

Nonlinear Data Structure

<http://smartlead.hallym.ac.kr>

Instructor: **Jin Kim**
 010-6267-8189(033-248-2318)

jinkim@hallym.ac.kr

Office Hours:



Lab4(이진탐색트리)

<http://smartlead.hallym.ac.kr>

Instructor: **Jin Kim**
010-6267-8189(033-248-2318)

Office Hours: **jinkim@hallym.ac.kr**

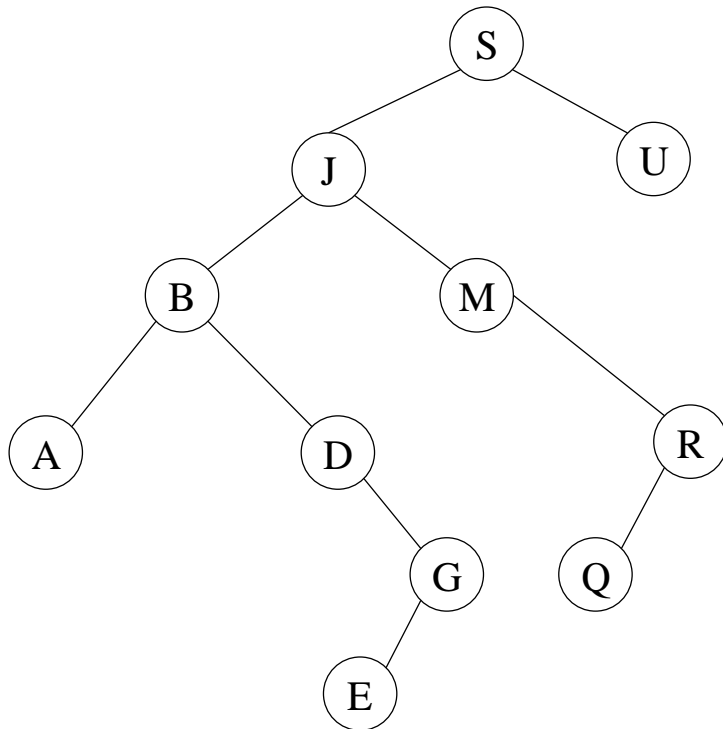


Binary Search Tree



예제 1(Insertion)

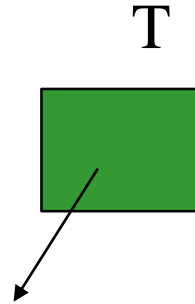
- ◆ 연결리스트를 이용하여 다음과 같은 이원 탐색 트리를 구현하라.



```
Console ✕
<terminated> BinarySearchTreeTest [Java Application]
이트리
(((A)B((D((E)G))J(M((Q)R))))S(U))
로 구성되어 있습니다.
```

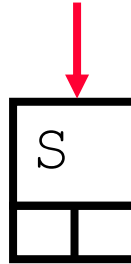


BinarySearchTree T=BinarySearchTree();

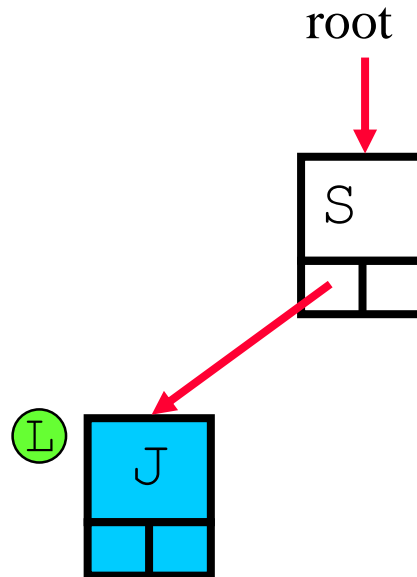


T.insert("S")

