exemple d'exécution 2



- L'intervalle de recherche est maintenant :
  - binf = 4
  - bsup = 4
  - p = (binf + bsup) / 2 = 4

Exemple d'exécution 2



- t[p] = 6 : ce n'est pas la valeur recherchée
  - Mise-à-jour de l'intervalle de recherche
- t[p] < 7 : décalage de binf
  - binf = p + 1
- binf > bsup : valeur non trouvée !
- Exemple 8 : Fonction rechercheDichotomique

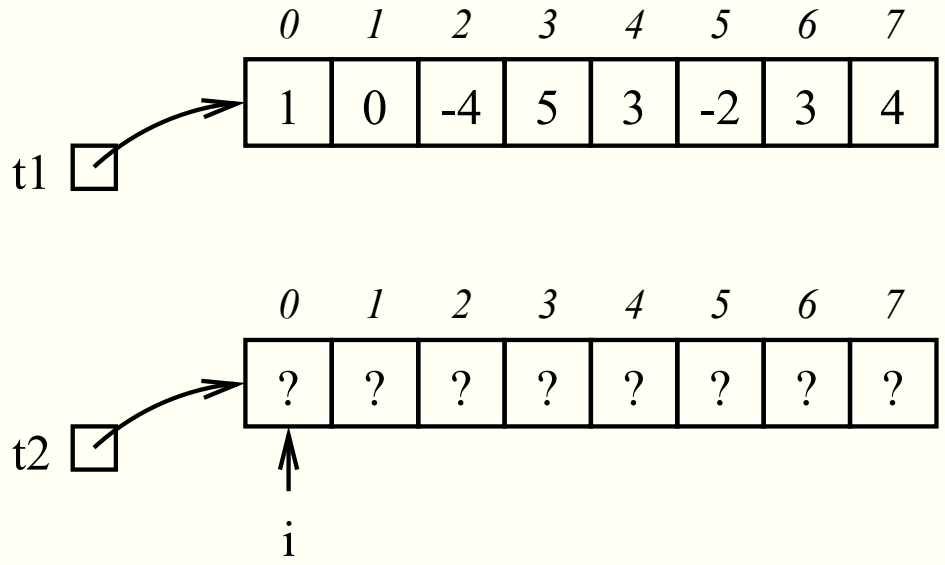
Coût de la recherche dichotomique

- Sensiblement inférieur à celui des 2 algorithmes de recherche précédents
- On élimine, à chaque étape, la moitié du tableau
- On utilise au mieux les deux aspects suivants
  - Le fait que le tableau soit trié
  - L'accès direct offert par les tableaux
- Dans le pire des cas, la recherche d'une valeur dans un tableau de taille n nécessite $\log n$ accès

Tri d'un tableau

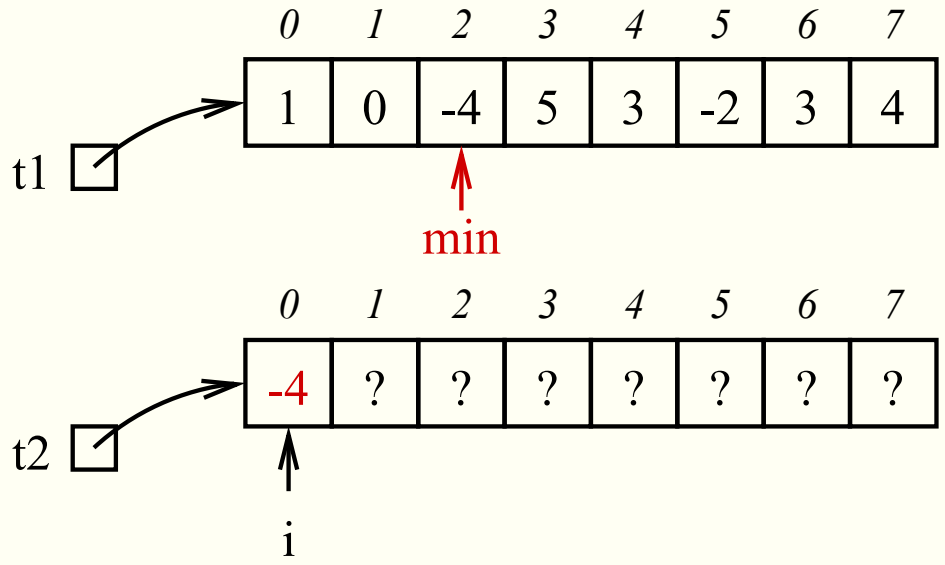
- Il existe plusieurs méthodes de tri d'efficacités différentes
- Le choix d'une méthode plutôt qu'une autre dépend de plusieurs critères
  - Temps d'exécution dans le meilleur des cas
  - Temps d'exécution dans le pire des cas
  - Temps d'exécution moyen
  - Espace mémoire nécessaire
- Tri par sélection
  - Rechercher le minimum du tableau à trier
  - Placer le minimum au début d'un nouveau tableau
  - Remplacer cet élément par un majorant du tableau
  - Répéter ces trois étapes pour tous les éléments restants

