

生活中的波



第5章 波动

§ 5.1 波的产生和传播

§ 5.2 平面简谐波的波动方程

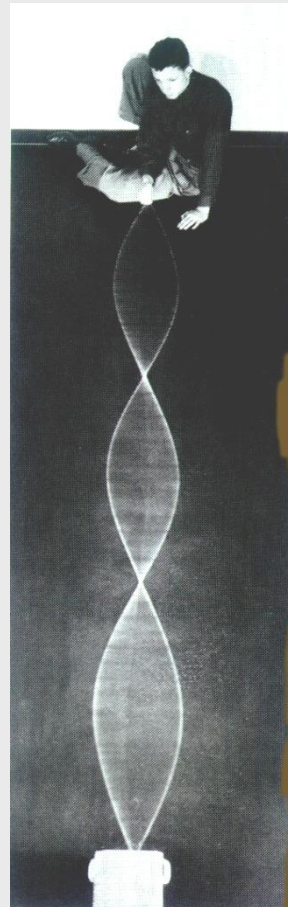
§ 5.3 波的能量与能流 声压与声强

§ 5.4 波的衍射现象 惠更斯原理

§ 5.5 波的叠加与干涉 驻波

§ 5.6 多普勒效应

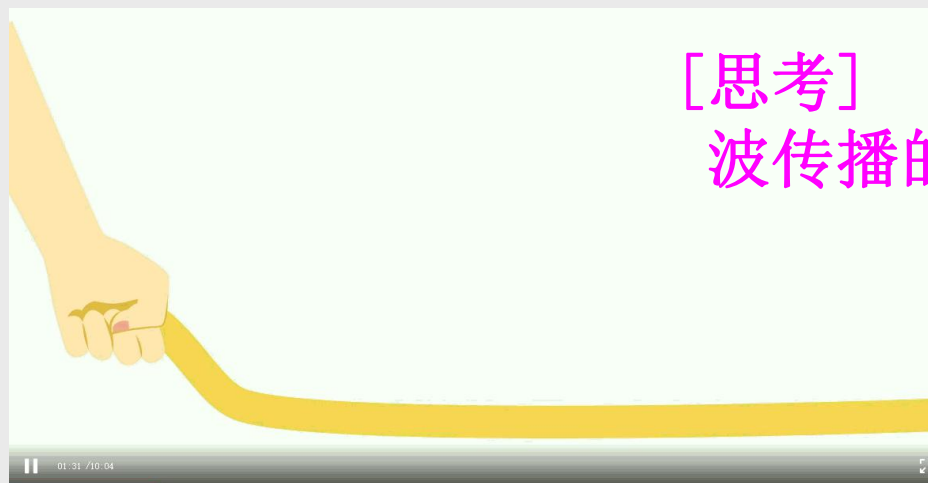
作业：练习册



5.1 波的产生与传播

一、机械波的产生

产生条件: 波源、弹性媒(介)质

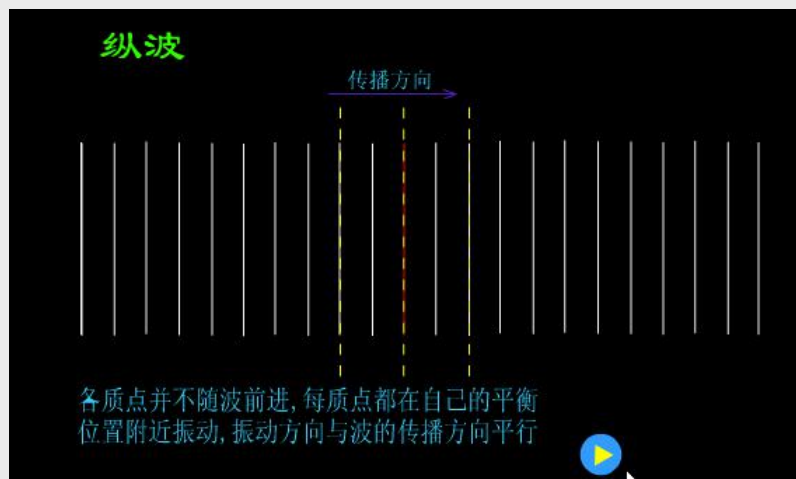
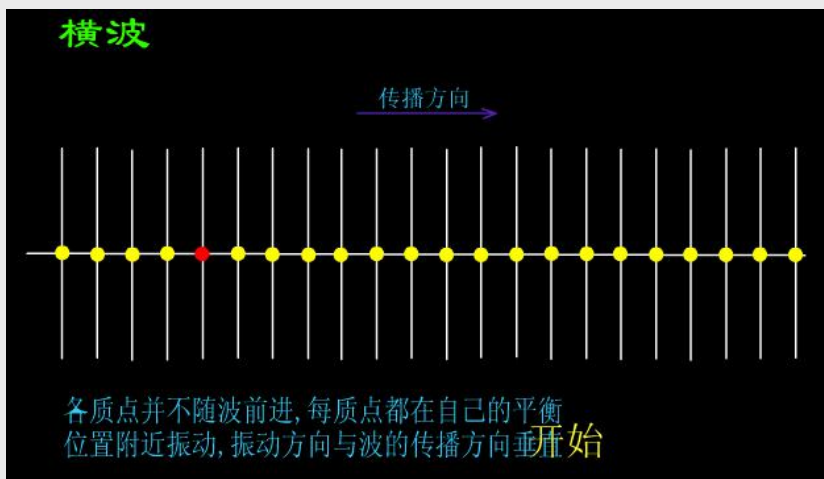


[思考]
波传播的是什么?



