Universidad Autónoma de Guerrero

UAGRO

Actividad 2. Operaciones con vectores.

Alumno: Andrés Nares Monroy
Asignatura: Geometría Analítica
Carrera: Ingeniería en Computación

1)Actividad 3 - Verifica las propiedades S2 y S3

$$(\overline{a}+\overline{b})+\overline{c}=\overline{a}+(\overline{b}+\overline{c})$$

Sean los vectores $\overline{a}=(a_1,a_2),\overline{b}=(b_1,b_2),\overline{c}=(c_1,c_2)$, entonces se tiene la igualdad $((a_1,a_2)+(b_1,b_2))+(c_1,c_2)=(a_1,a_2)+((b_1,b_2)+(c_1,c_2))$, entonces $(a_1+b_1,a_2+b_2)+(c_1,c_2)=(a_1,a_2)+((b_1+c_1,b_2+c_2))$, entonces $(a_1+b_1+c_1,a_2+b_2+c_2)=(a_1+b_1+c_1,a_2+b_2+c_2)$. Por lo tanto se cumple la propiedad asociativa en vectores.

$$\overline{a}+\overline{b}=\overline{b}+\overline{a}$$

Sean los vectores $\overline{a}=(a_1,a_2),\overline{b}=(b_1,b_2)$, entonces se tiene la igualdad $(a_1,a_2)+(b_1,b_2)=(b_1,b_2)+(a_1,a_2)$, entonces $(a_1+b_1,a_2+b_2)=(b_1+a_1,b_2+a_2)$. Por propiedad conmutativa de números reales se tiene $a+b=b+a$ para todo $a,b\in\mathbb{R}$. Por lo tanto se cumple la propiedad conmutativa en vectores.

2) Actividad 4 - Que representan sus diagonales para el polígono

La intersección de las diagonales representa la suma de los vectores. El segmento que une el vértice de inicio con el vértice de las diagonales representa la longitud de de ambos vectores sumados.

2) Utilizando conocimientos anteriores demuestre lo sig.

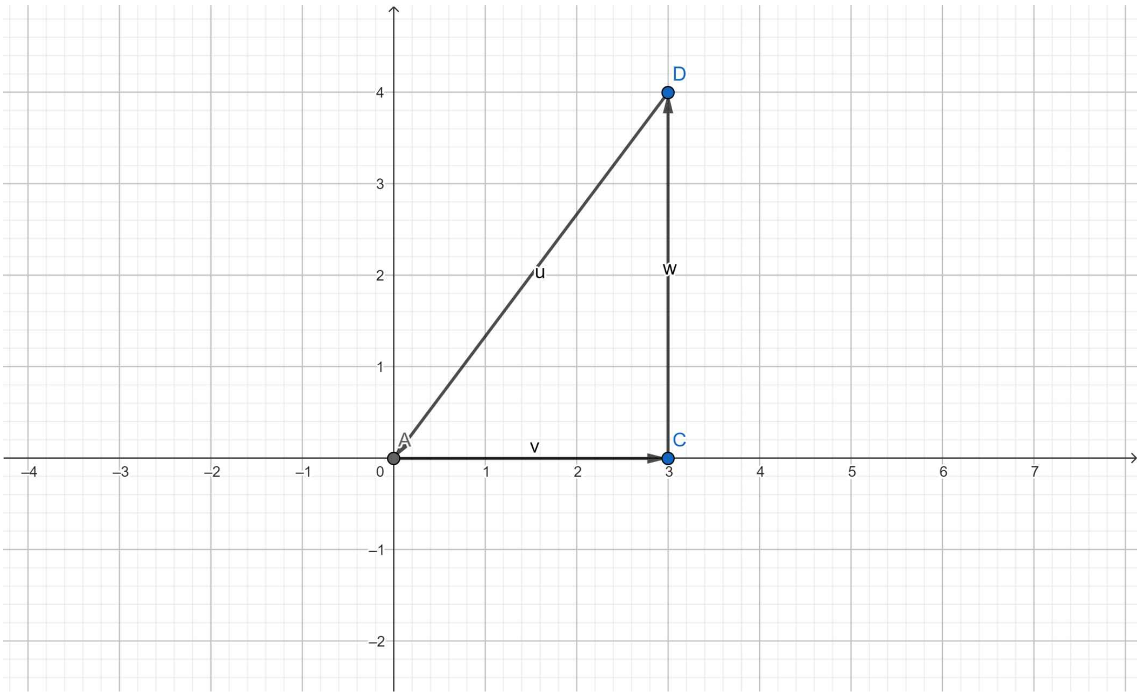
$$\overline{a}+\overline{b}=\overline{c}\leftrightarrow\overline{a}=\overline{c}-\overline{b}$$

Sea la representación gráfica anterior se tiene la igualdad $\overline{a}+\overline{b}=\overline{c}$, entonces por existencia y unicidad de un vector se tiene $-\overline{c}+\overline{c}=-\overline{a}-\overline{b}=\overline{a}+\overline{b}$, entonces $-\overline{a}=-\overline{c}+\overline{b}$, entonces $\overline{a}=\overline{c}-\overline{b}$.

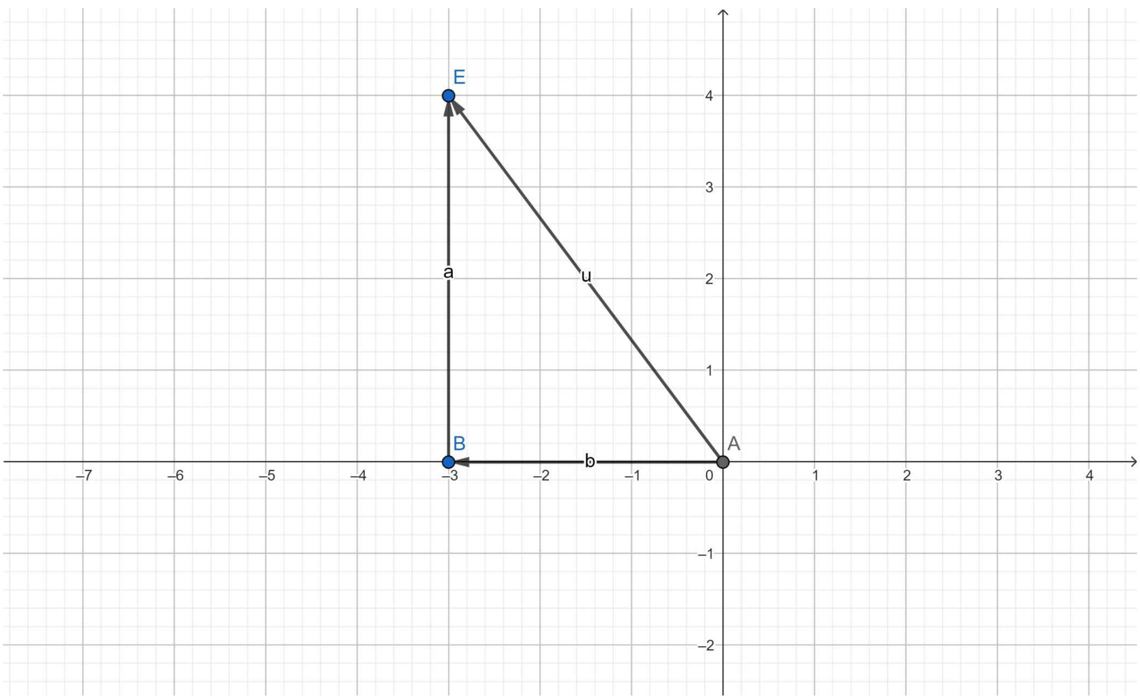
Sea $\overline{a}=\overline{c}-\overline{b}$, entonces por igualdad en una ecuación se tiene $\overline{a}+\overline{b}=\overline{c}-\overline{b}+\overline{b}$. Por lo tanto $\overline{a}+\overline{b}=\overline{c}\leftrightarrow\overline{a}=\overline{c}-\overline{b}$.

3) Los vectores a y b satisfacen: $|\overline{a}|=4,|\overline{b}|=3,(a\angle b)=\dfrac{\pi}{2}$.

