# 实现 strStr()

力扣官方题解 ♥ + 关注

◎ 520401 📛 2021.04.19 发布于中国

官方题解 Favorite 双指针 字符串 字符串匹配 C 4+

## 前言

本题是经典的字符串单模匹配的模型,因此可以使用字符串匹配算法解决,常见的字符串匹配算法包括暴力匹配、Knuth-Morris-Pratt 算法、Boyer-Moore 算法、Sunday 算法等,本文将讲解 Knuth-Morris-Pratt 算法。

因为哈希方法可能出现哈希值相等但是字符串不相等的情况,而 strStr 函数要求匹配结果必定正确,因此本文不介绍哈希方法,有兴趣的读者可以自行了解滚动哈希的实现(如 Rabin-Karp 算法)。

## 方法一:暴力匹配

## 思路及算法

我们可以让字符串 needle 与字符串 haystack 的所有长度为 m 的子串均匹配一次。

为了减少不必要的匹配,我们每次匹配失败即立刻停止当前子串的匹配,对下一个子串继续匹配。如果当前子串匹配成功,我们返回当前子串的开始位置即可。如果所有子串都匹配失败,则返回-1。

## 代码

```
C++ Java JavaScript Golang C Python3

class Solution {
public:
    int strStr(string haystack, string needle) {
        int n = haystack.size(), m = needle.size();
        for (int i = 0; i + m <= n; i++) {
            bool flag = true;
            for (int j = 0; j < m; j++) {
                if (haystack[i + j] != needle[j]) {
                  flag = false;
                  break;
            }
        }
}</pre>
```

```
if (flag) {
     return i;
}

return -1;
}
```

## 复杂度分析

- 时间复杂度:  $O(n \times m)$ ,其中 n 是字符串 haystack 的长度,m 是字符串 needle 的长度。最坏情况下我们需要将字符串 needle 与字符串 haystack 的所有长度为 m 的子串均匹配一次。
- 空间复杂度: O(1)。我们只需要常数的空间保存若干变量。

方法二: Knuth-Morris-Pratt 算法

### 思路及算法

Knuth-Morris-Pratt 算法,简称 KMP 算法,由 Donald Knuth、James H. Morris 和 Vaughan Pratt 三人于 1977 年联合发表。

Knuth-Morris-Pratt 算法的核心为前缀函数,记作  $\pi(i)$  ,其定义如下:

对于长度为 m 的字符串 s ,其前缀函数  $\pi(i)(0 \le i < m)$  表示 s 的子串 s[0:i] 的最长的相等的真前缀与真后缀的长度。特别地,如果不存在符合条件的前后缀,那么  $\pi(i)=0$  。其中真前缀与真后缀的定义为不等于自身的的前缀与后缀。

我们举个例子说明: 字符串 aabaaab 的前缀函数值依次为 0,1,0,1,2,2,3。

- $\pi(0) = 0$ ,因为 a 没有真前缀和真后缀,根据规定为 0 (可以发现对于任意字符串  $\pi(0) = 0$  必定成立);
- $\pi(1) = 1$ , 因为 aa 最长的一对相等的真前后缀为 a, 长度为 1;
- $\pi(2) = 0$ , 因为 aab 没有对应真前缀和真后缀,根据规定为 0;
- $\pi(3) = 1$ , 因为 aaba 最长的一对相等的真前后缀为 a, 长度为 1;
- $\pi(4) = 2$ , 因为 aabaa 最长的一对相等的真前后缀为 aa, 长度为 2;
- $\pi(5) = 2$ , 因为 aabaaa 最长的一对相等的真前后缀为 aa, 长度为 2;

•  $\pi(6) = 3$ , 因为 aabaaab 最长的一对相等的真前后缀为 aab, 长度为 3。

有了前缀函数,我们就可以快速地计算出模式串在主串中的每一次出现。

## 如何求解前缀函数

长度为 m 的字符串 s 的所有前缀函数的求解算法的总时间复杂度是严格 O(m) 的,且该求解算法是增量算法,即我们可以一边读入字符串,一边求解当前读入位的前缀函数。

