

## Homework 8

1. 给定  $G = (V, E)$  是一带权重且没有权重为负值的环路的有向图，对于所有的结点  $v \in V$ ，从源结点  $s$  到结点  $v$  之间的最短路径中，包含边的条数的最大值为  $m$ 。请对算法 BELLMAN-FORD 进行简单修改，可以让其在  $m+1$  遍松弛操作之后终止，即使  $m$  不是事先知道的一个数值。

2. 请举出一个包含负权重的有向图，使得 Dijkstra 算法在其上运行时将产生不正确的结果。为什么在有负权重的情况下，这一定理的证明不成立？

3. Floyd-Warshall 算法的空间需求为  $\Theta(n^3)$ ，因为要计算  $d_{ij}^{(k)}$ ，其中  $i, j, k = 1, 2, \dots, n$ 。请证明下面所列出的去掉所有上标的算法是正确的，从而将 Floyd-Warshall 算法的空间需求降低到  $\Theta(n^2)$ 。

FLOYD-WARSHALL'(W)

1:  $n = W.rows$

2:  $D = W$

3: **for**  $k = 1$  to  $n$  **do**

4:     **for**  $i = 1$  to  $n$  **do**

5:         **for**  $j = 1$  to  $n$  **do**

6:              $d_{ij} = \min(d_{ij}, d_{ik} + d_{kj})$

7: **return**  $D$