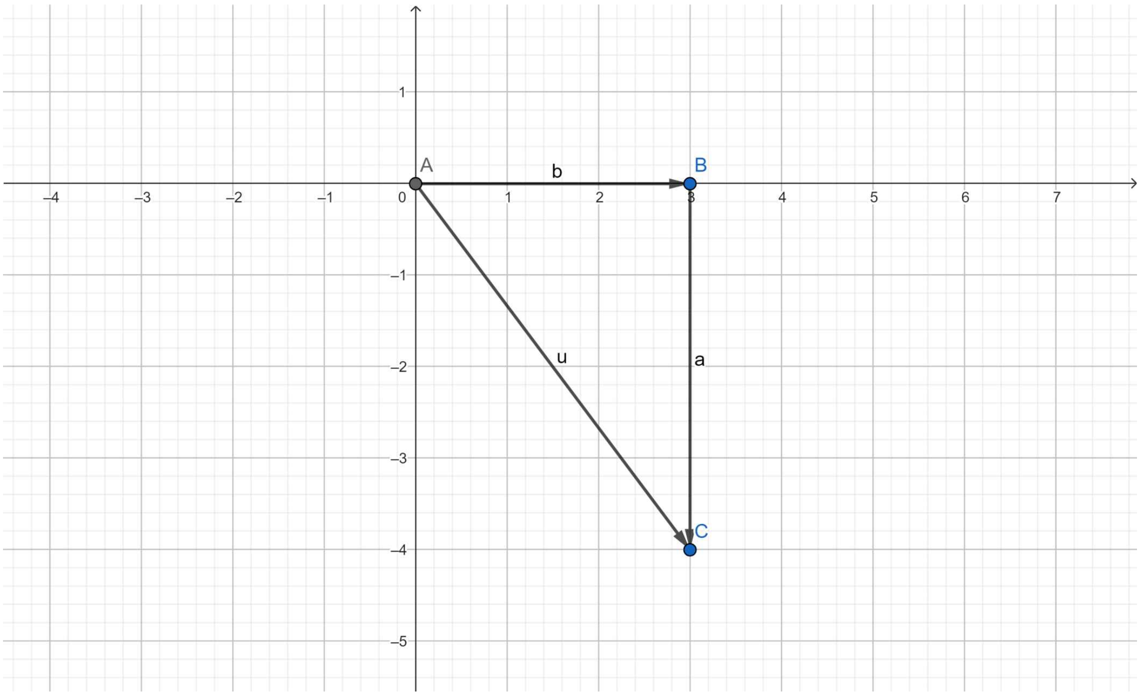
a+b



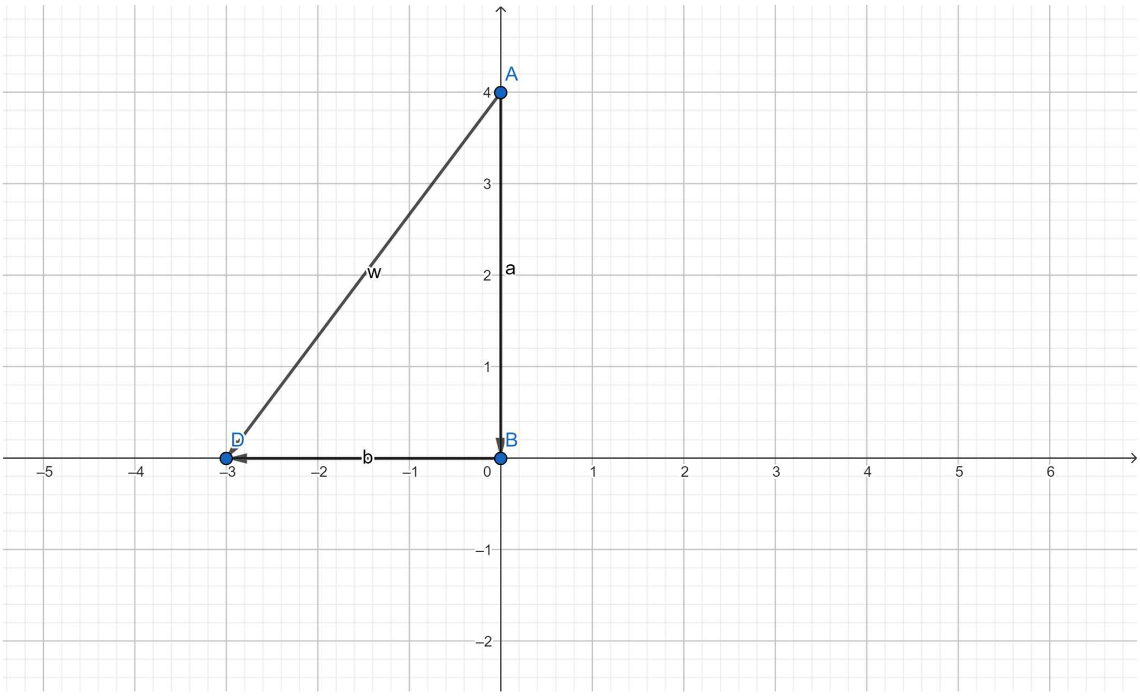
a-b



-a+b

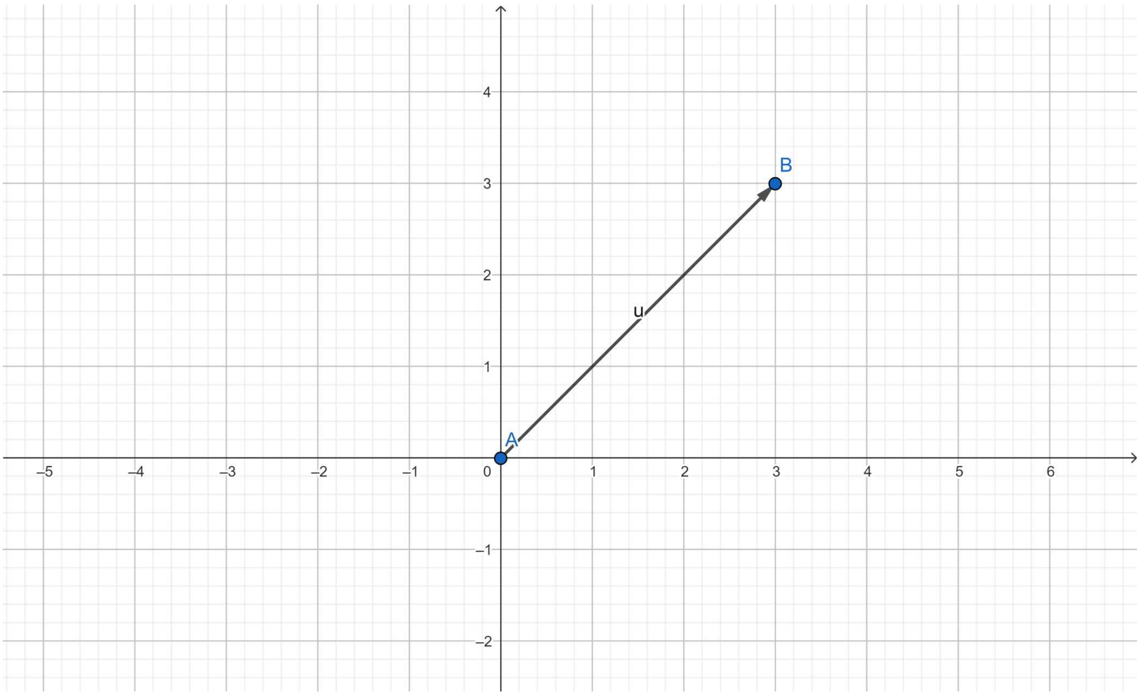


-a-b

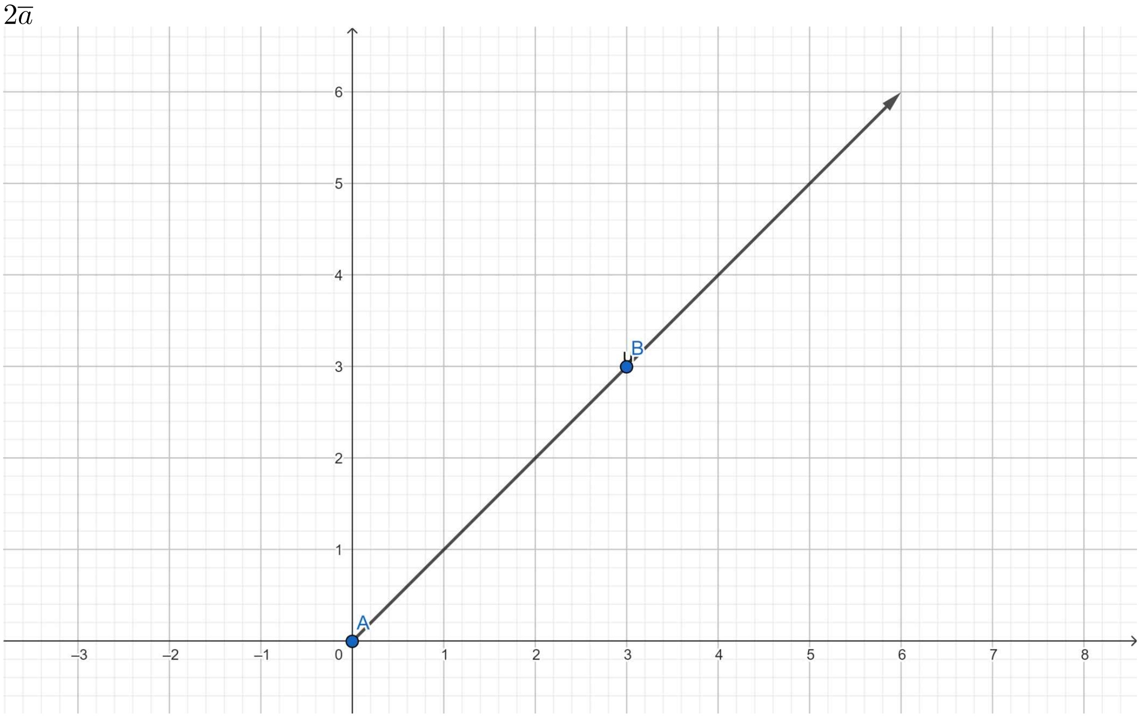


Actividad V

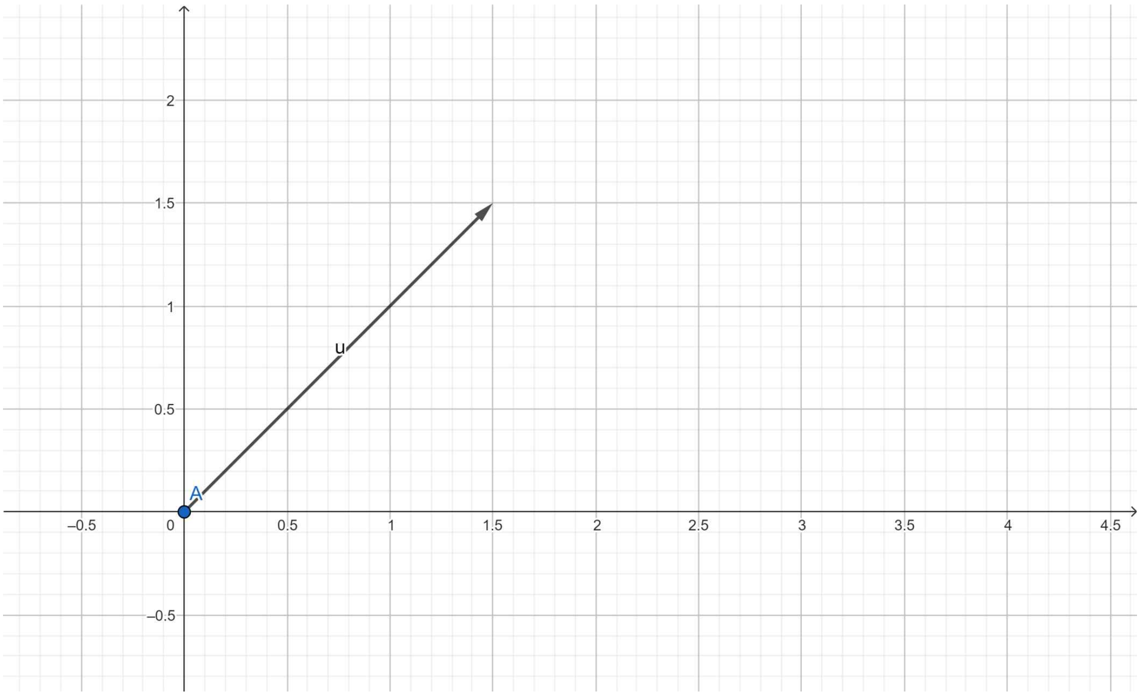
$\overline{a}$



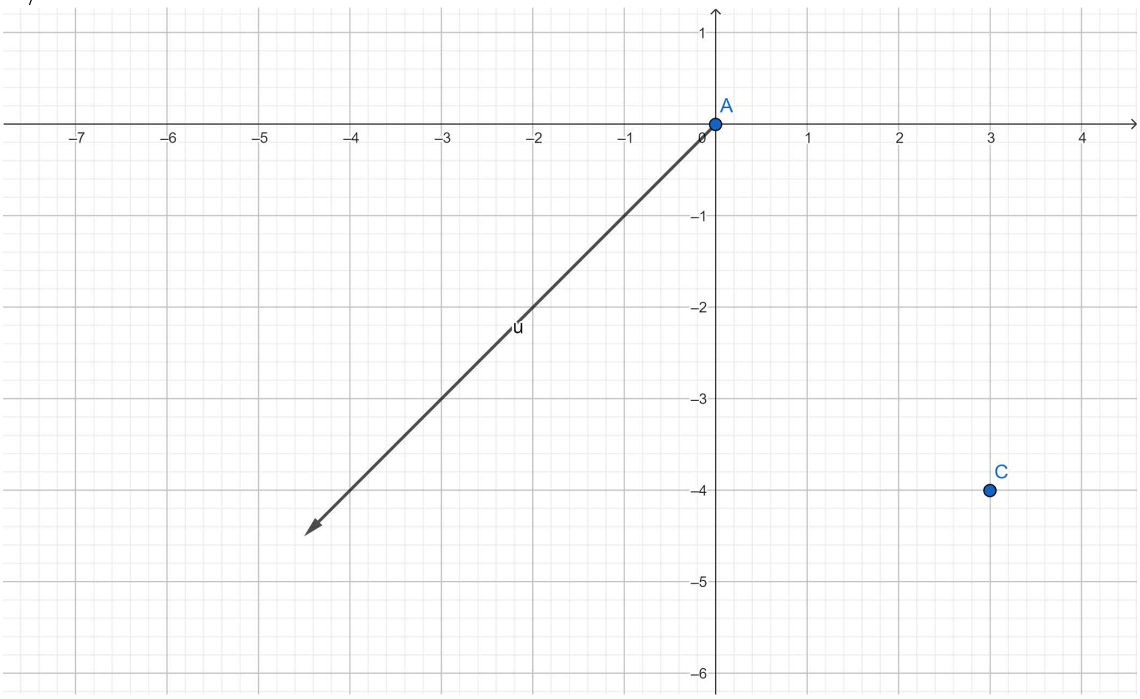
$2\overline{a}$



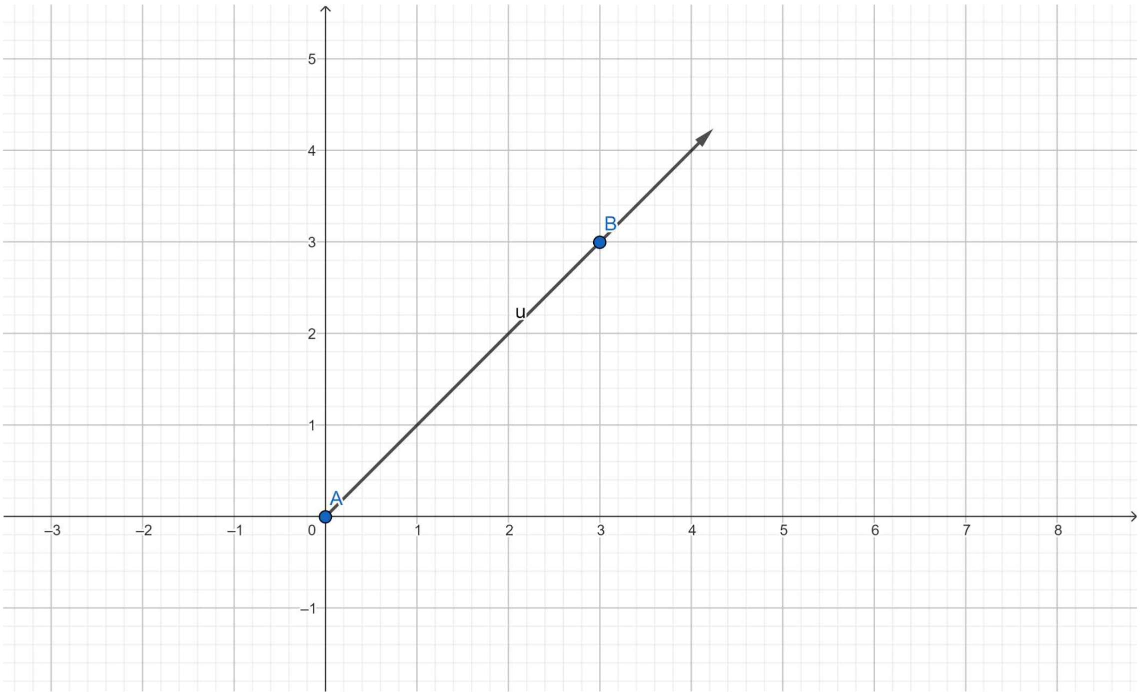
$1/2\overline{a}$



-$3/2\overline{a}$

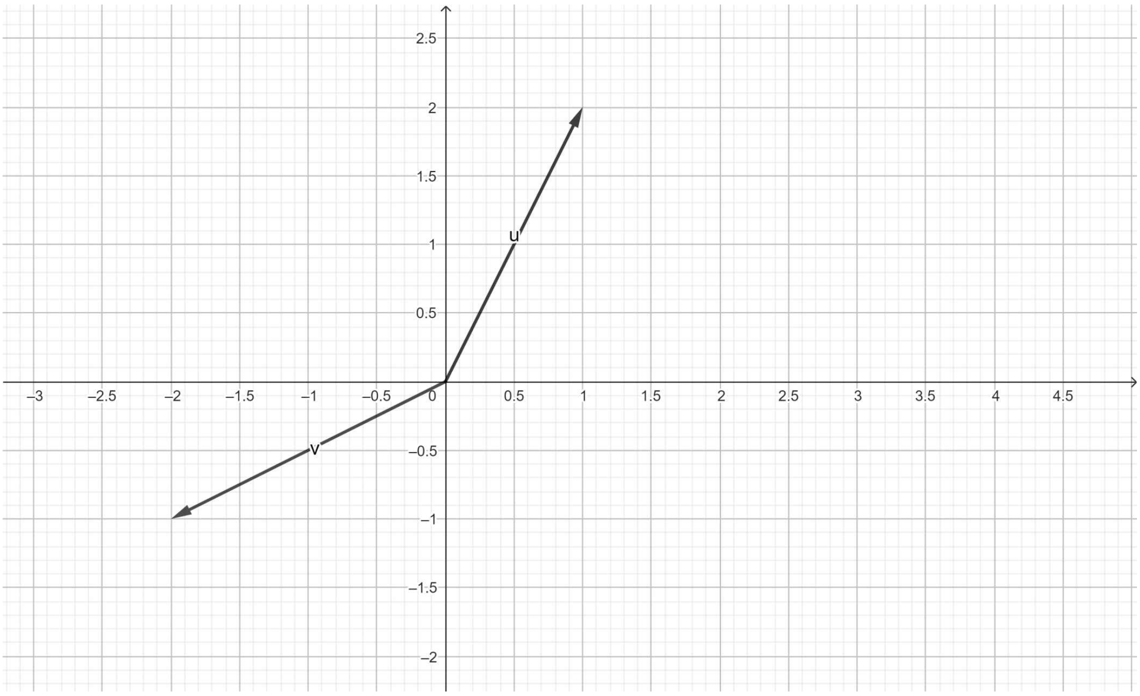


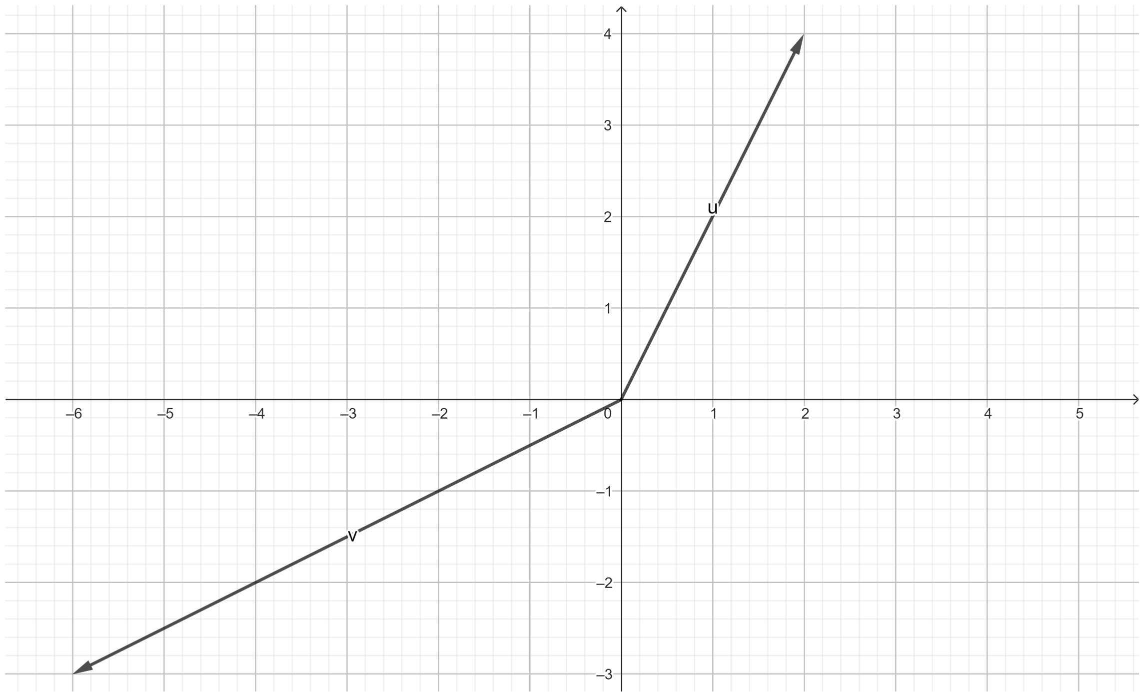
$\sqrt{2}\overline{a}$



Actividad VI

1)





2)

$$(-1)\overline{a} = -\overline{a}$$

Sea la propiedad P5, entonces $1(\overline{a} = \overline{a}$, entonces $-1(\overline{a} = -\overline{a}$.Por lo tanto $-1(\overline{a} = -\overline{a}$.

$$(-\alpha)\overline{a} = -(\alpha\overline{a})$$

Sea la propiedad P4. Se sustituye $\beta = -1$, entonces $\alpha(-1\overline{a}) = (\alpha - 1)\overline{a}$, entonces $-1(\alpha\overline{a}) = (\alpha - 1)\overline{a}$. Por lo tanto $(-\alpha)\overline{a} = -(\alpha\overline{a})$.

