

# LUYỆN THI TOÁN TRẮC NGHIỆM 2018

GIÁO VIÊN: NGUYỄN BÁ TUẤN

<https://www.facebook.com/NguyenBaTuan.gvToan>

## ỨNG DỤNG MÁY TÍNH BỎ TÚI TRONG GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM

Tài liệu sẽ được thầy liên tục cập nhật, các em hãy trao đổi cùng thầy những cách mới của các em để tài liệu được tốt nhất. Hãy luôn sáng tạo em nhé.

**THẦY LUÔN SONG HÀNH CÙNG CÁC EM**

**( Tài liệu dùng cho học sinh lớp 10, 11, 12, học sinh ôn thi đại học)**

## LỜI MỞ ĐẦU

Máy tính là một công cụ đắc lực trong việc giải toán nói chung và dạng thức thi trắc nghiệm nói riêng.

Bắt đầu từ năm học 2016-2017 môn toán trong kì thi THPTQG đã chính thức thi theo hình thức trắc nghiệm. Vì vậy máy càn tính cầm tay càng trở nên là một vũ khí hết sức hiện đại và quan trọng đối với các em học sinh. Chúng ta hiểu máy tính, hiểu bản chất vấn đề thì sẽ càng tạo ra nhiều thủ thuật làm và hết sức độc đáo. Có nhiều bạn hỏi thầy tại sao luôn tạo ra được các phương pháp mới nói chung và phương pháp cho Casio nói riêng. Câu trả lời rất đơn giản đó là mình phải hiểu máy tính làm được gì, bản chất kiến thức là giải quyết vấn đề gì, khi đó với tư duy sáng tạo chúng ta sẽ có cách làm cho riêng mình.

Các em học sinh chuẩn bị ôn thi đại học đã được tiếp xúc với máy tính từ rất lâu tuy nhiên đa số học sinh vẫn chưa khai thác hết kho tính năng khổng lồ của máy tính để phục vụ công việc giải toán. Chính vì thế, tài liệu này ra đời nhằm cung cấp cho các em những tính năng máy tính nổi bật và gần gũi nhất với đối tượng học sinh ôn thi đại học

Chuyên đề này tập trung khai thác về các tính năng ưu việt của máy tính CASIO 570-VN Plus và VINACAL570ESPLUSII. Casio 570-VN Plus được nâng cấp từ dòng máy ES Plus, bổ sung thêm 36 tính năng, tốc độ tính toán nhanh và chính xác. Hiện nay đây là loại máy phổ biến và được đánh giá là sự lựa chọn tối ưu cho các em học sinh, sinh viên. Những tính năng được cung cấp trong chuyên đề nay mang tính đại diện, các em hoàn toàn có thể tìm hiểu các chức năng tương đương đối với các dòng máy tính mà em đang sử dụng như **Casio**: FX 95, FX 220, FX 500A, FX 500 MS, FX 500 ES, FX 500VNPlus, FX 570 MS, FX 570 ES và FX 570 ES Plus; **VinaCal** 500MS, 570 MS và 570 ES

Plus; **Vietnam Calculator** VN-500RS; VN 500 ES; VN 570 RS, VN 570 ES; **Sharp** EL 124A, EL 250S, EL 506W, EL 509WM; **Canon** FC 45S, LS153TS, F710, F720,...vv

Đặc biệt, tài liệu phân tích đan xen các dạng toán đa dạng xuất hiện trong cả đề thi tự luận và trắc nghiệm các năm gần đây, rèn luyện tư duy hai chiều cho các em học sinh: giải trắc nghiệm để tìm ra hướng đi cho bài tập tự luận, giải theo cách tự luận để tìm ra phương án tối ưu nhất cho thi trắc nghiệm. Dù đang học và giải toán theo cách làm tự luận hay trắc nghiệm thì các em vẫn sẽ tìm thấy những bí kíp hay cho riêng mình trong tài liệu này.

(

## MỤC LỤC

<b>I. Chức năng tìm nghiệm của phương trình [SHIFT + SOLVE]</b>	<b>1</b>
1. Phương trình bậc nhất:	2
2. Phương trình bậc bốn:	5
3. Phương trình có bậc từ năm trở lên	7
4. Phương trình lượng giác :	8
5. Phương trình vô tỉ chứa căn thức :	10
<b>II. Phương thức Véc tơ (MODE 8 – VECTOR )</b>	<b>11</b>
<b>III. Phương thức tính toán với số phức (CMPLX – MODE 2)</b>	<b>17</b>
<b>IV. Giải bất phương trình INEQ (MODE (mũi tên xuống) 1)</b>	<b>200</b>
<b>V. Giải phương trình, hệ phương trình EQN (Mode 5)</b>	<b>244</b>
1. Hệ phương trình:	244
2. Phương trình	255
<b>VI. CALC, TABLE - Gán biến, bộ nhớ độc lập, tạo bảng</b>	<b>276</b>
1. TABLE (Mode 7)	276
2. Bộ nhớ trả lời Ans, bộ nhớ trả lời trước PreAns	29

3. Các biến nhớ máy tính cung cấp (A,B,C,D,E,F,X,Y) 29

4. CALC ( gán giá trị biểu thức trong tính toán) 310

Tài liệu tham khảo Error! Bookmark not defined.0

## CÁCH SỬ DỤNG TÀI LIỆU

Kí hiệu	Ý nghĩa
[SHIFT]	Mô tả phím cần bấm trên bàn phím
(Sto)	Chú thích cho phím trước đó
[=2=3]	Nhiều phép bấm đơn giản được gộp lại



## I. Chức năng tìm nghiệm của phương trình [SHIFT + SOLVE]

**SOLVE** dùng xấp xỉ Newton để tìm nghiệm phương trình và chỉ được dùng trong phương thức **COMP MODE 1**

Cách làm tổng quát: Nhập phương trình  $f(X)$  vào màn hình chính, đưa vào giá trị khởi đầu của  $X$  và đợi máy tính đưa ra nghiệm

VD :



Để giải  $y = ax^2 + b$  cho  $x$  khi  $y = 0$ ,  $a = 1$ , và  $b = -2$

$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{S} \rightarrow \text{D}} (\text{Y}) \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{CALC}} (=) \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{(-)} (\text{A})$   
 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} (\text{X}) \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} (\text{B})$

Math  
 $Y = AX^2 + B$

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} (\text{SOLVE})$

Math  
Y?

Nhắc đưa vào giá trị cho Y

Giá trị hiện thời của Y

$0 \boxed{=}$   $1 \boxed{=}$   $\boxed{(-)} 2 \boxed{=}$

Math  
Solve for X

Giá trị hiện thời của X

Đưa vào giá trị khởi đầu cho X  
(Ở đây, đưa vào 1):

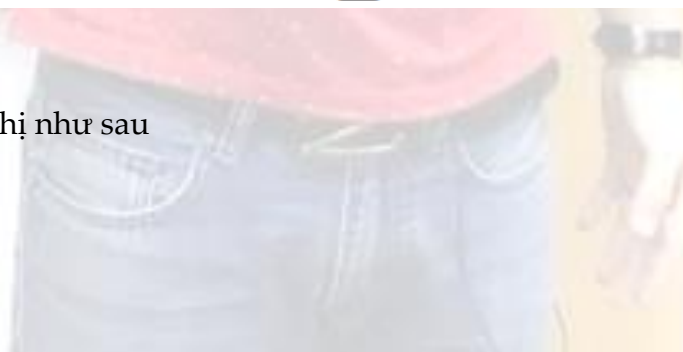
$1 \boxed{=}$

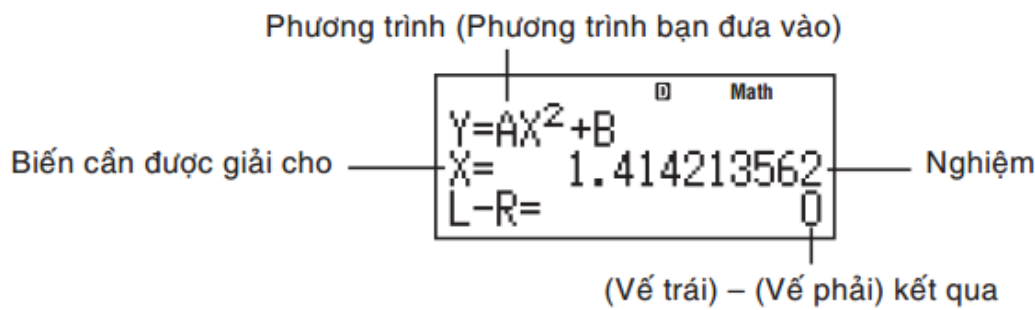
Math  
 $Y = AX^2 + B$   
 $X = 1.414213562$   
 $L - R = 0$

Để ra khỏi SOLVE:  $\boxed{\text{AC}}$

Màn hình nghiệm

Màn hình nghiệm sẽ được hiển thị như sau





## 1. Phương trình bậc nhất:

**VD1:** Tìm giao điểm M của đường thẳng (d):  $\frac{x-4}{1} = \frac{5-y}{2} = \frac{2z+1}{5}$  và (P):  $2x-4y-3z=-8$

- A.  $M(6, 1, \frac{9}{2})$       B.  $M(1, 1, 2)$       C.  $M(7, -1, -7)$       D.  $M(5, 3, 2)$

### Lời giải:

Để tránh trường hợp phải thay từng đáp án để xảy ra nhầm lẫn khi tính nhầm đại số hay mất công trình bày như tự luận

Ta có thể nhìn nhanh đề bài và nhập vào máy biểu thức sau

“  $2(X+4)-4(5-2X)-3 \cdot \frac{5X-1}{2}+8$  ” và ấn [SHIFT SOLVE], giá trị khởi đầu  $X=0$

với X chính là ẩn t ( $\frac{x-4}{1} = \frac{5-y}{2} = \frac{2z+1}{5} = t$ )

Máy giải ra  $X=1 \rightarrow t=1 \rightarrow x=5$  chọn ngay đáp án D !

Với các bài toán hình học giải tích không gian phức tạp hơn, theo tác xác định giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng có thể cần được sử dụng nhiều lần. Việc nhìn đề bài, nhân chéo và thao tác ngay trên máy sẽ rút ngắn được thời gian đáng kể thay vì đi thử đáp án hoặc trình bày ra nháp dưới hình thức tự luận.

**VD2** Cho điểm  $M(2;1;4)$  và đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$

Tìm điểm H thuộc ( $\Delta$ ) sao cho đoạn thẳng MH nhỏ nhất (gợi ý:  $H(2;3;3)$ )

**VD3** (Đề mẫu ĐHQG HN 2015) Tìm hệ số của  $x^{26}$  trong khai triển nhị thức

$(x^7 + \frac{1}{x^4})^n = \sum_{i=0}^n C_n^i x^{7i} \frac{1}{x^{4(n-i)}}$  biết tổng ba hệ số của ba hạng tử đầu tiên trong khai triển bằng 56.

A.210

B.126

C.252

D.330

**Lời giải :**

$$\text{Xét khai triển } \left( \frac{1}{x^4} + x^7 \right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \left( \frac{1}{x^4} \right)^{10-k} x^{7k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{11k-40}.$$

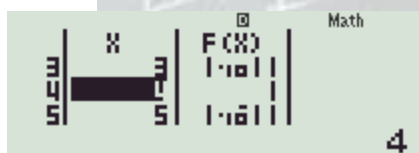
Vậy số hạng chứa  $x^{26}$  tương ứng với  $k$  thỏa mãn  $11k - 40 = 26 \Leftrightarrow k = 6 \Rightarrow$  hệ số  $C_{10}^6$

Cách khác:

$$\text{Từ } \left( \frac{1}{x^4} + x^7 \right)^{10} \text{ ta dùng bảng TABLE nhập nhanh hàm } F(X) = \frac{\left( \frac{1}{10^4} \right)^X (10^7)^{10-X}}{10^{26}}$$

Hàm này có được từ công thức khai triển nhị thức Niu – ton, với 10 tương ứng với  $x$ , và  $X$  tương ứng với  $k$ .

Với START:1, END:10, STEP:1 ta được kết quả



Vậy hệ số cần tìm là  $C_{10}^4$

Đáp số là  $C_{10}^4 = 210$  (A)

*Nhận xét: Khi đọc phần trình bày này các em sẽ thấy rất dài nhưng dạng toán này rất hay gặp nên vì cò xét nhiều, các em sẽ tập được phản xạ bấm máy tính chứ không cần một dòng nháp nào cả.*

**VD4:** Xác định hệ số của  $x^{16}$  trong khai triển của biểu thức  $\left( x^6 + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3 \right)^{10}$

A. -113400

B.-945

C.4200

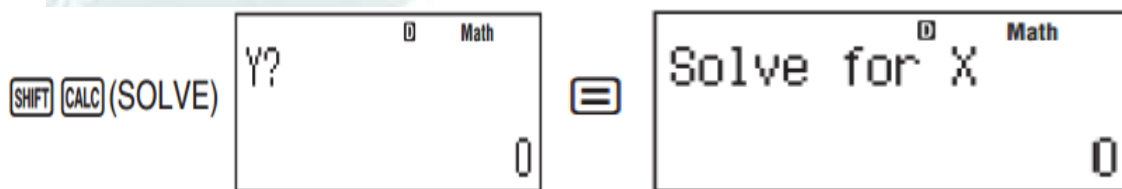
D.3240

**Lời giải:**

$$\text{Ta thấy } \left( a^6 + \frac{1}{\sqrt{a}} - 3 \right)^{10} = \sum_{Y=0}^{10} C_{10}^Y \cdot \left( a^6 + \frac{1}{\sqrt{a}} \right)^Y \cdot (-3)^{10-Y} = \sum_{Y=0}^{10} C_{10}^Y (-3)^{10-Y} \left( \sum_{X=0}^Y C_Y^X \cdot a^{6X} \cdot \frac{1}{(\sqrt{a})^{Y-X}} \right)$$

Như vậy hệ số của  $x^{16}$  sẽ là  $C_{10}^Y(-3)^{10-Y} \cdot C_Y^X$  trong đó  $X, Y$  là các số nguyên dương  $3 \leq X, Y \leq 10$  thỏa mãn  $6X - \frac{Y-X}{2} = 16$ .