二、横波和纵波

融入集体的个体，完美展现自身价值



波源带动弹性媒质中与其相邻的质点发生振动，振动相继传播到后面各相邻质点，其振动时间和相位依次落后。

——波是振动状态的传播，是相位的传播

同相点——质元的振动状态相同
相邻 相位差 2π

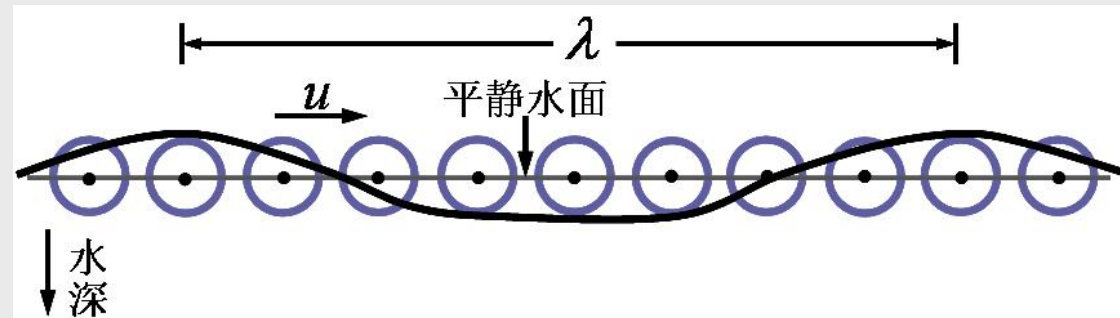
波动现象是媒质中各质点运动状态的集体表现，
各质点仍在其各自平衡位置附近作振动。

课堂思考

波传播时，介质的质元并不随波迁移。但水面上有波形成时，可以看到漂在水面上的树叶沿水波前进的方向移动。这是为什么？

提示：如图所示，当水面上有波形成时，表面上水的质元是在平行于波传播方向的竖直平面内做圆周运动（不是上下的简谐运动）。

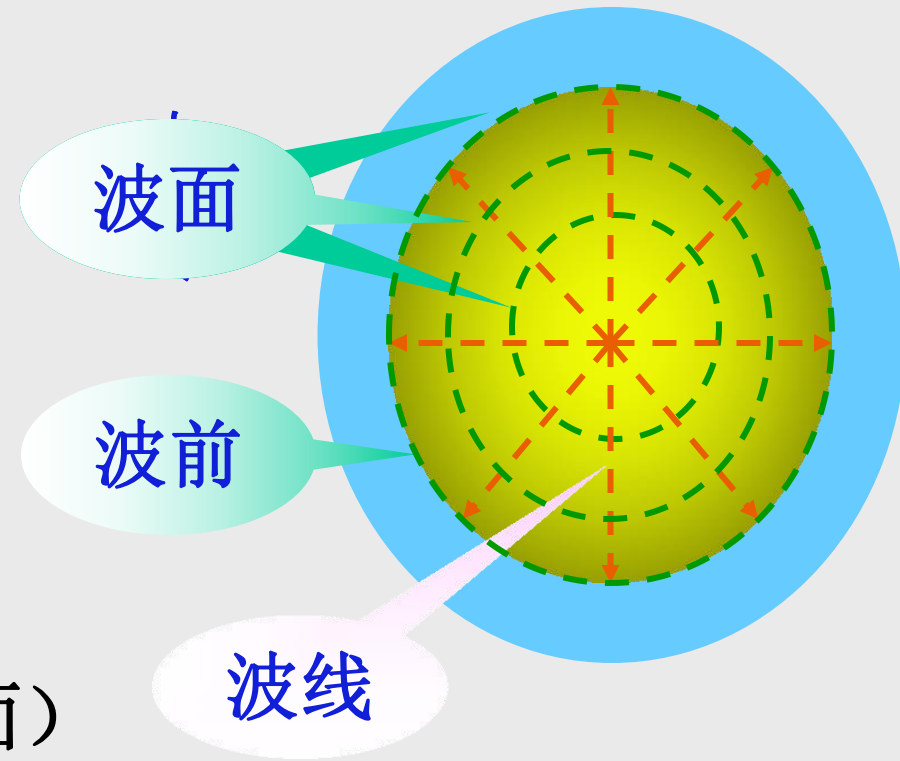
这是因为，水波传过时，**波峰处的水面比原来高了，波谷处的水面比原来低了，波峰处增加的水量必定是由临近的波谷处移来的。**