$$\alpha\overline{a} = \overline{0} \leftrightarrow \overline{a} = \overline{0} \vee \alpha = 0$$

Sea $\alpha\overline{a} = \overline{0}$, entonces $\alpha\overline{a} + \alpha\overline{b} = \overline{0} + \alpha\overline{b}$, entonces por existencia y unicidad de elemento neutro se tiene $\alpha\overline{a} + \alpha\overline{b} = \alpha\overline{b}$, entonces por la propiedad P2 se tiene $\alpha\overline{a} + \alpha\overline{b} = \alpha(\overline{a} + \overline{b}) = \alpha\overline{b}$, entonces por la propiedad p4 $(\alpha - \alpha)(\overline{a} + \overline{b}) = (\alpha - \alpha)\overline{b}$, entonces $(\overline{a} + \overline{b}) = \overline{b}$, entonces para cualquier $\overline{b}, \overline{a} \in V$ se tiene la igualdad anterior y por la propiedad de unicidad y existencia de elemento neutro se tiene $\overline{a} = \overline{0}$.

Sea $\alpha\overline{a} = \overline{0}$, entonces $\alpha\overline{a} + \beta\overline{a} = \overline{0} + \beta\overline{a}$, entonces por existencia y unicidad de elemento neutro y la propiedad P3 se tiene $\alpha\overline{a} + \beta\overline{a} = (\alpha + \beta)\overline{a} = \beta\overline{a}$, pero por la propiedad de unicidad y existencia de elemento neutro se tiene dado su igualdad que tienen un mismo único elemento neutro por lo que $\alpha = 0$.

Sea $\alpha = 0 \vee \overline{a} = \overline{0}$ entonces el modulo $|\alpha||\overline{0}| = ||\alpha|\overline{0}|$, entonces $\alpha\overline{a}$ tiene modulo cero. Por lo tanto
Demuestra que si $\overline{a} \in V$ y $\overline{a} \neq \overline{0}$ entonces $\overline{a}_0$ se puede expresar:

$$\overline{a}_0 = \frac{1}{{}'|\overline{a}|}\overline{a}$$

Sea el vector $\overline{a}_0$ y el modulo de $|\overline{a}|$, entonces $||a|\overline{a}_0| = |a||\overline{a}_0| = |a|$. Sean ambos vectores con el mismo sentido y dirección, entonces $|a|\overline{a}_0 = a$, entonces $\overline{a}_0 = \dfrac{a}{|a|}$, entonces por la existencia de elemento neutro y asociativa respecto a los valores escalares se tiene $\overline{a}_0 = \dfrac{1}{|a|}a$. Por lo tanto $\overline{a}_0 = \dfrac{1}{{}'|\overline{a}|}\overline{a}$.