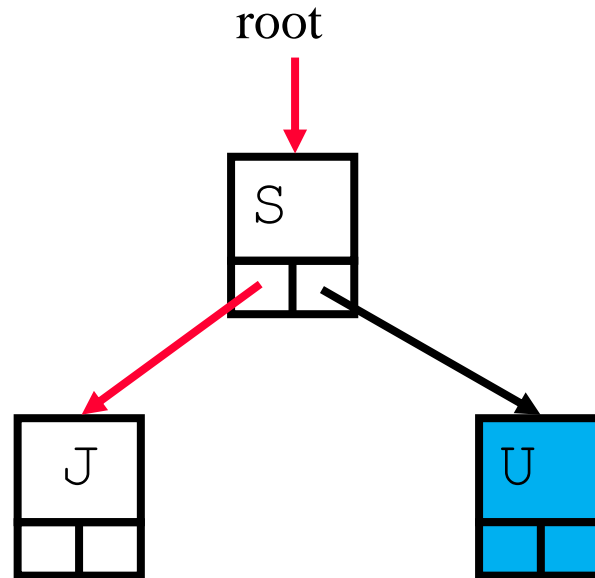
root



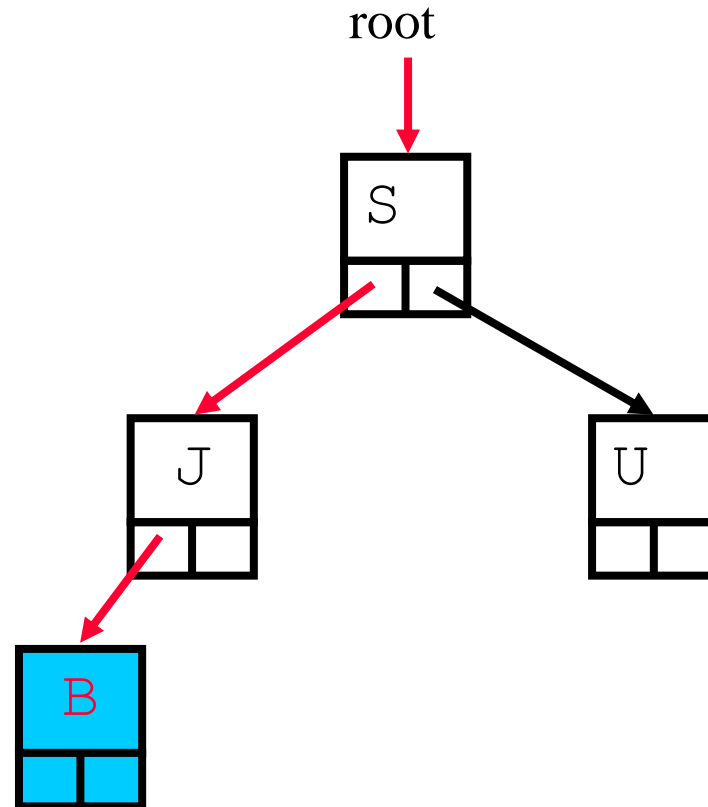
T.insert("J")



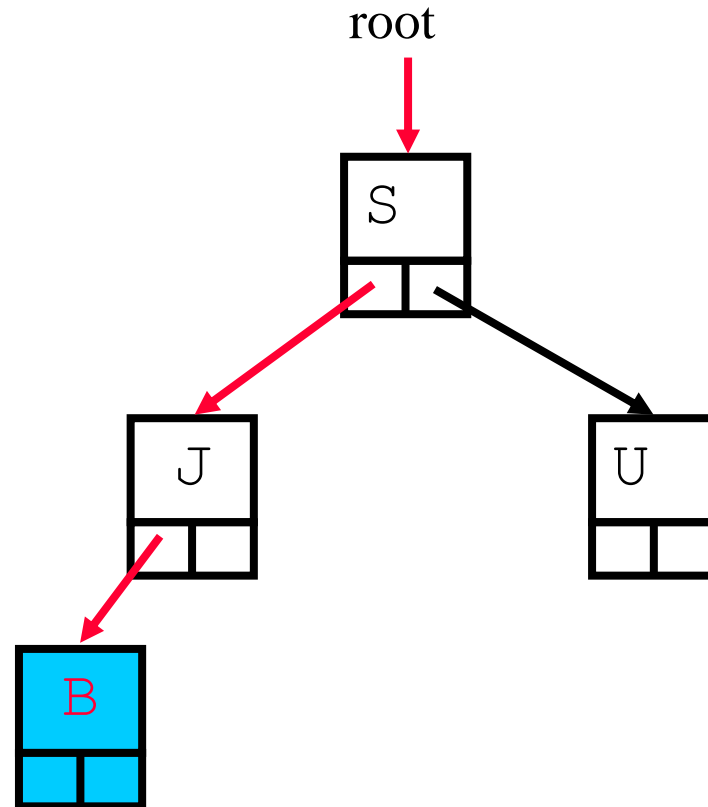
T.insert("U")



