Universität Rostock

Traditio et Innovatio

Technische Optik
Praktikum Interferometer

Hans Herrmann Felix Kayser Hermann Pommerenke Tino Steinmetz

2. Juni 2015

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Versuchsaufbau **2**

3 Auswertung **3**

4 Anhang **4**

1 Einleitung

Der Laserstrahl kann näherungsweise als ebene TEM-Welle beschrieben werden. Deren Feldgrößen erfüllen die eindimensionale homogene Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(z,t).$$

Die Lösungen

$$E_x(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$
$$H_y(z,t) = \frac{E_0}{Z}\cos(\omega t - kz + \varphi)$$

beschreiben eine monochromatische ebene Welle, die sich in $+z$-Richtung ausbreitet. Ihre Parameter sind

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} \qquad v = \frac{\omega}{k} = c_0 : \text{Vakuumlichtgeschwindigkeit.}$$

Bei der Überlagerung zweier Wellen gleicher Frequenz und Polarisation kommt es zu stationärer Interferenz. Die resultierende Feldstärke kann durch ungestörte Superposition bestimmt werden:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\delta$$

wobei $\delta = \varphi_1 - \varphi_2 - kz_1 + kz_2$ die Gesamtphasendifferenz zwischen den beiden Wellen ist. Diese wird im Fall des Mach-Zehnder-Interferometers durch einer Strahlteilung folgende unterschiedliche optische Weglängen z_1, z_2 erreicht. Wird in einen der beiden Strahlen ein Medium der Dicke Δ mit Brechungsindex n_M eingebracht, wird die Phase dieses Strahls um

$$k\Delta(n_M - n_0) = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}(n_M - n_0)$$

vergrößert. Aus dem entstehenden Interferenzmuster kann durch Vergleich mit einem anderen (z.B. ohne das Medium) die relative Dickenänderung bestimmt werden.

