

# 世界地图等差分纬线多圆锥投影的正反解变换<sup>\*</sup>

董 曼<sup>1, 2)</sup> 李胜乐<sup>1, 2)</sup>  
(1) 中国地震局地震研究所, 武汉 430071  
(2) 地壳运动与地球观测实验室, 武汉 430071

**摘 要** 由于国家测绘局在网上正式发布的《世界地图》没有给出具体的投影参数和正反解变换公式, 用户使用不方便。导出了等差分纬线多圆锥投影的正反解变换公式, 用户可以通过选择参考点, 利用参考点的坐标值计算投影参数, 然后根据该公式对地理信息进行坐标转换, 将各类点、线、面的地理信息投影到地图上。

**关键词** 世界地图; 地图投影; 等差分纬线; 多圆锥投影; 坐标转换

**中图分类号**: P282

**文献标识码**: A

## NORMAL AND INVERSE SOLUTION OF EQUIVALENT DIFFERENCE LATITUDE PARALLEL POLYCONIC PROJECTION OF WORLD MAP

Dong Man<sup>1, 2)</sup> and Li Shengle<sup>1, 2)</sup>  
(1) Institute of Seismology CEA Wuhan 430071  
(2) Crustal Movement Laboratory Wuhan 430071

**Abstract** As the world map which is published on the net by State Bureau of Surveying and Mapping has no the concrete projection parameters and the normal and inverse transformation formulae it is difficult to project the geo-information to the map. We derived the formulae of the normal and inverse solution of equivalent difference latitude parallel polyconic projection. Through choosing the reference points and computing the projection parameters from the coordinate values of reference points, people can make the transformation of geo-information according to the normal and inverse transformation formulae and project the dots, lines or panels to the map easily.

**Key words** the world map; map projection; equivalent difference latitude parallel polyconic projection; coordinate transformation

## 1 引言

1963 年我国制图工作者根据我国国土形状和位置设计了等差分纬线多圆锥投影。等差分纬线多圆锥投影属于任意性质的多圆锥投影, 该投影已在我国编制的各种比例尺的世界政区图以及其它类型世界地图中得到广泛应用, 并获得了较好的效

果<sup>[1]</sup>。

在国家测绘局发布的《世界地图》上, 虽然有经纬网、河流等信息, 但由于没有提供具体的投影参数及变换公式, 用户很难将自己的信息投影到地图上; 同时, 矢量化的地图通常采用直角坐标系, 单位为毫米或米, 用户无法直接从地图上获取某一点的经纬度坐标, 而且在 MapInfo、MapGIS、ArcGIS、ArcInfo 等

\* 收稿日期: 2007-10-25

基金项目: “十一五”国家科技支撑项目 (2006BAC01B02-03-05)

作者简介: 董曼, 女, 1982 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为地震与地理信息系统. Email: dongman1226@163.com

软件中也没有该投影的正反解变换。为此,本文研究了等差分纬线多圆锥投影的正反解变换公式,建立了经纬度坐标与直角坐标的转换关系;对各种点、线、面信息进行坐标转换,用户能够很方便地将转换后的信息投影到地图上,并很容易地从坐标转换后的矢量化地图上得到信息的地理坐标<sup>[2]</sup>。

《世界地图》等差分纬线多圆锥投影的基本思路是将经纬度坐标转换成直角坐标,具体实现步骤为:1)地图投影参考点的选取;2)根据参考点计算投影参数;3)经纬度坐标与直角坐标之间的转换;

4)根据需求将信息投影到地图上。

## 2 地图投影参考点的选取

在地图上选择参考点,目的是为了利用参考点的坐标值计算投影参数,从而对地图进行配准。

图 1 是一幅国家测绘局发布的等差分纬线多圆锥投影的《世界地图》<sup>[3]</sup>,中央经线为 150°,从图中可以看出,各经纬线交点的坐标值为已知。如图 1 所示,选取 14 个点作为进行投影参数的计算以及坐标转换时所用的参考点,坐标见表 1。