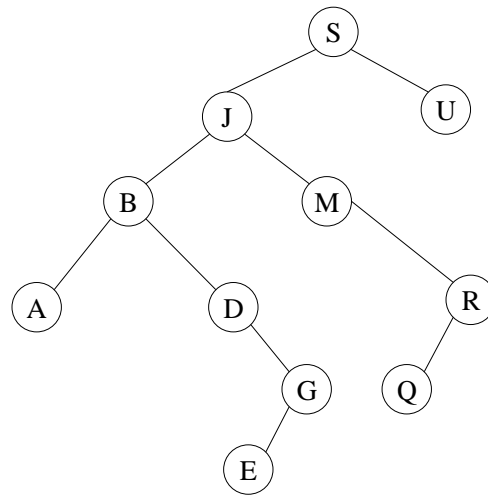
T.insert("B")



T.insert("B")



BST



예제 1(다음을 이해하라)

```
BinarySearchTreeTest.java
class TreeNode {
    String key;
    TreeNode left;
    TreeNode right;
}

class BinarySearchTree {
    private TreeNode rootNode;

    private TreeNode insertKey(TreeNode T, String x) {
        //insert()메소드에 의해 사용되는 보조 순환 메소드
        if (T == null) {
            TreeNode newNode = new TreeNode();
            newNode.key = x;
            return newNode;
        } else if (x.compareTo(T.key) < 0) { //x < T.key이면 x를
            T.left = insertKey(T.left, x); //T의 왼쪽서브트리에 삽입
            return T;
        } else if (x.compareTo(T.key) > 0) { //x > T.key이면 x를
            T.right = insertKey(T.right, x); //T의 오른쪽서브트리에 삽입
            return T;
        } else {
            //key값 x가 이미 T에 있는 경우
            return T;
        }
    } //삽입보조끝

    void insert(String x) {
        rootNode = insertKey(rootNode, x);
    } //삽입끝

    private void printNode(TreeNode N) {
        //printBST() 메소드에 의해 사용되는 순환 메소드
        if (N != null) {
            System.out.print("(");
            printNode(N.left);
            System.out.print(N.key);
            printNode(N.right);
            System.out.print(")");
        }
    } //출력보조끝

    void printBST() {
        //트리를 괄호를 사용하여 출력
        printNode(rootNode);
        System.out.println();
    } //출력끝
} //BinarySearchTree 끝
```

```
public class BinarySearchTreeTest {

    public static void main(String[] args) {
        BinarySearchTree T = new BinarySearchTree();
        T.insert("S");
        T.insert("J");
        T.insert("U");
        T.insert("B");
        T.insert("M");
        T.insert("A");
        T.insert("D");
        T.insert("R");
        T.insert("G");
        T.insert("Q");
        T.insert("E");
        //값을 삽입하여 ppt 3쪽의 트리를 구현

        System.out.println("이 트리는");
        T.printBST();
        System.out.println("로 구성되어 있습니다.");
        System.out.println();
        //구축된 이진탐색트리 출력
    } //메인 끝
} //BinarySearchTreeTest 끝
```



