



Olimpiada Națională de Matematică  
Etapa Județeană și a Municipiului București, 18 martie 2017

CLASA a VIII-a

**Problema 1.**

- a) Fie  $m, n, p \in \mathbb{N}$ ,  $m > n$ , astfel încât  $\sqrt{m} - \sqrt{n} = p$ . Demonstrați că  $m$  și  $n$  sunt pătrate perfecte.  
b) Determinați numerele  $\overline{abcd}$  care verifică egalitatea

$$\sqrt{\overline{abcd}} - \sqrt{\overline{acd}} = \overline{bb}.$$

*Gazeta Matematică*

**Problema 2.** Fie  $ABCD A' B' C' D'$  un cub de latură  $a$ . Notăm cu  $M$  și  $P$  mijloacele muchiilor  $[AB]$ , respectiv  $[DD']$ .

- a) Demonstrați că  $MP \perp A'C$ ;  
b) Calculați distanța dintre dreptele  $MP$  și  $A'C$ .

**Probleme 3.**

- a) Fie  $x \in [1, \infty)$ . Demonstrați că  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 \geq 0$ .  
b) Fie  $a, b \in [1, \infty)$ . Determinați minimul expresiei  $ab(a + b - 10) + 8(a + b)$ .

**Problema 4.** Fie  $ABCD A' B' C' D'$  un cub de latură 1. O furnică parcurge un drum pe suprafața cubului, pornind din  $A$  și terminând în  $C'$ . Deplasarea este permisă numai pe muchiile cubului și pe diagonalele fețelor. Știind că drumul nu trece prin niciun punct de două ori, determinați lungimea maximă a unui asemenea drum.

*Timp de lucru 4 ore.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*