为了叙述方便,我们接下来将说明几个前缀函数的性质:

- 1.  $\pi(i) \leq \pi(i-1) + 1$ 
  - 依据  $\pi(i)$  定义得:  $s[0:\pi(i)-1] = s[i-\pi(i)+1:i]$  。
  - 将两区间的右端点同时左移,可得:  $s[0:\pi(i)-2] = s[i-\pi(i)+1:i-1]$  。
  - 依据  $\pi(i-1)$  定义得:  $\pi(i-1) \geq \pi(i) 1$ , 即  $\pi(i) \leq \pi(i-1) + 1$ .
- 2. 如果  $s[i] = s[\pi(i-1)]$ , 那么  $\pi(i) = \pi(i-1) + 1$ 。
  - 依据  $\pi(i-1)$  定义得:  $s[0:\pi(i-1)-1]=s[i-\pi(i-1):i-1]$ 。
  - 因为  $s[\pi(i-1)] = s[i]$ ,可得  $s[0:\pi(i-1)] = s[i-\pi(i-1):i]$ 。
  - 依据  $\pi(i)$  定义得:  $\pi(i) \geq \pi(i-1) + 1$ , 结合第一个性质可得  $\pi(i) = \pi(i-1) + 1$ 。

这样我们可以依据这两个性质提出求解  $\pi(i)$  的方案: 找到最大的 j , 满足 s[0:j-1]=s[i-j:i-1] , 且 s[i]=s[j] (这样就有 s[0:j]=s[i-j:i] , 即  $\pi(i)=j+1$ )。

#### 注意这里提出了两个要求:

- 1. j 要求尽可能大,且满足 s[0:j-1]=s[i-j:i-1];
- 2. j 要求满足 s[i] = s[j]。

由  $\pi(i-1)$  定义可知:

$$s[0:\pi(i-1)-1] = s[i-\pi(i-1):i-1]$$
(1)

那么  $j=\pi(i-1)$  符合第一个要求。如果  $s[i]=s[\pi(i-1)]$ ,我们就可以确定  $\pi(i)$ 。

否则如果  $s[i] \neq s[\pi(i-1)]$  ,那么  $\pi(i) \leq \pi(i-1)$  ,因为  $j=\pi(i)-1$  ,所以  $j<\pi(i-1)$  ,于是可以取 (1) 式两子串的长度为 j 的后缀,它们依然是相等的:  $s[\pi(i-1)-j:\pi(i-1)-1]=s[i-j:i-1]$  。

当  $s[i] \neq s[\pi(i-1)]$  时,我们可以修改我们的方案为: 找到最大的 j,满足  $s[0:j-1] = s[\pi(i-1)-j:\pi(i-1)-1]$ ,且 s[i] = s[j] (这样就有  $s[0:j] = s[\pi(i-1)-j:\pi(i-1)]$ ,即  $\pi(i) = \pi(i-1)+1$ )。

#### 注意这里提出了两个要求:

- 1. j 要求尽可能大,且满足  $s[0:j-1] = s[\pi(i-1)-j:\pi(i-1)-1]$ ;
- 2. j 要求满足 s[i] = s[j]。

由  $\pi(\pi(i-1)-1)$  定义可知  $j=\pi(\pi(i-1)-1)$  符合第一个要求。如果  $s[i]=s[\pi(\pi(i-1)-1)]$ ,我们就可以确定  $\pi(i)$ 。

此时,我们可以发现 j 的取值总是被描述为  $\pi(\pi(\pi(\ldots)-1)-1)$  的结构(初始为  $\pi(i-1)$ )。于是我们可以描述我们的算法:设定  $\pi(i)=j+1$ ,j 的初始值为  $\pi(i-1)$ 。我们只需要不断迭代 j (令j 变为  $\pi(j-1)$ ) 直到 s[i]=s[j] 或 j=0 即可,如果最终匹配成功(找到了 j 使得 s[i]=s[j]),那么  $\pi(i)=j+1$ ,否则  $\pi(i)=0$ 。

