

基于不同经纬线类型组合的地图投影新定义

钟业勋^{1,2}, 胡毓钜³, 童新华¹

(1 广西师范学院 资源与环境科学学院 广西 南宁 530001; 2. 广西测绘地理信息局 广西 南宁 530023;
3. 武汉大学 资源与环境科学学院 湖北 武汉 430079)

摘要: 正轴方位投影、伪方位投影、圆锥投影、伪圆锥投影、圆柱投影、伪圆柱投影和多圆锥投影, 实为不同类型的经纬线族的组合。在对经纬线类型定义的基础上, 根据不同投影的经纬网构成规律, 分别对方位投影等 7 种投影给出了新的数学定义。新的地图投影定义, 以其简明的数学形式, 定量地揭示了不同投影的经纬网特点和本质特征。

关键词: 方位投影; 伪方位投影; 圆锥投影; 伪圆锥投影; 圆柱投影; 伪圆柱投影; 多圆锥投影; 经线类型; 纬线类型; 数学定义

中图分类号: P282. 1

文献标志码: A

文章编号: 1671-3044(2012) 06-0013-04

1 引 言

正轴方位投影、伪方位投影、圆锥投影、伪圆锥投影、圆柱投影、伪圆柱投影和多圆锥投影, 其经纬网形状在高校地图投影教材中均有文字描述: 方位投影的纬线为同心圆, 经线投影后为交于一点的直线束(同心圆的半径); 伪方位投影的纬线为同心圆, 中央经线投影为直线, 其余经线为对称于中央经线的曲线并交于同心圆圆心; 圆锥投影中的纬线投影后为同心圆弧, 经线投影后为交于一点的直线束, 且夹角与经差成正比; 伪圆锥投影的纬线为一组同心圆弧, 经线为对称于中央直经线的曲线; 圆柱投影纬线表象为平行直线, 经线表象也是平行直线, 且与纬线正交; 伪圆柱投影的纬线为平行直线, 经线为对称于中央直经线的曲线; 多圆锥投影的表象为同轴圆弧, 圆心位于中央经线上, 经线为对称于中央直经线的曲线^[1-6]。自然语言带有歧义性和模糊性而使其确定性减少, 故科学思维不宜完全使用自然语言。著名的波兰逻辑学家卢卡西维茨指出“现代形式逻辑力求达到最大可能的确切性。只有运用由固定的、可以辨识的记号构成的精确语言, 才能达到这个目的。”由于数学是定量化的形式逻辑^[7], 因此, 研究和探讨地图投影表述的数学形式很有必要。本文是笔者关于正轴方位投影等 7 种地图投影数学定义的探讨。

2 经线类型

构成地图投影网的经线族主要有收敛型直经线族、收敛型混合经线族、收敛型有限域直经线族和离散型直经线族四大类。

2.1 收敛型直经线族

$\forall \lambda_i \in [0^\circ, 360^\circ]$, 若 $i \neq i' \Rightarrow \lambda_i \cap \lambda_{i'} = Q$, 若 $P_{ij} \in \lambda_i$, τ_{ij} 为 P_{ij} 点的经线曲率, K_{ij} 为 P_{ij} 点的经线切线的斜率。若下列条件满足:

$$\begin{cases} P_{ij} \in \lambda_o \Rightarrow \tau_{oj} = 0 \wedge K_{oj} = \infty \\ P_{ij} \in \lambda_o^c \Rightarrow \tau_{ij} = 0 \wedge K_{ij} \geq 0 \quad \lambda_i \in [0^\circ, 360^\circ] \\ |\lambda_i - \lambda_o| = |\Delta\lambda_i| \geq 0 \wedge \max \Delta\lambda_i = 360^\circ \end{cases} \quad (1)$$

则称集合 $J = \lambda_o \cup \lambda_o^c$ 为收敛于 Q 点的直经线族, 或称以 Q 为辐射中心的全辐射直经线族, 记为 J_a 。