2 Versuchsaufbau

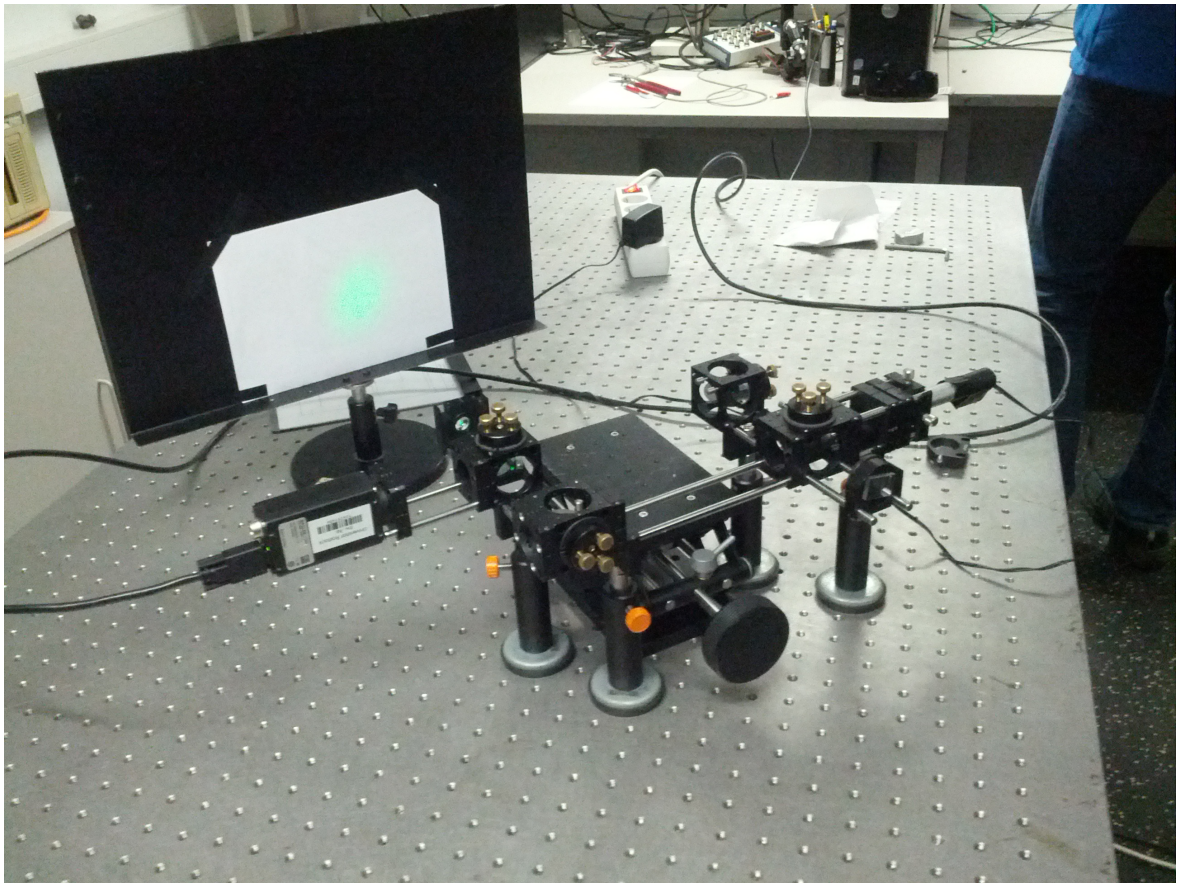


Abbildung 1: Versuchsaufbau - Mach-Zehnder-Interferometer

3 Auswertung

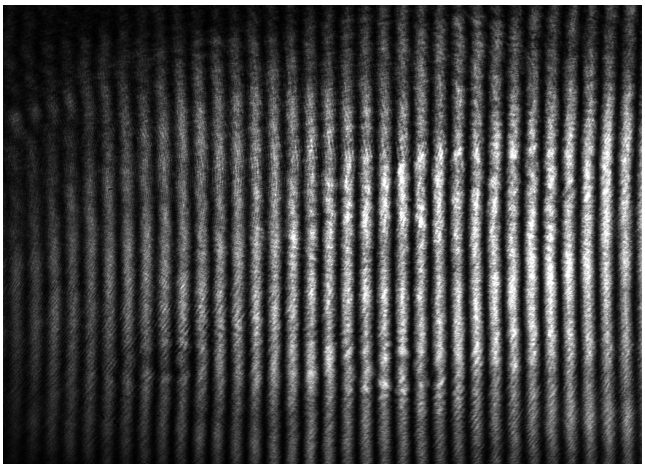
4 Anhang

$nm := 10^{-9} \cdot m$ $\mu m := 10^{-6} \cdot m$

Bilder einlesen

Ohne Störung

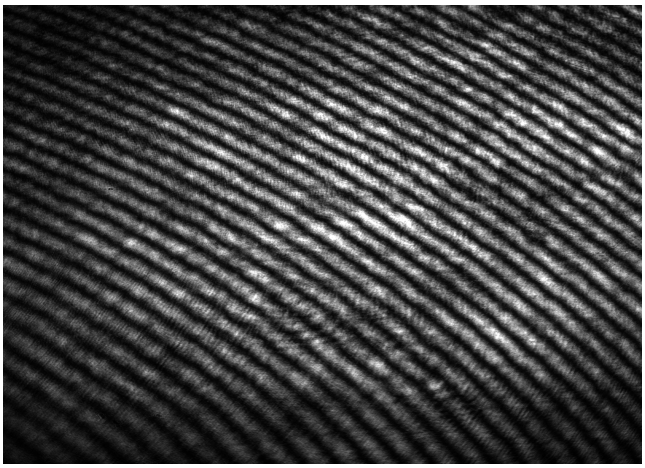
$B := BMPLESEN("ref2.bmp")$



B

Mit Störung

$B1 := BMPLESEN("Brille2.bmp")$



B1

Pixelgröße des Bildes $Z := zeilen(B)$ $S := spalten(B)$

Ab welcher Spalte soll die Auswertung erfolgen (Qualität der Bilder) $Ab := 0$ $S := S - Ab$ $S =$

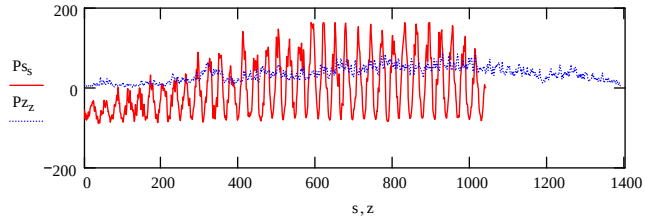
Luafvariablen für Zeilen und Palten $s := 0 .. S - 1$ $z := 0 .. Z - 1$

Ausgesuchte Zeile oder Spalte $s1 := 50$ $z1 := 880$

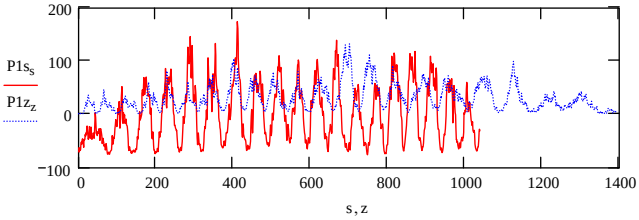
Kalibrierungsfaktor der Kamera (Größe Pixelabbildung) $K := 10 \cdot \mu m$ $x_s := s \cdot K$

Auslesen einer Spalte / Zeile und Abzug Mittelwert

$Ps_s := B_{z1, s+Ab}$ $Pz_z := B_{z, s1}$ $Ps := Ps - mittelwert(Ps)$



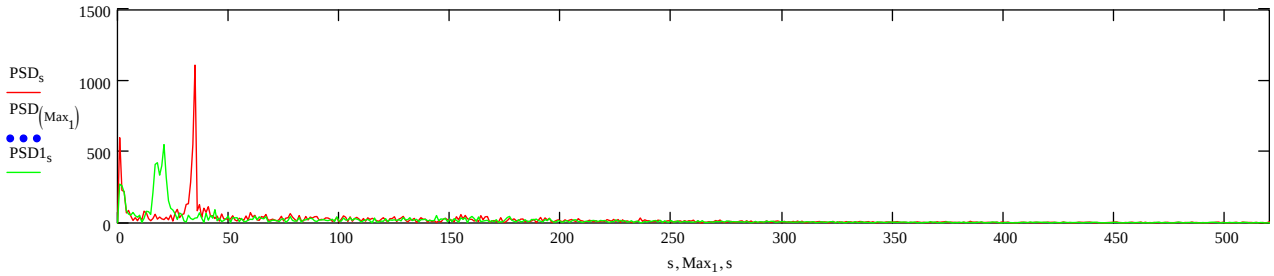
$P1s_s := B1_{z1, s+Ab}$ $P1z_z := B1_{z, s1}$ $P1s := P1s - mittelwert(P1s)$