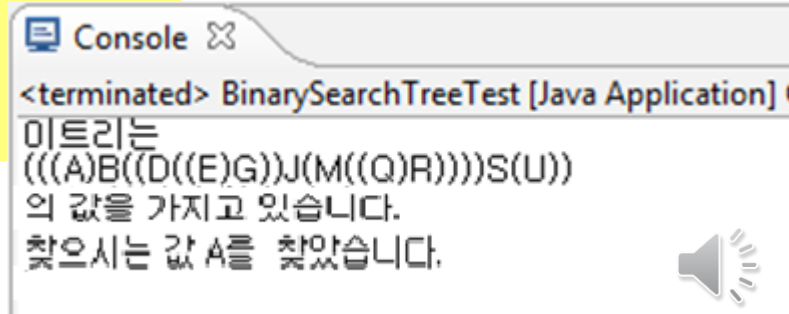
과제 1(이해하라)

◆ 다음의 메소드를 구현하라

◆ PrintNode()

- 중위순회방식으로 트리를 출력한다.

```
private void printNode(TreeNode N) {  
    // printBST() 메소드에 의해 사용되는 순환 메소드  
    if (N != null) {  
        System.out.print("(");  
        printNode(N.left);  
        //중위순회방식으로 출력, 이 부분을 채워라  
        printNode(N.right);  
        System.out.print(")");  
    }  
}
```



과제 2(이미구현됨)

◆ 다음의 메소드를 구현하라

◆ find()

- 매개변수로 받은 문자를 검색 후 해당 노드 반환한다.

```
searchBST(B, x)
    // B는 이원 탐색 트리
    // x는 탐색 키값
    p ← B;
    if (p = null) then                // 공백 이진 트리로 실패
        return null;
    if (p.key = x) then               // 탐색 성공
        return p;
    if (p.key < x) then               // 오른쪽 서브트리 탐색
        return searchBST(p.right, x);
    else return searchBST(p.left, x); // 왼쪽 서브트리 탐색
end searchBST()
```

Console ✖

<terminated> BinarySearchTreeTest [Java Application]

이트리는
(((A)B((D((E)G))J(M((Q)R))))S(U))
의 값을 가지고 있습니다.
찾으시는 값 A를 찾았습니다.



과제 1, 2 (계속)

BinarySearchTreeTest.java

```
class TreeNode {
    String key;
    TreeNode left;
    TreeNode right;
}

class BinarySearchTree {
    private TreeNode rootNode;

    private TreeNode insertKey(TreeNode T, String x) {
        //insert()메소드에 의해 사용되는 보조 순환 메소드
        if (T == null) {
            TreeNode newNode = new TreeNode();
            newNode.key = x;
            return newNode;
        } else if (x.compareTo(T.key) < 0) { //x < T.key 이면 x를
            T.left = insertKey(T.left, x); //T의 왼쪽서브트리에 삽입
            return T;
        } else if (x.compareTo(T.key) > 0) { //x > T.key 이면 x를
            T.right = insertKey(T.right, x); //T의 오른쪽서브트리에 삽입
            return T;
        } else { //key값 x가 이미 T에 있는 경우
            return T;
        }
    } //삽입보조끝

    void insert(String x) {
        rootNode = insertKey(rootNode, x);
    } //삽입끝

    private void printNode(TreeNode N) {
        //printBST() 메소드에 의해 사용되는 순환 메소드
        if (N != null) {
            System.out.print("(");
            printNode(N.left);
            System.out.print(N.key);
            printNode(N.right);
            System.out.print(")");
        }
    } //출력보조끝

    void printBST() {
        //트리를 괄호를 사용하여 출력
        printNode(rootNode);
        System.out.println();
    } //출력끝
```

```
TreeNode find(String x) { //키값 x를 가지고 있는 TreeNode의
    TreeNode T = rootNode; //포인터를 반환
    int result;
    while (T != null) {
        if ((result = x.compareTo(T.key)) < 0) {
            T = T.left;
        } else if (result == 0) {
            return T;
        } else {
            T = T.right;
        }
    }
    return T;
} //찾기끝
} //BinarySearchTree 끝
```