2.2 收敛型混合经线族

在经线集合 J 中至少有一条直经线时, 称为混合经线族。

$\forall \lambda_i \in [0^\circ, 360^\circ]$, 若 $i \neq i' \Rightarrow \lambda_i \cap \lambda_{i'} = Q$, 若 $P_{ij} \in \lambda_i$, τ_{ij} 为 P_{ij} 点的经线曲率, K_{ij} 为 P_{ij} 点的经线切线的斜率。若下列条件满足:

$$\begin{cases} P_{ij} \in \lambda_o \Rightarrow \tau_{oj} = 0 \wedge K_{oj} = \infty \\ P_{ij} \in \lambda_o^c \Rightarrow \tau_{ij} \geq 0 \wedge K_{ij} \geq 0 \quad \lambda_i \in [0^\circ, 360^\circ] \\ |\lambda_i - \lambda_o| = |\Delta\lambda_i| \geq 0 \wedge \max \Delta\lambda_i = 360^\circ \end{cases} \quad (2)$$

则称集合 $J = \lambda_o \cup \lambda_o^c$ 为收敛于 Q 点的混合经线族, 其中满足条件(1)的 λ_o 为中央经线, 满足条件

收稿日期: 2011-12-28; 修回日期: 2012-07-30

基金项目: 广西自然科学基金(0448437)。

作者简介: 钟业勋(1939-), 男, 广西玉林人, 教授, 主要从事地图学理论研究。

(2) 的为以曲线形式表象的非中央经线,它又包括具有 $K_{ij}=0$ 极值点的曲线和无极值点的曲线两部分。 $K_{ij}=0$ 点为斜率正负异号变换点。收敛型混合经线族记为 J_b 。

2.3 收敛型有限域直经线族

$\forall \lambda_i \in [0^\circ, 360^\circ]$, 若 $i \neq i' \Rightarrow \lambda_i \cap \lambda_{i'} = Q$, 若 $P_{ij} \in \lambda_i$, τ_{ij} 为 P_{ij} 点的经线曲率, K_{ij} 为 P_{ij} 点的经线切线的斜率。若下列条件满足:

$$\begin{cases} P_{ij} \in \lambda_o \Rightarrow \tau_{oj} = 0 \wedge K_{oj} = \infty \\ P_{ij} \in \lambda_o^c \Rightarrow \tau_{ij} = 0 \wedge K_{ij} \geq 0 \quad \lambda_i \in [0^\circ, 360^\circ] \\ |\lambda_i - \lambda_o| = |\Delta\lambda_i| \geq 0 \wedge \max \Delta\lambda_i < 360^\circ \end{cases} \quad (3)$$

则称集合 $J = \lambda_o \cup \lambda_o^c$ 为收敛于 Q 点的有限域直经线族,或称以 Q 为中心的偏辐射直经线族,记为 J_c 。

2.4 离散型直经线族

$\forall \lambda_i \in [0^\circ, 360^\circ]$, 若 $P_{ij} \in \lambda_i$, τ_{ij} 为 P_{ij} 点的经线曲率, K_{ij} 为 P_{ij} 点的经线切线的斜率。若下列条件满足:

$$\begin{cases} P_{ij} \in \lambda_o \Rightarrow \tau_{oj} = 0 \wedge K_{oj} = \infty \\ P_{ij} \in \lambda_o^c \Rightarrow \tau_{ij} = 0 \wedge K_{ij} \geq \infty \quad \lambda_i \in [0^\circ, 360^\circ] \\ \lambda_i \cap \lambda_o = \phi \end{cases} \quad (4)$$

则称集合 $J = \lambda_o \cup \lambda_o^c$ 为离散型直经线族。式(4)表明,所有经线都同 λ_o 一样是与其平行的直经线。离散型直经线族记为 J_d 。