这样，水面上的质元就有了沿水波传播方向的**纵向**振动，**纵向振动和横向振动的合成**就使得水面质元做**圆周**运动。

正是由于水面质元的圆周运动（或说是由于质元有沿水波传播方向的纵向振动），使得水面上的树叶等漂浮物沿水波前进的方向移动。

三、波面、波线、波前



波面（或等相面、波阵面）

—振动相位相同（位相）的点组成的面。

波前 — 某时刻处在最前面的波阵面。

波线（或波射线）

（波线与波阵面垂直）

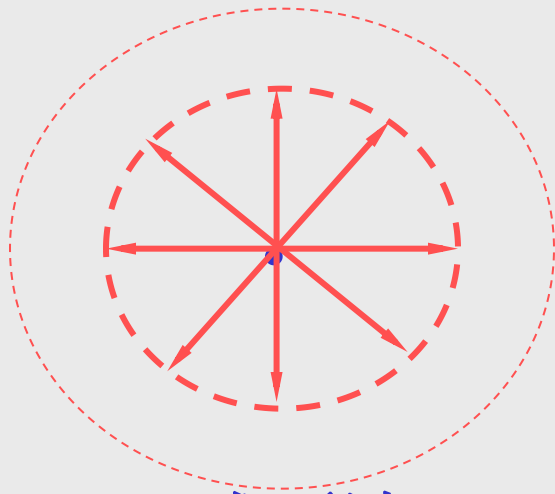
—描述波的传播方向的有向曲线或直线。

在各向同性介质中

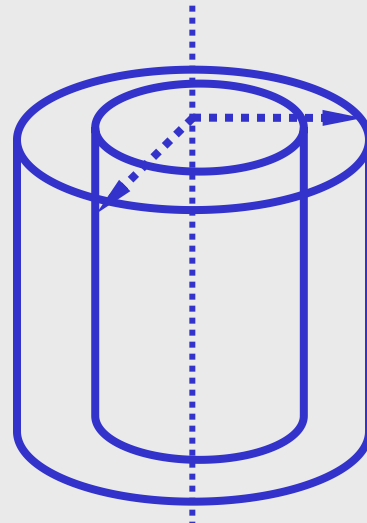
点源：波面是球面 称为球面波

线源：波面是柱面 称为柱面波

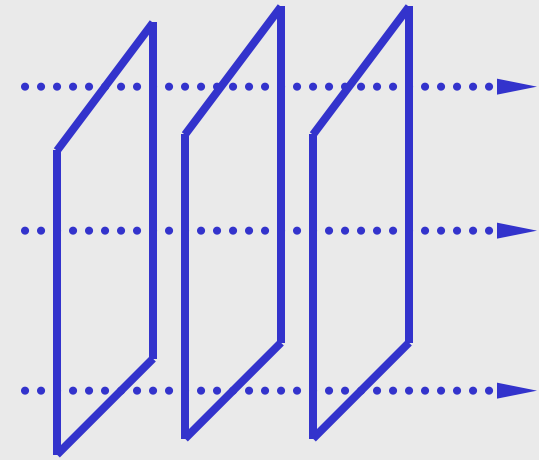
面源：波面是平面 称为平面波



球面波



柱面波



平面波

四、波的特征量—波长、周期、频率、波速

周期 ——媒质中质点的振动周期。 T

频率 ——单位时间内质点振动的次数。即单位时间传过媒质中某点的波的个数。

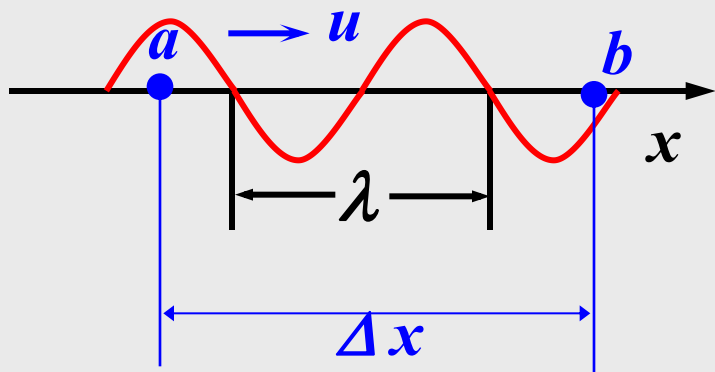
$$\nu = \frac{1}{T}$$

波长 ——沿波的传播方向，两个最邻近的振动状态相同的质元间的距离。

$$\lambda$$

波速 ——单位时间某种一定的振动状态(或振动相位) 所传播的距离，也称之相速。

$$u = \frac{\lambda}{T} = \nu \lambda$$



讨论1: a 、 b 两点相位差为多少?

b 点比 a 点的相位落后:

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |\Delta x|$$

重要结论!

思考题

沿波的传播方向，各质元的振动位相逐一落后，具体位相差的公式是： $\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |\Delta x|$ ，如何利用这一特征测定来波方向？

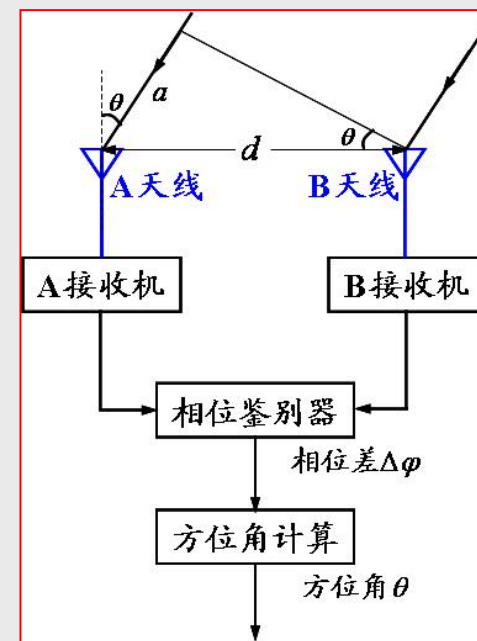
实际问题与应用:

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |\Delta x|$$

相位干涉仪

在军事上常常需要确定雷达信号的来波方向，称为无源测向。相位干涉测向仪是一种常用的测向系统，其基本结构与工作原理如图所示。

两天线单元A和B相隔一定距离 d ，水平放置，当雷达电磁波平行传输过来，到达A天线比到达B天线多经过的路程为： $a = d \sin \theta$ 。



式中 θ 是来波方向与天线轴线的夹角，也就是方位角。则两天线信号的相位差为：

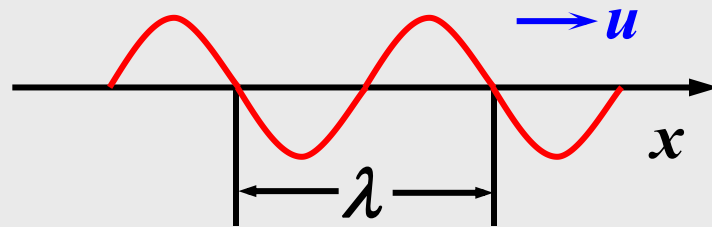
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

式中 λ 是雷达信号的波长。相位干涉仪一般采用超外差接收机，首先确定信号波长 λ ，然后根据测出的A、B天线信号的相位差 $\Delta \varphi$ ，就可以利用上式计算出方位角 θ 。

