

《世界地图》等差分纬线多圆锥投影的正反解变换

董 曼^{1, 2)} 李胜乐^{1, 2)}

- 1) 中国地震局地震研究所, 武汉, 430071
- 2) 地壳运动与地球观测实验室, 武汉, 430071

摘 要: 我国地图出版社正式出版的不同比例尺的《世界地图》和国家测绘局在网上正式发布的《世界地图》均采用等差分纬线多圆锥投影, 由于没有给出具体的投影参数和正反解变换公式, 用户使用时很不方便, 很难将信息投影到地图上。本文研究导出等差分纬线多圆锥投影的正反解变换公式, 根据该公式, 可将点、线、面的地理信息投影到《世界地图》上, 并可将地图矢量化后的信息转换成经纬度。

关键词: 世界地图 等差分纬线 多圆锥投影

Direct and Inverse Solution of Equivalent Difference latitude parallel polyconic projection of Map of The World

Dong Man^{1, 2)} Li Sheng Le^{1, 2)}

- 1) Institute of Seismology, CEA, Wuhan 430071
- 2) Crustal Movement Laboratory, Wuhan 430071

Abstract Map of the world with different scale which printed by China Cartographic Publishing House and published on the net by State Bureau of Surveying and Mapping all adopt equivalent difference latitude parallel polyconic projection, because ,without the concrete projection parameter and direct and inverse solution transformation formula, people use it very inconvenience and it is difficulty to add elements to the map. In this paper, we will deduce the formula of the direct and inverse solution of Equivalent Difference latitude parallel polyconic projection, according to it, people can add elements which are performed by dots, lines or panels to the maps easily and transform Right-angle Coordinate System on vector maps to Longitude/Latitude Coordinate System.

Key Words: map of the world, Equivalent Difference latitude parallel, polyconic projection

1 引 言

1963 年我国制图工作者根据我国形状和位置设计了等差分纬线多圆锥投影。等差分纬线多圆锥投影系属于任意性质的多圆锥投影, 该投影已在我国编制各种比例尺世界政区图以及其它类型世界地图中得到广泛的使用, 并获得了较好的效果。

国家测绘局发布的《世界地图》上, 虽然图上有经纬网, 河流等信息, 但是由于没有提供具体的投影参数及变换公式, 用户很难将自己的信息投影到地图上, 而且在 MapInfo、MapGIS、ArcGIS、ArcInfo 等软件中也没有该投影的正反解变换。本文将研究导出等差分纬线多圆锥投影的正反解变换公式, 并用该公式将经纬度坐标转换成直角坐标, 以及将矢量化后地图上信息的直角坐标转换为经纬度坐标, 使用户能够很方便的将信息投影到地图上。

《世界地图》等差分纬线多圆锥投影的基本思路是将经纬度坐标转换成直角坐标，具体实现步骤为：①地图投影参考点的选取，②根据参考点计算投影参数，③经纬度坐标与直角坐标之间的转换，④根据需求将信息投影到地图上。

2 地图投影参考点的选取

在地图上选择参考点，目的是为了利用参考点的坐标值计算投影参数，从而对地图进行配准。
图一是一幅国家测绘局发布的等差分纬线多圆锥投影的《世界地图》，中央经线为150°，从图中可以看出，各经纬线交点的坐标值为已知。如图一所示，选取如下14个点作为进行投影参数的计算以及坐标转换时所用的参考点。