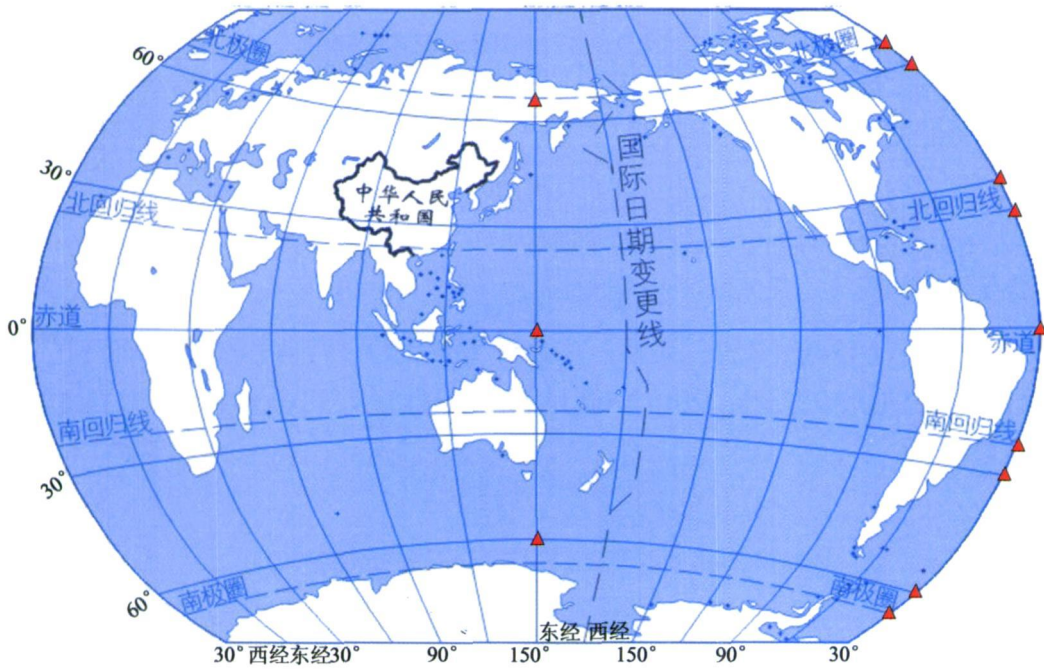


图 1 参考点  
Fig 1 Reference points

表 1 参考点的坐标  
Tab. 1 Coordinate of reference points

点号	经度 (°)	纬度 (°)	X (mm)	Y (mm)
1	330	90	583.00	79
2	330	66.566 7	684.42	130.10
3	330	60	704.86	144.52
4	330	30	771.22	230.70
5	330	23.433 3	781.97	253.57
6	330	0	802.50	341.30
7	330	-23.433 3	784.03	428.79
8	330	-30	772.89	451.23
9	330	-60	706.44	538.53
10	330	-66.566 7	686.09	553.90
11	330	-90	595.00	608
12	150	66.566 7	420.17	170.71
13	150	0	420.26	344.33
14	150	-60	420.28	498.37

等差分纬线投影有一个特点:纬线投影后为对称于赤道的同轴圆圆弧,圆心位于中央经线上,经线对称于中央直经线<sup>[4]</sup>。因此,我们在选择参考点的时候只需要选择其中一条边经线上的点进行计算即可,程序将会根据这一特点自动计算另一边的投影参数及坐标值。

在图 1 中选择参考点时,其中纬度为 90°和 -90°的这两个参考点我们无法根据图 1 精确确定其位置,只能利用边经线上其他参考点的经纬度坐标值进行外推。

## 3 等差分纬线多圆锥投影的正反解变换

“地图投影”是按照一定的投影变换公式,将地球椭球面(或球面)上的信息投影到平面上。它的实质是将地球表面的地理坐标变换为平面坐标,建

立两者的函数关系。然后,根据函数关系式计算的数据,将地球表面的点投影到平面上<sup>[2,5-7]</sup>。

### 3.1 等差分纬线多圆锥投影的正解变换

等差分纬线多圆锥投影正解变换的原理是将已知点的经纬度坐标转换成平面的直角坐标。

1)确定中央经线上各纬线交点的坐标值 ( $x_0$ ,  $y_0$ )