课堂测试

在简谐波传播过程中，沿传播方向相距为 $\lambda/2$ （ λ 为波长）的两点的振动速度必定（ A ）

- (A)大小相同，而方向相反 (B) 大小和方向均相同
(C)大小不同，方向相同 (D)大小不同，而方向相反



$$y = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

波速 u 由媒质的性质决定，与波源情况无关。

五、波的传播速度

波速 u — 振动状态(位相)的传播速度，又称相速。
波速完全由媒质的性质(弹性和惯性)来确定，与频率、波长、波幅无关。如：

液体、气体中的纵波，波速： $u = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ —— 容变弹性模量
—— 质量密度(惯性)

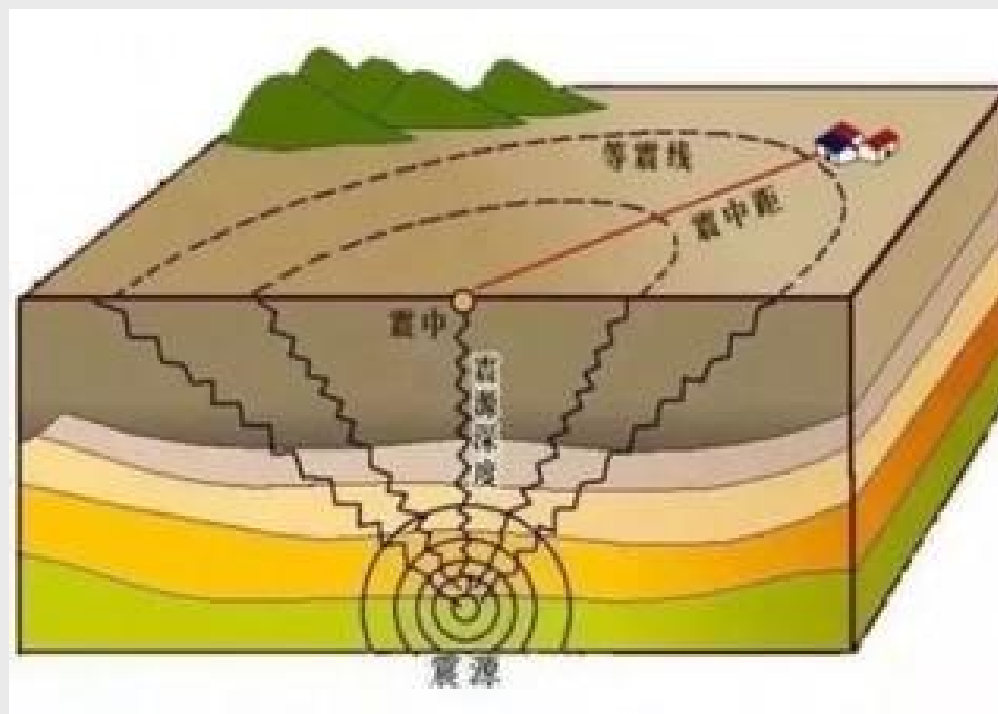
固体中的横波，波速： $u = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ —— 切变弹性模量

纵波，波速： $u = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ —— 杨氏弹性模量

柔绳中的横波，波速： $u = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ —— 绳中的张力
—— 质量线密度

课后思考题：

查找资料了解地震波，从波的角度谈谈可以如何进行预警及自救？



地震波

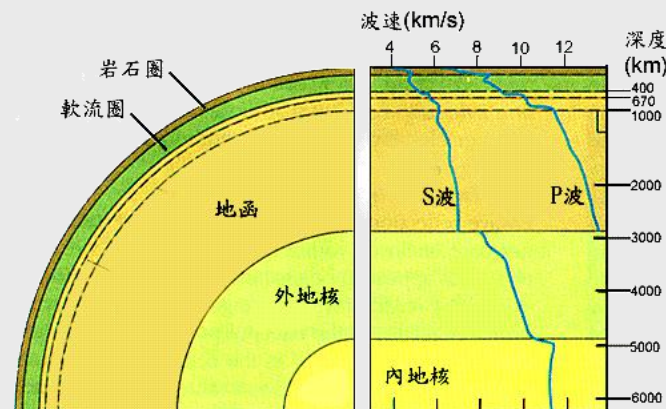
地震波从震源以弹性波的形式向四面八方传播。地震波在地球内部传播时称为体波，当它到达地表，即产生沿地表（界面）传播的波，称为面波。

地震波在地球内部（体波）的传播有纵波（**P波**）和横波（**S波**）两种形式，并且纵波（**P波**）的传播速度比横波（**S波**）的传播速度快（前者的速度在地壳内是 5 km/s ，在地幔深处是 14 km/s ，而后者的速度是 $3 \text{ km/s} \sim 8 \text{ km/s}$ ）。

当地震发生时，如果人站在震源正上方的地面上，会感觉到先上下颠（纵波引起的感觉）然后横向摇（横波引起的感觉）。

发生较大的近震时，一般人们先感到上下颠簸，过数秒到十几秒后才感到有很强的水平晃动。

横波是地震时造成建筑物破坏的主要原因。



地球内部地震波速度分布图

地震时，纵波总是先到达地表，而横波总落后一步。这样，发生较大的近震时，一般人们先感到上下颠簸，过数秒到十几秒后才感到有很强的水平晃动。这一点非常重要，因为纵波给我们一个警告，告诉我们造成建筑物破坏的横波马上就要到了，快点作出防备。

地震的纵波和横波间的时间差—自救时间

日本 “（2004年）新潟县中越地震”。在地震中，新干线发生了脱轨事故，这是日本新干线开通40年以来首次，为此日本舆论普遍对新干线应对地震等突发灾害时的安全性提出了质疑。据称日本新干线所采用的系统会让列车在地震发生时，利用地震的纵波和横波间的时间差自动停止运行，但是，由于此次新潟地震属于纵波和横波几乎同时到来的直下型浅源地震，因此在列车制动前地震就已袭来，日本新干线相关负责人对于此后如何应对仍未想出最好的办法。