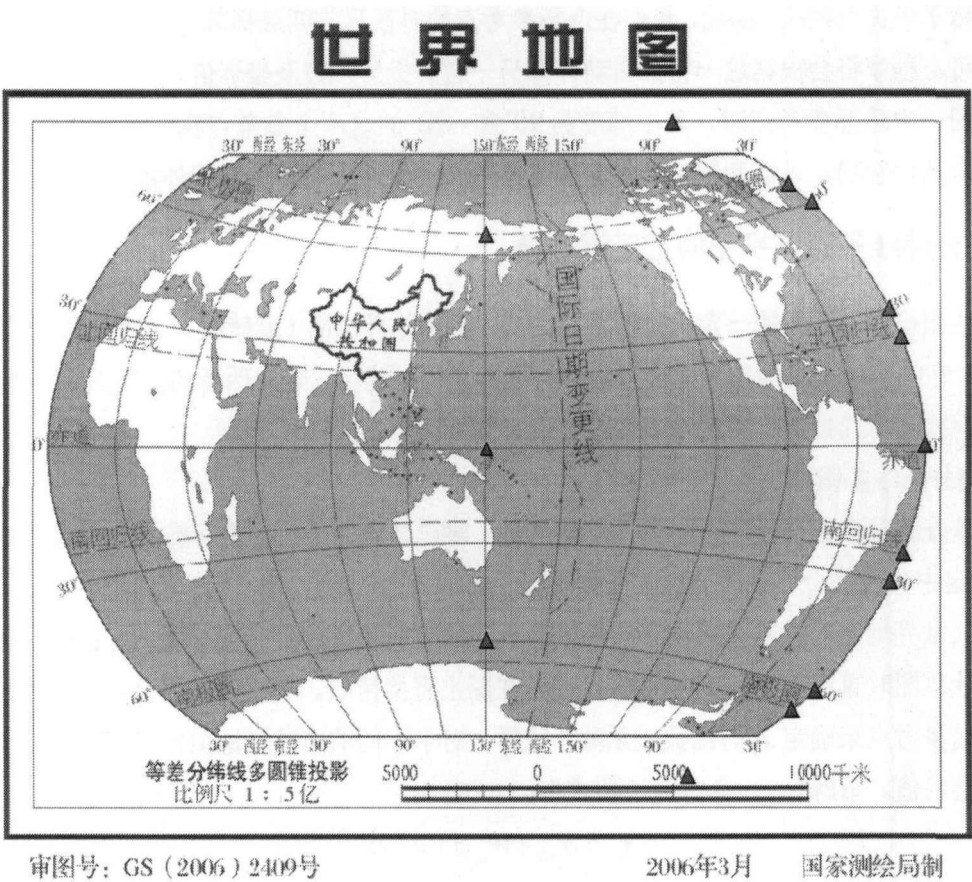


图1 参考点

图1所示的《世界地图》上，选取的各参考点的坐标分别为（如表1所示）：

表1 参考点的坐标（经纬度单位：度）

点号	1	2	3	4	5	6	7
Lon	330	330	330	330	330	330	330
Lat	90	66.5667	60	30	23.4333	0	-23.4333
X	583.00	684.42	704.86	771.22	781.97	802.50	784.03
Y	79	130.10	144.52	230.70	253.57	341.30	428.79

点号	8	9	10	11	12	13	14
Lon	330	330	330	330	150	150	150
Lat	-30	-60	-66.5667	-90	66.5667	0	-60
X	772.89	706.44	686.09	595.00	420.17	420.26	420.28
Y	451.23	538.53	553.90	608	170.71	344.33	498.37

等差分纬线投影有一个特点：纬线投影后为对称于赤道的同轴圆弧，圆心位于中央经线上，经线对称于中央直经线。因此，我们在选择参考点的时候只需要选择其中一条边经线上的点进行计算即可，程序将会根据这一特点自动计算另一边的投影参数及坐标值。

在图一中选择参考点时，其中纬度为 90° 和 -90° 的这两个参考点我们是无法根据上图来精确的确定其位置的，只能利用边经线上其他参考点的经纬度坐标值进行外推。

3 等差分纬线多圆锥投影的正反解变换

“地图投影”是按照一定的投影变换公式，将地球椭球面（或球面）上的信息投影到平面上的方法。它的实质是将地球表面的地理坐标变换为平面坐标，建立两者的函数关系。然后，根据函数关系式计算的数据，将地球表面的点投影到平面上。