3 纬线类型

构成地图投影网的纬线族主要有同心圆型纬线族、同心圆弧形纬线族、同轴圆弧形纬线族和平行直线型纬线族四大类。

3.1 同心圆型纬线族

$\exists \lambda_i \in J_a \vee J_b$ 对定点 Q 满足下列条件的点集 w :

$$w = \{ x_{ij} | x_{ij}Q = R_j = f(\varphi_j) \quad \varphi_j \in [0^\circ, 90^\circ] \} \quad (5)$$

则称 w 为以 Q 为圆心 R_j 为半径的同心圆型纬线族,记为 w_a 。

3.2 同心圆弧形纬线族

$\exists \lambda_i \in J_b \vee J_c$ 对定点 Q 满足下列条件的点集 w :

$$w = \{ x_{ij} | x_{ij}Q = R_j = f(\varphi_j) \quad \varphi_j \in [0^\circ, 90^\circ] \} \quad (6)$$

则称 w 为以 Q 为圆心 R_j 为半径的同心圆弧形纬线族,记为 w_b 。

3.3 同轴圆弧形纬线族

$\exists \lambda_o \in J_b \wedge Q_j = f_1(\varphi_j) \in \lambda_o$, 满足下列条件的点集 w :

$$w = \{ x_{ij} | x_{ij}Q_j = R_j = f_2(\varphi_j) \quad \varphi_j \in [0^\circ, 90^\circ] \} \quad (7)$$

则称 w 为以 Q_j 为圆心 R_j 为半径的同轴圆弧形纬线族,记为 w_c 。

3.4 平行直线型纬线族

$\forall P_{ij} \in \varphi_j \in [0^\circ, 90^\circ]$, 其纬线曲率为 τ_{ij} , K_{ij} 为过 P_{ij} 点的经线切线的斜率,满足下列条件的点集 w :

$$w = \{ P_{ij} | P_{ij} \in \varphi_j \wedge \tau_{ij} = 0 \wedge K_{ij} = 0 \} \quad (8)$$

则称 w 为平行直线型纬线族,记为 w_d 。

4 合同图形

图形 F_1 与 F_2 的点一一对应,并且 F_1 上每两点间的距离等于 F_2 上两对应点的距离,则称 F_1 和 F_2 为合同图形。合同图形的集合为 H 。

正轴方位投影是以极点投影为中心的中心对称图形;圆柱投影、伪圆柱投影和多圆锥投影,是以中央经线 λ_o 与赤道 φ_o 交点为中心的中心对称图形。伪方位投影、圆锥投影和伪圆锥投影,是以中央经线 λ_o 为对称轴的轴对称图形。中心对称和轴对称图形都属合同图形^[8]。据此,可在合同图形概念基础上,指出构成每种投影的经纬线类型的差异,分别对上述7种地图投影给出新的定义。

5 正轴方位投影等7种地图投影的新定义

5.1 方位投影

若合同图形 H 由收敛型直经线族 J_a 与同心圆型纬线族 w_a 构成,即:

$$H = J_a \cup w_a | \lambda_i \in J_a \wedge \varphi_j \in w_a \quad (9)$$

则称 H 为正轴方位投影,记为 $J_a w_a$ 型投影。见图1。

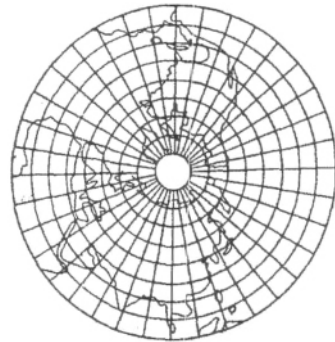


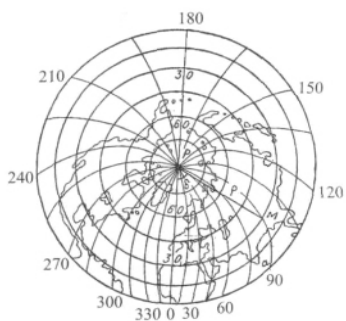
图1 方位投影(J_a 与 w_a 组合投影)