Tri par sélection : exemple



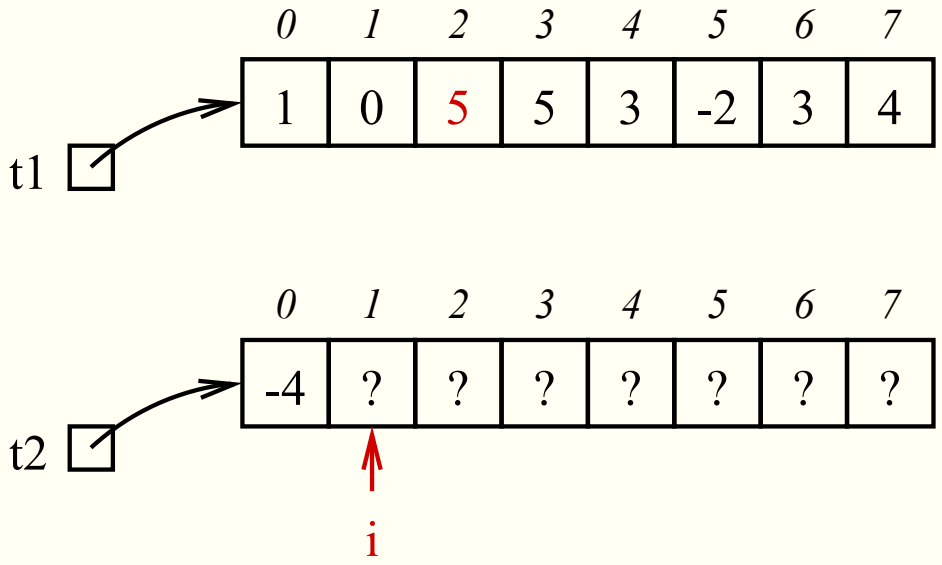
- Tableau à trier : t1
- Tableau résultat : t2

Tri par sélection : exemple



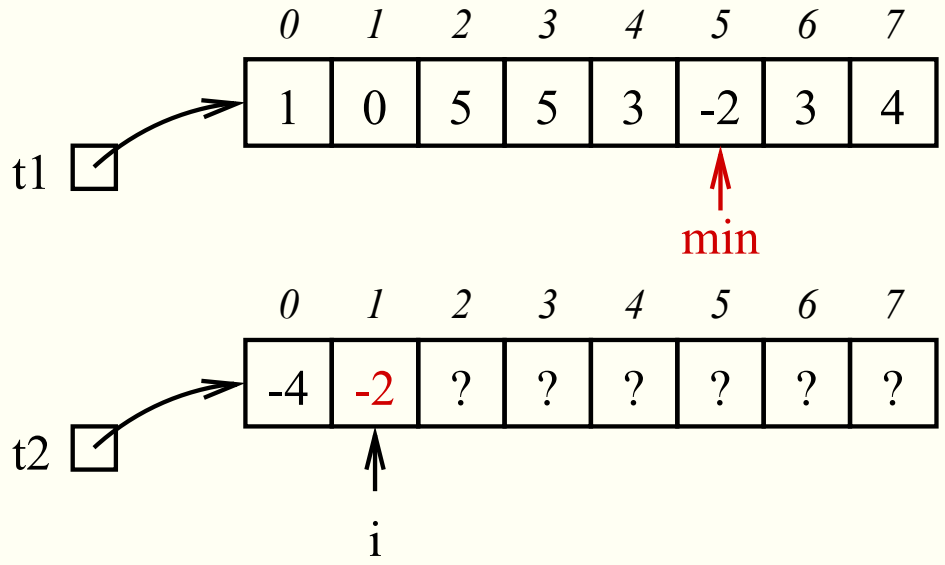
- Recherche de l'indice de la case contenant le minimum : indice = 2
- Minimum placé dans le tableau résultat