public class BinarySearchTreeTest {

```
    public static void main(String[] args) {
        BinarySearchTree T = new BinarySearchTree();
        T.insert("S");
        T.insert("B");
        T.insert("A");
        T.insert("J");
        T.insert("E");
        T.insert("D");
        T.insert("R");
        T.insert("Q");
        T.insert("A");
        T.insert("G");
        T.insert("E");
        //값을 삽입하여 ppt 2쪽의 트리를 구현

        System.out.println("미트리는");
        T.printBST();
        System.out.println("의 값을 가지고 있습니다.");
        System.out.println();
        //구축된 이진탐색트리 출력
```

```
        String key = "A";
        TreeNode P = T.find(key);
        if (P != null) {
            System.out.println("찾으시는 값 " + key + "를 찾았습니다.");
        } else {
            System.out.println("찾으시는 값 " + key + "를 못찾았습니다.");
        }
        System.out.println();
        //key값을 탐색하고 출력
    } //메인 끝
} //BinarySearchTreeTest 끝
```

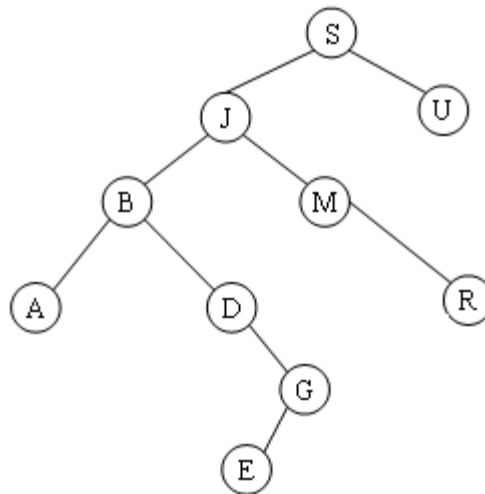
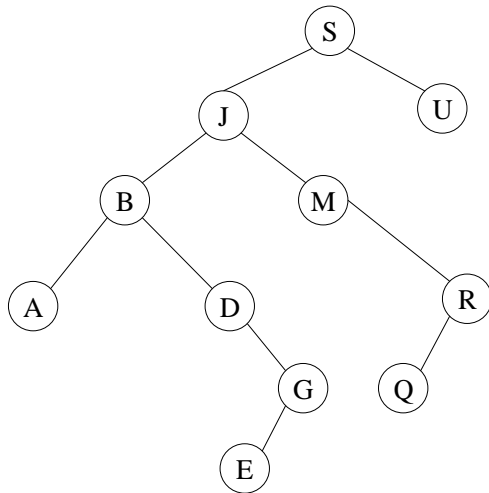


과제 3(주어진 프로그램에 추가)

◆ 다음의 메소드를 구현하라

◆ delete()

- 주어진 키 값을 가진 원소를 삭제



Problems @ Javadoc Declaration Console

<terminated> BinarySearchTreeTest [Java Application] C:\Program Files\Java\jre7\bin

이 트리는

`((((A)B(D((E)G)))J(M((Q)R)))S(U))`

의 값을 가지고 있습니다.

값을 검색합니다.

찾으시는 값 Q를 찾았습니다.

Q값을 삭제합니다.

`((((A)B(D((E)G)))J(M((Q)R)))S(U))`

`((((A)B(D((E)G)))J(M(R)))S(U))`

다시 값을 검색합니다.

찾으시는 값 Q를 못찾았습니다.



삭제 알고리즘

```
deleteBST(B, x)
  p ← the node to be deleted;           //주어진 키값 x를 가진 노드
  parent ← the parent node of p;        // 삭제할 노드의 부모 노드
  if p = null then return false;        // 삭제할 원소가 없음
  case {
    p.left = null and p.right = null :  // 삭제할 노드가 리프 노드인 경우
      if parent.left = p then parent.left ← null;
      else parent.right ← null;
    p.left = null or p.right = null :    // 삭제할 노드의 차수가 1인 경우
      if p.left ≠ null then {
        if parent.left = p then parent.left ← p.left;
        else parent.right ← p.left;
      } else {
        if parent.left = p then parent.left ← p.right;
        else parent.right ← p.right;
      }
    p.left ≠ null and p.right ≠ null :    // 삭제할 노드의 차수가 2인 경우
      q ← maxNode(p.left);               // 왼쪽 서브트리에서
                                          // 최대 키값을 가진 원소를 탐색
      p.key ← q.key;
      deleteBST(p.left, p.key);
  }
end deleteBST()
```