Filterrung (optional)

$Spektrum := cfft(Ps)$ $PSD_s := |Spektrum_s|$ $Spektrum1 := cfft(P1s)$ $PSD1_s := |Spektrum1_s|$

$Max := WhereIsValue(PSD, max(PSD))$



$Filterlaenge := 50$

$Filter := bandpass(0.02, 0.1, Filterlaenge, 3)$

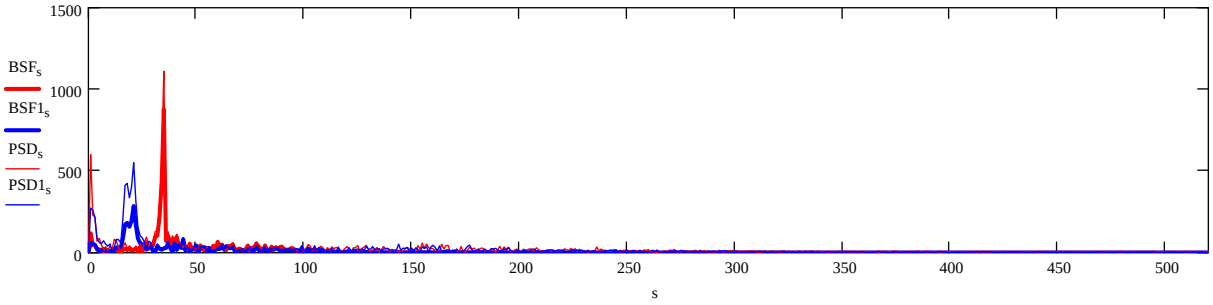
$PsF := response(Ps, Filter, S + Filterlaenge)$ $P1sF := response(P1s, Filter, S + Filterlaenge)$

Einschalten für Filterung $Ps_s := PsF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

$SF := cfft(Ps)$ $BSF_s := |SF_s|$

Einschalten für Filterung $P1s_s := P1sF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

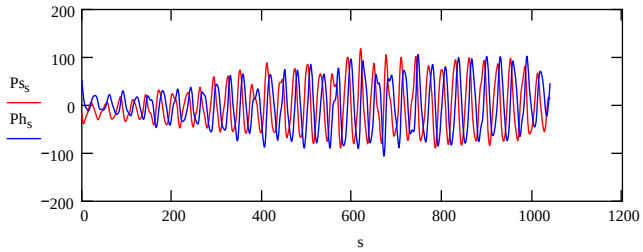
$SF1 := cfft(P1s)$ $BSF1_s := |SF1_s|$

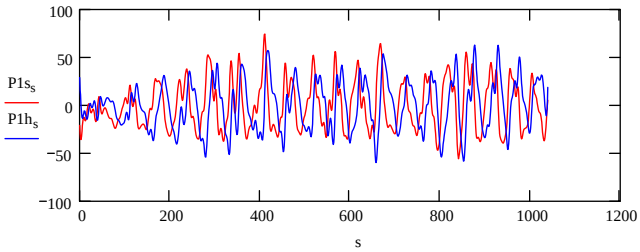


Berechnung und Darstellung Hilberttransformation (90° örtlich phasenverschobenes Signal)

Hilberttransformation $Ph := hilbert(Ps)$ $Pc_s := Ps_s + j \cdot Ph_s$

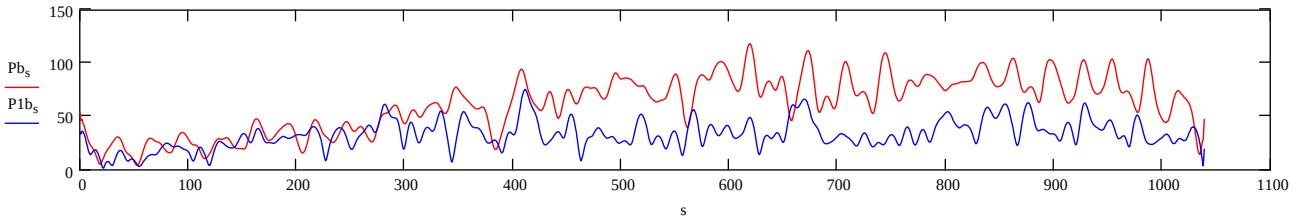
$P1h := hilbert(P1s)$ $P1c_s := P1s_s + j \cdot P1h_s$