课堂思考：

如何由振动方程写出波的表达式？

5.2 平面简谐波及波函数的物理意义

若波沿 $+x$ 向传播，空间任一点 $p(x, y, z)$ 的振动相位只和 x 与 t 有关，而和其它空间坐标无关——平面简谐波。

一列平面简谐波
(假定是横波)

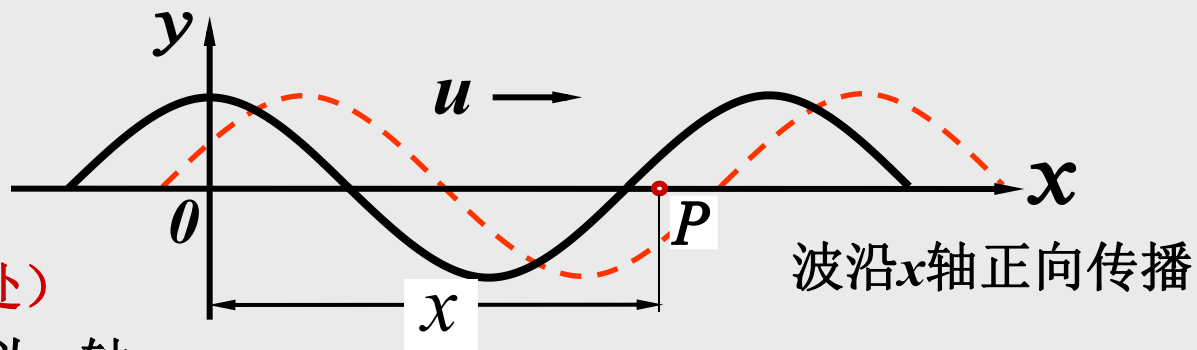
坐标原点任设
(不必设在波源处)

取任意一条波线为 x 轴

如何描述任意时刻 t 、波线上距原点为 x
的任一点 P 的振动规律？

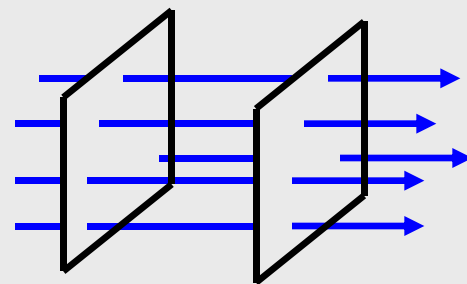
注意： P 点振动相位落后 O 点 $\Delta\phi_{OP} = \frac{2\pi}{\lambda}x$

$$y_P(x, t) = A \cos\left[(\omega t + \phi_0) - \frac{2\pi x}{\lambda}\right]$$

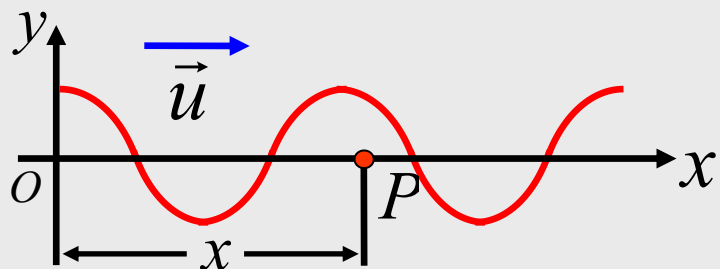


设 O 点振动方程：

$$y_0 = A \cos(\omega t + \phi_0)$$



一、平面简谐波的波函数



$$y_o = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$y_P(x, t) = A \cos\left[(\omega t + \phi_0) - \frac{2\pi x}{\lambda}\right]$$

$$u = \lambda/T \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

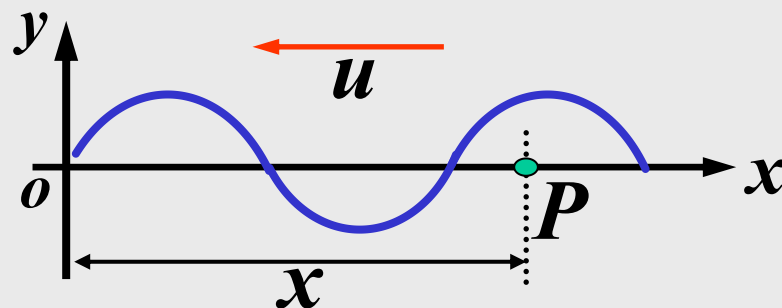
平面简谐波的波函数

$$\left\{ \begin{array}{l} y(x, t) = A \cos\left[(\omega t + \phi_0) - \frac{2\pi x}{\lambda}\right] \\ y(x, t) = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \phi_0\right] \\ y(x, t) = A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_0\right] \end{array} \right.$$

波源带动弹性媒质中与其相邻的质点发生振动，振动相继传播到后面各相邻质点，其振动时间和相位依次落后。

[练习]如果波沿x轴负向传播，请写出波的表达式。

沿 x 轴负方向传播的平面简谐波的波动表示式



O 点简谐运动方程: $y_o = A \cos(\omega t + \phi_0)$

由 P 点的振动得到波动表示式:

$$y(x, t) = A \cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \phi_0\right]$$

$$y(x, t) = A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_0\right]$$

沿 x 轴正向, 波线上
各质点的振动时间和
相位依次超前。

课堂测试

若一平面简谐波的表达式为 $y=A\cos(Bt-Cx)$ ，式中 A 、 B 、 C 为正值常量，则 (C)

(A) 波速为 C .

(B) 周期为 $1/B$.

(C) 波长为 $2\pi /C$.