3.1 等差分纬线多圆锥投影的正解变换

等差分纬线多圆锥投影正解变换的原理是，将已知点的经纬度坐标转换成平面的直角坐标。

3.1.1 确定中央经线上各纬线交点的坐标值 (x_0, y_0) 。

在《世界地图》等差分纬线多圆锥投影设计的初始阶段，对于坐标值 (x_0, y_0) 的确定，通常是在设计草图时直接给定 x_0 的函数式，或者在图上直接量取。本文研究的是在《世界地图》上，根据所选参考点来确定 x_0 的函数式系数。这样，对于不同的《世界地图》，函数式的系数即为一个不确定的值。求解 (x_0, y_0) 时的函数式为：

$$x_0 = W_{x0} + W_{x1}\varphi + W_{x3}\varphi^3 \tag{1}$$

$$y_0 = W_{y0} \tag{2}$$

式中： W_{x0} 、 W_{x1} 、 W_{x3} 、 W_{y0} 为函数式系数。

根据参考点的坐标值确定坐标转换函数式的系数。本文选取的世界地图是以 150° 作为中央经线的，所以，读取经度为 150°，纬度为 0° 的点，该点即为图形的中心点。读取该点对应的参数值 (X_0, Y_0) ，该值为此点在图上的直角坐标，同时也是中央经线上纬线交点函数式的系数 W_{x0} 、 W_{y0} 。即：

$$W_{x0} = X_0 \tag{3}$$

$$W_{y0} = Y_0 \tag{4}$$

选取经度为 150° 的其他两点，一般选择位于 0° 两侧，且纬度值相差较大的两点，其对应的 x 坐标值分别 X_1 、 X_2 ，纬度值分别为 φ_1 、 φ_2 。利用下面的关系式求解系数 W_{x1} 和 W_{x3} ：

$$W_{x1} = \frac{X_1 - X_0 - W_{x3}\varphi_1^3}{\varphi_1} \tag{5}$$

$$W_{x3} = \frac{(X_2 - X_0)\varphi_1 - (X_1 - X_0)\varphi_2}{\varphi_2^3\varphi_1 - \varphi_1^3\varphi_2} \tag{6}$$

3.1.2 确定纬线在右边经线上的坐标值 (x_n, y_n) 。

地图设计的初期，右边经线上各交点的坐标值 (x_n, y_n) 通常是在图上直接量测这些交点的坐标值，按照数学最小二乘法对其进行修正。本文是根据图一中所选择的参考点，采用多项式拟合函数式的系数 K_{x1} 、 K_{x2} 、 K_{x3} 、 K_{y1} 、 K_{y2} 、 K_{y3} ，导出计算坐标值的函数式。一般来说，拟合的次数可以根据参考点的个数来确定。本文中采用的是三次拟合。

$$x_n = K_{x1} + K_{x2}\varphi + K_{x3}\varphi^2 \tag{7}$$

$$y_n = K_{y1} + K_{y2}\varphi + K_{y3}\varphi^2 \tag{8}$$

式中： φ 为纬度（图 2）。

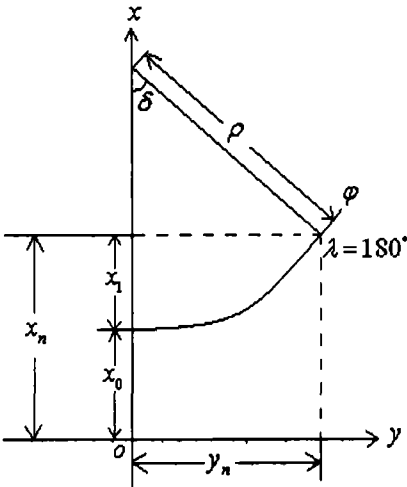


图 2 计算边经线上各点坐标

3.1.3 求解各纬线的动半径 ρ 。

$$\rho = \frac{(y_n - y_0)^2 + (x_n - x_0)^2}{2(x_n - x_0)} \tag{9}$$

3.1.4 求解右边纬线与各纬度线交点的动径角 δ_n 。

$$\delta_n = \arcsin \frac{y_n - y_0}{\rho} \tag{10}$$

3.1.5 求解投影之后的动径角 δ 。

$$\delta = \frac{\delta_n}{180} (b - c |\lambda - 150|)(\lambda - 150) \tag{11}$$

