디지털신호처리

Homework #2

정원국 교수님

전자정보공학부

20180474 남아리

1. $x(n) = u(n) - u(n-10)$에 대하여, 가장 낮은 주파수 성분 $(\omega = 0)$과 가장 높은 주파수 성분 $(\omega = \pi)$의 크기를 각각 구하여라.

	n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	$x(n)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	$X(\omega)$
$\omega = 0$ (최저주파수)	$e^{-j\omega n}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	$x(n)e^{-j\omega n}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
$\omega = \pi$ (최고주파수)	$e^{-j\omega n}$	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	
	$x(n)e^{-j\omega n}$	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	0

∴주파수 성분에 대해 표로 나타내면 위와 같다. 그러므로 가장 낮은 주파수 성분의 크기는 10이고, 가장 높은 주파수 성분의 크기는 0이다.

$$\boldsymbol{X(\omega = 0) = 10, \qquad X(\omega = \pi) = 0}$$

2. 정의식을 이용하여 $X(\omega)$를 수식으로 구하여라.

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$

$$u(n) \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}(1 \cdot e^{-j\omega})^n \quad (\because u(n) = 0\ for\ n < 0) = \frac{1}{1 - e^{-j\omega}}$$

$$u(n-10) \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}(1 \cdot e^{-j\omega})^n - \sum_{n=0}^{9}\left(1 \cdot e^{-j\omega}\right)^n$$

$$x(n) = u(n) - u(n-10)$$

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{\infty}\{u(n) - u(n-10)\} \cdot e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} u(n) \cdot e^{-j\omega n} - \sum_{n=0}^{\infty} u(n-10) \cdot e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\left(1 \cdot e^{-j\omega}\right)^n - \left(\sum_{n=0}^{\infty}\left(1 \cdot e^{-j\omega}\right)^n - \sum_{n=0}^{9}\left(1 \cdot e^{-j\omega}\right)^n\right)$$

$$\sum_{n=0}^{9}(1 \cdot e^{-j\omega})^n = 1 + e^{-j\omega} + e^{-2j\omega} + \cdots + e^{-9j\omega}$$

$$\therefore X(\omega) = \sum_{n=0}^{9}(1 \cdot e^{-j\omega})^n = 1 + e^{-j\omega} + e^{-2j\omega} + \cdots + e^{-9j\omega}$$

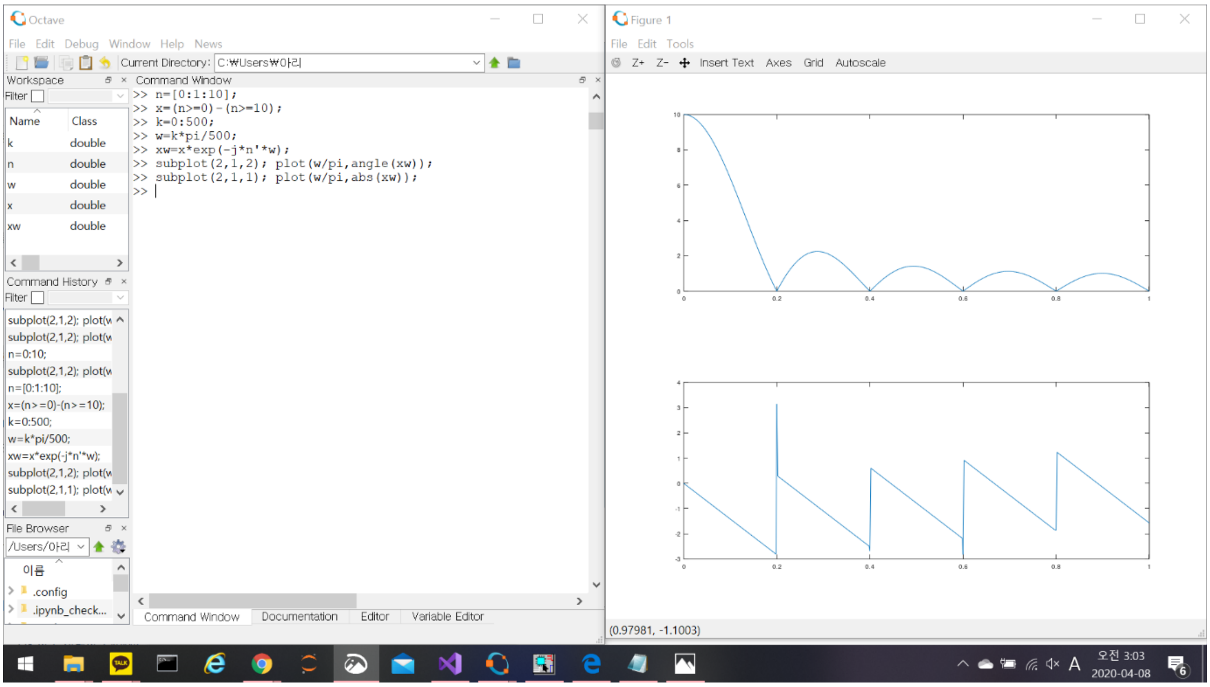
3. $|X(\omega)| = 0$ 을 만족하는 주파수를 모두 구하여라.

$\tau = 10$

$$2\pi \times \frac{1}{\tau} = 2\pi \times \frac{1}{10} = 0.2\pi$$

$$\therefore \frac{1}{5}\pi, \frac{2}{5}\pi, \frac{3}{5}\pi, \frac{4}{5}\pi, \pi \ \ (= 0.2\pi, 0.4\pi, 0.6\pi, 0.8\pi, \pi)$$

4. $|X(\omega)|, \angle X(\omega)$ 를 matlab을 이용하여 sketch하라.



1. $x(n) = u(n) - u(n-10)$ 이라서 $0 \le n \le 9$ 까지만 1이고 다른 영역에서는 zero 이다. 그래서 n의 범위는 0부터 10으로 설정하였다.

2. discrete-time signal은 주파수영역에서 2π의 주기성을 갖기 때문에 0부터 2π, 또는 $-\pi$부터 π 등 2π구간만 확인하면 된다. 그런데 우함수, 기함수 같은 함수의 성질을 이용하면 half-period만 확인해도 충분하기 때문에 ω의 범위를 $0 \le \omega \le \pi$ 으로 설정하였다.

3. ω는 연속변수이기 때문에 $0 \le \omega \le \pi$ 구간을 등간격 $\frac{\pi}{500}$로 나누어서 계산하였다.

4. 오른쪽 위가 $|X(\omega)|$, 오른쪽 아래가 $\angle X(\omega)$에 대한 sketch이다.