(D) 角频率为 $2\pi /B$.

$$y(x,t) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_0\right]$$

$$2\pi / \lambda = C \quad \longrightarrow \quad \lambda = 2\pi / C$$

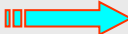
二、波动微分方程

$$y(x, t) = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \phi_0\right]$$

求 x 、 t 的二阶偏导数

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A \omega^2 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \phi_0\right]$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -A \frac{\omega^2}{u^2} \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \phi_0\right]$$


$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

平面波的波动
微分方程

任何物理量 y ，若它与时间、坐标间的关系满足上式，则这一物理量就按波的形式传播。

例：已知 $y_s(t) = A \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$

求：平面简谐波的表达式

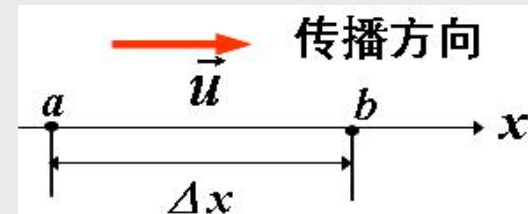
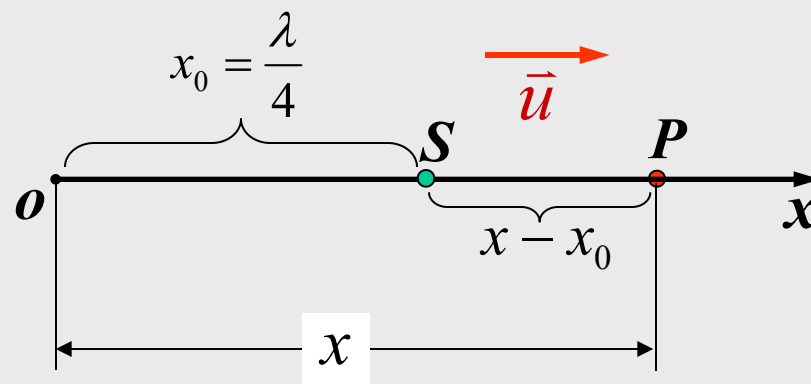
解：

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |\Delta x_{SP}| = \frac{2\pi}{\lambda} (x - x_0)$$

$$\varphi_s(t) = \omega t + \frac{\pi}{3}$$

$$\varphi_p(t) = \varphi_s(t) - \Delta\varphi = \omega t + \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{\lambda} (x - x_0)$$

$$y(x, t) = A \cos[\omega t + \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{\lambda} (x - x_0)]$$



b 点比 a 点的相位落后：

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |\Delta x|$$

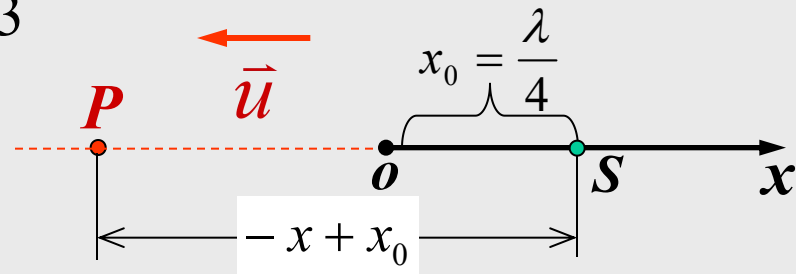
重要结论！

思考：此题若波沿x轴负向传播，波的表达式又如何？

[练习] 已知 $y_S(t) = A \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$

求：平面简谐波的表达式

解：



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |\Delta x_{SP}| = \frac{2\pi}{\lambda} (x_0 - x)$$

$$\varphi_S(t) = \omega t + \frac{\pi}{3}$$

$$\varphi_P(t) = \varphi_S(t) - \Delta\varphi = \omega t + \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{\lambda} (x_0 - x)$$

$$y(x, t) = A \cos[\omega t + \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{\lambda} (x - x_0)]$$

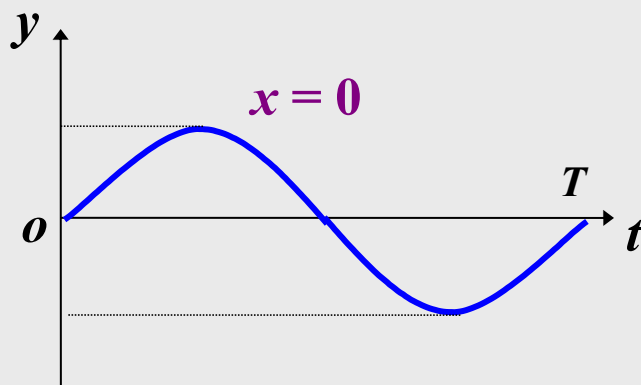
三、波函数的物理意义

$$y(x, t) = A \cos\left[(\omega t + \phi_0) - \frac{2\pi x}{\lambda}\right]$$

(1) 给定 x ，波动表式给出该处质元的振动方程。

振动曲线：反映某一质元的位移随 t 的变化。

(用摄像机为“舞姿优美”的某质元拍的一段特写镜头)



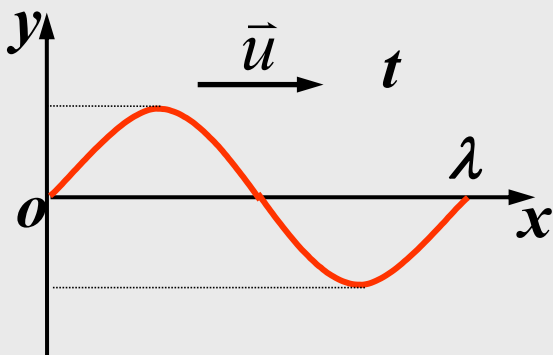
在振动曲线上应标明是哪个质元的振动曲线。

$x = 0$ 处质元的振动曲线

$$y(x,t) = A \cos\left[(\omega t + \phi_0) - \frac{2\pi x}{\lambda}\right]$$

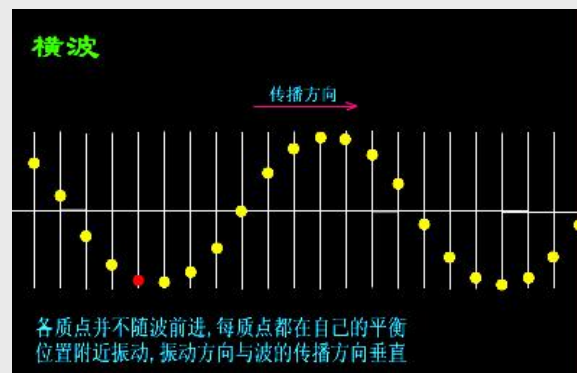
(2) 给定 t ，波动表式给出该时刻各质元离开平衡位置位移的分布情况，即该时刻的波形曲线。