## 复杂度证明

时间复杂度部分,注意到  $\pi(i) \leq \pi(i-1)+1$ ,即每次当前位的前缀函数至多比前一位增加一,每当我们迭代一次,当前位的前缀函数的最大值都会减少。可以发现前缀函数的总减少次数不会超过总增加次数,而总增加次数不会超过 m 次,因此总减少次数也不会超过 m 次,即总迭代次数不会超过 m 次。

空间复杂度部分,我们只用到了长度为 m 的数组保存前缀函数,以及使用了常数的空间保存了若干变量。

## 如何解决本题

记字符串 haystack 的长度为 n,字符串 needle 的长度为 m。

我们记字符串 str = needle + # + haystack,即将字符串 needle 和 haystack 进行拼接,并用不存在于两串中的特殊字符 # 将两串隔开,然后我们对字符串 str 求前缀函数。

因为特殊字符 # 的存在,字符串 str 中 haystack 部分的前缀函数所对应的真前缀必定落在字符串 needle 部分,真后缀必定落在字符串 haystack 部分。当 haystack 部分的前缀函数值为 m 时,我们就找到了一次字符串 needle 在字符串 haystack 中的出现(因为此时真前缀恰为字符串 needle)。

实现时,我们可以进行一定的优化,包括:

- 1. 我们无需显式地创建字符串 str。
  - 为了节约空间,我们只需要顺次遍历字符串 needle、特殊字符 # 和字符串 haystack 即 可。
- 2. 也无需显式地保存所有前缀函数的结果,而只需要保存字符串 needle 部分的前缀函数即可。
  - 特殊字符 # 的前缀函数必定为 0 ,且易知  $\pi(i) \leq m$  (真前缀不可能包含特殊字符 # )。

- 这样我们计算  $\pi(i)$  时,  $j = \pi(\pi(\pi(...) 1) 1)$  的所有的取值中仅有  $\pi(i 1)$  的下标可能大于等于 m。我们只需要保存前一个位置的前缀函数,其它的 j 的取值将全部为字符串 needle 部分的前缀函数。
- 3. 我们也无需特别处理特殊字符 # ,只需要注意处理字符串 haystack 的第一个位置对应的前缀函数时,直接设定 i 的初值为 0 即可。

#### 这样我们可以将代码实现分为两部分:

- 1. 第一部分是求 needle 部分的前缀函数,我们需要保留这部分的前缀函数值。
- 2. 第二部分是求 haystack 部分的前缀函数,我们无需保留这部分的前缀函数值,只需要用一个变量记录上一个位置的前缀函数值即可。当某个位置的前缀函数值等于 m 时,说明我们就找到了一次字符串 needle 在字符串 haystack 中的出现(因为此时真前缀恰为字符串 needle,真后缀为以当前位置为结束位置的字符串 haystack 的子串),我们计算出起始位置,将其返回即可。

## 代码

```
C++ Java JavaScript Golang C
class Solution {
public:
   int strStr(string haystack, string needle) {
       int n = haystack.size(), m = needle.size();
       if (m == 0) {
            return 0;
       }
       vector<int> pi(m);
       for (int i = 1, j = 0; i < m; i++) {
           while (j > 0 \& needle[i] != needle[j]) {
               j = pi[j - 1];
           }
           if (needle[i] == needle[j]) {
               j++;
           }
           pi[i] = j;
       }
       for (int i = 0, j = 0; i < n; i++) {
           while (j > 0 && haystack[i] != needle[j]) {
               j = pi[j - 1];
           }
           if (haystack[i] == needle[j]) {
```

```
j++;
}
if (j == m) {
    return i - m + 1;
}
return -1;
}
```

## 复杂度分析

- 时间复杂度: O(n+m),其中 n 是字符串 haystack 的长度,m 是字符串 needle 的长度。我们至多需要遍历两字符串一次。
- 空间复杂度: O(m) ,其中 m 是字符串 needle 的长度。我们只需要保存字符串 needle 的前缀函数。