在《世界地图》等差分纬线多圆锥投影设计的初始阶段,对于坐标值 ( $x_0$ ,  $y_0$ ) 的确定,通常是在设计草图时直接给定  $x_0$  的函数式,或者在图上直接量取。本文研究的是在《世界地图》上,根据所选参考点来确定  $x_0$  的函数式系数。这样,对于不同的《世界地图》,函数式的系数即为一个不确定的值。求解 ( $x_0$ ,  $y_0$ ) 时的函数式为:

$$x_0=W_{x_0}+W_{x_1}\varphi+W_{x_3}\varphi^3 \tag{1}$$

$$y_0=W_{y_0} \tag{2}$$

式中:  $W_{x_0}$ 、 $W_{x_1}$ 、 $W_{x_3}$ 、 $W_{y_0}$  为函数式系数。

根据参考点的坐标值确定坐标转换函数式的系数。本文选取的世界地图以  $150^\circ$  作为中央经线,所以,读取经度为  $150^\circ$ , 纬度为  $0^\circ$  的点,该点即为图形的中心点。读取该点对应的参数值 ( $X_0$ ,  $Y_0$ ), 该值为此点在图上的直角坐标,同时也是中央经线上纬线交点函数式的系数  $W_{x_0}$ 、 $W_{y_0}$ , 其中  $W_{x_0}=X_0$ 、 $W_{y_0}=Y_0$ 。

选取经度为  $150^\circ$  的其他两点,一般选择位于  $0^\circ$  两侧,且纬度值相差较大的两点,其对应的  $x$  坐标值分别  $X_1$ 、 $X_2$ , 纬度值分别为  $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$ 。利用下面的关系式求解系数  $W_{x_1}$  和  $W_{x_3}$ :

$$W_{x_1}=\frac{X_1-X_0-W_{x_3}\varphi_1^3}{\varphi_1} \tag{3}$$

$$W_{x_3}=\frac{(X_2-X_0)\varphi_1-(X_1-X_0)\varphi_2}{\varphi_2^3\varphi_1-\varphi_1^3\varphi_2} \tag{4}$$

2)确定纬线在右边经线上的坐标值 ( $x_n$ ,  $y_n$ )

根据图 1 中所选择的参考点,采用多项式拟合函数式的系数  $K_{x_1}$ 、 $K_{x_2}$ 、 $K_{x_3}$ 、 $K_{y_1}$ 、 $K_{y_2}$ 、 $K_{y_3}$ , 导出计算坐标值的函数式。一般来说,拟合的次数可以根据参考点的个数来确定。本文采用三次拟合。

$$x_n=K_{x_1}+K_{x_2}\varphi+K_{x_3}\varphi^2 \tag{5}$$

$$y_n=K_{y_1}+K_{y_2}\varphi+K_{y_3}\varphi^2 \tag{6}$$

式中:  $\varphi$  为纬度 (图 2)。

3)求解各纬线的动半径  $\rho$  的公式为

$$\rho=\frac{(y_n-y_0)^2+(x_n-x_0)^2}{2(x_n-x_0)} \tag{7}$$

4)求解右边纬线与各纬度线交点的动径角  $\delta_n$

$$\delta_n=\arcsin\frac{y_n-y_0}{\rho} \tag{8}$$

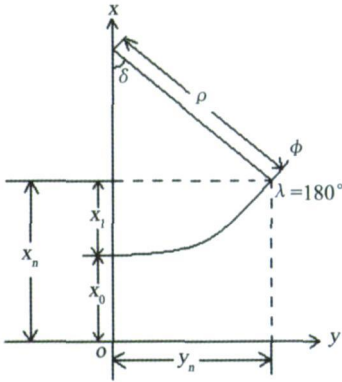


图 2 计算边经线上各点坐标  
Fig 2 Coordinates of points of intersection between longitude line and computed edge

