Nonlinear Data Structure

http://smartlead.hallym.ac.kr

Instructor: Jin Kim

010-6267-8189(033-248-2318)

jinkim@hallym.ac.kr

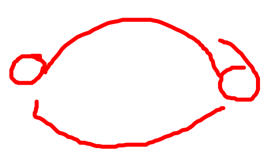
Office Hours:

10장 가중치 그래프

Shortest Path(최단경로)

Floyd-Warshall algorithm for shortest path: (모두에서 모두로의 최대경로)

- Use a different dynamic-programming formulation to solve the all-pairs shortest-paths problem on a directed graph G=(V,E).
- The resulting algorithm, known as the Floyd-Warshall algorithm, runs in $O(V^3)$ time.
  - negative-weight edges may be present,(음의가중치허용)
  - But we shall assume that there are no negative-weight cycles. (합이 음인 사이클은 안됨)



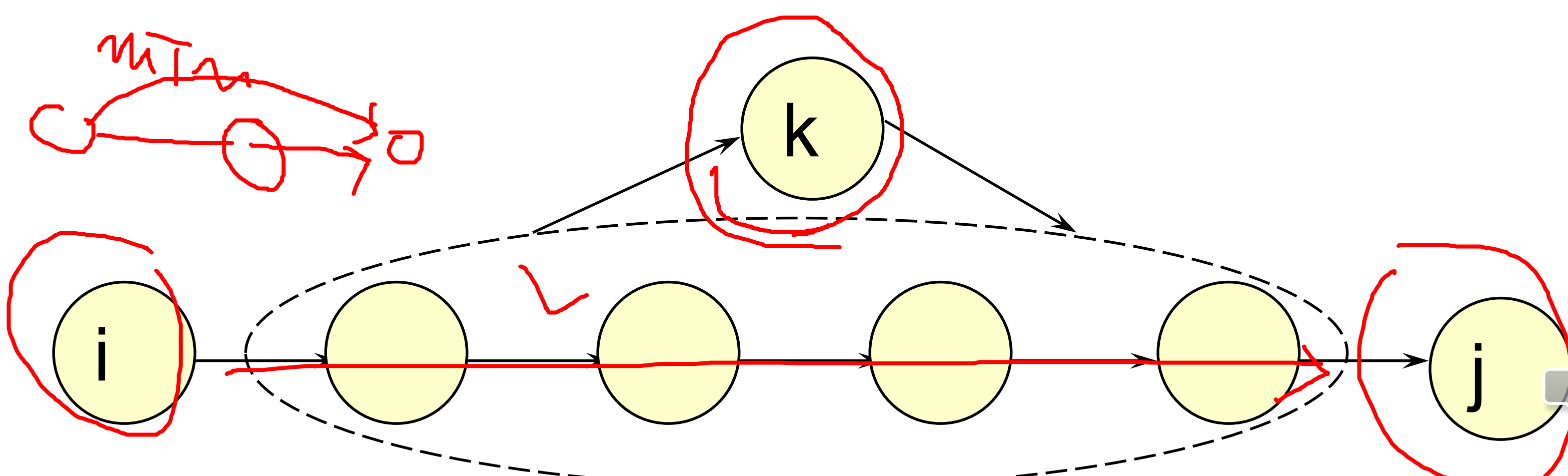
모든 정점 쌍의 최단 경로(1) (2?)

- $D^k[i, j] \leftarrow \min\{D^{k-1}[i, j], D^{k-1}[i, k] + D^{k-1}[k, j]\}$, $k \geq 0$

  1. 정점 i에서 j까지의 최단경로 탐색에서 인덱스가 k인 정점까지 이용할 수 있는 환경에서 정점k가 최단경로에 포함되지 않는다면 그 최단 경로 $D^k[i, j]$는 $D^{k-1}[i, j]$와 같다.
  2. 정점 i에서 j까지의 최단경로 탐색의 인덱스가 k인 정점까지 이용할 수 있는 환경에서 정점 k가 최단경로에 포함되어야 한다면 (i,k)와 (k,j)모두 최단 거리이어야 하고 그 경로상에 있는 정점의 인덱스는 모두 k-1이하이다. 따라서 이때 $D^k[i, j]$는 $D^{k-1}[i, k] + D^{k-1}[k, j]$가 된다.

Floyd Warshall Algorithm

- Let's go over the premise of how Floyd-Warshall algorithm works…
  - Let the vertices in a graph be numbered from 1 … n.
  - Consider the subset {1,2,…, k} of these n vertices.
  - Imagine finding the shortest path from vertex i to vertex j that uses vertices in the set {1,2,…,k} only.
  - There are two situations:
    1) k is an intermediate vertex on the shortest path.
    2) k is not an intermediate vertex on the shortest path.