Hiểu một cách đơn giản, khi nhập hai ẩn  $X, Y$  vào máy, máy tính sẽ coi  $Y$  là tham số và  $X$  là ẩn và máy sẽ hỏi bạn muốn gán  $Y$  bằng bao nhiêu trước khi giải  $X$



Cách thủ công nhất là thử  $Y$  bằng 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ( vì để  $x^{6X} \geq x^{16}$  nên  $X$  tối thiểu sẽ là 3 và  $Y$  tối thiểu cũng bằng 3)

Với mỗi  $Y$  thì ta sẽ chọn nghiệm nguyên của  $X$

Kết quả :  $Y=7, X=3 \Rightarrow$  Hệ số của hạng tử  $x^{16}$  trong khai triển biểu thức là

$$C_{10}^7 \cdot (-3)^3 \cdot C_7^3 = -113400 \text{ (đáp án A)}$$

**VD5:** Biết phương trình  $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{3}{2}} - 3^{2x-1}$  có nghiệm  $a$ . Tính giá trị biểu thức

$$P = a + \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$$

- A.  $P = \frac{1}{2}$       B.  $P = 1$       C.  $P = 1 - \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$       D.  $P = 1 - \log_{\frac{9}{2}} 2$

### Hướng dẫn

Cách tìm giá trị  $a$ :

Bước 1: Nhập  $f(x) = 9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} - 2^{x+\frac{3}{2}} + 3^{2x-1}$

Bước 2: Nhấn SHIFT + CALC cho  $x$  bằng giá trị bất kì, máy sẽ tự tìm ra nghiệm  $a$  nhưng rất lâu.

Kết hợp MODE 7 thì biết được nghiệm nằm trong khoảng  $(0,7 ; 0,8)$  nên sẽ cho giá trị bắt đầu  $x = 0,75$ . Tìm được nghiệm  $x \approx 0,7695$ . Gán ( SHIFT+RCL) nghiệm đó với A rồi tính giá trị  $P$



**Lưu ý :**

1.1. Tùy theo giá trị khởi đầu bạn đặt cho  $X$  mà máy có thể không cho ra nghiệm khi đó hãy thử với giá trị mà bạn ước lượng là gần với nghiệm. Các hàm sau không được phép ở bên trong của phương trình.

$\int$  ;  $d/dx$  ;  $\sum$  ;  $\prod$  ; Pol ; Rec

## 2. Phương trình bậc bốn:

Phương trình bậc bốn rất hay gặp trong các bài toán giải phương trình, hệ phương trình,... thường là khi chúng ta làm gần hết bài toán, phương trình bậc bốn mới xuất hiện và thường khiến chúng ta bó tay, tiếc nuối vì đã làm gần xong rồi. Bài viết này sẽ chỉ ra cách để giúp các em dẹp bỏ nỗi sợ phương trình bậc bốn

Xét hàm bậc bốn tổng quát  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$

Thông thường  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  hoặc có thể quy được về số nguyên. Tuy nhiên các hệ số cũng có thể là số vô tỉ.

\*TH1 :  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm hữu tỉ

Phân tích đa thức thành nhân tử  $f(x) = (x - A).g(x)$ ;  $g(x)$  là hàm bậc ba, và máy hoàn toàn giải được hàm bậc ba bằng cách đưa vào EQN( Mode 5, 4)

**VD1:** Số nghiệm của phương trình

$f(x) = x^4 + (1 + \sqrt{2})x^3 + (\sqrt{2} - 3)x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + 2$  là

A.1                      B.2                      C.3                      D.4

\*TH2:  $f(x) = 0$  có toàn nghiệm vô tỉ

Ta sẽ tìm cách phân tích được hàm đã cho thành tích của hai đa thức bậc hai có nghiệm vô tỉ

$f(x) = (x^2 + a'x + b')(x^2 + c'x + d')$

**Cách 1:**(ít dùng cho tự luận) Dùng đồng nhất hệ số ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} a' + c' = a & (x^3) \\ a'c' + b' + d' = b & (x^2) \\ b'c' + a'd' = c & (x) \\ b'd' = d \end{cases}$$

giải hệ để tìm ra  $A, B, C, D$  sau đó đưa vào EQN giải phương trình bậc 2

**VD2:** Giải phương trình  $y = x^4 - 2x^3 - 2x - 1$

Ta có :  $y = (x^2 + ax + 1)(x^2 + bx - 1) \Rightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ -a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow y = (x^2 + 1)(x^2 - 2x - 1)$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là  $x = 1 \pm \sqrt{2}$

**Cách 2 :** Thường các bài toán trong kì thi đại học, thi thử thì phương trình sẽ không quá phức tạp, hệ số đều nguyên

Khi đó ta sẽ áp dụng hệ thức Viet để làm bài toán, tìm ra ba nghiệm đầu tiên, gán cho ba biến A, B, C ta sẽ thử lần lượt A.B ; B.C ; A.C để xem tích nào là số nguyên

Giả sử A.B nguyên khi đó f(x) sẽ phân tích được thành một hạng tử như sau

$x^2 - (A + B)x + AB$  Các em chia đa thức để tìm hạng tử còn lại và lại tiếp tục đưa vào EQN để giải phương trình bậc hai

**VD3:** Giải phương trình  $y = x^4 + x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

Nhập biểu thức  $X^4 + X^3 - 4X^2 - X + 1$ , [SHIFT SOLVE]

Thử với X=0, ra nghiệm X=0.4142135624... Shift RCL(Sto) (-) (A) (gán nghiệm này cho biến A)

Thử với X=-3, ra nghiệm X=-2.41413562... Shift RCL (Sto) (-) B

Thử với X=2, ra nghiệm X=1.618033989.. Shift RCL (Sto) (-) C

Tính A.B, B.C, C.A thì thấy AB=-1 và A+B=-2 nên phân tích đa thức thành nhân tử sẽ có  $(x^2 + 2x - 1)$

$\rightarrow y = (x^2 + 2x - 1).(x^2 - x - 1)$  giải phương trình ta có bốn nghiệm tất cả

$$x = -1 \pm \sqrt{2} \text{ hoặc } x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

\*TH3: f(x) = 0 vô nghiệm

Nếu máy báo Can't solve hoặc máy chạy quá lâu thì khả năng cao là vô nghiệm. Khi đó ta sẽ đổi hướng, tìm cách phân tích đa thức đã cho thành tổng các bình phương để đảm bảo chắc chắn là vô nghiệm

**VD4:** Giải phương trình  $y = 4x^4 - 2x^3 + x^2 - 1 + 1$

Ta phân tích được thành  $y = (2x^2 - \frac{x}{2})^2 + (\frac{x}{2} - 1)^2 + \frac{x^2}{2} = 0$  vô nghiệm

### 3. Phương trình có bậc từ năm trở lên

VD5: Giải phương trình  $3x^5 - \frac{1}{2}x^4 - \frac{33}{2}x^3 + 15x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{9}{2} = 0$

-Nhập:  $3X^5 - \frac{X^4}{2} - \frac{33X^3}{2} + 15X^2 + \frac{5X}{2} - \frac{9}{2} [=]$  [SHIFT SOLVE]

(Bậc càng cao máy sẽ giải càng lâu, nên nếu máy giải lâu các em cứ để đó và lấy máy tính khác ra làm bài khác nhé )

-Nhập X = 0 ra X = 1 Shift RCL(Sto) (-) A (lưu lấy nghiệm này là A )

-Nhập  $(3X^5 - \frac{X^4}{2} - \frac{33X^3}{2} + 15X^2 + \frac{5X}{2} - \frac{9}{2}) : (X - A)$  [SHIFT SOLVE = = ] hai dấu bằng để xác nhận bạn lấy giá trị A là 1 thao tác này để tránh việc nghiệm sau ra trùng nghiệm trước

-Nhập X=0, máy chạy quá lâu bỏ qua

Thử giá trị khác X = -0,5 → thỏa mãn (lưu nghiệm này là B)

Chuyển qua nháp để phân tích đa thức thành  $f(x) = (x-1).(x+0,5)g(x)$

Sau đó lại phân tích được  $g(x) = (x-1)(3x^2 + 5x - 9)$

Vậy phương trình có bốn nghiệm là  $x = 1; x = \frac{-1}{2}; x = \frac{-5 \pm \sqrt{133}}{6}$

Lưu ý: Trong quá trình nhập biểu thức, nhiều em vừa nhìn đề bài vừa nhập như sau  $3X^5 - 1 : 2X^4 - 33 : 2X^3 + 15X^2 + 5 : 2X - 9 : 2$

Khi đó kết quả sẽ bị sai hoàn toàn vì dòng máy Casio 570-VN plus được bổ sung

Chức năng tự động điều chỉnh phép nhân tắc rõ hơn (tự động thêm ngoặc)

Khi bạn gõ	Máy tự động chuyển thành
$33 : 2X^3$	$33 : (2X^3)$
$1 : (2 + 3) \sin(30)$	$1 : ((2 + 3) \sin(30))$
$6 : 2\pi : 5e$	$6 : (2\pi) : (5e)$
$2\frac{1}{3}$	$2\left(\frac{1}{3}\right)$

Ngoài ra các em cũng nên lưu ý trình tự tính toán khi nhập các biểu thức



Trình tự ưu tiên của tính toán đưa vào được tính theo qui tắc dưới đây. Khi ưu tiên của hai biểu thức là như nhau, tính toán được thực hiện từ trái sang phải.

Thứ nhất	Biểu thức trong dấu ngoặc tròn
Thứ hai	Các hàm yêu cầu đối ở bên phải và dấu ngoặc tròn đóng ")" theo sau đối
Thứ ba	Các hàm có đi theo sau giá trị đưa vào ( $x^2$ , $x^3$ , $x^{-1}$ , $x!$ , $^o$ ", $^o$ , $r$ , $g$ , $\%$ , $\triangleright t$ ), lũy thừa ( $x^a$ ), căn ( $\sqrt[n]{x}$ )
Thứ tư	Phân số
Thứ năm	Dấu âm (-), kí hiệu cơ số $n$ (d, h, b, o) <b>Lưu ý:</b> Khi bình phương một giá trị âm (như -2), giá trị được bình phương phải được bao trong ngoặc tròn ( $(-2)^2$ ). Vì $x^2$ có ưu tiên cao hơn dấu âm, việc đưa vào $-2^2$ sẽ gây ra việc bình phương 2 và do đó gán thêm dấu âm vào kết quả. Bao giờ cũng hãy lưu tâm tới trình tự ưu tiên, và bao các giá trị âm trong ngoặc tròn khi được yêu cầu.
Thứ sáu	Lệnh chuyển đổi độ đo (cm $\triangleright$ in, v.v), các giá trị được ước lượng theo phương thức STAT ( $\hat{x}$ , $\hat{y}$ , $\hat{x}_1$ , $\hat{x}_2$ )
Thứ bảy	Phép nhân ở chỗ dấu phép nhân bị bỏ đi
Thứ tám	Phép hoán vị ( $nPr$ ), phép tổ hợp ( $nCr$ ), kí hiệu tọa độ cực số phức ( $\angle$ )
Thứ chín	Dấu chấm nhân ( $\cdot$ )
Thứ mười	Phép nhân, phép chia ( $\times$ , $\div$ ), tính toán có số dư ( $\div R$ )
Thứ mười một	Phép cộng, phép trừ (+, -)
Thứ mười hai	AND logic (and)
Thứ mười ba	OR, XOR, XNOR logic (or, xor, xnor)

#### 4. Phương trình lượng giác :

**VD5** ( Đề mẫu thi ĐHQG HN 2015): Giải phương trình  $\sin 3x + \sin x = \cos 3x + \cos x$



A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\pi \end{cases}$$

Cách 1: Thử đáp án, ta sẽ thử với các đáp án có  $\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$  trước vì “độ chia” của nó nhỏ nhất trong tất cả các phương án

(bài giải này đúng đơn vị độ để đỡ phải ấn chữ  $\pi$  )

Nhập  $\sin(3X) + \sin X - \cos 3X - \cos X$  [=] (1)

Bắt đầu gán giá trị cho X : 22,5° [SHIFT] [RCL](Sto [ ])(X)

Di chuột lên biểu thức (1) ấn [=] thấy biểu thức =0

Tiếp tục gán cho X giá trị 22,5° + 90° vẫn thấy (1) bằng 0 nên đáp án C thỏa mãn !