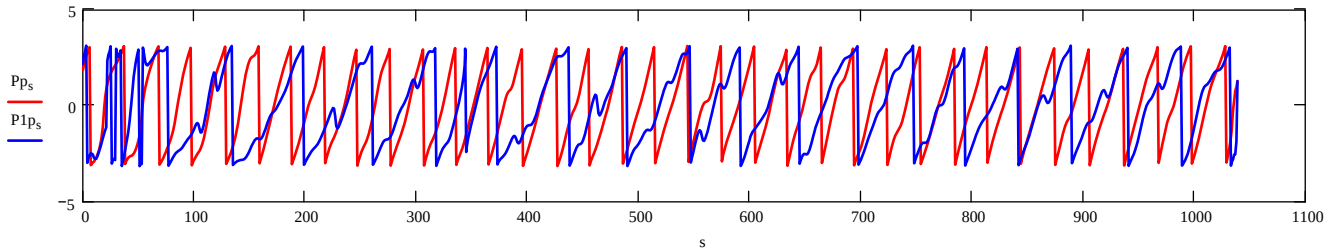


Berechnung Betrag und Phase und Phasenkorrektur

Beträge $Pb_s := |Pc_s|$ $P1b_s := |P1c_s|$



Phasen $Pp_s := arg(Pc_s)$ $P1p_s := arg(P1c_s)$

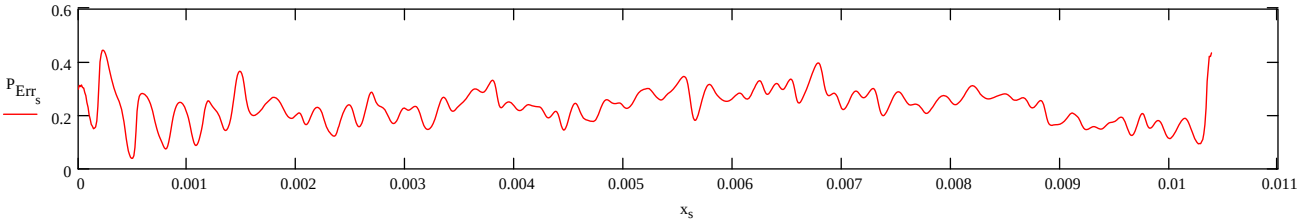


Korrigierte Phasen $Ppk := phasecor(Pp)$ $P1pk := phasecor(P1p)$

Im ungestörten Bild sollte eine lineare Phasenänderung zu erkenne sein --> lineare Regression der Phase im ungestörten Bild ergibt Qualitätsinformation der Abbildung

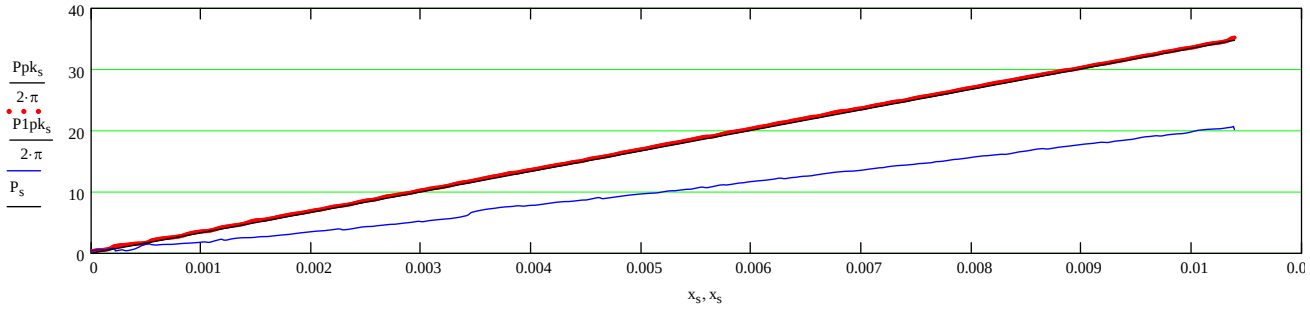
$Reg := linie(x, Ppk)$ $Reg = \begin{pmatrix} 1.467 \\ 2.103 \times 10^4 \end{pmatrix} \frac{1}{m}$ Geradengleichung für Perioden $P_s := \left(\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K \cdot s\right) + \frac{Reg_0}{2 \cdot \pi} \cdot K$ $\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K = 0.033$

Abweichung des ungestörten Bildes von der Geradengleichung $P_{Err_s} := \frac{Ppk_s}{2\cdot\pi} - P_s$



Mittlere Anzahl von Perioden pro Pixelgrößeberechnet aus Originalbild (sollte kleiner als 0.1 sein) $\frac{Reg_1}{2\cdot\pi}\cdot K = 0.033$

Darstellung der korrigierten Phasen



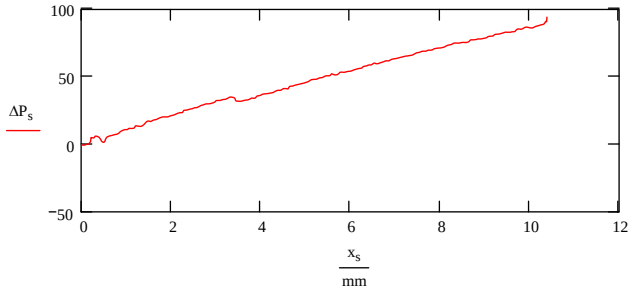
Phasendifferenz $\Delta P_s := Ppk_s - P1pk_s$

Umwandlung Phasendifferenz in Dickenänderung
2π entsprechen Dickenänderung von λ im Material (λ / n)