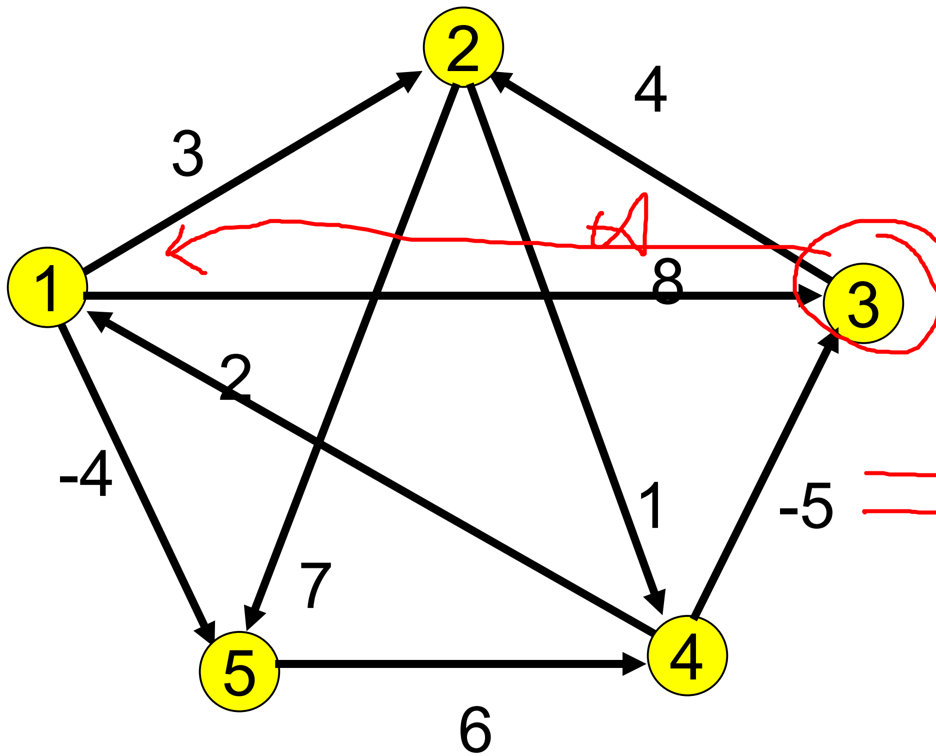


모든 정점 쌍의 최단 경로(2)

- allShortestPath 알고리즘

```
allShortestPath(G, n)
  // G=(V, E), |V|=n
   for (i←0; i<n; i←i+1) do {
      for (j←0; j<n; j←j+1) do {
            D[i, j] ← weight[i, j];      // 가중치 인접 행렬을 복사
      }
   }
   for (k←0; k<n; k←k+1) do {      // 중간 정점으로 0에서 k까지 사용하는 경로
      for (i←0; i<n; i←i+1) do {      // 모든 가능한 시작점
            for (j←0; j<n; j←j+1) do {      // 모든 가능한 종점
                  if (D[i, j] > (D[i, k]+D[k, j])) then
                        // 보다 짧은 경로가 발견되었는지를 검사
                        D[i, j] ←  D[i, k]+D[k, j];
            }
       }
   }
end allShortestPath()
```

Example



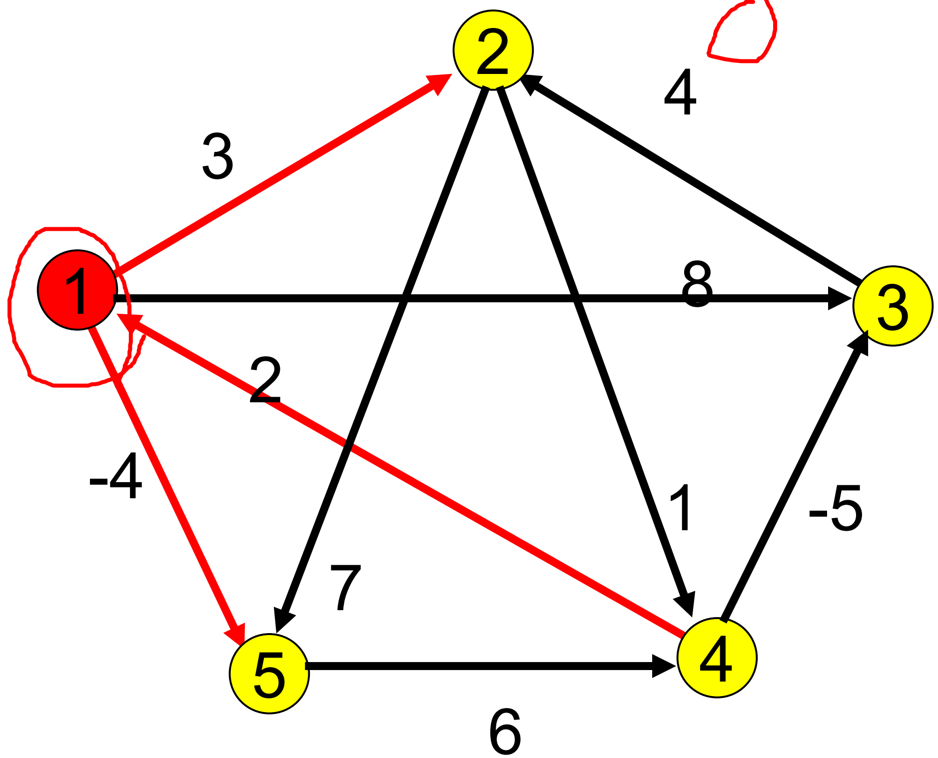
$$D^{(0)} = W$$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

