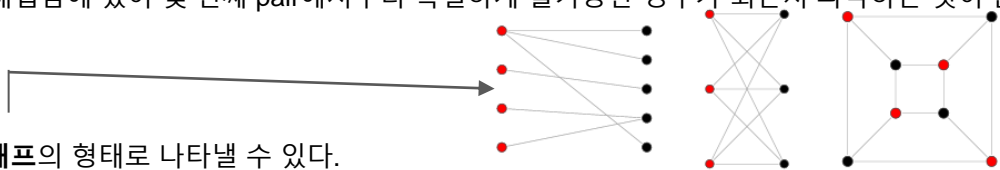


C7. Medicines

문제 분석

약의 종류는 n 개가 있고, 서로 같이 복용하면 안되는 pair가 m 개 있다. n 과 m 은 각각 $1 \leq n \leq 10,000$, $1 \leq m \leq 100,000$ 의 조건을 가진다. 주어지는 input은 무조건 불가능한 input으로 주어진다. pair를 순차적으로 대입함에 있어 몇 번째 pair에서부터 확실하게 불가능한 경우가 되는지 파악하는 것이 문제이다.



문제 풀이

- 각각의 약을 Vertex, Conflict relationship을 Edge로 하는 **이분 그래프**의 형태로 나타낼 수 있다.
- 이때, 인접한 Vertex는 서로 Conflict이므로, 서로 다른 날짜에 복용해야 한다고 생각할 수 있다. (서로 다른 값을 저장해준다.)
- input값에 따라서 Graph를 설정하고, DFS를 사용하여 인접한 노드가 서로 다른 날짜를 가졌는지 확인한다.
- 인접한 Vertex가 서로 같은 날짜라면, 해당 Vertex를 입력했던 index를 찾아서 return한다.
- 핵심 알고리즘: 그래프에서 사이클이 존재하면서 **하나의 사이클에 존재하는 Vertex 개수가 홀수 개 일 때, 이분 그래프가 될 수 없다.**

문제 풀이 분석

Worst Case는 마지막 relationship에서 impossible이 나타나는 경우이다. pair의 개수인 m 이 곧 그래프의 Edge를 나타내고, 약의 종류인 n 이 곧 그래프의 Vertex를 나타낸다. $\text{input} \Rightarrow E$, $\text{DFS} \Rightarrow V+E$ 이고, DFS를 pair의 개수만큼 확인을 하기 때문에,

Time Complexity $\Rightarrow O(m(n+m)) = O(m^2)$ 이다.

Space Complexity: $O(m+n)$

Discussion:

이 문제를 푸는 방식에서 이분 그래프를 인용한 후
몇 번째 pair에서부터 불가능한지를 탐색하는 과정에서 가장 시간 복잡도를 줄일 수 있는 방법
 에 대해서 생각해보자.

우리가 소개한 알고리즘은 m 개의 pair를 순차적으로 그래프에 적용시키는 방식을 택하였고, 이에 대한 Time Complexity는 $O(m^2)$ 이다. 하지만 $O(m^2)$ 가 맞을 경우, 0.5초라는 시간 안에 풀리지 못할 수도 있다.

다른 방법도 존재한다. 탐색 자체의 시간 복잡도를 줄이기 위해 이분 탐색을 적용할 수도 있다. 이분 탐색을 적용시킬 경우, 첫 이분 탐색의 mid에 해당하는 값이 $m/2$ 인 50000이 나올 수 있으므로, 처음부터 큰 graph를 확인하는 것을 방지하고자 low와 high를 단계적으로 보며 진행하는 방법도 존재한다. 하지만 이 방법은 graph를 다시 그려줘야 하는 단점이 존재한다.