4)

$$\alpha \neq 0, \alpha\overline{a} = \overline{b} \leftrightarrow \overline{a} = \frac{1}{\alpha}\overline{b}$$

Sea $\alpha \neq 0, \alpha\overline{a} = \overline{b}$, entonces por la propiedad asociativa respecto a números reales se tiene $\alpha(\frac{1}{\alpha}\overline{a}) = \frac{1}{\alpha}\overline{b}$, entonces $(\alpha\frac{1}{\alpha})\overline{a} = \frac{1}{\alpha}\overline{b}$, entonces $\overline{a} = \frac{1}{\alpha}\overline{b}$.

Sea $\overline{a} = \frac{1}{\alpha}\overline{b}$, entonces por la propiedad asociativa respecto a números reales se tiene $\alpha\overline{a} = \alpha(\frac{1}{\alpha}\overline{b})$, entonces $\alpha\overline{a} = (\alpha\frac{1}{\alpha})\overline{b}$, entonces $\alpha\overline{a} = \overline{b}$. Por lo tanto $\alpha \neq 0, \alpha\overline{a} = \overline{b} \leftrightarrow \overline{a} = \frac{1}{\alpha}\overline{b}$.

5)

$$\overline{a} = |\overline{a}|\overline{a}_0$$

Sea $\overline{a}_0 = \frac{1}{'|\overline{a}|}\overline{a}$, entonces por asociatividad en números reales se tiene $|\overline{a}|\overline{a}_0 = |\overline{a}|\frac{1}{'|\overline{a}|}\overline{a}$, entonces $|\overline{a}|\overline{a}_0 = (|\overline{a}|\frac{1}{'|\overline{a}|})\overline{a}$. Por lo tanto $\overline{a} = |\overline{a}|\overline{a}_0$.

Actividades VII

1) Dado $\overline{a} = \alpha\overline{b}$. Prueba que $\overline{a}//\overline{b}$

Sea por definición que un vector $\overline{b}$ tiene la misma dirección que un vector $\alpha\overline{b}$ para cualquiera $\alpha, \overline{b}$, entonces α, β tienen la misma dirección.Por lo tanto son paralelos.

2) Demuestra el reciproco.

Sea $\overline{a}//\overline{b}$ entonces tienen la misma dirección, entonces si tienen diferente sentido se utiliza un escalar negativo para cambiar el signo de alguno de los vectores.

Sean ambos vectores de misma dirección y sentido,entonces por definición de vector asociado se tiene $a_0 = \frac{1}{|a|}\overline{a} = \frac{1}{|b|}\overline{b}$, entonces $\frac{1}{|b|}\overline{b} = \frac{1}{|a|}\overline{a}$, entonces $\frac{|a|}{|b|}\overline{b} = \overline{a}$. Por lo tanto si $a//b \rightarrow \overline{a} = \alpha\overline{b}$.

3) Halla números α, β tales que:

$$\overline{a} = \alpha\overline{b}$$

Sea $\alpha = -1/2$, entonces $\overline{a} = \alpha\overline{b}$, entonces $\overline{a} = -1/2\overline{b}$.

$$\overline{b} = \beta\overline{a}$$

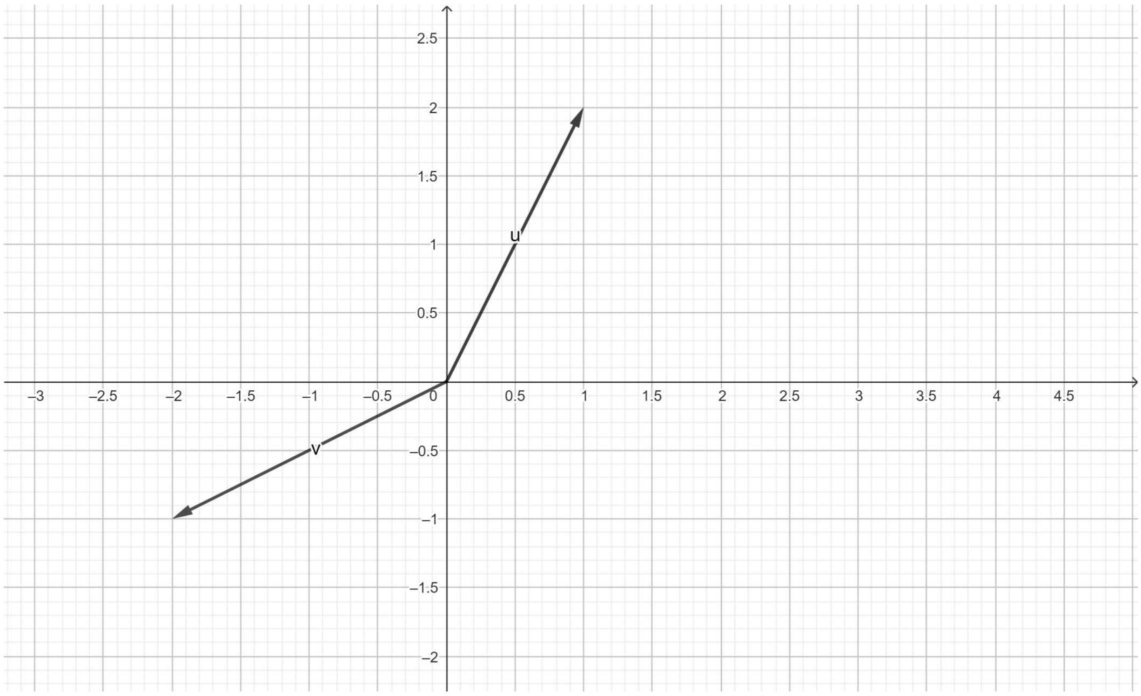
Sea $\beta = -2$, entonces $\overline{b} = \beta\overline{a}$, entonces $\overline{b} = 2\overline{a}$

4) Si $\overline{OP}, \overline{O_1P_1}$ son vectores iguales, situados sobre rectas paralelas no coincidente, demuestra que los vectores $\overline{OO_1}$ y $\overline{PP_1}$ son iguales.

Sea el vector $\overline{P_1O}$, entonces la suma de los vectores $\overline{O_1P_1} + \overline{P_1O} = \overline{OO_1}$. Realizando la suma de los vectores $\overline{P_1O} + \overline{OP} = \overline{PP_1}$. Se obtiene que ambas sumas de vectores son idénticas en relación a que

$\overline{O_1P_1} = \overline{OP}$,entonces $\overline{PP_1} = \overline{OO_1}$.Por lo tanto tienen las mismas direcciones y son paralelas.

5) Si $\overline{a}, \overline{b}$ son vectores representados en la figura.

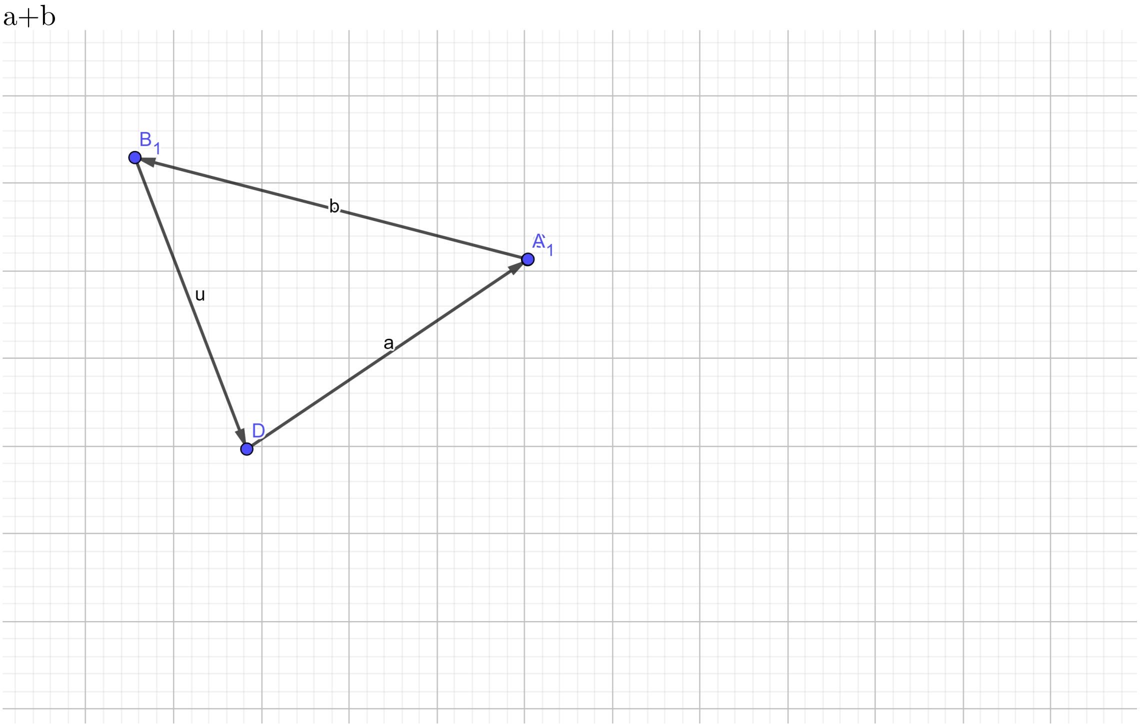
a) 