Weight matrix(가중치 행렬)

(a) 경유하는 정점이 없음

Example

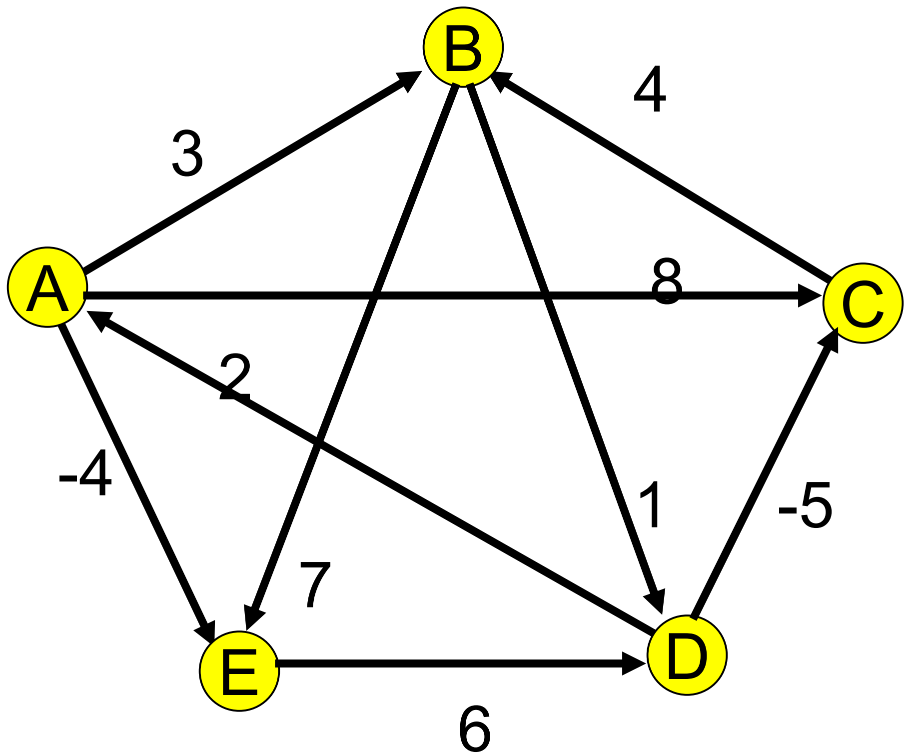


	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$D^2 = D^1 W$

정점(1)을 경유하는 경로를 고려. 노란색은
자기자신을 경유하는 것을의미하므로 변동없음
하늘색은 자기에서 출발하여 자신으로 오는 사이클이므로
의미없음을 의미

