



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



INSPECTORATUL
ȘCOLAR
JUDEȚEAN
HUNEDOARA



Societatea
de Științe
Matematice
din România

Olimpiada Națională de Matematică Etapa Națională, Hunedoara, 23 aprilie, 2019

CLASA a V-a, Subiecte

Problema 1. Determinați numerele de trei cifre \overline{abc} al căror pătrat are cifra sutelor a , cifra zecilor b și cifra unităților c .

Problema 2. Fie $n \geq 2$ un număr natural. Care este numărul maxim $m \leq n$ (m depinde de n), pentru care putem alege m numere dintre $1, 2, \dots, n$ cu proprietatea că pentru oricare două dintre acestea, a, b , cu $a > b$, numărul $a - b$ nu divide numărul $a + b$?

Problema 3. Pentru fiecare număr natural $n \geq 2$, notăm cu $s(n)$ numărul de perechi (x, y) de numere naturale, alese dintre $1, 2, \dots, n$, cu $x > y$, astfel încât x și y să aibă exact $x - y$ divizori comuni.

a) Există n astfel încât $s(n) = 2019$?

b) Există n astfel încât $s(n) = 2020$?

Justificați răspunsurile.

Problema 4. Numerele naturale de la 1 la 49 sunt așezate la întâmplare, câte unul în fiecare căsuță a unei table de șah 7×7 . Arătați că există un pătrat 2×2 al tablei, format din patru căsuțe vecine, astfel încât suma celor patru numere din interior să fie cel puțin 81.

*Timp de lucru 2 ore. Se adaugă 60 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*