

Neural Network Basic Assignment 1

이름: 오수아

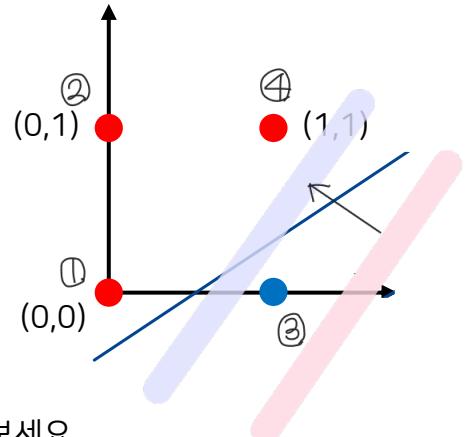
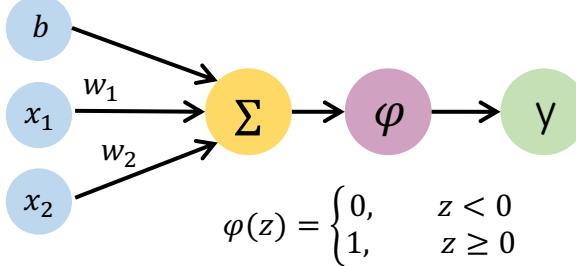
1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\begin{aligned}\frac{d\delta(z)}{dz} &= \frac{d}{dz} \frac{1}{1+e^{-z}} \\ &= -\frac{1}{(1+e^{-z})^2} \cdot \frac{d}{dz}(1+e^{-z}) \\ &= -\frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} = \frac{1+e^{-z}-1}{(1+e^{-z})^2} = \frac{1}{1+e^{-z}} - \frac{1}{(1+e^{-z})^2} \\ &= \frac{1}{1+e^{-z}} \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z}}\right) = \delta(z) \{1 - \delta(z)\}\end{aligned}$$

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$* (f \pm g)' = f' \pm g'$
 $* \left(\frac{1}{f(x)}\right)' = -\frac{1}{(f(x))^2} f'(x)$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 $\bullet (=1)$, $\circ (=0)$ 을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. \bullet , \circ 를 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$$\varphi(w_1x_1 + w_2x_2 + b) = y$$

$$w_1 = -1, w_2 = 1, b = 1.5$$

$$\begin{aligned}① (-1 \times 0) + (1 \times 0) + (1.5) &= 1.5 \\ \varphi(1.5) &= 1 \\ ② (-1 \times 0) + (1 \times 1) + (1.5) &= 2.5 \\ \varphi(2.5) &= 1 \\ ③ (-1 \times 1) + (1 \times 0) + (1.5) &= 0.5 \\ \varphi(0.5) &= 1 \\ ④ (-1 \times 1) + (1 \times 1) + (1.5) &= 1.5 \\ \varphi(1.5) &= 1\end{aligned}$$

x_1	x_2	S	y
① 0	0	1.5	1
② 0	1	2.5	1
③ 1	0	0.5	1
④ 1	1	1.5	1

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$$\eta = 0.4$$

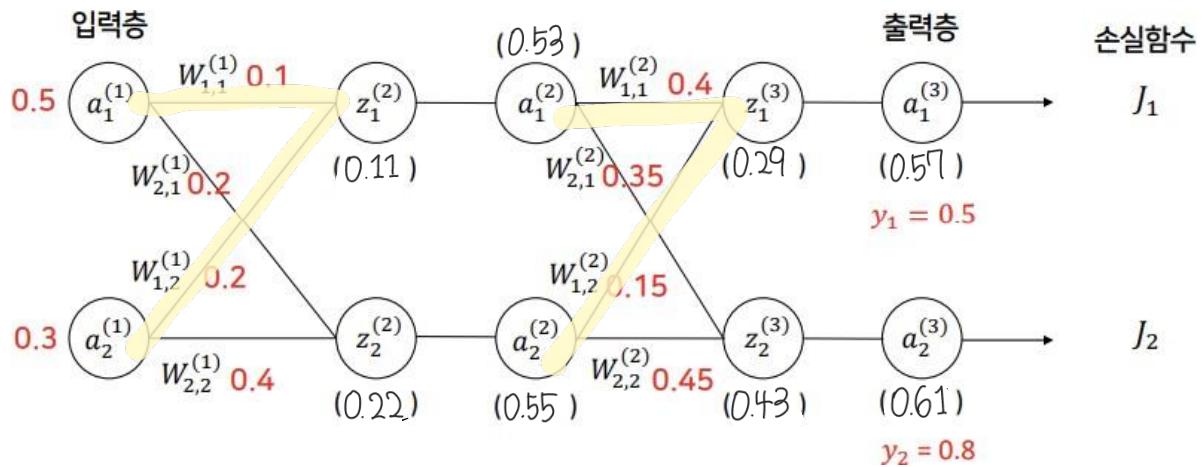
$$w_i \leftarrow w_i + \eta (y - \hat{y}) x_i$$