Example



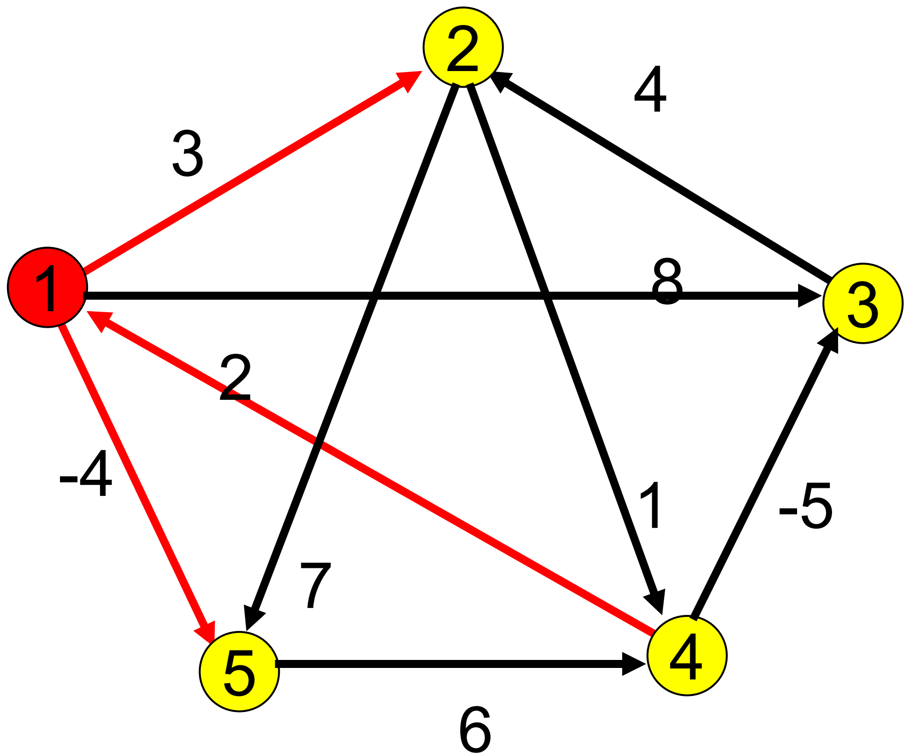
$$D^{(0)} = W$$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	∞	-5	0	∞
E	∞	∞	∞	6	0

(A) 경유하는 정점이 없음

정점(1)을 경유할경우

Example



	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

정점(1)을 경유하는 경로를 고려. 노란색은
자기자신을 경유하는 것을의미하므로 변동없음
하늘색은 자기에서 출발하여 자신으로 오는 사이클이므로
의미없음을 의미

Example

A

$D^{(0)} = W$

	0 A	1 B	2 C	3 D	4 E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	∞	-5	0	∞
E	∞	∞	∞	6	0

→

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2		-5	0	
E	∞	∞	∞	6	0

adjacency matrix : 인접 행렬

Example

$D^{(0)} = W$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	∞	-5	0	∞
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	
E	∞	∞	∞	6	0

B→A:∞ 경유못함

C→A:∞ 경유못함

E→A:∞ 경유못함

정점(A)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(0)} = W$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
↓출발점 D	2	∞	-5	0	∞
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	
E	∞	∞	∞	6	0

D→A(2), A →B(3)
=D →B(5)

정점(A)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(0)} = W$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	∞	-5	0	∞
E	∞	∞	∞	6	0

D→A(2), A →E(-4)

$D^{(A)}$

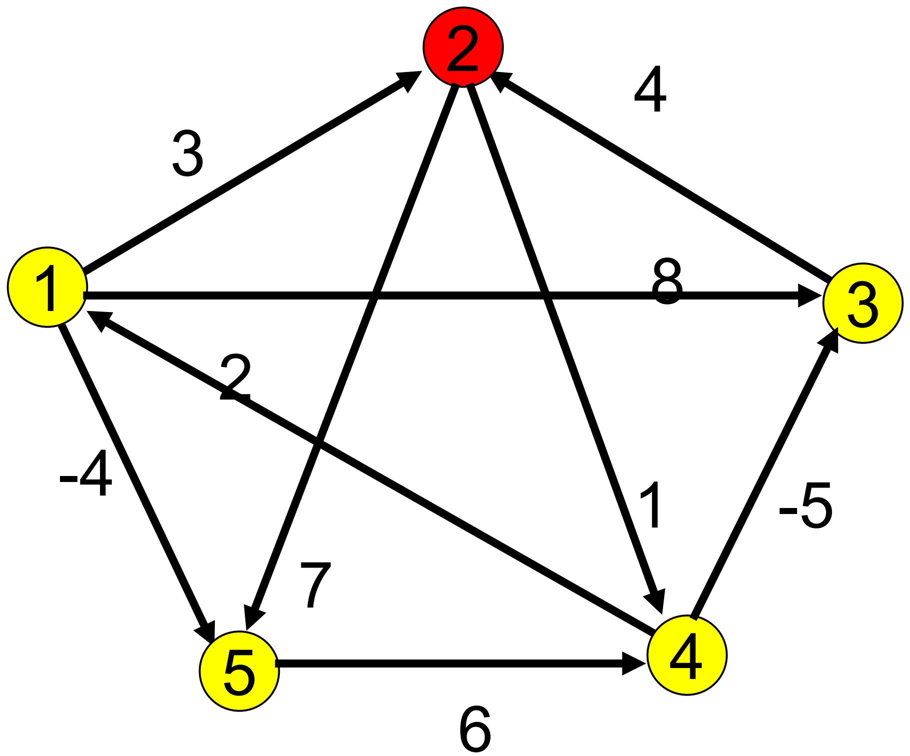
	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(A)}$ 을 구함