Đối với việc thử đáp án cần chú ý đưa đơn vị về dạng thích hợp, radian hoặc độ

Để xem máy đã chuyển về chế độ mong muốn chưa, ta có thể quan sát Chỉ báo hiện thị ở góc trên cùng của màn hình

Chỉ thị này:	Nghĩa là:
<b>S</b>	Bàn phím số đã được dịch chuyển bằng việc nhấn phím <b>[SHIFT]</b> . Bàn phím số sẽ không dịch chuyển và chỉ báo này sẽ biến mất khi bạn nhấn một phím.
<b>A</b>	Phương thức đưa vào kiểu chữ đã được chọn bằng việc nhấn phím <b>[ALPHA]</b> . Phương thức đưa vào kiểu chữ sẽ tồn tại và chỉ báo này sẽ biến mất khi bạn nhấn một phím.
<b>M</b>	Có một giá trị được lưu giữ trong bộ nhớ độc lập.
<b>STO</b>	Máy tính tay đang đợi đưa vào một tên biến để gán một giá trị cho biến này. Chỉ báo này xuất hiện sau khi bạn nhấn <b>[SHIFT] [RCL] (STO)</b> .
<b>RCL</b>	Máy tính tay đang đợi đưa vào một tên biến để nhớ lại giá trị của biến đó. Chỉ báo này xuất hiện sau khi bạn nhấn <b>[RCL]</b> .

<b>STAT</b>	Máy tính tay đang trong phương thức STAT.
<b>CMPLX</b>	Máy tính tay ở phương thức CMPLX.
<b>MAT</b>	Máy tính tay ở phương thức MATRIX.
<b>VCT</b>	Máy tính tay ở phương thức VECTOR.
<b>D</b>	Đơn vị góc mặc định là độ.
<b>R</b>	Đơn vị góc mặc định là radian.
<b>G</b>	Đơn vị góc mặc định là grad.
<b>FIX</b>	Số cố định các vị trí thập phân đang có hiệu lực.
<b>SCI</b>	Số cố định các chữ số có nghĩa đang có hiệu lực.
<b>Math</b>	Hiển thị tự nhiên được lựa làm dạng thức hiển thị.
<b>▼▲</b>	Dữ liệu bộ nhớ về lịch sử tính toán là sẵn có và có thể được dùng lại, hoặc có nhiều dữ liệu trên/dưới màn hình hiện thời.
<b>Disp</b>	Hiển thị đang hiện như kết quả trung gian của tính toán đa câu lệnh.

Cách 2: Đối với bài toán phức tạp, muốn tìm ra hết tất cả các nghiệm thì có thể lập bảng cho X chạy ( xem mục TABLE ).

### 5. Phương trình vô tỉ chứa căn thức :

**VD6:** Phân tích đa thức thành nhân tử

$$B = 6x^2y - 13xy^2 + 2y^3 - 18y^2 + 10xy - 3y^2 + 87x - 14y + 15$$

**Lời giải :**

Nhập biểu thức  $B = 6x^2y - 13XY^2 + 2Y^3 - 18Y^2 + 10XY - 3Y^2 + 87X - 14Y + 15$

$$[\text{SHIFT SOLVE}] \quad Y = 1000, \quad X = \frac{333}{2} \vee X = 2005$$

Với  $y=1000$  thì  $B = 2991(2X - 333)(x - 2005)$

mà  $2005 = 2.1000 + 5$ ;  $333 = \frac{1000-1}{3}$ ;  $2991 = 1000.3 - 3.3$  nên ta dự đoán

$$B = (3y - 9)(2x - \frac{y-1}{3})(x - 2y - 5) \quad (\text{thay 1000 bằng } Y)$$

$$\text{hay } B = (y - 3)(6x - y + 1)(x - 2y - 5)$$

**VD7 (ĐHKB-2012):** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (1-y)\sqrt{x-y} + x = 2 + (x-y-1)\sqrt{y} & (1) \\ 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x-2y} - \sqrt{4x-5y-3} & (2) \end{cases}$$

**Hướng giải** (Dựa theo ý tưởng của Phạm Thế Việt trong chuyên đề Giải phương trình vô tỉ bằng máy tính):

NX: phương trình (1) đơn giản hơn ta tìm cách phân tích thành nhân tử thử xem

Nhập biểu thức :  $(1-Y)\sqrt{X-Y} + X = 2 + (X-Y-1)\sqrt{Y}$  [SHIFT SOLVE]

Coi Y là tham số, X là biến

Y	0	1	2	3
X	1	1	Can't solve	Can't solve

$Y = 0, X = 1$  thì có thể là  $x = y$  hoặc  $x - y = 1$  hoặc  $\sqrt{x - y} = 1$

Thử phân tích (1) theo  $x - y = 1$  ta có

$$\begin{aligned} (1-y)[\sqrt{x-y}-1] + (x-y-1)(1-\sqrt{y}) &= 0 \\ \Rightarrow (1-\sqrt{y})(\sqrt{x-y}-1)(1+\sqrt{y}+\sqrt{x-y}+1) &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=y+1 \end{cases} \end{aligned}$$

Thế  $x = y + 1$  vào (2) ta có  $2y^2 + 3y - 2 = \sqrt{1-y} \Rightarrow y \in (0;1)$

Đến đây có thể mày mò đưa về dạng liên hợp nhưng sẽ khó và phức tạp nên chúng ta có thể bình phương lên, chuyển thành phương trình bậc bốn, làm theo cách làm đã quen thuộc ở mục 2 ( phần I), giới hạn nghiệm trong khoảng  $(0;1)$ .

## II. Phương thức Véc to (MODE 8 – VECTOR )

Tính toán liên quan đến vecto được sử dụng rất nhiều trong các bài toán hình học giải tích, chúng ta nên khai thác triệt để các chức năng đó để làm các bài toán hình giải tích không gian, hình phẳng Oxy bằng cách đưa máy tính về phương thức VECTOR (8 MODE)

Ta điểm qua một số phương thức hay dùng khi sử dụng máy tính

## Xác định phương thức tính toán

Khi bạn muốn thực hiện kiểu thao tác này:	Hãy thực hiện thao tác phím:
Tính toán chung	<b>MODE</b> <b>1</b> (COMP)
Tính toán số phức	<b>MODE</b> <b>2</b> (CMPLX)
Tính toán thống kê và hồi qui	<b>MODE</b> <b>3</b> (STAT)
Tính toán có hệ thống số riêng (nhị phân, bát phân, thập phân, thập lục phân)	<b>MODE</b> <b>4</b> (BASE-N)
Giải phương trình	<b>MODE</b> <b>5</b> (EQN)
Tính toán ma trận	<b>MODE</b> <b>6</b> (MATRIX)
Sinh ra một bảng số dựa trên một hay hai hàm	<b>MODE</b> <b>7</b> (TABLE)

Tính toán véc-tơ	<b>MODE</b> <b>8</b> (VECTOR)
Giải bất phương trình	<b>MODE</b> <b>1</b> (INEQ)

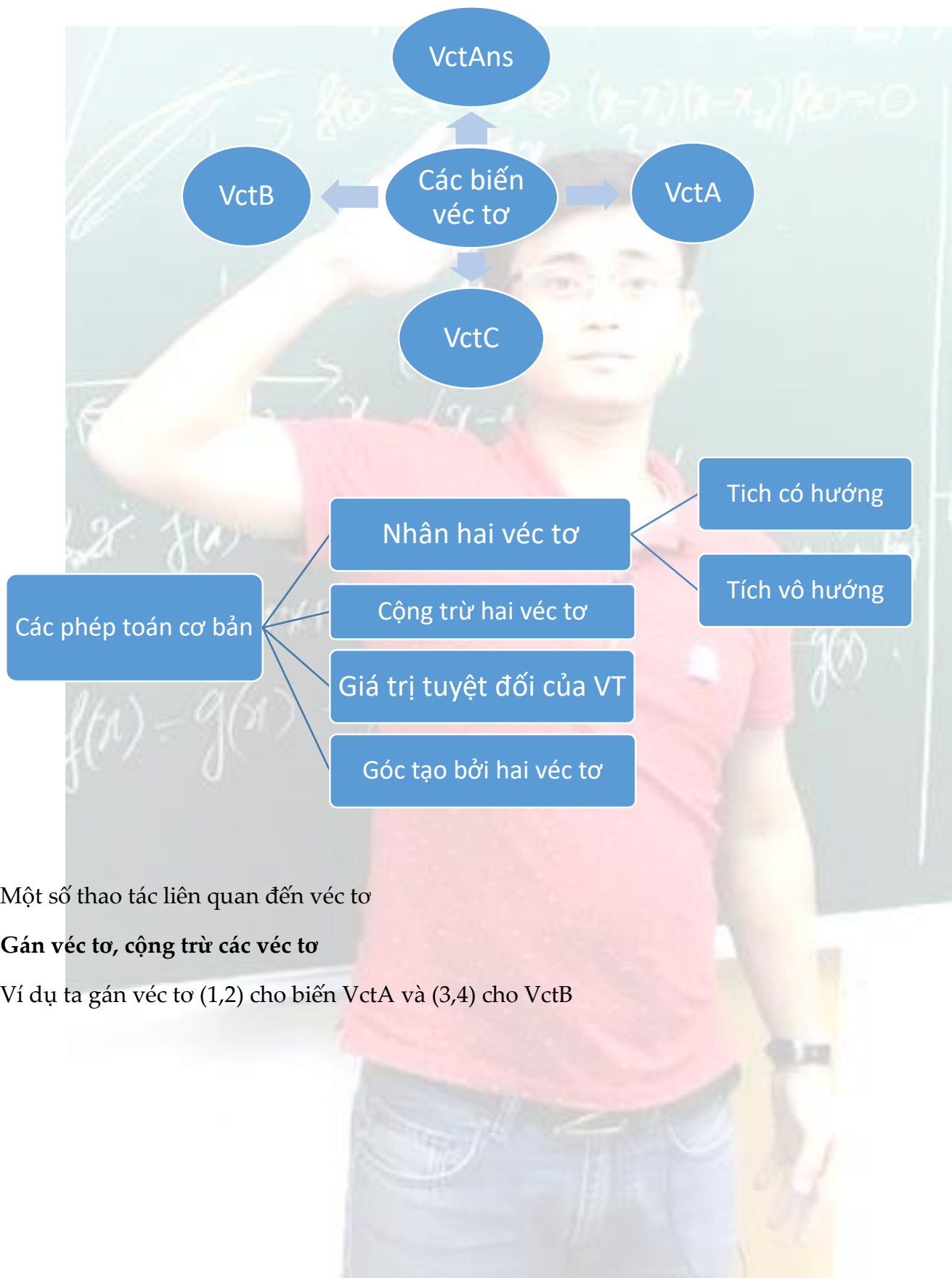
Trong đó phương thức tính toán mặc định là COMP

Bộ soạn thảo véc tơ

Véc tơ 2 chiều  
VD:  $A(1,2)$

Véc tơ ba chiều  
VD:  $A(1,2,3)$





Một số thao tác liên quan đến véc tơ

**Gán véc tơ, cộng trừ các véc tơ**

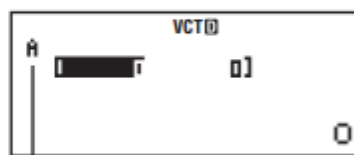
Ví dụ ta gán véc tơ  $(1,2)$  cho biến VctA và  $(3,4)$  cho VctB

 **1** Gán (1, 2) vào VctA và (3, 4) vào VctB, và rồi thực hiện tính toán sau:  $(1, 2) + (3, 4)$

1. Nhấn **MODE** **8** (VECTOR) để vào phương thức VECTOR.

2. Nhấn **1** (VctA) **2** (2).

- Điều này sẽ hiển thị Bộ soạn thảo véc-tơ để đưa vào véc-tơ 2 chiều cho VctA.



"A" viết tắt cho "VctA".

3. Đưa vào các phần tử của VctA: **1** **=** **2** **=**.

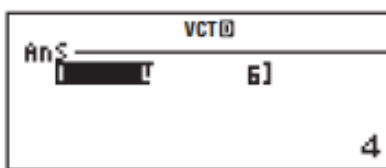
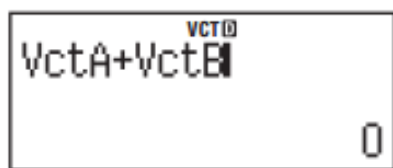
4. Thực hiện thao tác phím sau: **SHIFT** **5** (VECTOR) **2** (Data) **2** (VctB) **2** (2).

- Điều này sẽ hiển thị Bộ soạn thảo véc-tơ để đưa vào véc-tơ 2 chiều cho VctB.

5. Đưa vào các phần tử của VctB: **3** **=** **4** **=**.

6. Nhấn **AC** để đưa lên màn hình tính toán, và thực hiện tính toán  $(VctA + VctB)$ : **SHIFT** **5** (VECTOR) **3** (VctA) **+** **SHIFT** **5** (VECTOR) **4** (VctB) **=**.

- Điều này sẽ hiển thị màn hình VctAns với kết quả tính toán.



"Ans" viết tắt cho "VctAns".