$$\begin{aligned}③ \quad b &\leftarrow 1.5 + 0.4 \times (0-1) \times 1 = 1.1 \\ w_1 &\leftarrow (-1) + 0.4 \times (0-1) \times 1 = -1.4 \\ w_2 &\leftarrow 1 + 0.4 \times (0-1) \times 0 = 1\end{aligned}$$

x_1	x_2	O	y	S'
① 0	0	1	1	: 1.1
② 0	1	1	1	: 2.1
③ 1	0	1	0	: -0.3
④ 1	1	1	1	: 0.7

업데이트 된 $b = 1.1, w_1 = -1.4, w_2 = 1$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^{(2)} = W_{11}^{(1)} a_1^{(1)} + W_{12}^{(1)} a_2^{(1)} = (0.1) \cdot (0.5) + (0.2) \cdot (0.3) = 0.11$$

$$z_2^{(2)} = (0.2) \cdot (0.5) + (0.4) \cdot (0.3) = 0.22$$

$$a_1^{(2)} = \phi(z_1^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.11}} = 0.53$$

$$a_2^{(2)} = \phi(z_2^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.22}} = 0.55$$

$$z_1^{(3)} = W_{11}^{(2)} a_1^{(2)} + W_{12}^{(2)} a_2^{(2)} = (0.4) \cdot (0.53) + (0.15) \cdot (0.55) = 0.29$$

$$z_2^{(3)} = (0.35) \cdot (0.53) + (0.45) \cdot (0.55) = 0.43$$

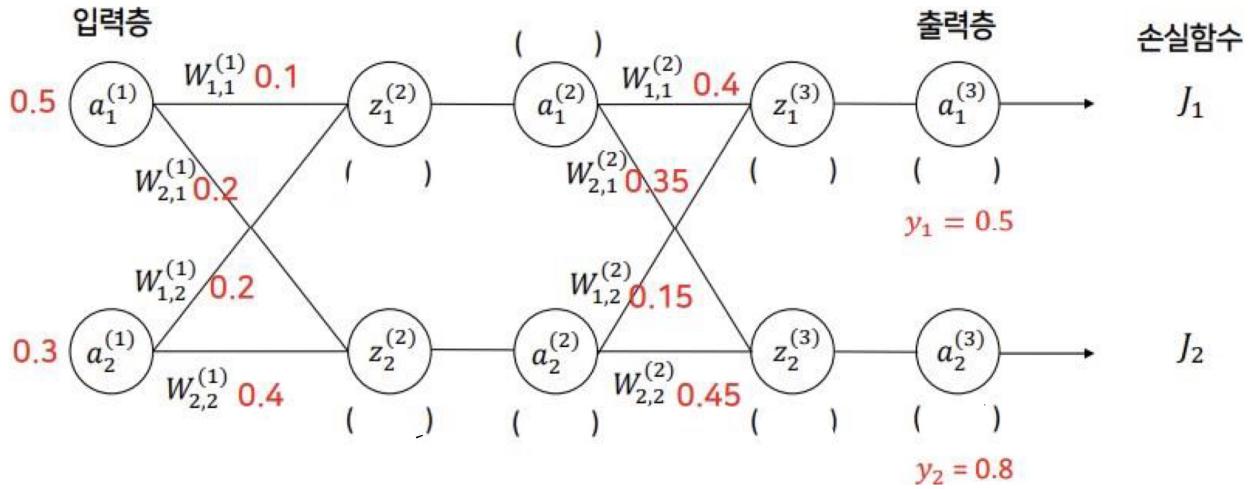
$$a_1^{(3)} = \phi(z_1^{(3)}) = \frac{1}{1+e^{-0.29}} = 0.57$$

$$a_2^{(3)} = \phi(z_2^{(3)}) = \frac{1}{1+e^{-0.43}} = 0.61$$

3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,2}^{(2)}$ 과 $W_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(1)}$ 과 $W_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$W_{2,2}^{(2)} = W_{2,2}^{(2)} - \eta \cdot \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} \quad * W_j = W_j - \eta \cdot \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_j}$$

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \times \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = \frac{\delta_2^{(3)}}{(a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)}(1-a_2^{(3)}) \times a_2^{(2)}} = \frac{-0.045}{(-0.19) \times (0.238) \times 0.55} = -0.025$$

조정된 $W_{2,2}^{(2)} = 0.45 - 0.1 \times (-0.025) = 0.4525$

$$W_{2,1}^{(1)} = W_{2,1}^{(1)} - \eta \cdot \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} \quad * \delta_1^{(3)} = \frac{0.51}{(a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)}(1-a_1^{(3)})} = 0.017$$

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial a_2^{(2)}} \times \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} = (\delta_1^{(3)} W_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} W_{2,2}^{(2)}) \times a_2^{(2)}(1-a_2^{(2)}) \times a_1^{(1)}$$

$$= (0.017 \times 0.15 - 0.045 \times 0.45) \times 0.55 \times 0.45 \times 0.5 = -0.002$$

조정된 $W_{2,1}^{(1)} = 0.2 - 0.1 \times (-0.002) = 0.2002$