정점(A)을 경유하는 경로를 고려

정점(B)을 경유할경우

$i \to B \to j$



1
2
3
4
5
3
4
8
2
-4
1
-5
7
6

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8		
B	∞	0	∞	1	7
C		4	0		
D		5		0	
E		∞			0

$D^2 = D^1 W$

A→B(3), B →C(∞) =∞

기존유지(keep current value)

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	
B	∞	0	∞	1	7
C		4	0		
D		5		0	
E		∞			0

A→B(3), B →D(1) =4

값변경(change value)

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
→ A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

→

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C		4	0		
D		5		0	
E		∞			0

A→B(3), B →E(7) =10

기존값유지(keep value)

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
→ C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

C→B(4), B →?(?) =?

→

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0		
D		5		0	
E		∞			0

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
→ C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

→

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	
D		5		0	
E		∞			0

C→B(4), B →D(1) =5
값변경(change value)

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

C→B(4), B →E(7) =11

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D		5		0	
E		∞			0

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
→ D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

D→B(5), B →?(?) =?

→

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5		0	
E		∞			0

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	
E		∞			0

D→B(5), B →C(∞) =∞

기존값유지(keep current value)

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E		∞			0

D→B(5), B →E(7) =12

기존값유지(keep current value)

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞			0

E→B(∞)=∞

기존값유지(keep current value)

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
→ E	∞	∞	∞	6	0

→

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞		0

E→B(∞)=∞
기존값유지(keep current value)

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(A)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	∞	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	∞	∞
D	2	5	-5	0	-2
→ E	∞	∞	∞	6	0

E→B(∞)=∞
기존값유지(keep current value)

→

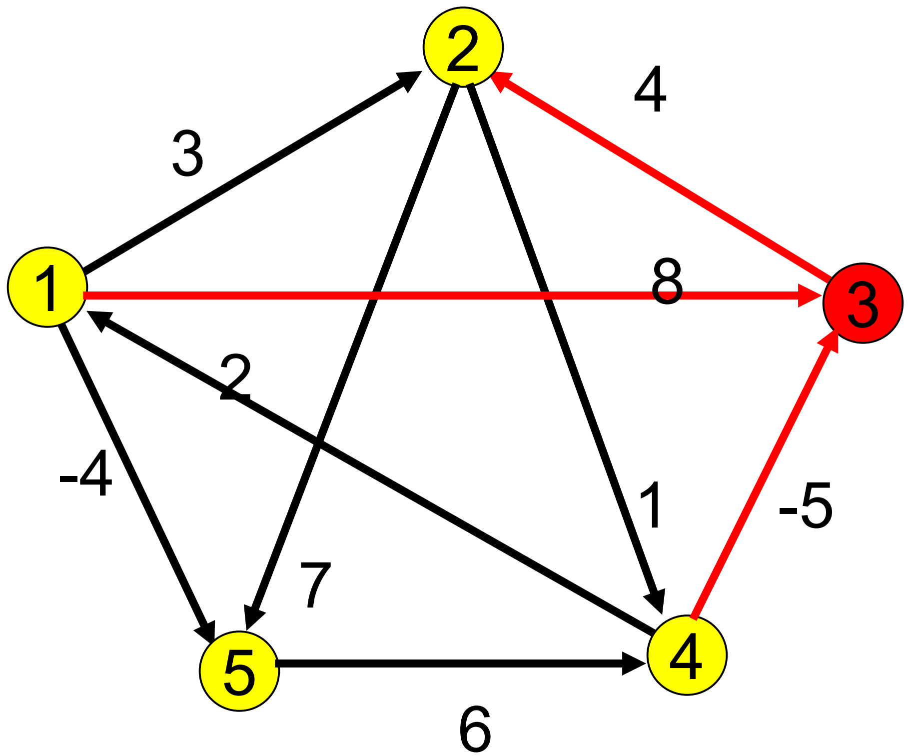
$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(B)}$ 을 구함

정점(B)을 경유하는 경로를 고려

정점(C)을 경유할경우



1
2
3
4
5
3
4
8
2
-4
1
-5
7
6

Example

$D^{(B)}$

↓출발점

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

A→C(8),C → B(4)=12

기존값유지(keep current value)

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^3 = D^2 W$

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

A→C(8),C → D(5)=13

기존값유지(keep current value)

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

A→C(8),C → E(11)=21
기존값유지(keep current value)

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

B→C(∞),
기존값유지(keep current value)

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

B→C(∞),
기존값유지(keep current value)

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

B→C(∞),
기존값유지(keep current value)