**Lưu ý:** "VctAns" viết tắt cho "Vector Answer Memory - Bộ nhớ trả lời véc-tơ". Xem "Bộ nhớ trả lời véc-tơ" để biết thêm thông tin.

**Ví dụ 1:** Cho tam giác ABC có  $A(3;5;7)$ ,  $B(2;1;6)$  và trọng tâm  $G(2;2;4)$ . Khi đó điểm C có tọa độ là:

A.  $(-1;0;1)$

B.  $(1;3;-1)$

C.  $(1;0;-1)$

D.  $(1;1;-1)$

Ta có  $3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \Rightarrow \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$

Gán  $\overrightarrow{OG}$  vào VctC: Mode] **8** (chuyển sang phương thức CMPLX) **3** (chọn VctC) **1** (Chọn bộ soạn thảo ba chiều) **[2 = 2 = 4 =]** (nhập  $\overrightarrow{OG}$  vào VctC)

**[SHIFT][5][2](Data)[1]** (mở biến VctA) **[1](ba chiều)[3 = 5 = 7 =]** (nhập  $\overrightarrow{OA}$ )

**[SHIFT][5][2](Data)[2]** (mở biến VctB) **[1](ba chiều)[2 = 1 = 6 =]** (nhập  $\overrightarrow{OB}$ )

[AC] : đưa về màn hình tính toán


[SHIFT][5](VctC hiện ra) [.] [3] [-] [SHIFT][5][3](VctA hiện ra) [-]

[SHIFT][5][4](VctB hiện ra) [=]

Kết quả hiện ra  $VctAns = (1; 0; -1) \Rightarrow$  đáp án C

Nếu các em lỡ xóa đi màn hình kết quả thì xem lại bằng cách ấn [SHIFT][5][6][=](VctAns hiện ra)

## 2. Phép nhân hai véc tơ, phép lấy giá trị tuyệt đối

 **4**  $VctA \cdot VctB$  (Dấu chấm nhân véc-tơ)


[AC] VctA [SHIFT] [5] (VECTOR) [7] (Dot) VctB [=]

VCT [D]

VctA · VctB

11

---

 **5**  $VctA \times VctB$  (Dấu nhân véc-tơ)

[AC] VctA [X] VctB [=]


VCT [D]

Ans

1 0 -21

0

---

 **6** Thu được giá trị tuyệt đối của VctC.

[AC] [SHIFT] [hyp] (Abs) VctC [=]

VCT [D]

Abs(VctC)

3

**Ví dụ 2** (Dựa theo đề thi mẫu 2015) Cho tứ diện ABCD biết  $A(2; 3; 1)$ ,  $B(4; 1; -2)$ ,  $C(6; 3; 7)$ ,  $D(1; -2; 2)$ . Thể tích của tứ diện ABCD là:

- A. 140 (đvtt)      B. 70 (đvtt)      C.  $\frac{70}{3}$  (đvtt)      D.  $\frac{70}{6}$  (đvtt)

Ta đã biết công thức sau :  $V_{\text{Tứ diện ABCD}} = \frac{1}{6} |[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}|$  (\*)

Gán  $\overline{AB}(2, -2, -3)$  cho VctA; Gán  $\overline{AC}(4, 0, 6)$  cho VctB; Gán  $\overline{AD}(-1, -5, 1)$  cho VctA

Tính giá trị biểu thức (\*) bằng cách bấm máy như sau:

[(] [SHIFT] [5] [3] [X] [SHIFT] [5] [4] [)] [SHIFT] [5] [7] (Dot) [SHIFT] [5] [5]  
 [:] [6]

Khi đó biểu thức hiện ra như sau (VctA x VctB) . VctC :6 !

Kết quả ra là  $\frac{70}{3}$  vậy ta chọn đáp án C .

Với bài tổng quát ta nên dùng thêm hàm Abs để tính ra giá trị dương, tuy nhiên, thay vào đó, ta nên tự mặc định lấy đối của kết quả nếu nó ra âm, để biểu thức đỡ phức tạp hơn !

**VD2'** (Luyện tập thêm): Cho các điểm A(-1;2;0), B(-3;0;2), C(1;2;3)

Tìm khoảng cách giữa OA và BC

Tính khoảng cách từ B đến đường thẳng OA

Gợi ý cách làm :

$$d(OA, BC) = \frac{|[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC}] \cdot \overrightarrow{OB}|}{|[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC}]|} = \frac{26}{\sqrt{105}} \quad \text{và} \quad d(B, OA) = \frac{|[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}]|}{|[\overrightarrow{OA}]|} = \frac{2\sqrt{70}}{5}$$

### 3. Tính góc tạo bởi hai véc tơ

Ví dụ. Cho VctA = (1;2) và VctB = (3;4)

Xác định góc được tạo nên bởi VctA và VctB theo ba vị trí thập phân (Fix 3). **Deg**

$$(\cos \theta = \frac{A \cdot B}{|A||B|}, \text{ mà trở thành } \theta = \cos^{-1} \frac{A \cdot B}{|A||B|})$$

**SHIFT** **MODE** (SETUP) **6** (Fix) **3**

**AC** **(** **VctA** **SHIFT** **5** (VECTOR) **7** (Dot) **VctB** **)** **÷**

**(** **SHIFT** **hyp** (Abs) **VctA** **)** **SHIFT** **hyp** (Abs) **VctB** **)** **=**

VCTD FIX  
(VctA.VctB)÷(Abs  
0.984

**SHIFT** **cos** (cos<sup>-1</sup>) **Ans** **)** **=**

VCTD FIX  
cos<sup>-1</sup>(Ans)  
10.305



**Ví dụ 3:** Cho hai mặt phẳng  $\alpha : x - \sqrt{2}y + z - 4 = 0$ ;  $\beta : x + y\sqrt{2} - z = 0$ . Tìm góc tạo bởi  $\alpha$  và  $\beta$

A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$

**Lời giải :**

[MODE][8][1][1][1] : Mở VctA gán  $(1, -\sqrt{2}, 1)$

[SHIFT][5][2][2][1] : Mở VctB gán  $(1, \sqrt{2}, -1)$

Viết biểu thức tính toán

[SHIFT][cos] [SHIFT][5][3] [SHIFT][5][7](Dot) [SHIFT][5][4] [:] [(]

[SHIFT][hyp](Abs) [SHIFT][5][3][)] [SHIFT][hyp](Abs) [SHIFT][5][4] [)]

Biểu thức hiện lên màn hình có dạng  $\cos^{-1}(\text{VctA} \cdot \text{VctB} : (\text{Abs}(\text{VctA}) \text{Abs}(\text{VctB})))$

Kết quả là  $60^\circ$ . Đáp án C

#### 4. Tìm hình chiếu của một điểm lên đường thẳng, mặt phẳng

**Ví dụ 1:** Tìm hình chiếu của  $A(2;3;4)$  lên  $(P) : x + 2y + z + 3 = 0$

A.  $H(\frac{1}{2}; 0; -\frac{5}{2})$     B.  $H(-\frac{1}{2}; 0; \frac{5}{2})$     C.  $H(0; \frac{1}{2}; \frac{5}{2})$     D.  $H(\frac{1}{2}; 0; \frac{5}{2})$

Nhập biểu thức  $(2+X)+2(3+2X)+(4+X)+3$  dùng phím shift solve để giải phương trình tìm ra X (chính là t trong cách viết phương trình đường thẳng d qua A và vuông góc với (P) sau đó tìm giao điểm của (P) với d).

**Ví dụ 2:** Tìm hình chiếu của  $M(1;2;3)$  lên đường thẳng  $d : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4}$ . Ta gọi H thuộc d thì  $H(2+2X; 1+3X; 4X)$ . Khi đó ta có MH vuông góc với d nên tích  $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(+2X) + 3(-1+3X) + 4(-3+4X) = 0$  ta dùng Shift solve để giải ra X và từ đó có H.

Lưu ý:

+ Còn có công thức tìm hình chiếu nhưng trong tài liệu này thầy chỉ đề cập cách dùng Casio

+ Khi đề bài yêu cầu tìm hình chiếu của đường thẳng xuống mặt phẳng thì ta tìm hai điểm trên đường thẳng rồi chiếu xuống mặt phẳng, đường thẳng tạo bởi 2 điểm chiếu chính là hình chiếu của đường đã cho xuống mặt phẳng. Một trong hai điểm có thể tìm là giao của đường thẳng và mặt phẳng (trong trường hợp không song song)

### III. Phương thức tính toán với số phức (CMPLX – MODE 2)

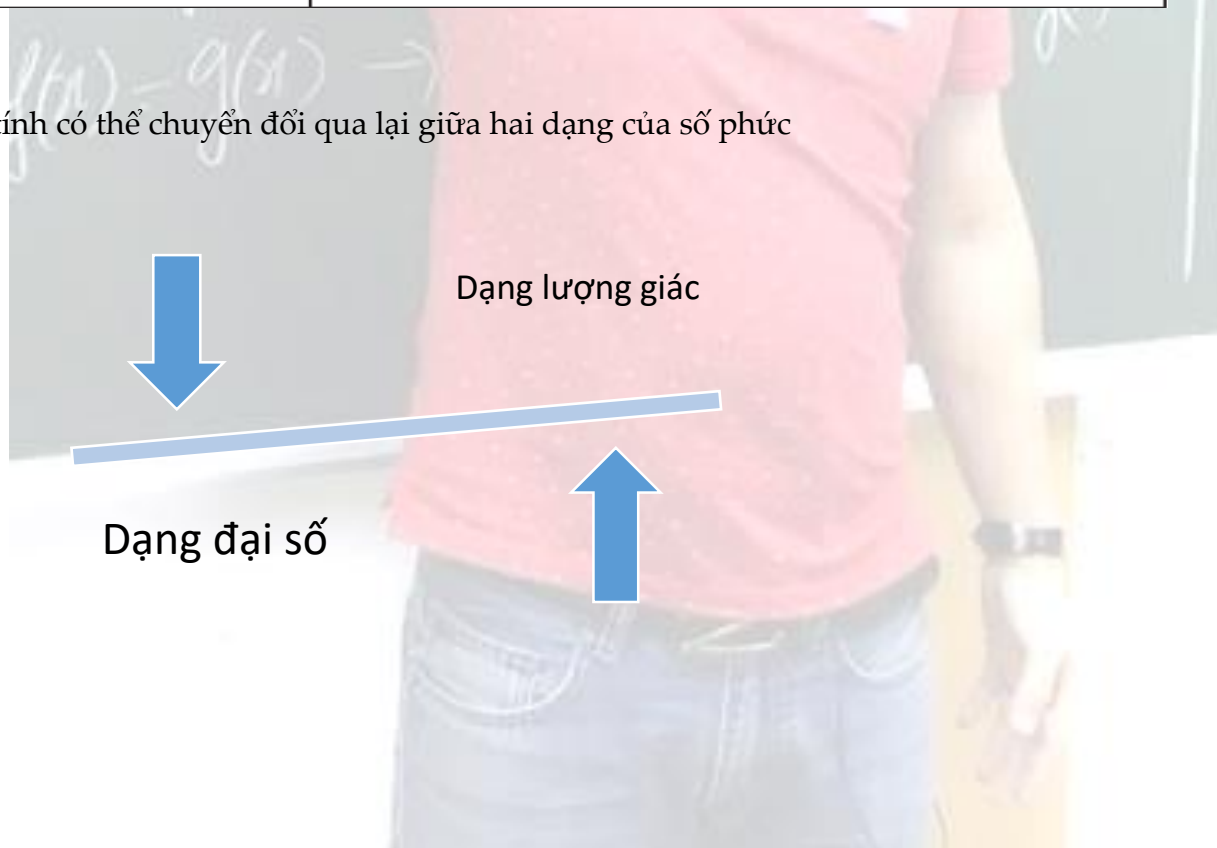
Để tính toán với số phức thì ta thường sử dụng ẩn  $i$  ( [ENG] )

Lưu ý :Kí hiệu  $i$  được kí hiệu màu tím ngay trên ô [ENG] thường ít được chú ý

Chú ý cách sử dụng các nhân phím như sau


Nếu chữ nhãn của phím có màu:	Nghĩa là:
Vàng	Nhấn <b>[SHIFT]</b> và rồi nhấn phím này để truy nhập vào hàm áp dụng được
Đỏ	Nhấn <b>[ALPHA]</b> và rồi nhấn phím này để đưa vào hàm, biến số, hằng số hay kí hiệu áp dụng được.
Màu tím (hay được bao trong ngoặc màu tím)	Vào phương thức CMPLX để truy nhập chức năng này.
Màu lục (hay được bao trong dấu ngoặc màu lục)	Vào phương thức BASE-N để truy nhập chức năng này.

Máy tính có thể chuyển đổi qua lại giữa hai dạng của số phức



## Dùng lệnh để xác định dạng thức kết quả tính toán

Một trong hai lệnh đặc biệt ( $\blacktriangleright r\angle\theta$  hay  $\blacktriangleright a+bi$ ) có thể được đưa vào ở cuối tính toán để xác định dạng thức hiển thị của kết quả tính toán. Lệnh này thay thế cho thiết đặt dạng thức số phức của máy tính tay.