구현 순서

- ◆ 삭제하려는 키 값이 주어질 때
 - ◆ 키 값을 가진 노드를 검색 구현
 - ◆ 원소를 찾으면 삭제 연산 구현
- ◆ 삭제 연산은 해당 노드의 자식 수에 따라 세가지
 - 자식이 없는 리프 노드의 삭제
 - 자식이 하나인 노드의 삭제
 - 자식이 둘인 노드의 삭제



삭제 메소드

◆ 삭제 메소드 시작

```
deleteBST(B, x)  
  p ← the node to be deleted;           //주어진 키값 x를 가진 노드  
  parent ← the parent node of p;        // 삭제할 노드의 부모 노드
```

```
void delete(String x) {  
    rootNode = deleteKey(rootNode, x);  
}
```

```
TreeNode deleteKey(TreeNode T, String x) {  
    TreeNode p;  
    TreeNode parent;  
    TreeNode q;  
    p = T;  
    parent = null;
```



원소 탐색

◆ 키 값이 주어졌을 때 키 값을 가진 검색

◆ find() 함수와 동일

```
while (p != null && p.key != x) {  
    parent = p;  
    if ((x.compareTo(p.key)) < 0) {  
        p = p.left;  
    } else {  
        p = p.right;  
    }  
} // 루트로부터 탐색하여 key값과 같은 노드를 찾아 p에 저장  
// parent에 찾은 노드 상위값을 저장해둠
```

◆ 삭제할 원소가 없을 경우

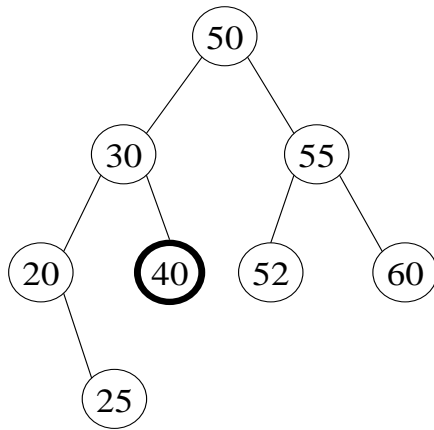
```
if p = null then return false; // 삭제할 원소가 없음
```

```
if (p == null)  
    return null; //삭제할 원소가 없음
```

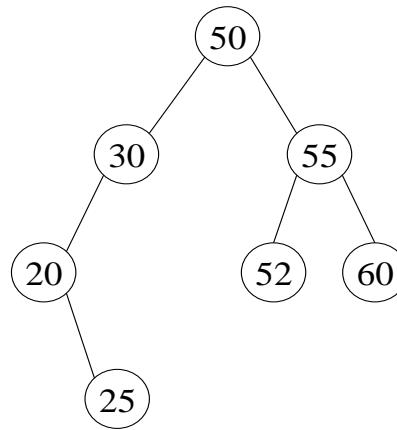


삭제 연산

- ◆ 노드의 자식 수에 따른 연산
 - ◆ 자식이 없는 리프 노드의 삭제
- ◆ 부모 노드가 가리키고 있는 곳을 널(null)



(a) 삭제전



(b) 삭제후



삭제 연산

- ◆ 노드의 자식 수에 따른 연산
 - ◆ 자식이 없는 리프 노드의 삭제

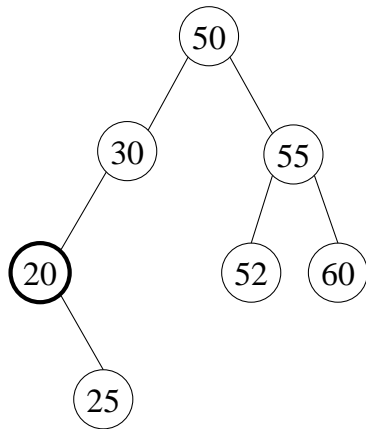
```
p.left = null and p.right = null : // 삭제할 노드가 리프 노드인 경우  
if parent.left = p then parent.left ← null;  
else parent.right ← null;
```

```
if (p.left == null && p.right == null) {  
    if (parent.left == p) {  
        parent.left = null;  
    } else  
        parent.right = null;  
} // 자식이 없는 경우 삭제
```