5)求解投影之后的动径角  $\delta$  公式

$$\delta=\frac{\delta_n}{180}(b-d|\lambda-150|)(\lambda-150) \tag{9}$$

式中:  $\lambda$  为经度。  $b=1$ ,  $c=\frac{b-1}{180}$ 。

6)计算投影后的直角坐标 ( $x$ ,  $y$ ) 的公式

$$x=x_0+\rho(1-\cos\delta) \tag{10}$$

$$y=y_0+\rho\sin\delta \tag{11}$$

### 3.2 等差分纬线多圆锥投影的反解变换

等差分纬线多圆锥投影反解变换的原理是:根据已知点的直角坐标 ( $x$ ,  $y$ ), 求解该点的经纬度值。由于利用直角坐标值求解经纬度没有具体的解析公式, 我们采用牛顿迭代法求解该点的经纬度坐标。

#### 3.2.1 设置参考点的初始经纬度 ( $\varphi$ , $\lambda$ )

利用牛顿迭代法反解经纬度, 需要先根据该点的直角坐标设置该点的初始经纬度, 利用该点的初始经纬度, 按照以下步骤来求解坐标值 ( $x_0$ ,  $y_0$ )、( $x_n$ ,  $y_n$ )。再通过牛顿迭代法根据计算得到的 ( $x_0$ ,  $y_0$ )、( $x_n$ ,  $y_n$ ) 来反解经纬度。

初始经纬度的函数式如下:

$$\varphi=-90+\frac{x-X_{m\max}}{X_{m\max}-X_{m\min}}\times180 \tag{12}$$

$$\lambda=-30+\frac{y-Y_{m\max}}{Y_{m\max}-Y_{m\min}}\times360 \tag{13}$$

式中: ( $x$ ,  $y$ ) 为已知点的直角坐标,  $X_{m\max}$ 、 $X_{m\min}$  分别为中央经线上点  $x$  坐标的最大最小;  $Y_{m\max}$ 、 $Y_{m\min}$  分别赤道上的点  $y$  坐标的最大值和最小值。

#### 3.2.2 利用牛顿迭代法求解纬度

具体步骤如下:

1)分别根据式 (1)、(2)、(5)、(6)、(7) 计算中央经线上各纬线交点的坐标值 ( $x_0$ ,  $y_0$ )、纬线在右边经线上的坐标值 ( $x_n$ ,  $y_n$ )、各纬线上点的动半径  $\rho$

2)计算中央经线上坐标 ( $x_0$ ,  $y_0$ ) 的一阶导数;



- 3)计算纬线在右边经线上的坐标  $(x_n, y_n)$  的一阶导数;
  - 4)计算各纬线上点的动半径  $\rho$  的一阶导数;
  - 5)令:  $f(\varphi)=(x_0-x+\rho)^2+(y-y_0)^2-\rho^2$ ,  $F=\frac{f(\varphi)}{f'(\varphi)}$  ;
- 计算纬度值:

$$\varphi_{i+1}=\varphi_i-F \tag{14}$$

当  $|F|$  的值小于 0.000 000 01 或者  $|f(\varphi)|$  的值小于 0.000 000 01 时, 此时即可求得纬度值:  $\varphi=\varphi_{i+1}$ .

3.2.3 利用牛顿迭代法求解经度

- 1) 纬线在中央经线上的坐标  $(x_0, y_0)$ 、右边经线上的坐标  $(x_n, y_n)$ 、动半径  $\rho$  分别由式 (1)、(2)、(5)、(6)、(7) 计算得到;
  - 2) 右边经线与各纬度线交点的动径角  $\delta_n$  由式 (8) 计算得到;
  - 3) 计算投影后的动径角  $\delta$
- $$\delta=\arcsin\frac{y-y_0}{\rho} \tag{15}$$
- 4) 令:  $f(\lambda)=\delta-(\frac{\delta_n}{180}(b-c|\lambda-150|)(\lambda-150))$ ,  $F=\frac{f(\lambda)}{f'(\lambda)}$ , 计算经度值:
- $$\lambda_{i+1}=\lambda_i-F \tag{16}$$

当  $|F|$  的值小于 0.000 000 01 或者  $|f(\varphi)|$  的值小于 0.000 000 01 时, 此时即可求得经度值为  $\lambda=\lambda_{i+1}$ .