式中： λ 为经度。 $b = 1.1$ ， $c = \frac{b - 1}{180}$ 。

3.1.6 计算投影后的直角坐标 (x, y) 。

$$x = x_0 + \rho(1 - \cos \delta) \tag{12}$$

$$y = y_0 + \rho \sin \delta \tag{13}$$

3.2 等差分纬线多圆锥投影的反解变换

等差分纬线多圆锥投影反解变换的原理是，根据已知点的直角坐标 (x, y) ，求解该点的经纬度值。由于利用直角坐标值求解经纬度没有具体的解析公式，我们采用牛顿迭代法求解该点的经纬度坐标。

3.2.1 设置参考点的初始经纬度 (φ, λ)

利用牛顿迭代法反解经纬度，需要先根据该点的直角坐标设置该点的初始经纬度，利用该点的初始经纬度，按照以下步骤来求解坐标值 (x_0, y_0) 、 (x_n, y_n) 。再通过牛顿迭代法根据计算得到的 (x_0, y_0) 、 (x_n, y_n) 来反解经纬度。

初始经纬度的函数式如下：

$$\varphi = -90 + \frac{x - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} * 180 \tag{14}$$

$$\lambda = -30 + \frac{y - Y_{\min}}{Y_{\max} - Y_{\min}} * 360 \tag{15}$$

式中： (x, y) 为已知点的直角坐标， X_{\max} 、 X_{\min} 分别为中央经线上点 x 坐标的最大最小； Y_{\max} 、 Y_{\min} 分别赤道上点的 y 坐标的最大值和最小值。

3.2.2 利用牛顿迭代法求解纬度

具体步骤如下：

1) 分别根据(1)、(2)、(3)、(4)、(5)式计算中央经线上各纬线交点的坐标值 (x_0, y_0) 、纬线在右边经线上的坐标值 (x_n, y_n) 、各纬线上点的动半径 ρ 。

2) 计算中央经线上坐标 (x_0, y_0) 的一阶导数

$$x_0' = W_{x1} + 3W_{x3}\varphi^2 \tag{16}$$

$$y_0' = 0 \tag{17}$$

3) 计算纬线在右边经线上的坐标 (x_n, y_n) 的一阶导数

$$x_n' = K_{x2} + 2K_{x3}\varphi \tag{18}$$

$$y_n' = K_{y2} + 2K_{y3}\varphi \tag{19}$$

4) 计算各纬线上点的动半径 ρ 的一阶导数。

$$\rho' = \frac{2(y_n - y_0)(y_n' - y_0')(x_n - x_0) - (y_n - y_0)^2(x_n' - x_0')}{2(x_n - x_0)^2} + \frac{(x_n' - x_0')}{2} \tag{20}$$

5) 令： $f(\varphi) = (x_0 - x + \rho)^2 + (y - y_0)^2 - \rho^2$ (21)

所以有：

$$f'(\varphi) = 2(x_0 - x + \rho)(x_0' + \rho') - 2\rho\rho' \quad (22)$$

$$\text{令:} \quad F = \frac{f(\varphi)}{f'(\varphi)} \quad (23)$$

计算纬度值:

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i - F \quad (24)$$

当 $|F|$ 的值小于 0.00000001 或者 $|f(\varphi)|$ 的值小于 0.00000001 时, 此时即可求得纬度值:

$$\varphi = \varphi_{i+1}。$$

3.2.3 利用牛顿迭代法求解经度

1) 纬线在中央经线上的坐标 (x_0, y_0) 、右边经线上的坐标 (x_n, y_n) 、动半径 ρ 分别由(1)、(2)、(3)、(4)、(5)式计算的到。

2) 计算右边经线与各纬度线交点的动径角 δ_n

$$\delta_n = \arcsin \frac{y_n - y_0}{|\rho|} \quad (25)$$

3) 计算投影后的动径角 δ

$$\delta = \arcsin \frac{y - y_0}{|\rho|} \quad (26)$$

$$4) \text{ 令:} \quad f(\lambda) = \delta - \left(\frac{\delta_n}{180}(b - c|\lambda - 150|)(\lambda - 150)\right) \quad (27)$$

$f(\lambda)$ 的一阶导函数式可写为:

$$f'(\lambda) = -\frac{\delta_n}{180}(b - c(\lambda - 150) - c|\lambda - 150|) \quad (28)$$

$$\text{令:} \quad F = \frac{f(\lambda)}{f'(\lambda)}$$

计算经度值:

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i - F \quad (29)$$

当 $|F|$ 的值小于 0.00000001 或者 $|f(\lambda)|$ 的值小于 0.00000001 时, 此时即可求得经度值为 $\lambda = \lambda_{i+1}$ 。

4 实例

根据图一所示选参考点计算投影变换公式的系数, 将经纬度坐标转换成直角坐标后投影到地图上。图 3 是根据正解变换公式将全球八级以上地震的经纬度坐标转换成直角坐标后投影到国家测绘局发布的比例尺为 1:5 亿的《世界地图》上。