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

D→C(-5),C →A(∞)

기존값유지(keep current value)

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

D→C(-5),C →B(4)=-1
값변경(change value)

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

D→C(-5),C →E(11)=6

기존값유지(no change)

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

E→C(∞),
기존값유지(no change)

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(B)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	5	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

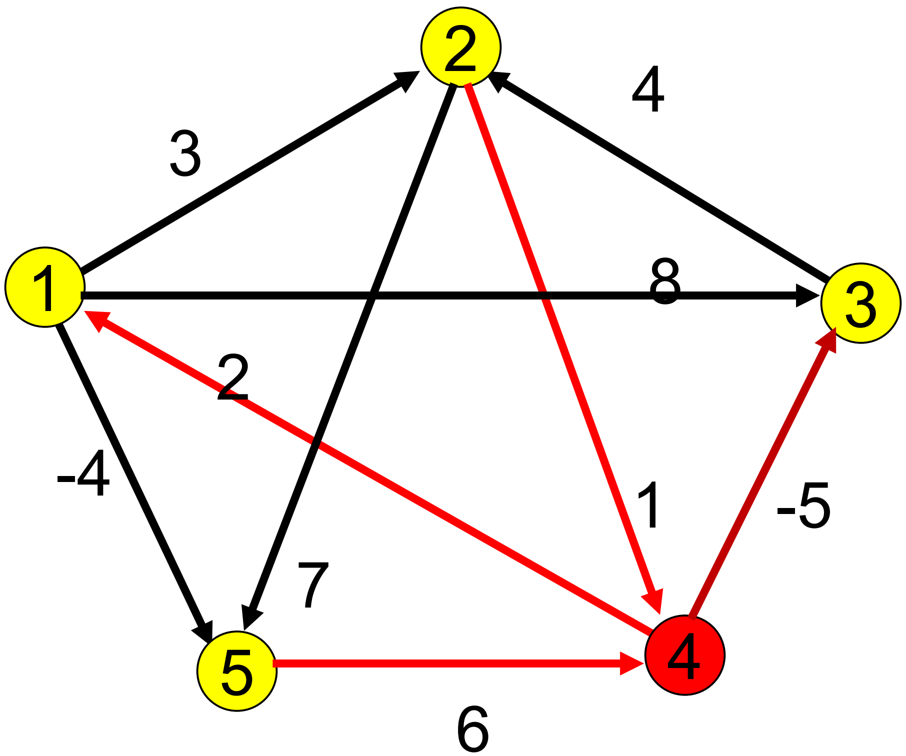
$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(C)}$ 을 구함

정점(C)을 경유하는 경로를 고려

정점(D)을 경유할경우


2
4
3
1
8
3
2
-4
1
-5
7
5
4
6

Example

$D^{(C)}$

↓출발점

	A	B	C	D	E
→ A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

A→D(4),D →B(-1)=3

기존값유지(no change)

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^4 = D^3 W$

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
→ A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

A→D(4),D →C(-5)=-1

값변경(change value)

→

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

A→D(4),D →E(-2)=2

기존값유지(no change)

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
→ B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

B→D(1),D →A(2)=3

기존값유지(no change)

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

B→D(1),D →A(2)=3
값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

B→D(1),D →C(-5)=-4
값변경(change value)

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

B→D(1),D →C(-5)=-4
값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

B→D(1),D →C(-2)=-1
값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

B→D(1),D →C(-2)=-1
값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
→ C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

→

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

C→D(5),D →A(2)=7
값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
→ C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

→

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

C→D(5),D →A(2)=7
값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
→ C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

→

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

C→D(5),D →B(-1)=4
값유지(no change)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
→ C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

C→D(5),D →E(-2)=3

값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

C→D(5),D →E(-2)=3
값변경(change value)

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

E→D(6),D →A(2)=8

값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
→ E	∞	∞	∞	6	0

E→D(6),D →A(2)=8
값변경(change value)

→

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	∞	∞	6	0

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
→ E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	∞	∞	6	0

E→D(6),D →B(-1)=5
값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
→ E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	∞	6	0

E→D(6),D →B(-1)=5
값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	∞	6	0

E→D(6),D →C(-5)=1

값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(C)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	8	4	-4
B	∞	0	∞	1	7
C	∞	4	0	5	11
D	2	-1	-5	0	-2
E	∞	∞	∞	6	0