4 实例

根据图 1 所示选参考点计算投影变换公式的系数, 将经纬度坐标转换成直角坐标后投影到地图上。图 3 是根据正解变换公式将全球 8 级以上地震的经纬度坐标转换成直角坐标后投影到国家测绘局发布的比例尺为 1:5 亿的《世界地图》上。

经过投影变换后的地理信息不但可以在 Map-Info 环境中使用, 同时也可以 在 MapGIS 中使用。用户在 MapGIS 环境中, 将投影变换后的数据导入, 然后将其保存为 MapGIS 的数据格式, 这样, 用户也就可以在 MapGIS 环境中很方便地叠加所需的信息。

图 4 根据等差分纬线多圆锥投影的反解变换公式, 将全球 8 级以上地震的直角坐标换转换成经纬度后投影到矢量化后的《世界地图》上。

5 结语

本文研究导出了等差分纬线多圆锥投影的正反解变换公式, 利用公式对地图上的点、线、面等地理信息进行投影变换。在《世界地图》上选择参考点、计算投影参数, 利用正解变换公式将用户所需的信

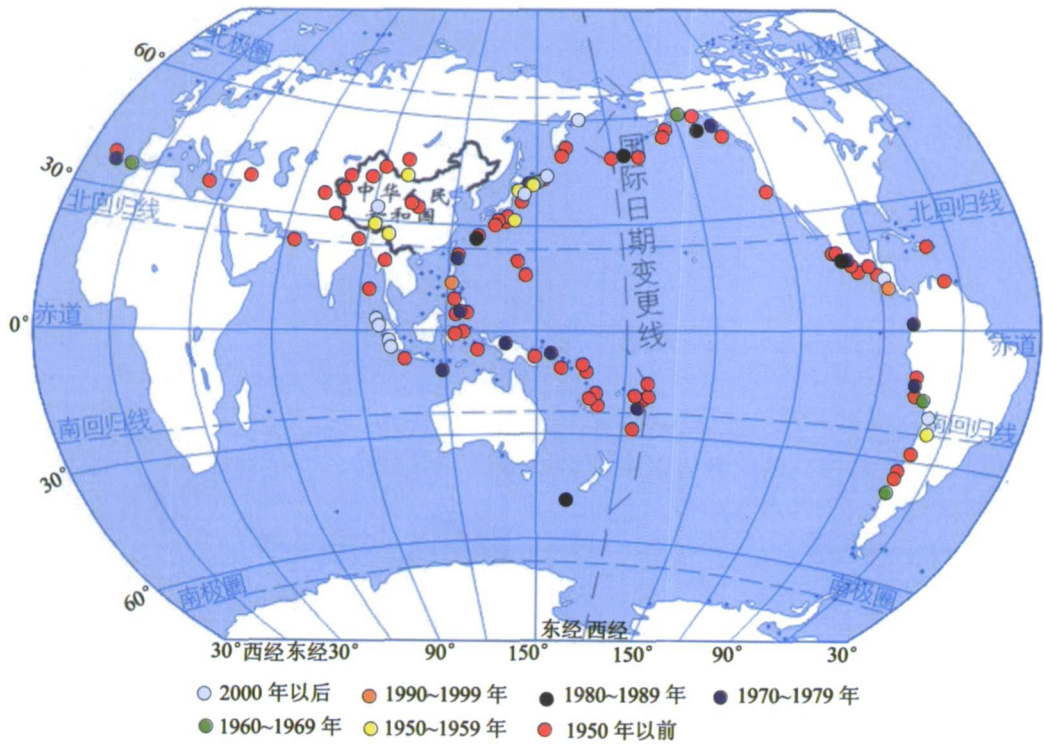


图 3 世界经纬网上绘制的震中分布图

Fig 3 Epicenters distribution in longitude and latitude net of the world map

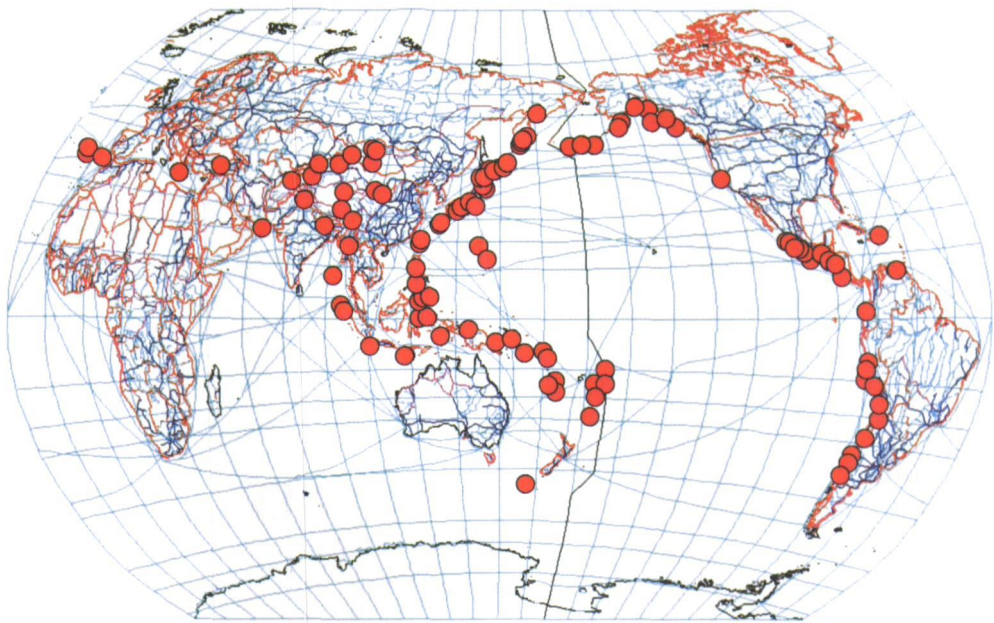


图 4 MapGIS中绘制的震中分布图  
Fig 4 Epicenters distribution map with MapGIS

息投影到地图上;利用反解变换公式将地图矢量化后信息的坐标转换成经纬度,如鼠标在图上移动时,随着鼠标位置的变化,在屏幕上将显示鼠标所在位置的经纬度值。利用本文给出的等差分纬线多圆锥投影的正反解变换公式进行坐标转换,转换后的地理信息可以直接、方便地在 MapInfo、MapGIS、ArcGIS、ArcInfo等软件中使用。

参 考 文 献

1 祝国瑞.地图学[M].武汉:武汉大学出版社,2004.  
1 Zhu Guoni Cartology [M]. Wuhan: Wuhan University Press 2004. ( in Chinese)  
2 李胜乐,陆远忠,车时. MapInfo地理信息系统二次开发实例[M].北京:电子工业出版社,2004.  