  $\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2 \angle 45, 2 \angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$  **MATH Deg**

$\sqrt{2} 2 \blacktriangleright + \sqrt{2} 2 \blacktriangleright \text{ENG} (i) \text{SHIFT} 2 \text{(CMPLX)} 3 \blacktriangleright r\angle\theta \equiv$  **2 $\angle$ 45**

$2 \text{SHIFT} (-) (\angle) 45 \text{SHIFT} 2 \text{(CMPLX)} 4 \blacktriangleright a+bi \equiv$   **$\sqrt{2} + \sqrt{2}i$**


Các phép toán liên quan tới số phức có thể thực hiện trên máy tính

Cộng trừ nhân chia, phép lũy thừa


Số phức liên hợp

Tính giá trị tuyệt đối của số phức


## Ví dụ tính theo phương thức CMPLX

  $(1 - i)^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$  **MATH** (Dạng thức số phức:  $a + bi$ )


$(1 - i)^{-1} \text{ENG} (i) x^1 \equiv$   **$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$**

  $(1 + i)^4 + (1 - i)^2 = -4 - 2i$  **MATH**

$(1 + i)^4 + (1 - i)^2 \text{ENG} (i) x^4 + (1 - i)^2 \text{ENG} (i) x^2 \equiv$   **$-4 - 2i$**

 Để thu được số phức liên hợp của  $2 + 3i$  (Dạng thức số phức:  $a + bi$ )

$\text{SHIFT} 2 \text{(CMPLX)} 2 \text{(Conj)} 2 + 3 \text{ENG} (i) \equiv$   **$2 - 3i$**

 Để thu được giá trị tuyệt đối và đối của  $1 + i$  **MATH Deg**

Giá trị tuyệt đối:  $\text{SHIFT} \text{(hyp)} (\text{Abs}) 1 + \text{ENG} (i) \equiv$   **$\sqrt{2}$**

Đối:  $\text{SHIFT} 2 \text{(CMPLX)} 1 (\text{arg}) 1 + \text{ENG} (i) \equiv$  **45**

**VD1:** Giải phương trình  $\frac{z}{1+i} = \frac{3(5+i)^4}{(2+3i)^3}$

A.  $12 - 60i$

B.  $4 - 20i$

C.  $-10 - 2i$

D.  $-30 - 6i$

Bấm máy tính giải ra được  $z = 12 - 60i$  đáp án A

**VD2:** Số phức  $z = \frac{\sin 17^\circ + i \cos 17^\circ}{\cos 28^\circ + i \sin 28^\circ}$  có dạng đại số là :

A.  $1+i$       B.  $1-i$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

Bấm máy ra kết quả biểu thức trên là  $0,707... + 0,707...i \Rightarrow$  Đáp án D

**VD3:** Cho  $z = \frac{2}{1+i\sqrt{3}}$ . Số phức liên hợp của  $z$  là :

A.  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $1+i\sqrt{3}$       C.  $1-i\sqrt{3}$       D.  $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Bấm máy : [SHIFT] [2] [2] (sau đó nhập  $2:(1+i\sqrt{3})$ ) [=]

Kết quả:  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  đáp án A.

**VD4:** Cho  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + (2-i)z + 3+5i = 0$ . Tìm mệnh đề **Sai** trong các mệnh đề sau:

A.  $z_1^2 + z_2^2 = -3-14i$       B.  $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = -\frac{79+27i}{34}$   
C.  $z_1^3 + z_2^3 = 31+32i$       D.  $z_1^4 + z_2^4 = -170-54i$

Cách 1 : Tìm căn bậc 2 của số phức bằng casio rồi gán nghiệm cho A, B sau đó thử vào đáp án.

Cách 2 :

Áp dụng Viet ta có  $z_1.z_2 = 3+5i$  ;  $z_1 + z_2 = -2-i$

A :  $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = -3-14i$  đúng ! B :  $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1z_2} = -\frac{79+27i}{34}$  đúng !

C :  $z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)^3 - 3z_1z_2(z_1 + z_2) = 31+32i$  C đúng! Vậy đáp án là D

IV. Giải bất phương trình INEQ (MODE 1)



Dạng của bất phương trình	Dấu của bất phương trình	Hiển thị nghiệm
Bậc hai : $aX^2 + bX + c$	$f(x) > 0$ $f(x) < 0$	$X < A, B < X \dots$ (ví dụ) All real number : mọi nghiệm thực No solution : BPT vô nghiệm
Bậc ba: $aX^3 + bX^2 + cX + d$	$f(x) \geq 0$ $f(x) \leq 0$	

Đây là một chức năng mới của dòng máy Casio so với các đời máy trước và là một chức năng rất hữu ích.

Ví dụ minh họa: Giải bất phương trình  $3x^3 + 3x^2 - x > 0$  trên tập số thực

Chúng ta sẽ thao tác như sau

$$3x^3 + 3x^2 - x > 0$$

**MATH**

**MODE** **▼** **1** (INEQ) **2** ( $aX^3 + bX^2 + cX + d$ )

**1** ( $aX^3 + bX^2 + cX + d > 0$ )

$3 \equiv 3 \equiv (-) 1 \equiv$

$$\begin{matrix} \text{D} & \text{Math} \\ | & b & a & c & -1 & d \\ aX^3 + bX^2 + cX + d > 0 \\ 0 \end{matrix}$$

**≡**

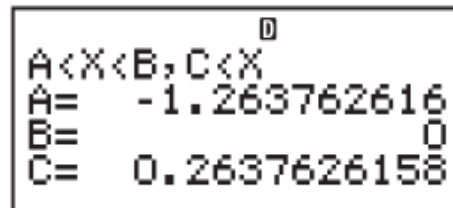
$$\begin{matrix} \text{D} & \text{Math} \\ A < X < B, C < X \\ \frac{-3 - \sqrt{21}}{6} < X < 0, \frac{-3 + \sqrt{21}}{6} < X \end{matrix}$$

**▶ ▶ ▶**

$$\begin{matrix} \text{D} & \text{Math} \\ A < X < B, C < X \\ \frac{-3 - \sqrt{21}}{6} < X < 0, \frac{-3 + \sqrt{21}}{6} < X \end{matrix}$$

Các em sẽ thấy màn hình đang hiển thị tự nhiên (dạng hiển thị giống như khi ta viết hay trình bày trong sách)

Có thể chuyển sang dạng hiển thị hiển thị tuyến tính bằng cách ấn [S ⇌ D] :



Cách chỉnh dạng thức hiển thị cho máy tính:

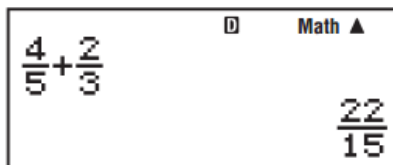
## Lập cấu hình thiết đặt máy tính tay

Trước hết thực hiện thao tác phím sau để hiển thị menu thiết lập: [SHIFT] [MODE] (SETUP). Tiếp đó, dùng [▼] và [▲] và phím số để lập cấu hình thiết đặt bạn muốn.

Thiết đặt có gạch dưới (\_\_\_) là mặc định khởi đầu.

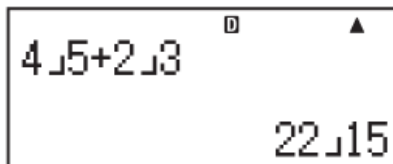
**[1] MthIO [2] LineIO** Xác định dạng thức hiển thị.

**Hiển thị tự nhiên (MthIO)** làm cho phân số, số vô tỉ và các biểu thức khác được hiển thị như chúng được viết trên giấy.



**MthIO:** Lựa MathO hay LineO. MathO hiển thị cái vào kết quả tính toán bằng việc dùng cùng dạng thức như chúng được viết trên giấy. LineO hiển thị cái vào theo cùng cách như MathO, nhưng kết quả tính toán được hiển thị theo dạng thức tuyến tính.

**Hiển thị tuyến tính (LineIO)** làm cho phân số, số vô tỉ và các biểu thức khác được hiển thị trên một hàng.



**Lưu ý:** • Máy tính tay tự động chuyển sang Hiển thị tuyến tính bất kì khi nào bạn vào phương thức STAT, BASE-N, MATRIX hay VECTOR.

• Trong tài liệu này, kí hiệu **MATH** bên cạnh thao tác mẫu chỉ ra Hiển thị tự nhiên (MathO), trong khi kí hiệu **LINE** chỉ ra Hiển thị tuyến tính.

**VD1:** Nghiệm của bất phương trình sau  $0,04^{x^3-2x^2-5x+8} < \frac{1}{625}$  là:

- A.  $\begin{cases} -2 < x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$ 
 B.  $-2 \leq x \leq 3$ 
 C.  $\begin{cases} x < -2 \\ 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ 
 D.  $\begin{cases} x < -1 \\ x \geq 3 \end{cases}$

**Lời giải:**

$$0,04^{x^3-2x^2-5x+8} < \frac{1}{625} \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 5x + 6 > 0$$

Bấm máy

**MODE** **▼** **1** (INEQ) **2** ( $aX^3 + bX^2 + cX + d$ )  
**1** ( $aX^3 + bX^2 + cX + d > 0$ )

Nhập hệ số, ra kết quả là  $A < X < B, C < X$   
 $-2 < X < 1, 3 < X \Rightarrow$  Chọn đáp án A

**VD2:** TXĐ của hàm số  $y = \log_2 \left( \frac{x^2 - 3x - 10}{-x} \right)$  là:

A.  $0 < x \leq 5$       B.  $\begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 5 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x > 5 \\ -2 < x < 0 \end{cases}$       D.  $x \in (-2, 5) \setminus \{0\}$

**Lời giải:**

Bài này có một cách là thử đáp án, tuy nhiên để tránh những sai sót có thể xảy ra do nhầm lẫn, nhầm sai... thì ta có thể giải ra nghiệm chính xác trong một lần bấm máy

Hàm số đã cho xác định  $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x - 10}{-x} > 0 \Leftrightarrow \frac{-x(x^2 - 3x - 10)}{x^2} > 0 \Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 + 10x < 0$

Bấm máy giải ra nghiệm:  $\begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 5 \end{cases}$  (đáp án B)

**VD3.** Hàm số  $y = (m-1)x^4 - (m^3 - 2m^2 - 4m)x^2 + m^5 - m^4 + 1$  có ba điểm cực trị khi:

A.  $\begin{cases} 1 < x < 1 + \sqrt{5} \\ x < 1 - \sqrt{5} \\ 0 < x < 1 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} m > 2 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} m > 2 \\ -1 < m < 1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} m < 0 \\ 1 < m < 2 \end{cases}$

**Lời giải:**

Hàm số y có ba điểm cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$  PT:  $2(m-1)x^2 - (m^3 - 2m^2 - 4m) = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \frac{m^3 - 2m^2 - 4m}{m-1} > 0$

\*Th1: Nếu  $m > 1$  và  $m^3 - 2m^2 - 4m > 0$ , bấm máy và kết hợp nghiệm ta có  $1 < x < 1 + \sqrt{5}$

\*Th2: Nếu  $m < 1$  và  $m^3 - 2m^2 - 4m < 0$ , bấm máy và kết hợp nghiệm ta có  $0 < x < 1 \vee x < 1 - \sqrt{5}$

Vậy đáp án A đúng

**VD4** (*Luyện tập thêm*): Giải hệ bất phương trình sau 
$$\begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 7}{-2x^2 + 3x + 2} > 0 \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 11x + 30} < 0 \end{cases}$$

- A.  $\frac{-1}{2} < x < 2$       B.  $2 < x < 3$       C.  $0 < x < 3$       D. Vô nghiệm

V. Giải phương trình, hệ phương trình EQN (Mode 5)

1. Hệ phương trình:

a. Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn: Mode [5] [1]

**VD1** (*Đề mẫu DHGQ HN*) Cho cấp số cộng  $\{U_n\}$ : thỏa mãn :  $\begin{cases} U_3 + 2U_1 = 7 \\ U_2 + U_4 = 10 \end{cases}$ ,  $U_{10} = ?$

- A.20      B.29      C.19      D.11

Đặt n là công bội của dãy số trên ta có hệ  $\begin{cases} 3U_1 + 2n = 7 \\ 4n + 2U_1 = 10 \end{cases} \Rightarrow n = 2, U_1 = 1 \Rightarrow U_{10} = 19$

b. Hệ phương trình bậc nhất 3 ẩn: Mode [5] [2]

**VD2.** Lập phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A(1,2,-4), B(1,-3,1) và C(2,2,3) và có tâm nằm trên mặt phẳng Oxy:

- A.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 21 = 0$   
 B.  $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 2z + 21 = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + 21 = 0$   
 D.  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 21 = 0$

Phương trình mặt cầu  $x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz + d = 0$ . Tâm mặt cầu  $\in$  Oxy nên  $c=0$