Actividades VIII

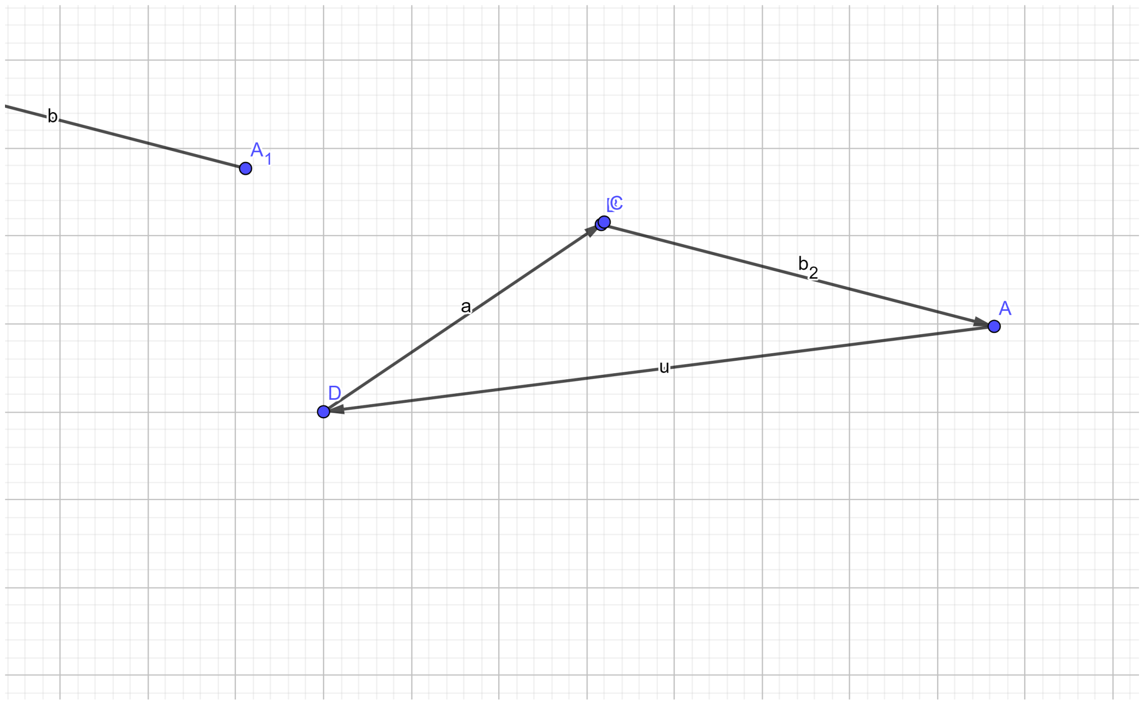
Dados dos vectores paralelos. ¿Qué ángulos pueden formar?

Ninguno. Puesto que tienen el mismo ángulo.