2 Li Shengle Lu Yuanzhong and Che Shi MapInfo Geo-information system secondary development example [M]. Beijing Electronic Industries Press 2004. ( in Chinese)  
3 国家测绘局.《中华人民共和国地图》,《世界地图》[M].  
http://map.sbsn.gov.cn/8088/mcp/  
3 State Bureau of Surveying and Mapping 《Map of China》

《Map of the world》[M]. 2006. http://map.sbsn.gov.cn/8088/mcp/. ( in Chinese)  
4 胡毓钜,等. 地图投影图集(第三版)[M].北京:测绘出版社,2006.  
4 Hu Shuju, et al Atlas of map projection(The third edition) [M]. Beijing Surveying and Mapping Press 2006. ( in Chinese)  
5 杨启和.地图投影变换原理和方法[M].北京:解放军出版社,1989.  
5 Yang Qihe Principle and method of map projection transformation [M]. Beijing Liberate Army Press 2004. ( in Chinese)  
6 胡毓钜等. 地图投影[M].北京:测绘出版社,1981.  
6 Hu Shuju et al Map projection [M]. Beijing Surveying and Mapping Press 1981. ( in Chinese)  
7 李汝昌,王祖英. 地图投影[M].武汉:中国地质大学出版社,1992.  
7 Li Ruchang and Wang Zuying Map projection [M]. Wuhan: China University of Geosciences Press 1992. ( in Chinese)