波形曲线(波形图)



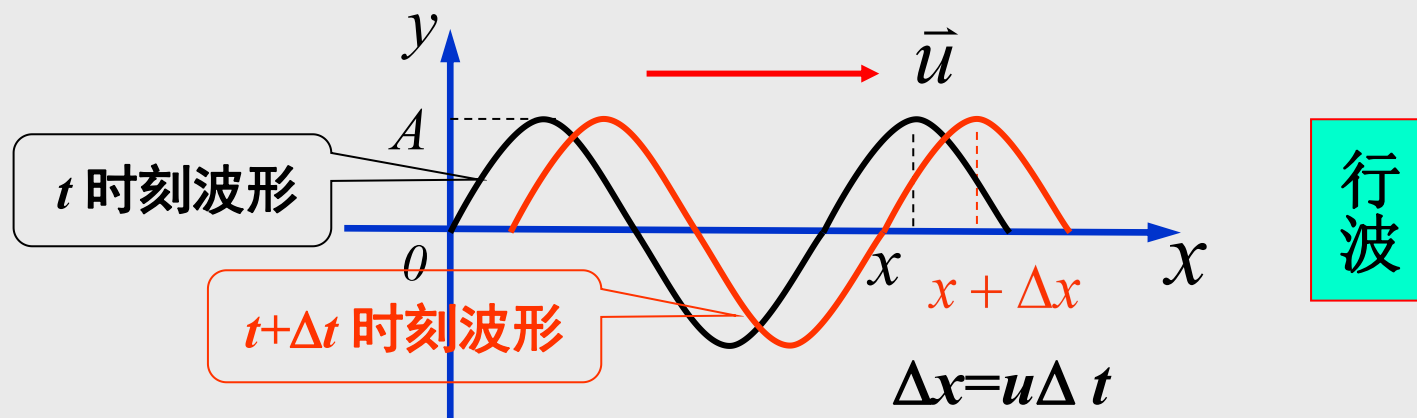
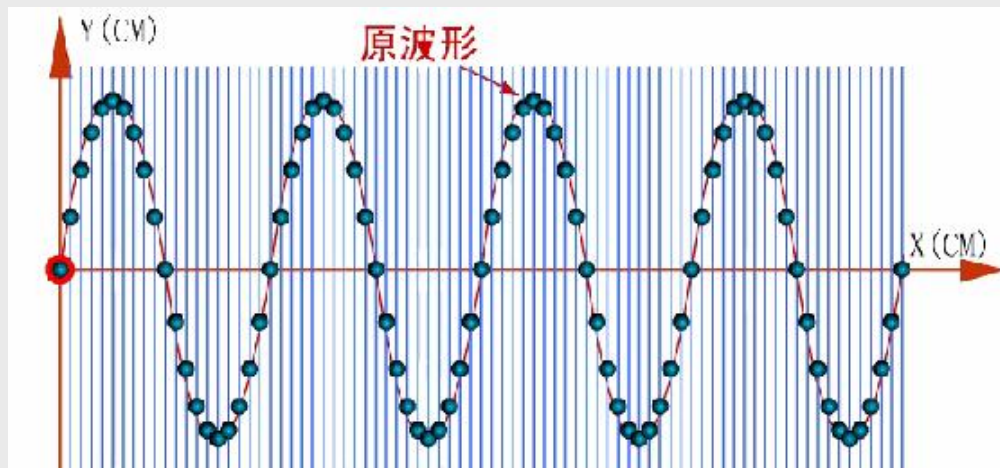
反映某时刻 t 各质元位移在空间的分布情况。

(t 时刻用照相机为所有质元拍的团体照)



前沿发展：行波效应与大跨度铁路的设计

(3) t 和 x 都变，波动表式给出任意质元在任意时刻 t 的位移。
即表示振动状态的传播，给出波形随时间而变化的情况。



课堂思考：

如何由波形曲线写出波的表达式？

例：已知： $u=20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，沿 x 轴负向传播， $t=0$ 的波形如图所示。
求： 振幅，波长，波的周期、波动表式。

解： $A=4.0\times 10^{-2}\text{m}$, $\lambda=0.4\text{m}$, $T=\frac{\lambda}{u}=\frac{0.4}{20}=0.02\text{s}$

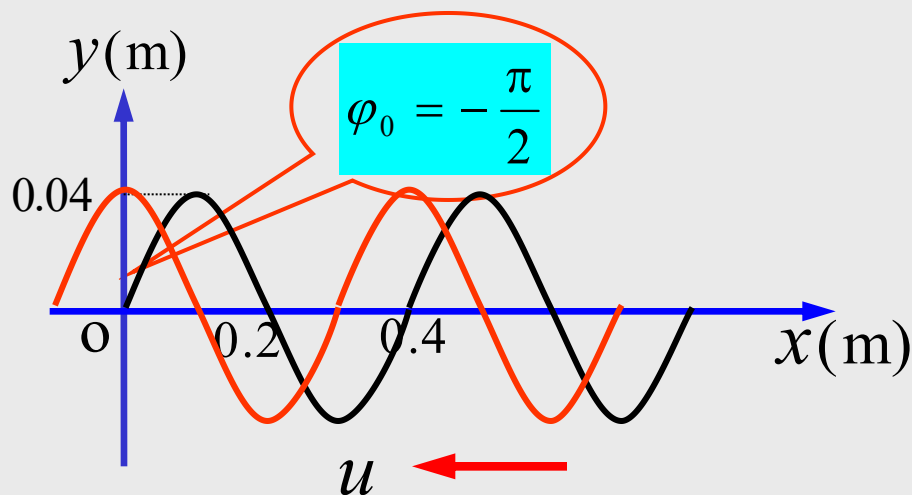
设 O 点振动方程：

$$y_0 = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

$$y_0 = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$= 0.4 \times 10^{-2} \cos(100\pi t + 5\pi x - \pi/2) \quad y_0 = 0, \quad v_0 > 0$$