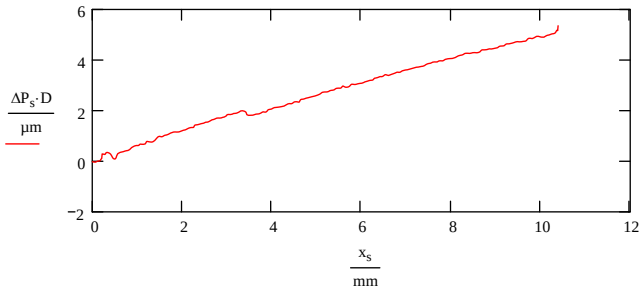
Brechungsindex $n := 1.49$ Wellenlänge $\lambda := 532\cdot nm$ $D := \frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot n}$ $D = 56.826\,nm$

Ergebnisse

Phasendifferenz in rad



Dickendifferenz in µm

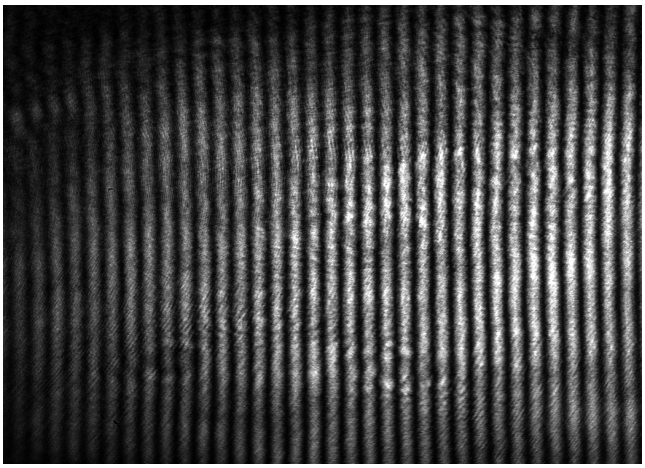


$nm := 10^{-9} \cdot m$ $\mu m := 10^{-6} \cdot m$

Bilder einlesen

Ohne Störung

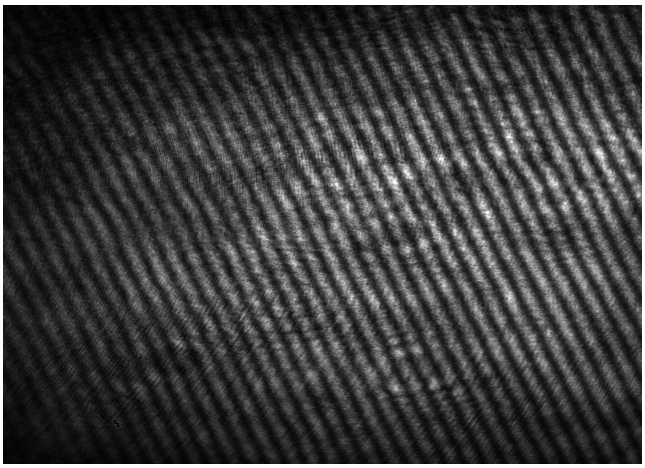
$B := BMPLESEN("ref3.bmp")$



B

Mit Störung

$B1 := BMPLESEN("laserbrille3.bmp")$



B1

Pixelgröße des Bildes $Z := zeilen(B)$ $S := spalten(B)$

Ab welcher Spalte soll die Auswertung erfolgen (Qualität der Bilder) $Ab := 0$ $S := S - Ab$ $S =$

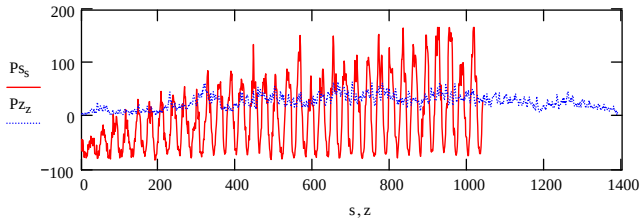
Luafvariablen für Zeilen und Palten $s := 0 .. S - 1$ $z := 0 .. Z - 1$

Ausgesuchte Zeile oder Spalte $s1 := 50$ $z1 := 750$

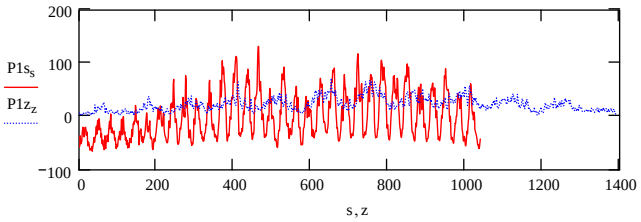
Kalibrierungsfaktor der Kamera (Größe Pixelabbildung) $K := 10 \cdot \mu m$ $x_s := s \cdot K$