5.2 伪方位投影

若合同图形 H 由收敛型混合经线族 J_b 与同心圆型纬线族 w_a 构成,即:

$$H = J_b \cup w_a | \lambda_i \in J_b \wedge \varphi_j \in w_a \quad (10)$$

则称 H 为伪方位投影,记为 $J_b w_a$ 型投影。见图2。

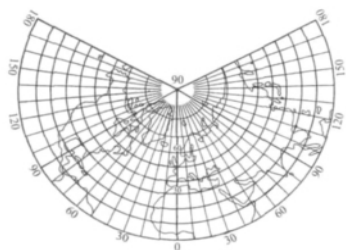
图2 伪方位投影(J_b 与 w_a 组合投影)

5.3 圆锥投影

若合同图形 H 由收敛型有限域直径线族 J_c 与同心圆弧型纬线族 w_b 构成,即:

$$H = J_c \cup w_b \mid \lambda_i \in J_c \wedge \varphi_j \in w_b \quad (11)$$

则称 H 为圆锥投影,记为 $J_c w_b$ 型投影。见图3。

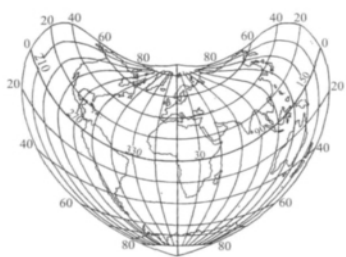
图3 圆锥投影(J_c 与 w_b 组合投影)

5.4 伪圆锥投影

若合同图形 H 由收敛型混合经线族 J_b 与同心圆弧型纬线族 w_b 构成,即:

$$H = J_b \cup w_b \mid \lambda_i \in J_b \wedge \varphi_j \in w_b \quad (12)$$

则称 H 为伪圆锥投影,记为 $J_b w_b$ 型投影。见图4。

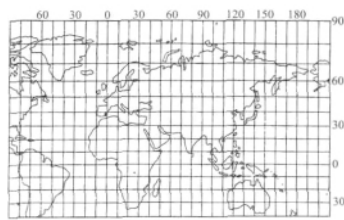
图4 伪圆锥投影(J_b 与 w_b 组合投影)

5.5 圆柱投影

若合同图形 H 由离散型直径线族 J_d 与平行直线型纬线族 w_d 构成,即:

$$H = J_d \cup w_d \mid \lambda_i \in J_d \wedge \varphi_j \in w_d \quad (13)$$

则称 H 为圆柱投影,记为 $J_d w_d$ 型投影。见图5。

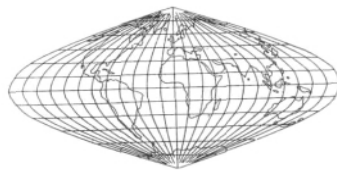
图5 圆柱投影(J_d 与 w_d 组合投影)

5.6 伪圆柱投影

若合同图形 H 由收敛型与平行直线型纬线族 w_d 构成,即:

$$H = J_b \cup w_d \mid \lambda_i \in J_b \wedge \varphi_j \in w_d \quad (14)$$

则称 H 为伪圆柱投影,记为 $J_b w_d$ 型投影。见图6。

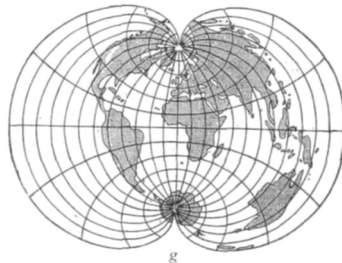
图6 伪圆柱投影(J_b 与 w_d 组合投影)

5.7 多圆锥投影

若合同图形 H 由收敛型混合经线族 J_b 与同轴圆弧型纬线族 w_c 构成,即:

$$H = J_b \cup w_c \mid \lambda_i \in J_b \wedge \varphi_j \in w_c \quad (15)$$

则称 H 为多圆锥投影,记为 $J_b w_c$ 型投影。见图7。

图7 多圆锥投影(J_b 与 w_c 组合投影)