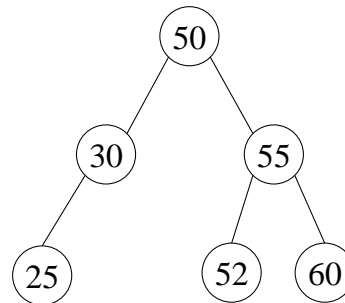


삭제 연산

- ◆ 노드의 자식 수에 따른 연산
 - ◆ 자식이 하나인 노드의 삭제
- ◆ 삭제되는 노드의 자리에 자식 노드를 위치시킨다.



(a) 삭제전



(b) 삭제후



삭제 연산

- ◆ 노드의 자식 수에 따른 연산
 - ◆ 자식이 하나인 노드의 삭제

```
p.left = null or p.right = null :  
  if p.left ≠ null then {  
    if parent.left = p then parent.left ← p.left;  
    else parent.right ← p.left;  
  } else {  
    if parent.left = p then parent.left ← p.right;  
    else parent.right ← p.right;  
  }
```

```
else if (p.left == null || p.right == null) {  
  if (p.left != null) {  
    if (parent.left == p) {  
      parent.left = p.left;  
    } else {  
      parent.right = p.left;  
    }  
  } else {  
    if (parent.left == p) {  
      parent.left = p.right;  
    } else {  
      parent.right = p.right;  
    }  
  }  
} // 자식이 하나 있는 경우
```



삭제 연산

- ◆ 노드의 자식 수에 따른 연산
 - ◆ 자식이 둘인 노드의 삭제
 - ◆ 삭제되는 노드 자리에 좌측 서브 트리 중 제일 큰 값이나 오른쪽 서브 트리 중 제일 작은 값을 위치 시킨다.
 - ◆ 그 후 서브 트리에서 해당 노드를 삭제 시킨다.

(a) 삭제전

(b) 왼쪽 서브트리의
최대 원소로 대체

(c) 오른쪽 서브트리의
최소 원소로 대체



삭제 연산

- ◆ 노드의 자식 수에 따른 연산
 - ◆ 자식이 둘인 노드의 삭제

```
p.left  $\neq$  null and p.right  $\neq$  null :  
    q  $\leftarrow$  maxNode(p.left);  
  
    p.key  $\leftarrow$  q.key;  
    deleteBST(p.left, p.key);
```

```
else if (p.left != null && p.right != null) {  
    q = maxNode(p.left);  
    p.key = q.key;  
    deleteKey(p.left, p.key);  
} // 자식이 둘다 있는 경우  
return T;  
}
```



삭제 연산

- ◆ 노드의 자식 수에 따른 연산
 - ◆ 자식이 둘인 노드의 삭제에서 필요한 `maxNode()`메소드

```
TreeNode maxNode(TreeNode B) { // 서브트리의 최대원소를 리턴
    TreeNode p;
    p = B;
    if (p == null)
        return p;
    else if (p.right == null)
        return p;
    else {
        while (p.right != null) {
            p = p.right;
        }
        return p;
    }
}
```



삭제 연산

```
String key = "Q";
System.out.println(key + "값을 삭제합니다.");
T.printBST();
P = T.find(key);
if (P != null) {
    T.delete(key);
} else {
    System.out.println("삭제하려는 값 " + key + "를 못찾았습니다.");
} // key값을 탐색하고 삭제
T.printBST();

System.out.println("다시 값을 검색합니다.");
P = T.find(key);
if (P != null) {
    System.out.println("찾으시는 값 " + key + "를 찾았습니다.");
} else {
    System.out.println("찾으시는 값 " + key + "를 못찾았습니다.");
}
System.out.println();
```

BinarySearchTreeTest에 추가



제출

- ◆ 완성된 BinarySearchTree.java와 실행화면을 업로드하라. ex) 20209999김진bst.zip
- ◆ 기한 :
- ◆ 제출장소 : smartlead.hallym.ac.kr