Auslesen einer Spalte / Zeile und Abzug Mittelwert

$Ps_s := B_{z1, s+Ab}$ $Pz_z := B_{z, s1}$ $Ps := Ps - mittelwert(Ps)$



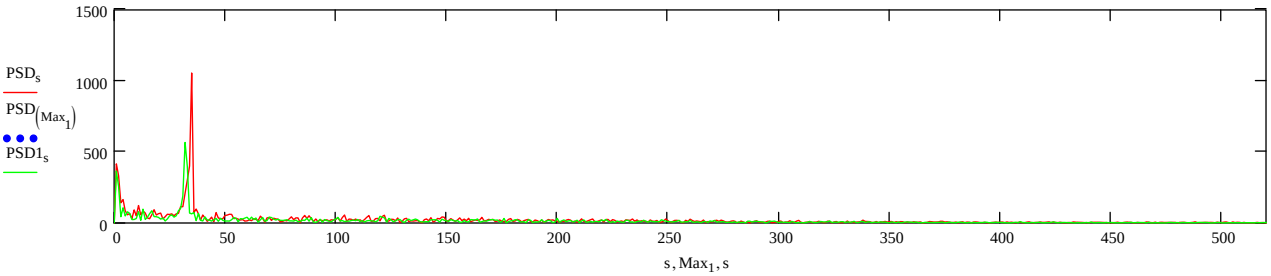
$P1s_s := B1_{z1, s+Ab}$ $P1z_z := B1_{z, s1}$ $P1s := P1s - mittelwert(P1s)$



Filterrung (optional)

$Spektrum := cfft(Ps)$ $PSD_s := |Spektrum_s|$ $Spektrum1 := cfft(P1s)$ $PSD1_s := |Spektrum1_s|$

$Max := WhereIsValue(PSD, max(PSD))$



$Filterlaenge := 50$

$Filter := bandpass(0.02, 0.1, Filterlaenge, 3)$

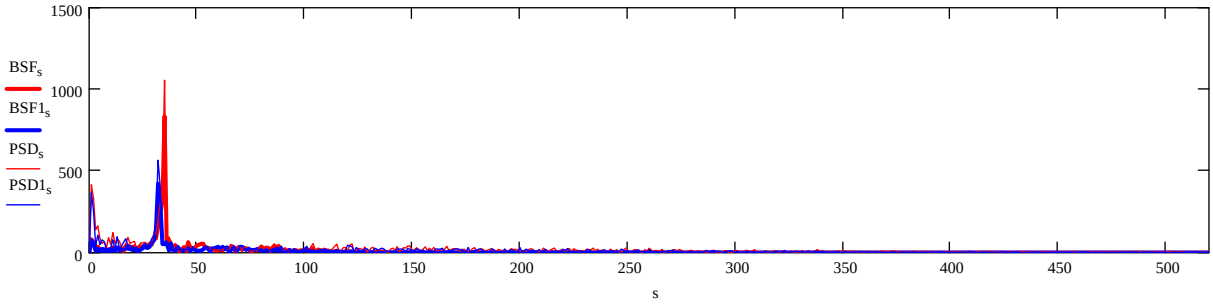
$PsF := response(Ps, Filter, S + Filterlaenge)$ $P1sF := response(P1s, Filter, S + Filterlaenge)$

Einschalten für Filterung $Ps_s := PsF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

$SF := cfft(Ps)$ $BSF_s := |SF_s|$

Einschalten für Filterung $P1s_s := P1sF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

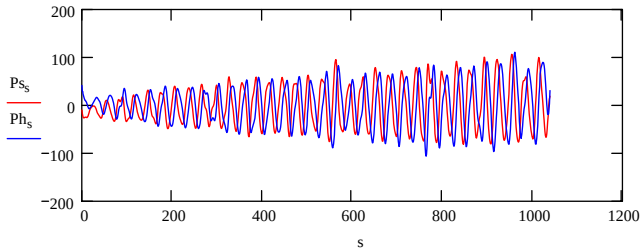
$SF1 := cfft(P1s)$ $BSF1_s := |SF1_s|$

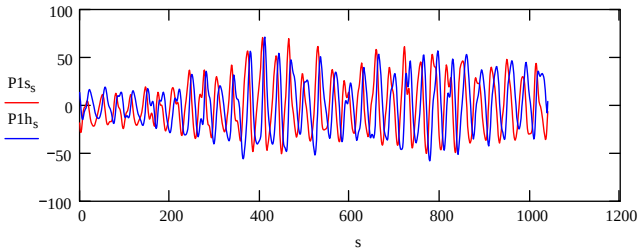


Berechnung und Darstellung Hilberttransformation (90° örtlich phasenverschobenes Signal)

Hilberttransformation $Ph := hilbert(Ps)$ $Pc_s := Ps_s + j \cdot Ph_s$

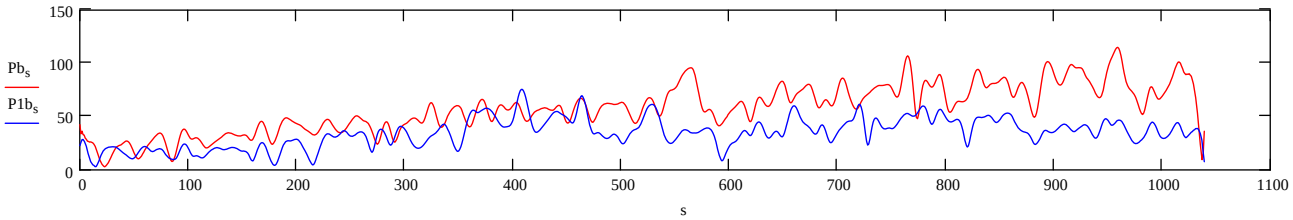
$P1h := hilbert(P1s)$ $P1c_s := P1s_s + j \cdot P1h_s$