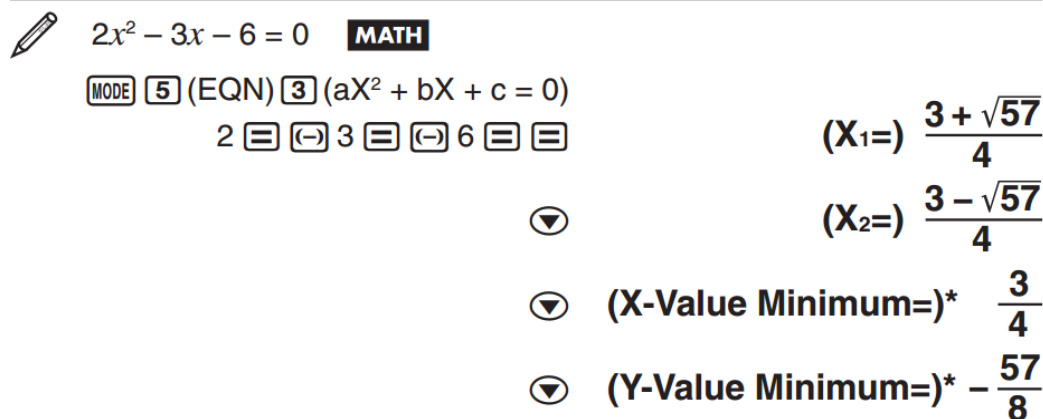
Thay lần lượt tọa độ của A,B,C vào ta có hệ 
$$\begin{cases} -a - 2b + d = -21 \\ -a + 3b + d = -11 \\ -2a - 2b + d = -17 \end{cases} \Rightarrow a = 4, b = -2, d = 21$$



Phương trình cần tìm là :  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 21 = 0$  (đáp án D)

## 2. Phương trình

### a. Phương trình bậc hai:



$$2x^2 - 3x - 6 = 0 \quad \text{MATH}$$

$$\text{MODE} \quad 5 \text{ (EQN)} \quad 3 \text{ (aX}^2 + bX + c = 0)$$

$$2 \quad (-) \quad 3 \quad (-) \quad 6 \quad (=)$$

$$(X_1 =) \frac{3 + \sqrt{57}}{4}$$

$$(X_2 =) \frac{3 - \sqrt{57}}{4}$$

$$(X\text{-Value Minimum})^* \quad \frac{3}{4}$$

$$(Y\text{-Value Minimum})^* \quad -\frac{57}{8}$$

\* Giá trị tối thiểu địa phương được hiển thị khi  $a > 0$ . Giá trị tối đa địa phương được hiển thị khi  $a < 0$ .

Máy tính 570-VN Plus có chức năng tìm đỉnh của parabol và tìm giá trị min hoặc max của hàm bậc hai

**VD1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có tâm  $I(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ , đường thẳng chứa cạnh AB, CD lần lượt đi qua  $M(-4, -1)$ ;  $N(-2, -4)$  Tìm tọa độ B biết hoành độ của điểm B không dương

A.(-1,1)      B.(2,3)      C.(1,1)      D.(-2,3)

**Lời giải:**

Gọi  $M'$  và  $N'$  lần lượt đối xứng với  $M$  và  $N$  qua  $I \Rightarrow N'(5, 5); M'(7, 2)$

Phương trình CD là :  $x - 2y = 8$

Phương trình AB là :  $2x - 3y = -5 (d_1)$

Đặt  $B(x, \frac{2x+5}{3})$  vì  $B \in d_1$

$$d(I, AN) = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow IB^2 = 6,5 = (x-1,5)^2 + (\frac{2x+5}{3} - 0,5)^2 = 6,5$$

$$\text{Bấm máy giải phương trình bậc hai : } \frac{13}{9}x^2 - \frac{13}{9}x^2 - \frac{26}{9} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy B(-1,1) (đáp án A)

b. Phương trình bậc ba:

**VD2.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x - m^2 - m$ , phương trình  $y = 0$  có ba nghiệm phân biệt khi

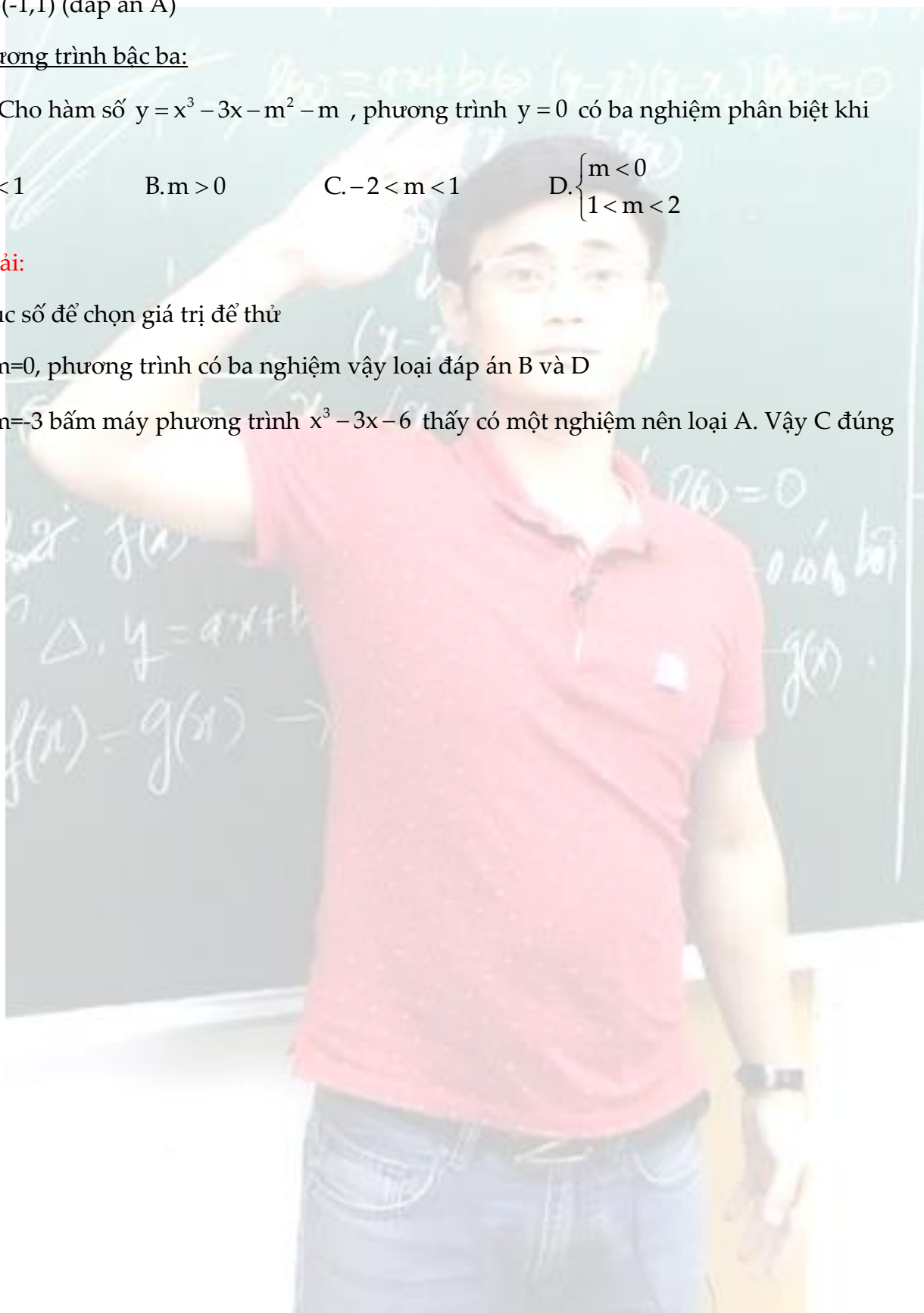
- A.  $m < 1$       B.  $m > 0$       C.  $-2 < m < 1$       D.  $\begin{cases} m < 0 \\ 1 < m < 2 \end{cases}$

**Lời giải:**

Vẽ trục số để chọn giá trị để thử

Nếu  $m=0$ , phương trình có ba nghiệm vậy loại đáp án B và D

Nếu  $m=-3$  bấm máy phương trình  $x^3 - 3x - 6$  thấy có một nghiệm nên loại A. Vậy C đúng




VI. CALC, TABLE - Gán biến, Bộ nhớ độc lập, Tạo bảng

1.TABLE (Mode 7)

Chức năng table sẽ tạo bảng cho ra giá trị của hàm với giá trị của biến tương ứng, cho phép lập bảng với một hàm  $f(x)$  hoặc hai hàm  $f(x)$  và  $g(x)$

Với lời nhắc:	Đưa vào:
Start?	Đưa vào giới hạn dưới của X (mặc định = 1).
End?	Đưa vào giới hạn trên của X (mặc định = 5). <b>Lưu ý:</b> Hãy chắc chắn rằng trị End luôn luôn lớn hơn trị Start.
Step?	Đưa vào bước tăng (mặc định = 1). <b>Lưu ý:</b> Step xác định cách giá trị Start phải tuần tự tăng lên khi bảng số được sinh ra. Nếu bạn xác định Start = 1 và Step = 1, X sẽ tuần tự được gán các giá trị 1, 2, 3, 4 vân vân để sinh ra bảng số cho tới khi giá trị End được đạt tới.

- Đưa vào giá trị Step rồi nhấn  sinh ra và hiển thị bảng số tương ứng với các tham biến bạn xác định.

Từ bảng đó ta quan sát có thể :

- Tìm nghiệm phương trình khi các đáp án cách nhau một khoảng không đổi
- Dự đoán tính đơn điệu của hàm số
- Tình giới hạn
- Dự đoán được min, max hàm số nếu có

Lưu ý: máy casio 570 VNPLUS chỉ chạy được 19 đoạn trong khi ES chạy dc 29 đoạn. nguyên nhân do 570vn chạy với 2 hàm là  $f(x)$  và  $g(x)$  còn ES chỉ có  $f(x)$ . Ta có thể chuyển vn sang dạng es bằng phím Shift, mode, mũi tên xuống, 5, 1 (lựa chọn  $f(x)$ ). Ngoài ra với 19 đoạn ở VNPLUS cũng khá đủ để chúng ta khảo sát.

+step =(b-a)/n với n là số đoạn muốn máy chạy. Đoạn càng nhiều sự khảo sát càng tỉ mỉ.

**VD:** Muốn sinh ra một bảng số cho hai hàm sau  $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}$ ;  $g(x) = x^2 - \frac{1}{2}$  trong miền  $-1 \leq x \leq 1$  mà  $x$  tăng theo bước nhảy 0,5

Tức là  $x$  sẽ nhận các giá trị sau: -1, -0,5, 0, 0,5, 1

Máy sẽ tạo ra bảng cho tương ứng các giá trị của  $f(x)$  và  $g(x)$  với từng giá trị trên của  $x$

**Thao tác:**

✎ Để sinh ra một bảng số cho hàm  $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}$  và hàm  $g(x) = x^2 - \frac{1}{2}$  trong miền  $-1 \leq x \leq 1$ , được tăng theo bước của 0,5 **MATH**

**MODE** **7** (TABLE)

**f(X)=**

**SHIFT** **MODE** (SETUP) **5** (TABLE) **2** (f(x),g(x))

**ALPHA** **)** (X) **x<sup>2</sup>** **+** **1** **÷** **2**

**f(X)=X<sup>2</sup>+ $\frac{1}{2}$**

**≡**

**g(X)=**

- Nhấn **≡** mà không đưa vào bất kỳ số nào cho  $g(x)$  sẽ tạo ra một bảng số chỉ dựa vào  $f(x)$ .

**ALPHA** **)** (X) **x<sup>2</sup>** **-** **1** **÷** **2**

**g(X)=X<sup>2</sup>- $\frac{1}{2}$**

**≡** **(-)** **1** **≡** **1** **≡** **0.5** **≡**

X	F(X)	G(X)
-1	1.5	0.5
-0.5	0.75	-0.25
0	0.5	-0.5
0.5	0.75	-0.25
1	1.5	0.5

**VD1:** Giải phương trình lượng giác:  $4\cos^3 x(1+\sin x) + 2\sqrt{3}\cos x \cos^2 x = 1 + 2\sin x$

A.	$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{6} \end{cases}$	B.	$\begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{-\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$	C.	$\begin{cases} x = \frac{-\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{18} + \frac{2}{3}k\pi \\ x = \frac{-5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$	D.	$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{-5\pi}{18} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$
----	--	----	---	----	--	----	--



Ta thấy kết quả của bài toán này rất phức tạp, nếu thử đáp án thì rất dễ loạn, tuy nhiên quan sát một lượt thì “độ chia” nhỏ nhất của bài toán này là  $30^\circ$  rồi đến  $50^\circ$

Nên ta sẽ lập bảng  $f(x)$  gán bằng VT-VP, cho biến  $X$  chạy từ  $10^\circ \rightarrow 360^\circ$  với bước nhảy là  $10^\circ$

Mode 7

Nhập biểu thức  $f(x) = 4\cos^3 X(1 + \sin X) + 2\sqrt{3}\cos X \cos^2 X - 1 - 2\sin X [=] [=]$  ( hai lần bấm bằng để bỏ qua  $g(x)$  ).

Nếu chạy luôn từ 10 đến 360 thì bảng cần sinh ra quá nhiều dòng, máy sẽ báo Insufficient MEM ( không đủ bộ nhớ) nên ta sẽ điều chỉnh cho chạy nhiều lần

- Lần 1 cho chạy từ 10 đến 180 :  $\begin{cases} \text{Start? : 10} \\ \text{End? : 180} \Rightarrow 50, 120, 170 \text{ cho ra } f(x)=0 \\ \text{Step? : 10} \end{cases}$

- Lần 2 cho chạy từ 190 đến 360:  $\begin{cases} \text{Start? : 190} \\ \text{End? : 360} \Rightarrow 210, 290, 300 \text{ cho ra } f(x)=0 \\ \text{Step? : 10} \end{cases}$

Quan sát lại các đáp án thì chỉ có đáp án C thỏa mãn, chỉ có đáp án C là chứa tất cả các giá trị 50,120,170,210,290,300!