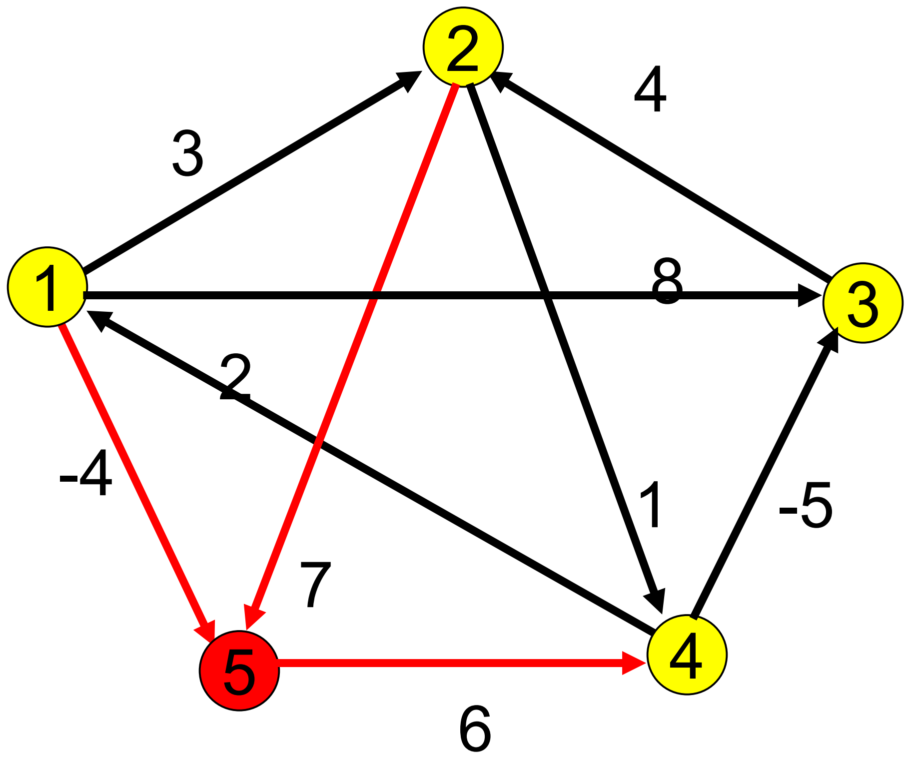
$D^{(d)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

E→D(6),D →C(-5)=1
값변경(change value)

정점(D)을 경유하는 경로를 고려

정점(E)을 경유할경우


2
4
3
1
8
3
2
-4
1
-5
7
5
4
6

Example

$D^{(D)}$

↓출발점	A	B	C	D	E
→ A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

A→E(-4),E →B(5)=1
값변경(change value)

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

$D^5 = D^4 W$

정 점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

↓출발점

	A	B	C	D	E
→ A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

A→E(-4),E →C(1)=-3
값변경(change value)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	4	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

A→E(-4),E →D(6)=2

값변경(change value)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

B→E(-1),E →A(8)=7
값유지(no change)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

B→E(-1),E →C(1)=0
값유지(no change)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

B→E(-1),E →D(6)=5
값유지(no change)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

C→E(3),E →A(8)=11
값유지(no change)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
→ C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

→

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

C→E(3),E →B(5)=8
값유지(no change)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
→ C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

→

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

C→E(3),E →D(6)=9
값유지(no change)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

D→E(-2),E →A(8)=6
값유지(no change)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
→ D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

→

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

D→E(-2),E →B(5)=3
값유지(no change)

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Example

$D^{(D)}$

	A	B	C	D	E
A	0	3	-1	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
→ D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

D→E(-2),E →C(1)=-1
값유지(no change)

$D^{(E)}$

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

$D^{(E)}$ 을 구함

정점(E)을 경유하는 경로를 고려

Final all to all shortest path

All to all shortest path

	A	B	C	D	E
A	0	1	-3	2	-4
B	3	0	-4	1	-1
C	7	4	0	5	3
D	2	-1	-5	0	-2
E	8	5	1	6	0

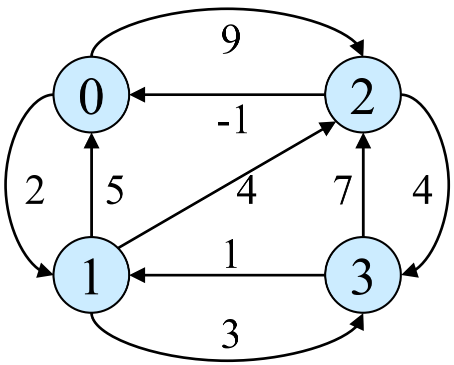
i

j

정점(A+B+C+D+E)을 경유하는 경로를 고려 최단경로

Example2

모든 정점 쌍의 최단 경로(3)



(a) G=(V, E)

D^{-1}	[0]	[1]	[2]	[3]
[0]	0	2	9	∞
[1]	5	0	4	3
[2]	−1	∞	0	4
[3]	∞	1	7	0

(b) D^{-1}(weight[4,4])