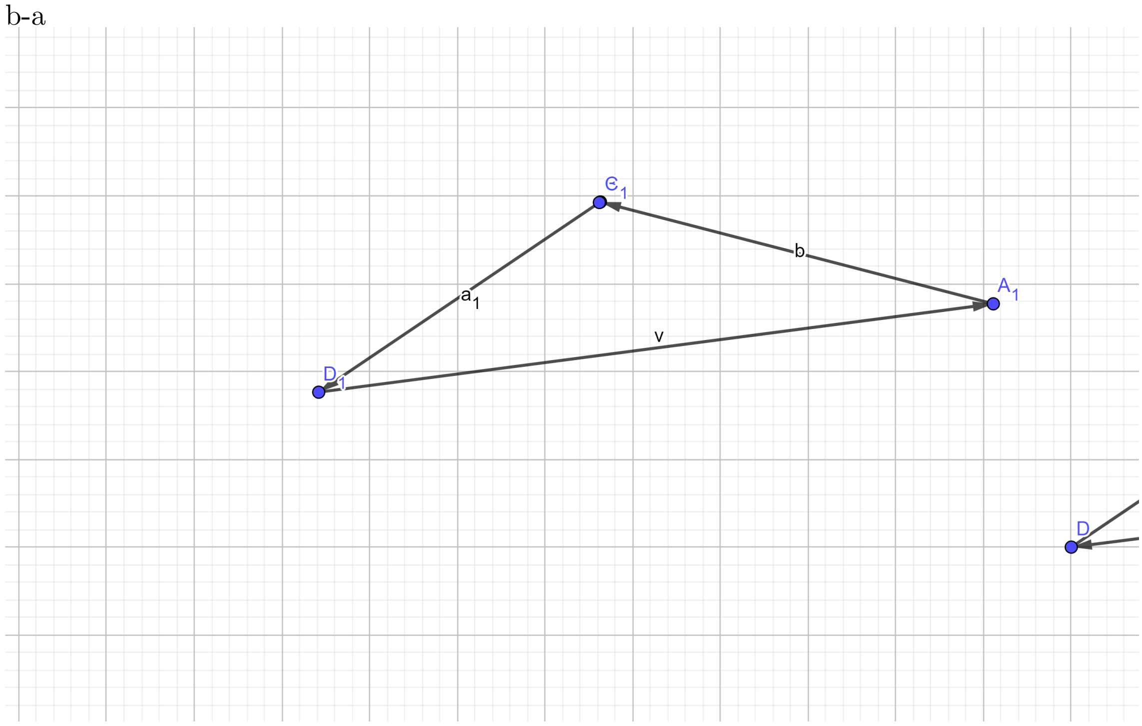
a+b



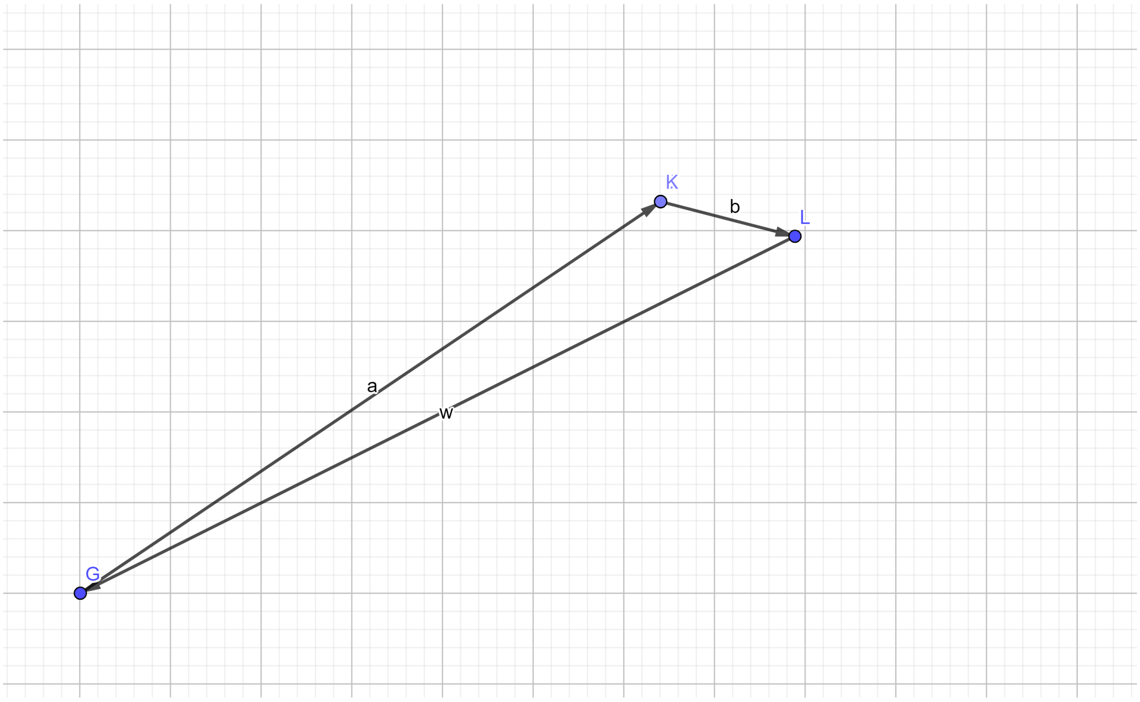
a-b



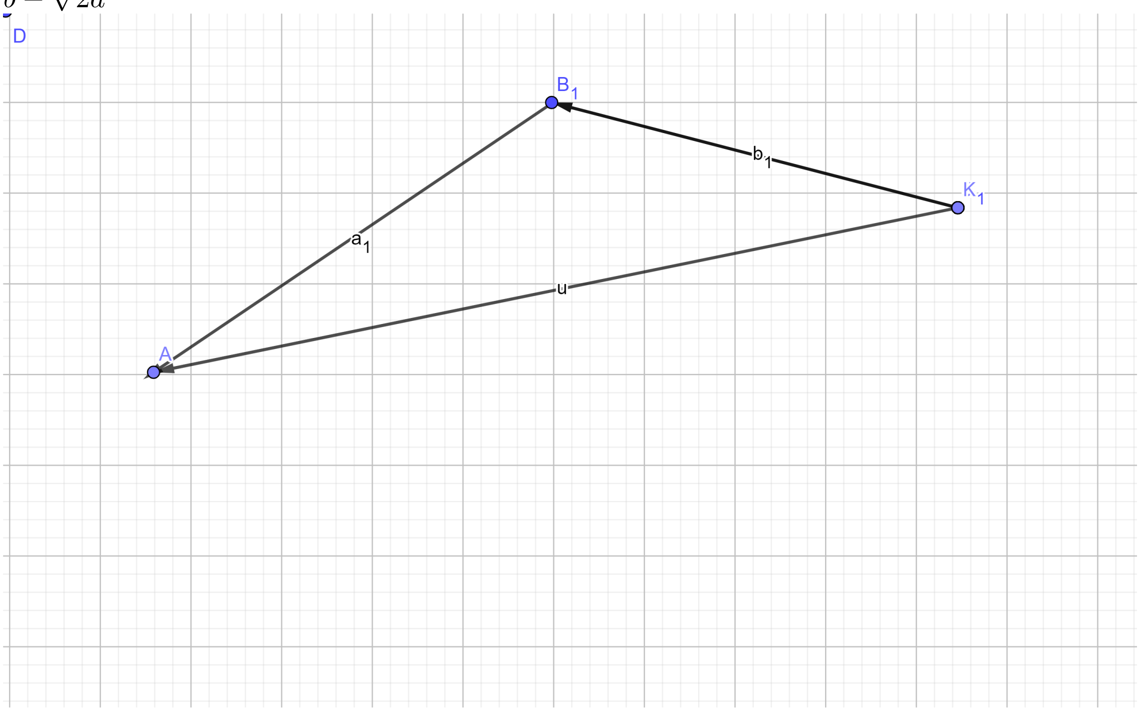
b-a



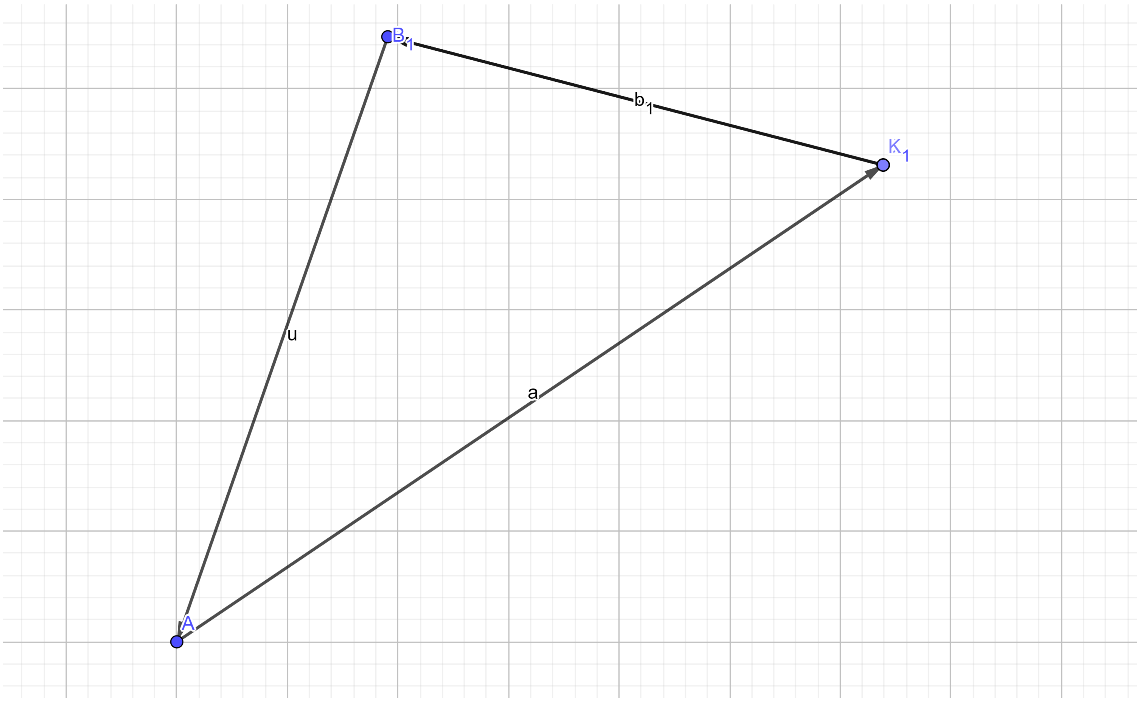
$2a - 1/3\bar{b}$



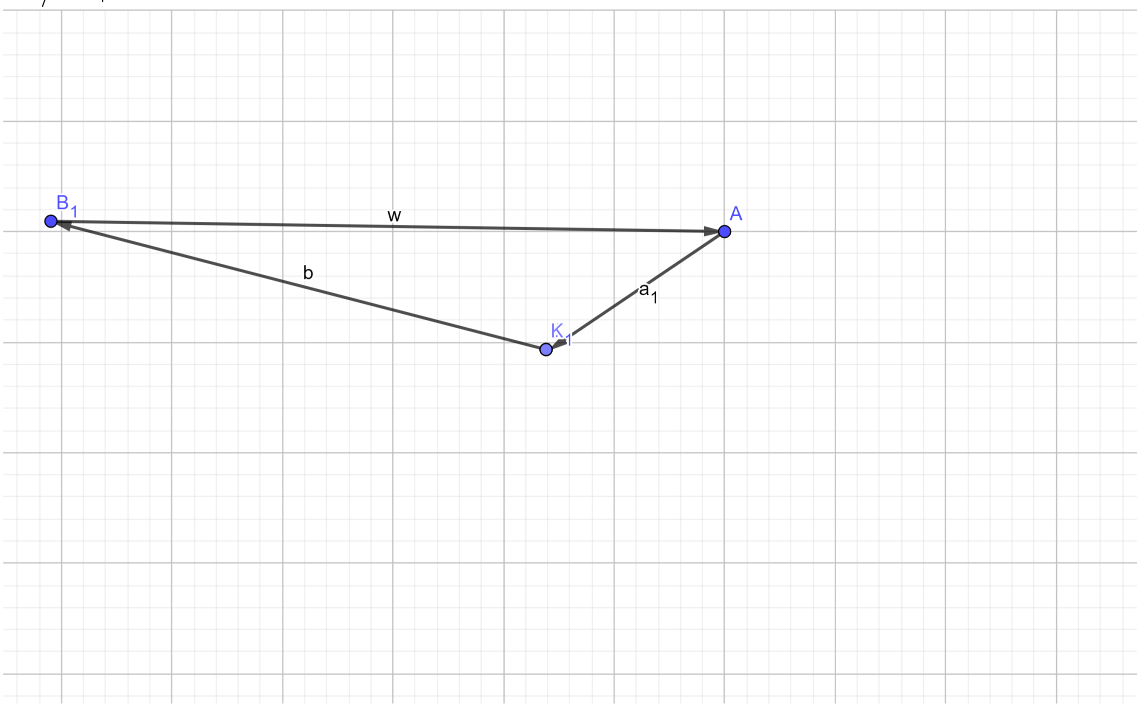
$\bar{b} - \sqrt{2}\bar{a}$



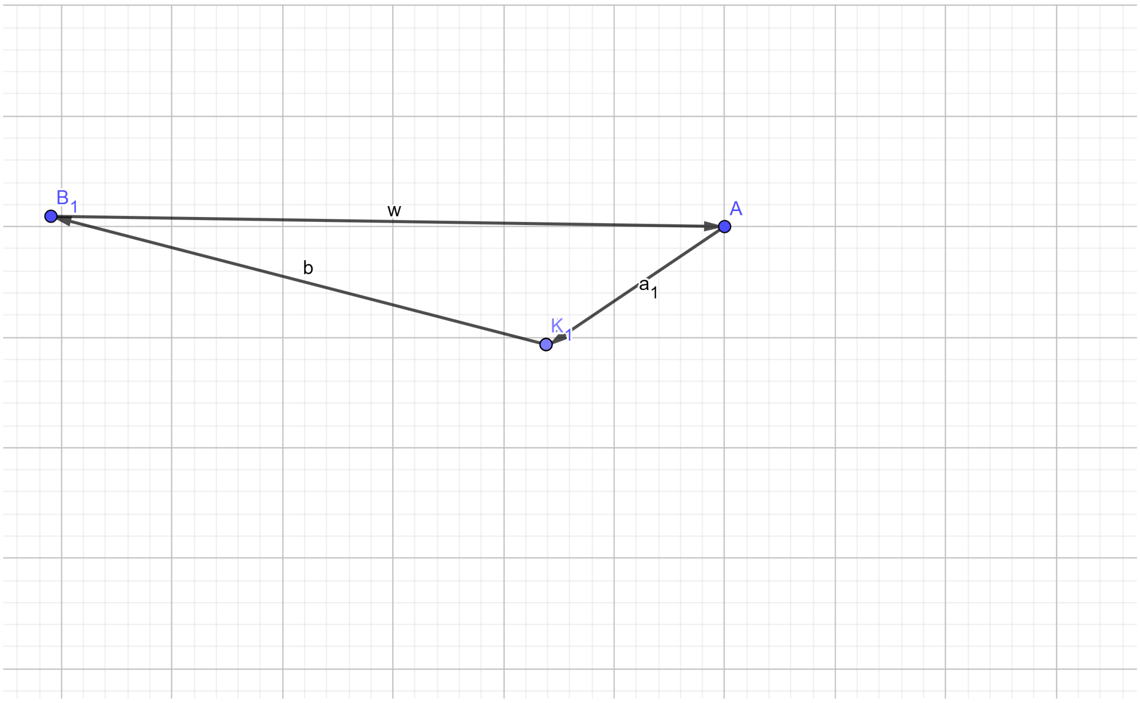
$2\bar{a} + \bar{b}$