**Cách khác** với dạng toán trắc nghiệm ta nhập hàm

Bài này để trình bày theo tự luận thì các em hoàn toàn có thể bấm máy, nhằm ra các nghiệm trong khoảng 0 đến  $360^\circ$  rồi tách thành hạng tử như sau

$$f(x) = (\sin x + \sqrt{3} \cos x) \cdot (2 \cos 2x - \sin x - \sqrt{3} \cos x) = 0$$

Dùng bảng để chạy giá trị là cách làm tương đối hoàn hảo cho cả hình thức làm bài trắc nghiệm và tự luận trong trường hợp các em ko muốn mất quá nhiều thời gian vào việc phân tích thành tích các nhân tử!

**VD2:** Tìm nghiệm của bất phương trình  $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$

A.  $(1; +\infty)$       B.  $(-1; +\infty)$       C.  $(-2; +\infty)$       D.  $(-\infty; -2)$

**Hướng dẫn**

Ta nhập phương trình  $5^{x+1} - \frac{1}{5}$  vào MODE 7 với khởi tạo START = -5, END = 5, STEP = 1 ta được bảng bên dưới

$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 1 & -5 & -0.198 \\ 2 & -4 & -0.192 \\ 3 & -3 & -0.16 \end{array}$ <p style="text-align: right;">-5</p>	$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 4 & -2 & 0 \\ 5 & -1 & 0.8 \\ 6 & 0 & 4.8 \end{array}$ <p style="text-align: right;">0</p>	$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 7 & 1 & 24.8 \\ 8 & 2 & 124.8 \\ 9 & 3 & 624.8 \end{array}$ <p style="text-align: right;">3</p>
$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 10 & 4 & 3124.8 \\ 11 & 5 & 15624 \\ 12 & 6 & 15624 \end{array}$		

Từ bảng giá trị trên ta thấy giá trị của phương trình trên dương từ  $x = -2$  trở đi. Như vậy nghiệm của bất phương trình bài cho là  $(-2; +\infty)$

**VD3:** (Đề 105 THPTQG 2017) Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$**
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$

### Hướng dẫn

Ta nhập phương trình  $x^4 - 2x^2$  vào MODE 7 với khởi tạo START = -5, END = 4.5, STEP = 0.5 ta được bảng bên dưới

$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 1 & -5 & 575 \\ 2 & -4.5 & 369.56 \\ 3 & -4 & 224 \end{array}$ <p style="text-align: right;">-5</p>	$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 4 & -3.5 & 125.56 \\ 5 & -3 & 63 \\ 6 & -2.5 & 26.562 \end{array}$ <p style="text-align: right;">-2.5</p>	$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 7 & -2 & 8 \\ 8 & -1.5 & 0.5625 \\ 9 & -1 & -1 \end{array}$ <p style="text-align: right;">-1</p>
$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 10 & -0.5 & -0.437 \\ 11 & 0 & 0 \\ 12 & 0.5 & -0.437 \end{array}$ <p style="text-align: right;">0.5</p>	$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 13 & 1 & -1 \\ 14 & 1.5 & 0.5625 \\ 15 & 2 & 8 \end{array}$ <p style="text-align: right;">2</p>	$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 16 & 2.5 & 26.562 \\ 17 & 3 & 63 \\ 18 & 3.5 & 125.56 \end{array}$ <p style="text-align: right;">3.5</p>
$\begin{array}{c c c} \text{X} & & \text{F(X)} \\ \hline 19 & 4 & 224 \\ 20 & 4.5 & 369.56 \\ 21 & 5 & 15624 \end{array}$		

Từ bảng trên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 0), (1; +\infty)$  và nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1), (0; 1)$ . Như vậy ta chọn được đáp án đúng là C.

**VD4:** (Đề Sở GD Hà Nội) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$  đồng biến trên khoảng  $(-2;0)$ .

- A.  $m \geq -\frac{13}{2}$       B.  $m \geq \frac{13}{2}$       C.  $m \leq 2\sqrt{3}$       D.  $m \geq -2\sqrt{3}$

### Hướng dẫn

Thay  $m = 0$  vào hàm số rồi khảo sát hàm số trên trong MODE 7 với khởi tạo START = -10, END = 10, STEP = 1 thấy các giá trị ở cột  $f(x)$  tăng dần nên hàm số đồng biến. Do đó  $m = 0$  thỏa mãn, loại đáp án B.

Tương tự thử với  $m = -4$  thấy không thỏa mãn nên loại đáp án A, C

Xóa nội dung của mọi biến nhớ hoặc đưa máy về mặc định khởi đầu

**SHIFT 9 (CLR) 3 (All) = (Yes)**

## 2. CALC (gán giá trị biểu thức trong tính toán)

### a. Gán giá trị

Chức năng: Cất giữ các biểu thức chứa biến

Các kiểu biểu thức:  $2X + Y$ ,  $3A - 4B - CD$ ,  $A + Bi$ , ....

Đa câu lệnh:  $X + Y: X(X + Y)$  (Xem thêm về đa câu lệnh trong Hướng dẫn sử dụng máy 570 Vn Plus trang Vn-17)

Các đẳng thức có nhiều ẩn ở hai vế  $A = B + C$ ,  $Y = X^2 + X + 3$  ....

Có thể thực hiện trong phương thức COMP hoặc CMPLX

**VD1:** (Đề thi mẫu) Tính  $I = \int_1^2 x^2 \ln x dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{3}$       B.  $24 \ln 2 - 7$       C.  $8 \ln 2 - \frac{7}{3}$       D.  $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9}$

### Lời giải:

Tính  $I = 1,0706...$  (ta nhớ lấy kết quả khoảng bằng 1)

Quan sát các đáp án thấy chúng đều có dạng " $A \ln 2 + B$ " nên ta sẽ lập biểu thức gán cho CALC để không phải bấm nhiều lần  $\ln 2$  (đây là ví dụ đơn giản để minh họa cho cách làm, đến khi chúng ta

bài toán phức tạp hơn việc tiết kiệm được nhiều thao tác bấm máy sẽ giúp tiết kiệm được rất nhiều thời gian)

Bấm máy : [Alpha] A [ln2] [+] [Alpha] [B] ( A ln2+B) [CALC]

Máy hỏi bạn muốn gán A và gán B bằng bao nhiêu ( A?) (B?)

Thì chúng ta nhập từng bộ số ở các đáp án như sau  $\left(\frac{8}{3}; -\frac{7}{3}\right), (24; -7), \left(8; -\frac{7}{3}\right), \left(\frac{8}{3}, -\frac{7}{9}\right)$

Với mỗi bộ số kia sẽ cho ra một kết quả của  $A \ln 2 + B$

Tại bộ  $(A; B) = \left(\frac{8}{3}; -\frac{7}{9}\right)$  cho ra kết quả 1,0706... nên ta chọn đáp án

**VD2:** (Đề chuyên Hưng Yên) Hàm số nào trong các hàm số sau có tập xác định  $D=(-1;3)$

A.  $y = 2^{x^2-2x-3}$                       B.  $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

C.  $y = (x^2 - 2x - 3)^2$                       D.  $y = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$

**Hướng dẫn :**

Lấy 1 giá trị ngoài D thay vào các đáp án. Nếu không báo MATH ERROR thì loại đáp án đó vì khi đó hàm số có tập giá trị lớn hơn D.

Nhập các hàm số rồi CALC  $x=5$  thì đáp án A, B, C đều ra kết quả. Vậy chọn được ngay đáp án D.

**VD3:** Tính  $\int_0^2 \frac{5x+7}{x^2+3x+2} dx$  Chọn đáp án đúng

A.  $2\ln 2 + 3\ln 3$               B.  $2\ln 2 + \ln 3$               C.  $2\ln 3 + 3\ln 2$               D.  $2\ln 3 + \ln 4$

**Lời giải :**

Tính  $\int_0^2 \frac{5x+7}{x^2+3x+2} dx = 4,27666119$

Gán giá trị này cho A bằng cách ấn [SHIFT] [RCL] (Sto) (-) (A)

Sau đó lấy A trừ đi từng biểu thức ở các đáp án, trường hợp nào ra bằng 0 thì chọn

[Alpha] A [-] [2ln2+3ln3] , ra kết quả khác 0 loại

[Alpha] A [-] [2ln3+3ln2], ra kết quả là 0 vậy chọn C !



Đặc biệt, máy tính cung cấp chức năng gán nghiệm cho biến nhớ, từ trong phương thức EQN để mang ra ngoài màn hình tính toán bình thường như phương thức tính toán COMP

### b. Tính LIM

- Tìm TCD của hàm phân thức: Ta nhập hàm số đó rồi CALC với  $x = a \pm 0,000000001$ . Nếu kết quả là một số vô cùng lớn thì  $x = a$  là TCD cần tìm. (  $a$  ở đây thường là giá trị làm cho mẫu bằng 0)
- Tìm TCN của hàm phân thức: Ta nhập hàm số đó rồi CALC với  $x = \pm 10^5$ . Nếu kết quả là một số xấp xỉ  $b$  thì  $y = b$  là TCN cần tìm.

**VD1:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-3}{5-x}$  có:

- A. một đường tiệm cận đứng  $x = 5$  và một đường tiệm cận ngang  $y = -1$ .
- B. một đường tiệm cận đứng  $x = 5$  và một đường tiệm cận ngang  $y = 1$ .
- C. một đường tiệm cận đứng  $x = -5$  và một đường tiệm cận ngang  $y = 1$ .
- D. một đường tiệm cận đứng  $x = -5$  và một đường tiệm cận ngang  $y = -1$ .

### Hướng dẫn

+ Tìm tiệm cận đứng: Nhập  $\frac{X-3}{5-X}$  sau đó nhấn CALC  $x = 5,00001$  và  $x = 4,99999$  được một số rất lớn nên  $x = 5$  là TCD

+ Tìm tiệm cận ngang: Nhập  $\frac{X-3}{5-X}$  sau đó nhấn CALC  $x = 10^5$  được xấp xỉ  $-1$  nên TCN  $y = -1$

(lưu ý: Trong quá trình tính giới hạn sử dụng CALC ta không nên lấy các giá trị lớn quá đối với bài toán  $x$  ra vô cùng và không nên lấy giá trị sát quá đối với giới hạn tại một điểm).

## VI. TÍNH ĐẠO HÀM CẤP 1,2

### +) Tính đạo hàm cấp 1

Tính đạo hàm hàm số tại 1 điểm ( SHIFT+ tích phân )

Bấm SHIFT +  $\int \rightarrow \frac{d}{dx} ( ) \Big|_{x=}$  rồi nhập hàm cần tính đạo hàm và giá trị cần tính đạo hàm cấp 1 tại điểm.

**VD1:** ( Đề minh họa) Tính đạo hàm của hàm số  $y = \ln(1 + \sqrt{x+1})$

A.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$

B.  $y' = \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$

C.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$

D.  $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$

### Hướng dẫn

Ta tính đạo hàm hàm số tại một điểm bất kì  $x_0$  bằng SHIFT + TÍCH PHÂN. Sau đó so sánh với  $y'(x_0)$  ở các đáp án xem có bằng nhau hay không .

### + ) Tính đạo hàm cấp 2

Theo định nghĩa về đạo hàm cấp 2 ta có :  $f''(x_0) = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{f'(x_0 + A) - f'(x_0)}{A}$

Như vậy để tính đạo hàm cấp 2 của hàm số  $y = f(x)$  tại  $x = x_0$  ta nhập vào máy tính CASIO như sau :

$$\frac{\frac{df}{dx} \Big|_{x=(x_0+A)} - \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_0}}{A} \rightarrow \text{CALC } A = 0,001; \dots \Rightarrow f''(x_0)$$

**VD1.** Hàm số  $y = \sqrt[3]{3x+2}$  có đạo hàm cấp 2 là:

A.  $\frac{-2}{\sqrt[3]{(3x+2)^5}}$

B.  $\frac{2}{\sqrt[3]{(3x+2)^5}}$

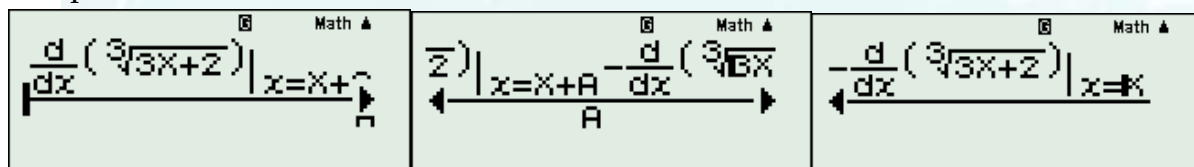
C.  $\frac{-5}{\sqrt[3]{(3x+2)^4}}$

D.  $\frac{-2}{3\sqrt[3]{(3x+2)^5}}$

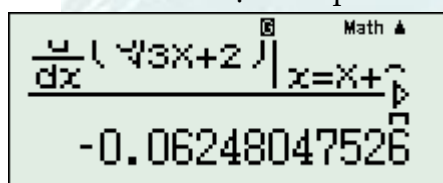
*Hướng dẫn giải*

Áp dụng : Giả sử ta tính đạo hàm cấp 2 của hàm số bài cho tại  $x = 2$

Nhập vào CASIO như hình bên dưới



Nhấn "=" ta được kết quả như hình bên dưới



Sau đó ta thay  $x = 2$  vào các đáp án. Nếu cũng ra xấp xỉ 0,0625 thì chọn.