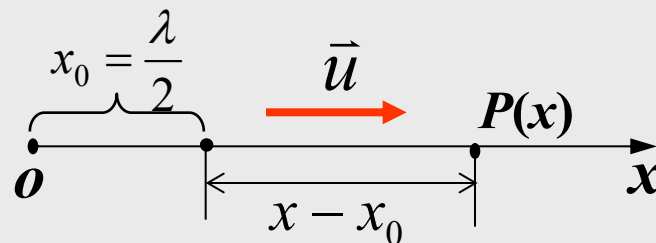


练习：已知： $x_0 = \lambda/2$ 处 $y(t) = A \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

求：(1) 平面简谐波的表达式，(2) $t = 0$ 及 $t = T/4$ 时的波形。

解：(1) 平面简谐波的表达式

距离 o 点 x 处取 P 点 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x - x_0)$



$$\varphi_P(t) = \varphi_{x_0}(t) - \Delta\varphi = \omega t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}(x - x_0) = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore y(x, t) = A \cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2})$$

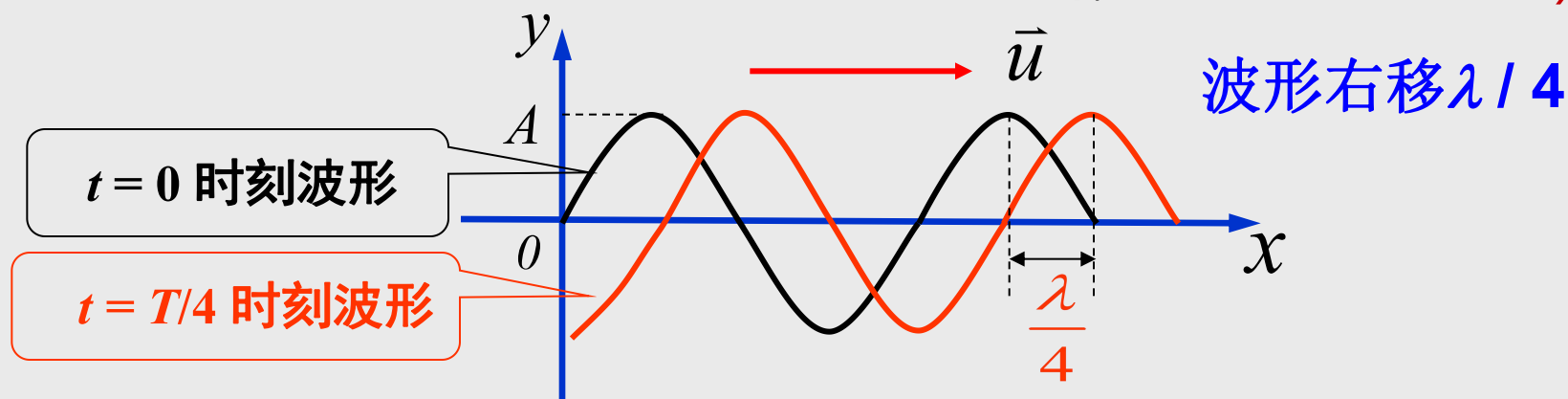
$t = 0$ 时:

$$y(x) = A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$t = \frac{T}{4}$ 时:

$$y(x) = -A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$$

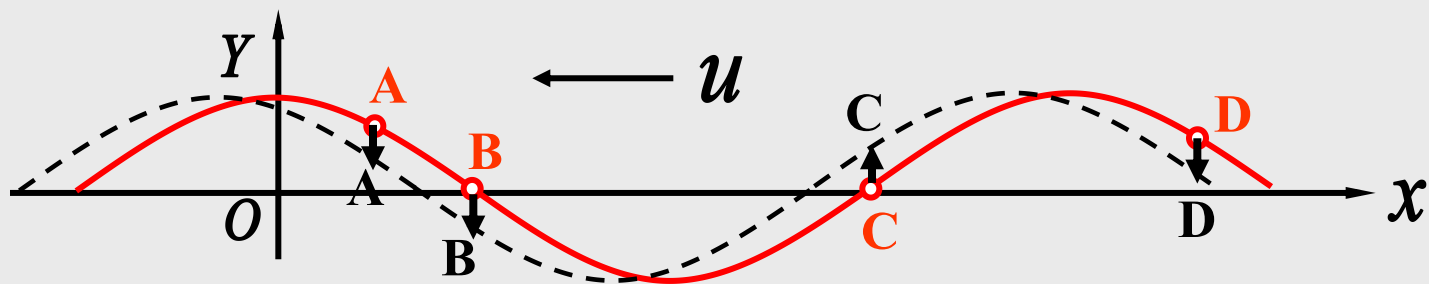
(2) $t=0$ 及 $t=T/4$ 时的波形



课堂测试:

请指出你认为是对的答案

以波速 u 沿 x 轴逆向传播的简谐波 t 时刻的波形如下图



- (1) A点的速度大于零; \times $v_{\text{振动速度}} = \frac{\partial y}{\partial t}$
- (2) B点静止不动; \times A点向下运动, $\partial y < 0$;
速度小于零。
- (3) C点向下运动; \times D点向下运动, $\partial y < 0$;
速度小于零。
- (4) ☒ D点的振动速度小于零。