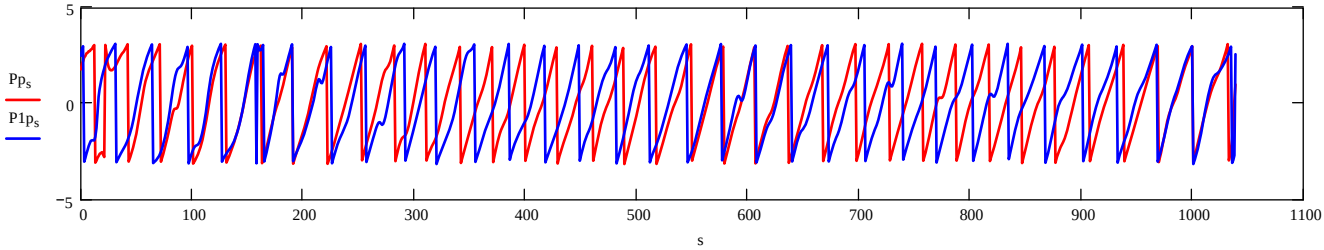


Berechnung Betrag und Phase und Phasenkorrektur

Beträge $Pb_s := |Pc_s|$ $P1b_s := |P1c_s|$



Phasen $Pp_s := arg(Pc_s)$ $P1p_s := arg(P1c_s)$

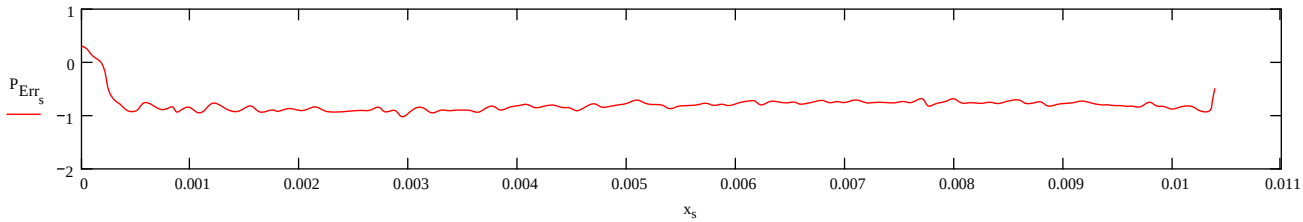


Korrigierte Phasen $Ppk := phasecor(Pp)$ $P1pk := phasecor(P1p)$

Im ungestörten Bild sollte eine lineare Phasenänderung zu erkenne sein --> lineare Regression der Phase im ungestörten Bild ergibt Qualitätsinformation der Abbildung

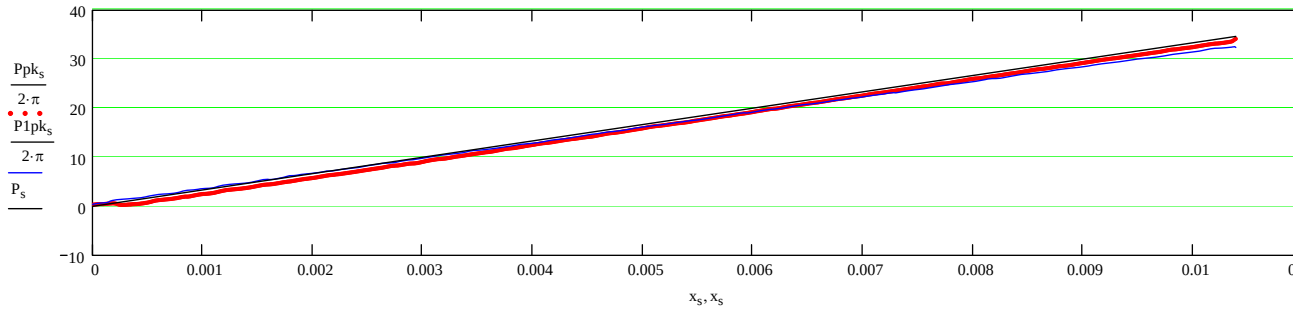
$Reg := linie(x, Ppk)$ $Reg = \begin{pmatrix} -5.008 \\ 2.096 \times 10^{4} \end{pmatrix} \frac{1}{m}$ Geradengleichung für Perioden $P_s := \left(\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K \cdot s\right) + \frac{Reg_0}{2 \cdot \pi} \cdot K$ $\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K = 0.033$

Abweichung des ungestörten Bildes von der Geradengleichung $P_{Err_s} := \frac{Ppk_s}{2\cdot\pi} - P_s$



Mittlere Anzahl von Perioden pro Pixelgrößeberechnet aus Originalbild (sollte kleiner als 0.1 sein) $\frac{Reg_1}{2\cdot\pi}\cdot K = 0.033$

Darstellung der korrigierten Phasen



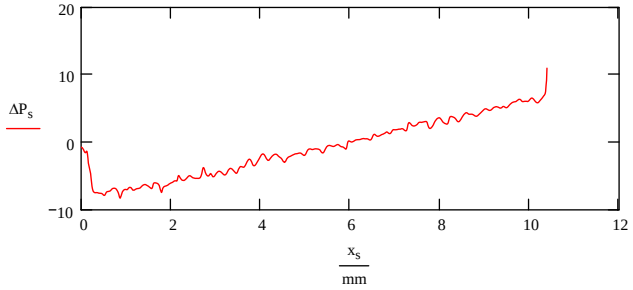
Phasendifferenz $\Delta P_s := Ppk_s - P1pk_s$