Tri par sélection : exemple



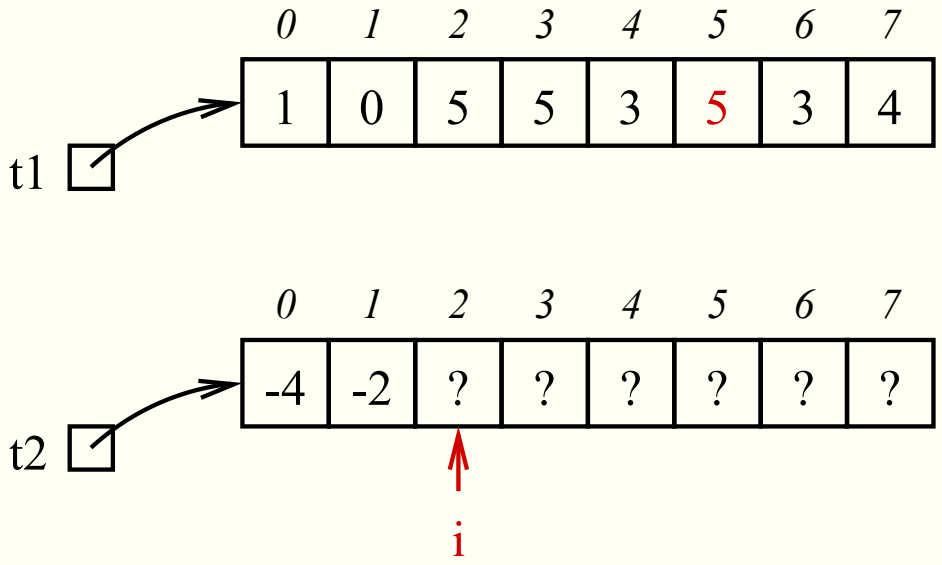
- Remplacement de la valeur minimale par la valeur maximale
- Déplacement de l'indice dans le tableau résultat

Tri par sélection : exemple



- Recherche de l'indice de la case contenant le minimum : indice = 5
- Minimum placé dans le tableau résultat

Tri par sélection : exemple

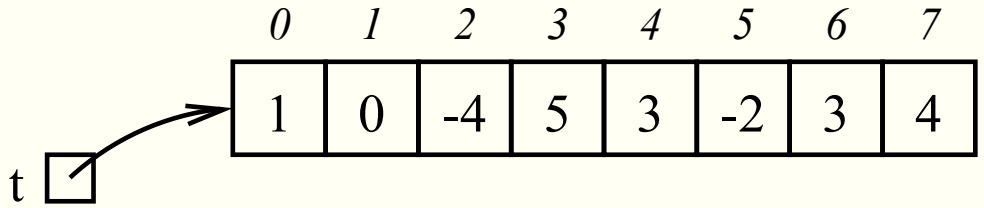


- Remplacement de la valeur minimale par la valeur maximale
- Déplacement de l'indice dans le tableau résultat, etc.
- Exemple 9 : Procédure triSélection

Tri par sélection/échange - remarques

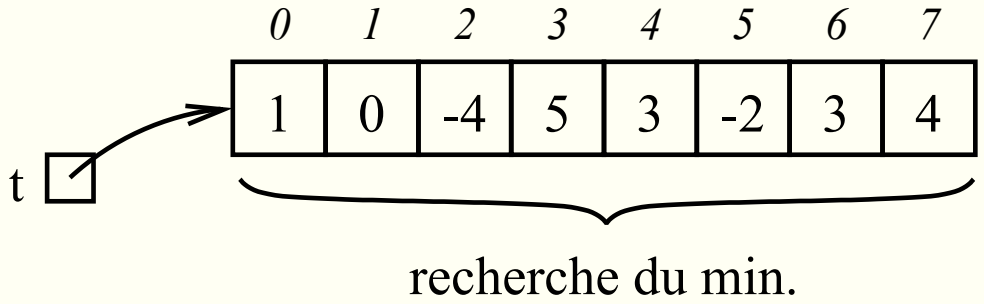
- Le tableau trié est contenu dans le tableau t2
  - Il est possible de n'utiliser qu'un seul tableau
- Il suffit alors d'inverser deux éléments du tableau
  - La valeur minimum et la valeur à la position i (au ième tour)
  - La recherche du minimum s'effectue sur la partie non triée du tableau, c'est-à-dire sur t[i..n-1]