D^{0}	[0]	[1]	[2]	[3]
[0]	0	2	9	∞
[1]	5	0	4	3
[2]	−1	1	0	4
[3]	∞	1	7	0

(c) D^{0}

D^{1}	[0]	[1]	[2]	[3]
[0]	0	2	6	5
[1]	5	0	4	3
[2]	−1	1	0	4
[3]	6	1	5	0

(d) D^{1}

D^{2}	[0]	[1]	[2]	[3]
[0]	0	2	6	5
[1]	3	0	4	3
[2]	−1	1	0	4
[3]	4	1	5	0

(e) D^{2}

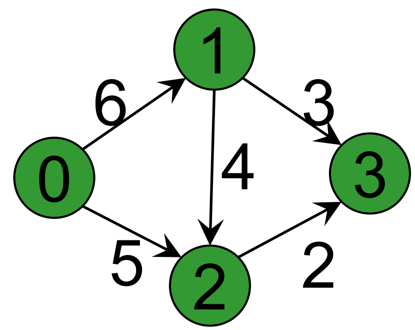
D^{3}	[0]	[1]	[2]	[3]
[0]	0	2	6	5
[1]	3	0	4	3
[2]	−1	1	0	4
[3]	4	1	5	0

(f) D^{3}

그래프 G에 대한 allShortestPath 알고리즘의 수행 내용

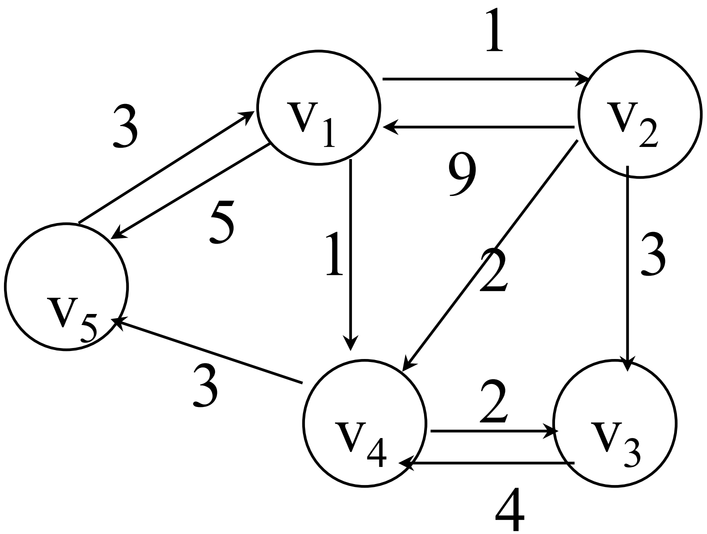
Lab

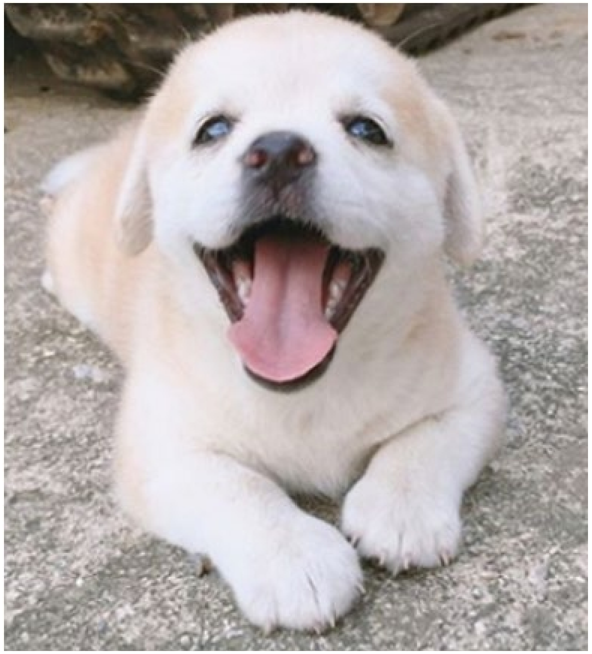
$$
D = \begin{array}{c|cccc|}
 & 0 & 1 & 2 & 3 \\
\hline
0 & 0 & 6 & 5 & \infty \\
1 & \infty & 0 & 4 & 3 \\
2 & \infty & \infty & 0 & 2 \\
3 & \infty & \infty & \infty & 0 \\
\hline
\end{array}
$$



The weight matrix and the graph

	1	2	3	4	5
1	0	1	∞	1	5
2	9	0	3	2	∞
3	∞	∞	0	4	∞
4	∞	∞	2	0	3
5	3	∞	∞	∞	0





감사합니다.