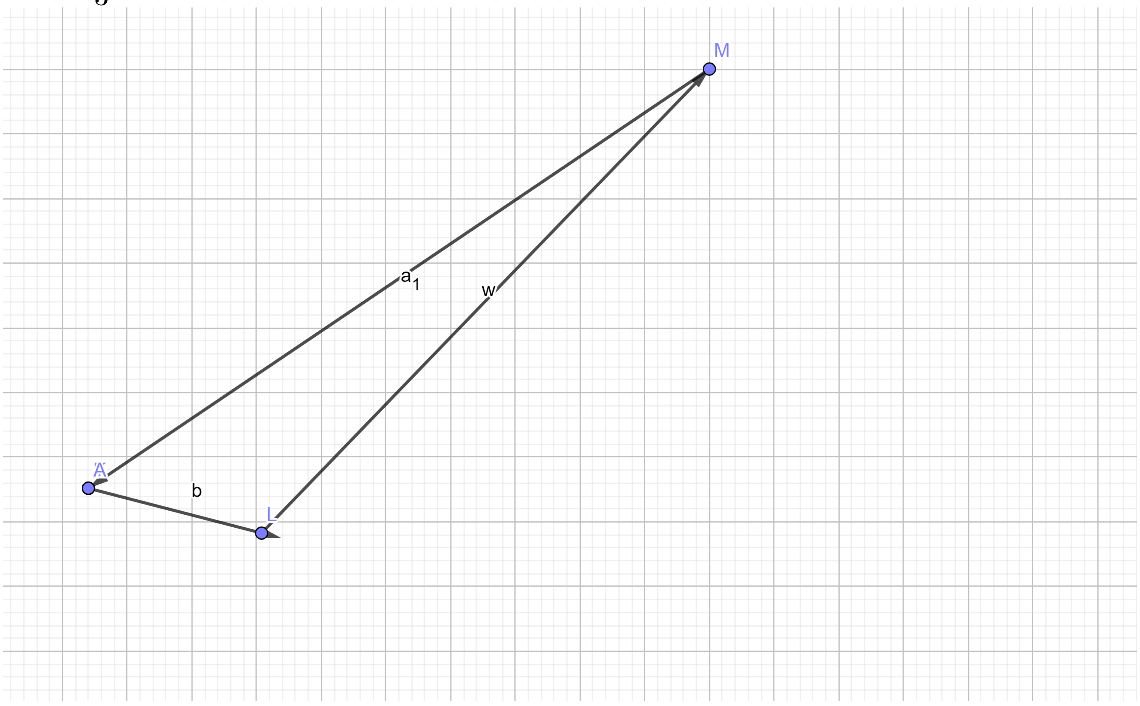
$-1/2\overline{a} + \overline{b}$



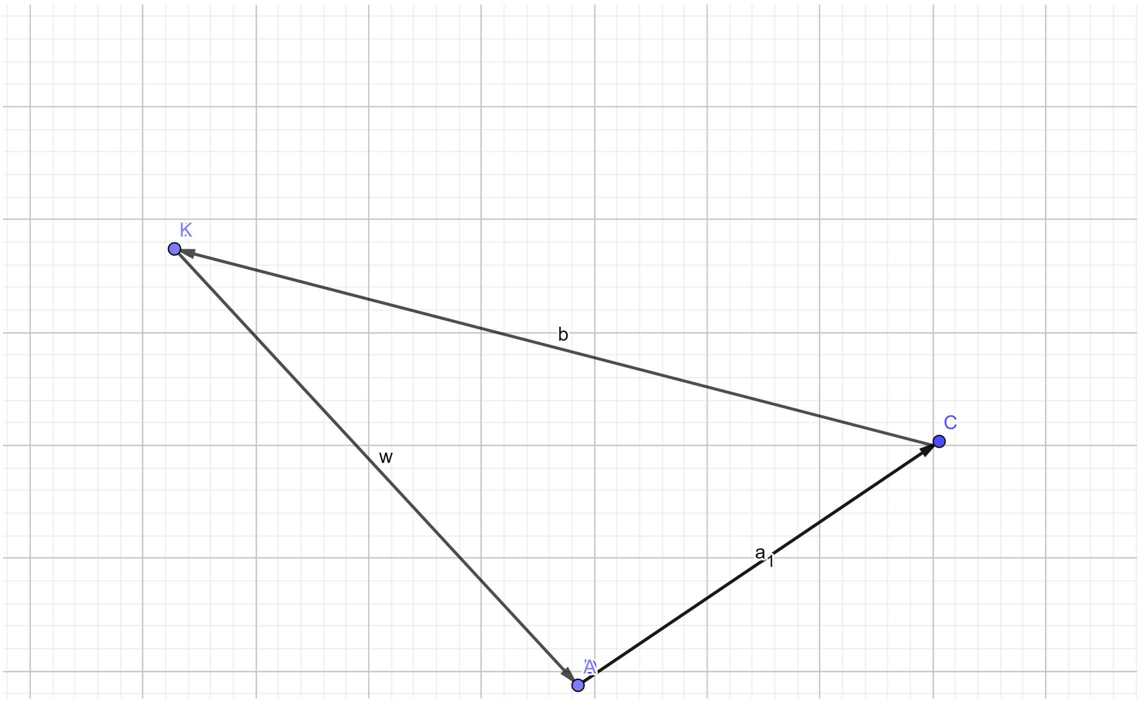
$-3\overline{a} - \dfrac{2}{3}\overline{b}$



$-3\overline{a} - \dfrac{2}{3}\overline{b}$



$\overline{a} + \dfrac{3}{2}\overline{b}$



$\overline{c}$ tal que $2\overline{a}-\overline{b}+\overline{c}=\overline{0}$