世界地图

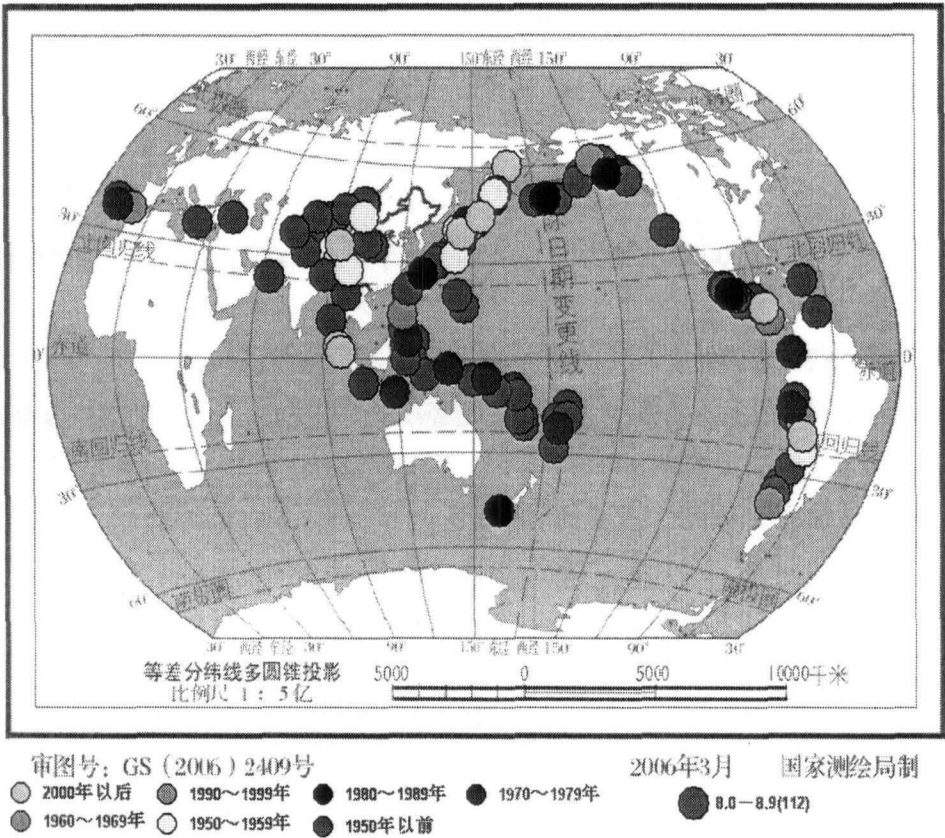


图3 世界经纬网上绘制震中分布图

经过投影变换后的地理信息不但可以在 MapInfo 环境中使用,同时也可以 在 MapGIS 中使用。用户在 MapGIS 环境中,将投影变换后的数据导入,然后将其保存为 MapGIS 的数据格式,这样,用户也就可以在 MapGIS 环境中很方便得叠加所需的信息。

图4根据等差分纬线多圆锥投影的反解变换公式,将全球八级以上地震的直角坐标换转换成经纬度后投影到矢量化后的《世界地图》上。

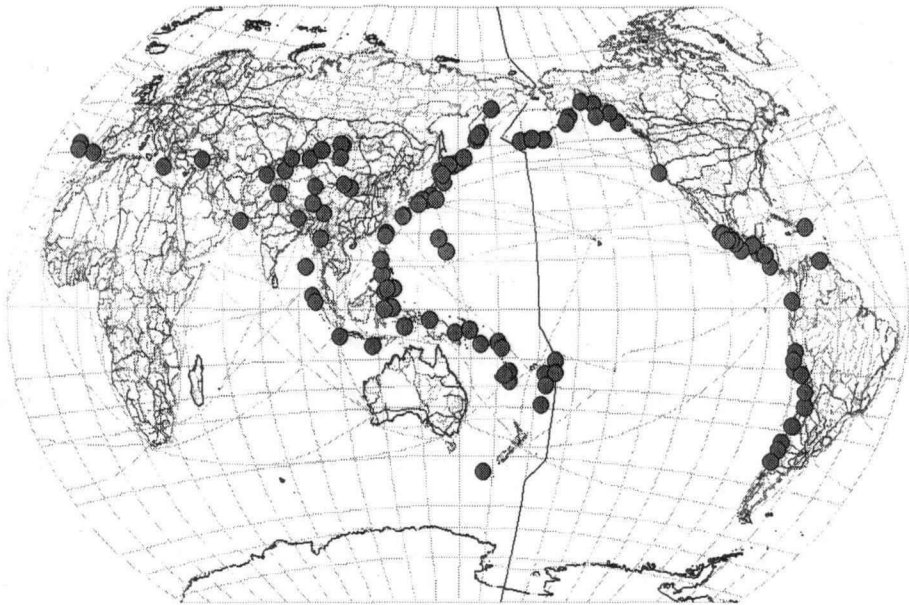


图4 MapGIS 中绘震中分布图

5 结 语

本文研究导出等差分纬线多圆锥投影的正反解变换公式,利用公式对地图上的点、线、面信息进行投影变换。在《世界地图》上选择参考点、计算投影参数,利用正解变换公式将用户所需的信息投影到地图上;利用反解变换公式将地图矢量化后信息的坐标转换成经纬度,如鼠标在图上移动时,随着鼠标位置的变化,在屏幕上将显示鼠标所在位置的经纬度值。利用本文给出的等差分纬线多圆锥投影的正反解变换公式进行坐标转换,转换后的地理信息,可以直接、方便地在MapInfo、MapGIS、ArcGIS、ArcInfo等软件中使用。

参考文献

- [1] 李胜乐,陆远忠,车时编著.MapInfo 地理信息系统二次开发实例[M].北京:电子工业出版社,2004
- [2] 杨启和著.地图投影变换原理和方法[M].北京:解放军出版社,1989
- [3] 胡毓钜等,地图投影[M]:测绘出版社,1981
- [4] 李汝昌,王祖英,地图投影[M]:中国地质大学出版社,1992