Tri par sélection/échange : exemple



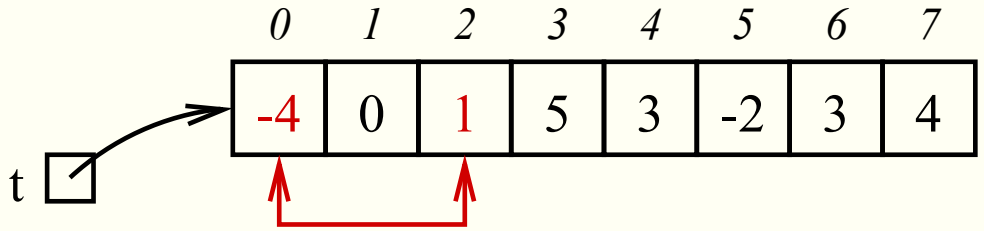
- Tableau à trier : t

Tri par sélection/échange : exemple



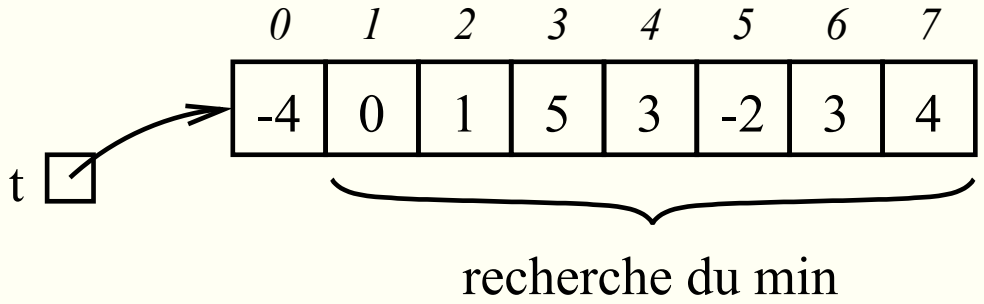
- Recherche de l'indice du minimum
  - Indice = 2

Tri par sélection/échange : exemple



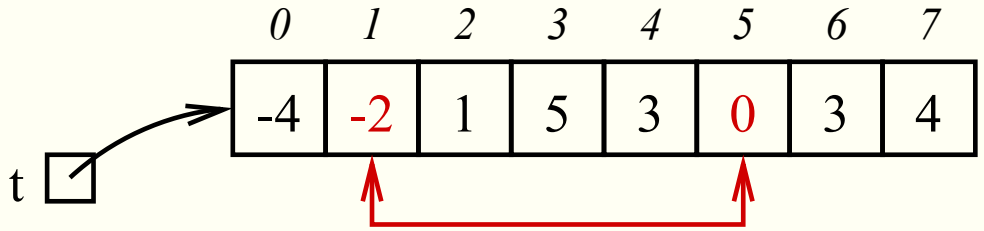
- Échange des valeurs des deux cases

Tri par sélection/échange : exemple



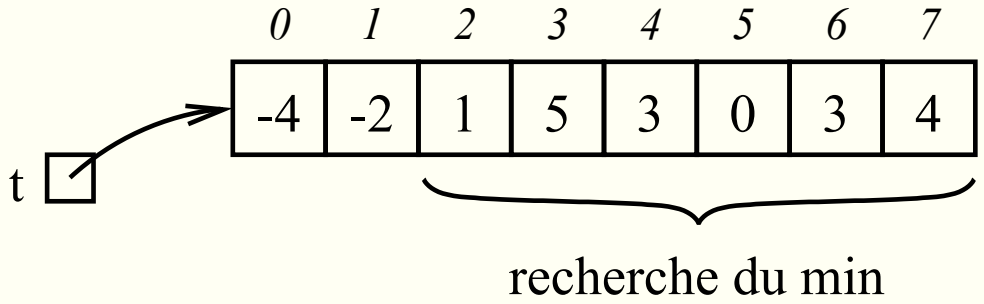
- Recherche de l'indice du minimum
  - Indice = 5

Tri par sélection/échange : exemple



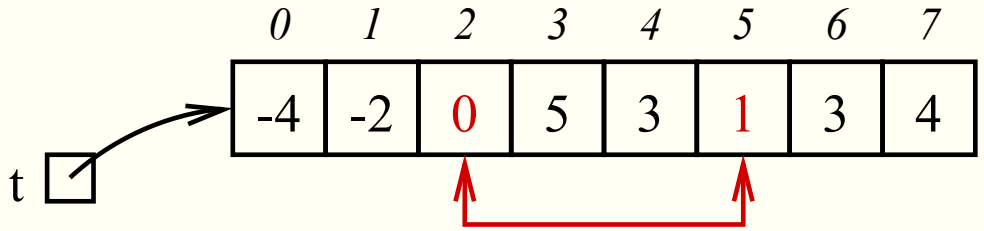
- Échange des valeurs des deux cases

Tri par sélection/échange : exemple



- Recherche de l'indice du minimum
  - Indice = 5

Tri par sélection/échange : exemple



- Échange des valeurs des deux cases
- etc.
- Exemple 10 : Procédure triSélectionEchange

PROCHAIN COURS :

CHAÎNES DE CARACTÈRES