6 结束语

地图投影是地图网络的重要形式,它是构建地图内容的基础和框架^[9]。投影网络的外在特征取决于投影网的经线族和纬线族。本文在对收敛型直径线族等四种类型经线族和对同心圆型纬线族等四种纬线族定义的基础上,根据所论的正轴方位投影等7种地图投影均属合同图形的共性,在合同图形概念下,通过不同类型经纬线族的组合,分别对方位投影等7种地图投影给出了新定义,从而使这7种原来局限于定性描述的地图投影获得了精密的数学形式和定量描述。地图投影历史悠久,如果应用数学去深入研究,就像伪圆柱投影经线可调节性一样,往往可以发现某些本质特征和内在连系^[10-11]。

参考文献:

- [1] 胡毓钜. 数学制图学 [M]. 北京: 中国工业出版社, 1964.
- [2] 胡毓钜 龚剑文. 地图投影 [M]. 2 版. 北京: 测绘出版社, 1992.
- [3] 黄国寿. 地图投影 [M]. 北京: 测绘出版社, 1983.
- [4] 钟业勋. 数理地图学 [M]. 北京: 测绘出版社, 2007.
- [5] 胡毓钜 龚剑文. 图集 [M]. 3 版. 北京: 测绘出版社, 2006.
- [6] 陆淑芬 陈由基 王近仁, 等. 地图学基础 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1987.
- [7] 周昌忠. 科学思维学 [M]. 上海: 上海人民出版社, 1988.
- [8] 谷超豪. 数学词典 [M]. 上海: 上海辞书出版社, 1992.
- [9] 钟业勋 童新华. 地图网络的数学定义 [J]. 海洋测绘, 2009, 29(4): 481-484.
- [10] 钟业勋 胡毓钜. 可调节经线收敛度和经纬线间隔的伪圆柱投影 [J]. 海洋测绘, 2011, 31(3): 8-11.
- [11] 胡毓钜 钟业勋. 地图投影方法在航空与航天远距离解算中的应用 [J]. 海洋测绘, 2010, 30(5): 1-5.

The New Definition of Map Projections Based on Different Types of Meridian and Parallel Combination

ZHONG Yexun^{1,2}, HU Yuju³, TONG Xinhua¹

(1. School of Resource and Environment Science, Guangxi Teachers' College, Nanning 530001, China;

2. Guangxi Regional Geographic Informational Bureau of Surveying and Mapping, Nanning 530023, China;

3. School of Resource and Environment Science, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: The azimuthal projection, pseud-azimuthal projection, conic projection, pseudo-conic projection, cylindrical projection, pseudo-cylindrical projection and polyconic projection are combination of families of meridian-and parallels. On the basis of definition of meridians and parallels and according to the rule of construction of different meridian and parallel nets of projections, authors have made new mathematical definition for seven projections which has quantitatively shown the characteristics of different map projection nets.

Key words: azimuthal projection; pseudo-azimuthal projection; conic projection; pseudo-conic projection; cylindrical projection; pseudo-cylindrical projection; polyconic projection; meridiankind; parallel kind; mathematical definition

(上接第 9 页)

Error Correction of Multibeam Sounding System by Motion Sensor

GU Shunlong, WANG Liangyu, ZHANG Xiangwen, ZHANG Liang

(Hydrographic Brigade, Shanghai Maritime Administration, Shanghai 200090, China)

Abstract: According to the feature of the motion sensor and the necessity of the calculation of multibeam sounding points, this paper mainly discusses the correction of the installation offset of multibeam transducer. By inputting all the installation offsets of the multibeam transducer to the motion sensor. The motion sensor can output all the pitch, roll and heading values in the reference framework of the multibeam transducer using its total offset correction function. This method simplifies data processing and enhances the efficiency. This paper gives a method to calculate the total offset caused by the installation offsets of both the motion sensor and the multibeam transducer.

Key words: multibeam echosounding; reference framework; installation offset; total offset; drafting correction