Đáp án A.

## VII. TÌM NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN

### 1. Nguyên hàm.

Dựa vào định nghĩa của nguyên hàm nên ta có cách tìm nguyên hàm như sau:

Bước 1: Thay 1 giá trị  $x = a$  bất kì vào hàm số cần tìm nguyên hàm. Được giá trị  $k$

Bước 2: Tính đạo hàm các đáp án tại  $x = a$ . Nếu ra kết quả xấp xỉ  $k$  thì đó chính là nguyên hàm của hàm số. Hay nói cách khác đạo hàm của đáp án đó chính là hàm số bài cho.

**VD1:** Họ nguyên hàm:  $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4 - 1} dx$  là

A.  $F(x) = \ln|x^4 - 1| + C$

B.  $F(x) = \frac{1}{4} \ln|x^4 - 1| + C$

C.  $F(x) = \frac{1}{2} \ln|x^4 - 1| + C$

D.  $F(x) = \frac{1}{3} \ln|x^4 - 1| + C$

**Hướng dẫn**

Bước 1: Thay  $x = 2$  vào hàm số bài cho ta được  $f(x) = \frac{2^3}{2^4 - 1} = \frac{8}{15} = 0,533333...$

Bước 2: Tính đạo hàm của các đáp án tại  $x = 2$ . Ta được các kết quả sau

Đáp án A:

$$\frac{d}{dx}(\ln(|x^4-1|))|_{x=2}$$

2.133333333

$$\ln(|x^4-1|)|_{x=2}$$

Đáp án B:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln(|x^4-1|)}{4}\right)|_{x=2}$$

0.5333333333

$$\left(\frac{\ln(|x^4-1|)}{4}\right)|_{x=2}$$

Đáp án C:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln(|x^4-1|)}{2}\right)|_{x=2}$$

1.066666667

$$\left(\frac{\ln(|x^4-1|)}{2}\right)|_{x=2}$$

Đáp án D:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln(|x^4-1|)}{3}\right)|_{x=2}$$

0.7111111111

$$\left(\frac{\ln(|x^4-1|)}{3}\right)|_{x=2}$$

Như vậy ta thấy chỉ có đáp án B là có kết quả bằng với  $f(x)$ . Chọn đáp án B.



## 2. Tích phân

Ở máy tính CASIO đã có tính năng tích phân rồi. Tuy nhiên ở một số dạng bài thì ta cần kết hợp với những kỹ năng đã nêu ở các mục trước mới giải quyết được bài toán.

**VD1:** Biết  $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{a} + \frac{\pi}{b}$ . Khi đó tổng  $a+b$  bằng

A. 20

B. 16

C. 18

D. 14

### Hướng dẫn

Thông thường cách này các em sẽ phải giải tự luận để tìm ra đáp án cụ thể. Tuy nhiên thầy sẽ hướng dẫn các em áp dụng CASIO để giải bài toán trên một cách nhanh chóng như sau

**Bước 1:** Dùng casio tính và gán cho A.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx \xrightarrow{\text{SHIFT to A}} A$

**Bước 2:** Giải hệ  $\begin{cases} a+b=B \\ \frac{\sqrt{3}}{a} + \frac{\pi}{b} = A \end{cases}$  với B là các phương án, do đáp số là các số nguyên nên khi hệ trên

có nghiệm nguyên thì khả năng cao đó là đáp án. (để chắc chắn ta có thể thay ngược a, b vào để kiểm chứng)

**VD2:** ( Đề minh họa lần 3) Cho  $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1} = a+b \ln \frac{1+e}{2}$  với a,b là các số hữu tỉ. Tính  $S = a^3 + b^3$

A.  $S = 2$

B.  $S = -2$

C.  $S = 0$

D.  $S = 1$

### Hướng dẫn

Bước 1: Tính tích phân  $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}$  rồi gán vào biến A.

$$\text{Ta có } A = a+b \cdot \ln \frac{1+e}{2} \Rightarrow b = \frac{A-a}{\ln \frac{1+e}{2}} \Rightarrow S = a^3 + \left( \frac{A-a}{\ln \frac{1+e}{2}} \right)^3$$

Đến đây ta xét các đáp án. Dùng SHIFT+SOVLE để tìm ra giá trị a. Nếu giá trị a là số hữu tỉ thì chọn

Xét đáp án A : Nhập vào máy tính  $x^3 + \left( \frac{A-x}{\ln \frac{1+e}{2}} \right)^3 - 2$  sau đó SHIFT SOLVE được như hình dưới

$X = \left( \ln \left( \frac{1+e}{2} \right) \right)$ $L-R = -0.410302725$	$K^3 + \left( \frac{A-X}{\ln \left( \frac{1+e}{2} \right)} \right)^3 - 2$
--	---

Như vậy loại được đáp án A.

**Ví dụ 3: (câu 26-MH02)** Biết  $\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ , với  $a, b, c$  là số nguyên. Tính  $S = a + b + c$

- A.  $S=6$                       B.  $S=2$                       C.  $S=-2$                       D.  $S=0$

**Hướng dẫn:**

Tính  $\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} \approx 0.0645...$  sau đó gán cho A (Shift Sto A). Bấm  $e^A = 1 \frac{1}{15} = \frac{16}{15} = 2^4 \cdot 3^{-1} \cdot 5^{-1}$  do

$$A = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5 \Rightarrow e^A = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \Rightarrow a = 4; b = -1; c = -1$$

**Đáp án B**

**Ví dụ 4:** Biết  $\int_4^7 \frac{x^2 dx}{x^2 - 3x + 2} = a \ln 2 + b \ln 5 + c$  khi đó tích  $abc$  bằng:

- A. 30                      B. -45                      C. -60                      D. 63

**Hướng dẫn:**

Tính  $\int_4^7 \frac{x^2 dx}{x^2 - 3x + 2} \approx 5,972...$  sau đó gán cho A (Shift Sto A). Bấm mod7 nhập hàm  $f(x) = \frac{e^A}{e^x}$  với start

=0; end 10; step 1. Khi dò ở cột  $f(x)$  ta tìm giá trị hữu tỉ của  $f(x)$  và thấy tại  $x=3$  nên  $c=3$  thì

$$f(x) = 19,53125 \text{ khi đó } \frac{e^A}{e^3} = 19,53125 = 2^a \cdot 5^b \Rightarrow a = -5; b = 4;$$

**Đáp án B**

## VIII. SỐ PHỨC

### 1. Cộng, trừ, nhân, chia số phức

Các em hoàn toàn có thể cộng trừ nhân chia như với số thực khi đưa về chế độ số phức (COMPLEX) bằng cách nhấn MODE 2

### 2. Tính Modul

Bước 1: Nhấn SHIFT + HYP ( + )

Bước 2: Nhập số phức cần tính modul

**Ví dụ: (Đề 122)** Cho số phức  $z = 2 + i$ . Tính  $|z|$

A.  $|z| = \sqrt{5}$

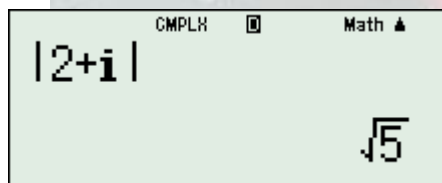
B.  $|z| = 3$

C.  $|z| = 2$

D.  $|z| = 5$

**Hướng dẫn**

Nhập như hình



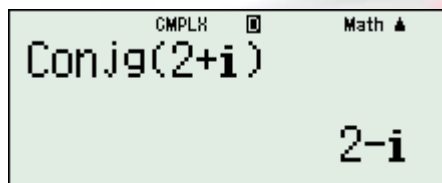
### 3. Số phức liên hợp

Để nhập số phức liên hợp của  $z$ , trong chế độ CMPX em nhập SHIFT 2 2 để hiện CONJG (Liên hợp)

**Ví dụ 1:** Số phức liên hợp của  $z = 2 + i$  là

**Hướng dẫn**

Em nhập như hình bên



**Ví dụ 2:** Cho  $(2 - 3i)z - (1 + 2i)\bar{z} = 5 + 7i$

**Hướng dẫn :**

Gọi  $z = x + yi$ . Khi đó  $x, y$  sẽ là nghiệm của hệ 
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Trong đó :  $5 + 7i = c_1 + c_2i$

Nhập vào máy tính  $(2 - 3i)X - (1 + 2i)CONJG(X)$  sau đó CALC  $x = 1$  ra kết quả chính là  $a_1 + a_2i$ .

Còn CALC  $x = i$  thì ra kết quả chính là  $b_1 + b_2i$

**Lưu ý:** Nếu phương trình không có dạng  $a.z + b.\bar{z} = c$  thì ta cần biến đổi về dạng đó rồi mới thực hiện các bước làm trên.

#### 4. Giải phương trình bậc 2 $ax^2 + bx + c = 0$

Giải phương trình bậc 2 số phức tương tự như giải phương trình bậc 2 với số thực nếu  $a, b, c$  là các số thực.

Nếu tồn tại ít nhất 1 hệ số là số phức thì ta cần tìm delta và giải theo công thức  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

hoặc  $x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta}}{a}$

Ta có công thức tính nhanh delta như sau  $\sqrt{\Delta} = \sqrt{|\Delta|} \angle \frac{\arg(\Delta)}{2}$  ( tương tự với  $\Delta'$  )

**Ví dụ 1.** Kí hiệu  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - z + 6 = 0$  . Tính  $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$  .

A.  $P = \frac{1}{12}$

B.  $P = \frac{1}{6}$

C.  $P = -\frac{1}{6}$

D.  $P = 6$

#### Hướng dẫn

Dùng CASIO giải phương trình bài cho với 3 hệ số lần lượt là 1, -1, 6 được hai nghiệm

$$z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2}i, z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{23}}{2}i \Rightarrow P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{6}$$

**Ví dụ 2.** Kí hiệu  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + (1 - 3i)z - 2(1 + i) = 0$  . Tính

$$P = |z_1| + |z_2| .$$

A.  $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$

B.  $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$

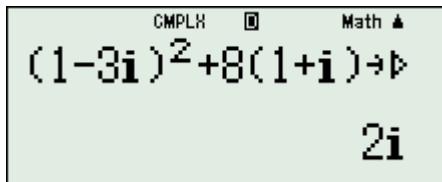
C.  $2 + \sqrt{2}$

D.  $P = \frac{2}{3}$

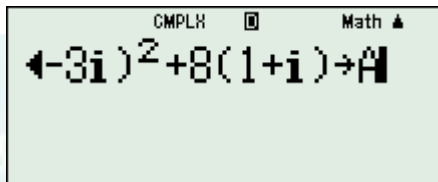
#### Hướng dẫn

Bước 1: Tính delta và gán cho A để tiện khi nhập biểu thức



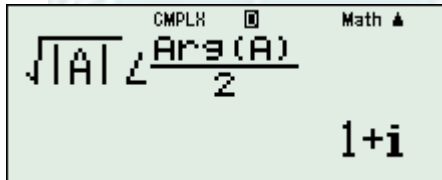


$$(1-3i)^2 + 8(1+i) = 2i$$





$$(-1-3i)^2 + 8(1+i) = -1+i$$

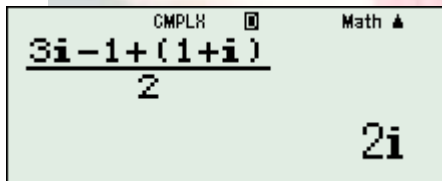
Bước 2: Tính căn bậc 2 của delta theo công thức đã cho



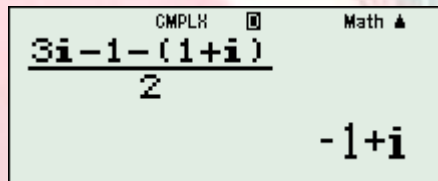
$$\sqrt{1} / \frac{\text{Arg}(A)}{2} = 1+i$$

( Cách nhập kí hiệu  $\sqrt{\phantom{x}}$  là  +  và nhập Arg là SHIFT 2 1 )

Như vậy ta tính được  $\sqrt{\Delta} = 1+i$ . Khi đó hai nghiệm sẽ là  $2i$  và  $-1+i$

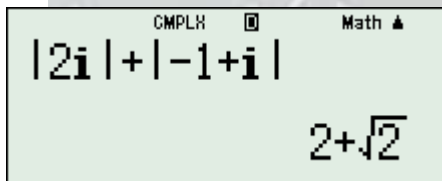


$$\frac{3i-1+(1+i)}{2} = 2i$$



$$\frac{3i-1-(1+i)}{2} = -1+i$$

Đến đây tính được  $P = 2 + \sqrt{2}$



$$|2i| + |-1+i| = 2 + \sqrt{2}$$