Umwandlung Phasendifferenz in Dickenänderung
2π entsprechen Dickenänderung von λ im Material (λ / n)

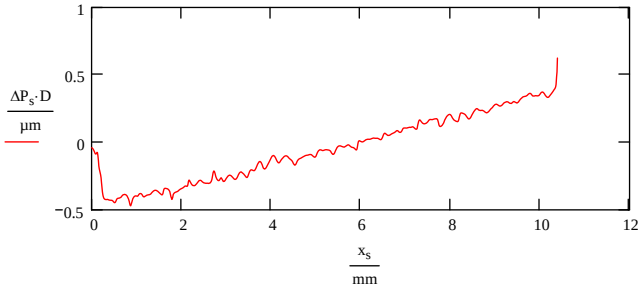
Brechungsindex $n := 1.49$ Wellenlänge $\lambda := 532\cdot nm$ $D := \frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot n}$ $D = 56.826\,nm$

Ergebnisse

Phasendifferenz in rad



Dickendifferenz in µm

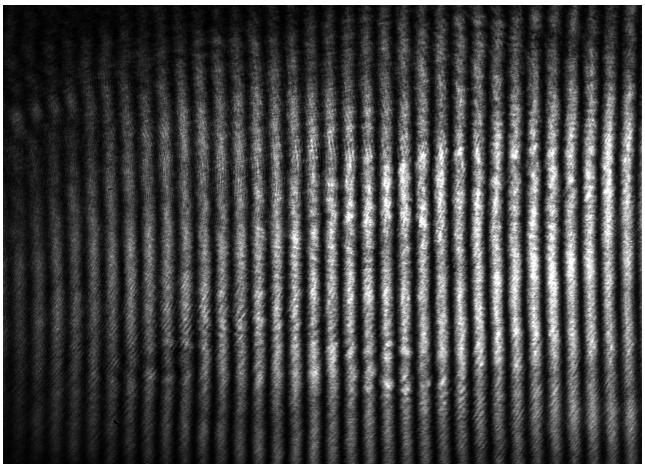


$nm := 10^{-9} \cdot m$ $\mu m := 10^{-6} \cdot m$

Bilder einlesen

Ohne Störung

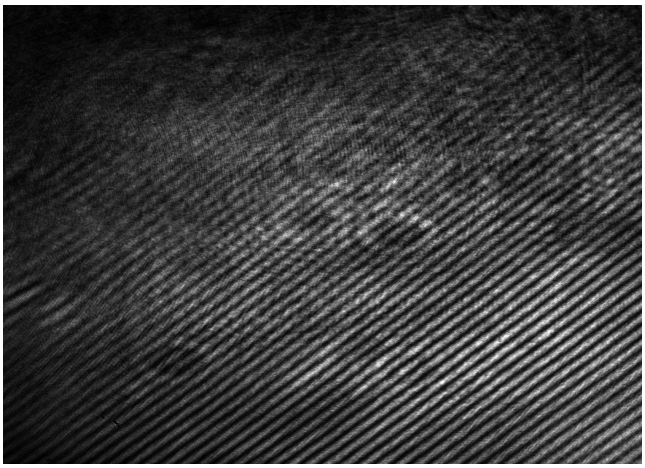
$B := BMPLESEN("ref3.bmp")$



B

Mit Störung

$B1 := BMPLESEN("linse4.bmp")$



B1

Pixelgröße des Bildes $Z := zeilen(B)$ $S := spalten(B)$

Ab welcher Spalte soll die Auswertung erfolgen (Qualität der Bilder) $Ab := 0$ $S := S - Ab$ $S =$

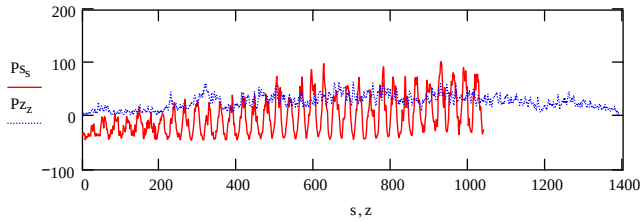
Luafvariablen für Zeilen und Palten $s := 0 .. S - 1$ $z := 0 .. Z - 1$

Ausgesuchte Zeile oder Spalte $s1 := 50$ $z1 := 1260$

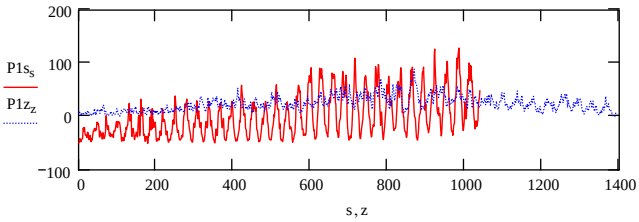
Kalibrierungsfaktor der Kamera (Größe Pixelabbildung) $K := 10 \cdot \mu m$ $x_s := s \cdot K$

Auslesen einer Spalte / Zeile und Abzug Mittelwert

$Ps_s := B_{z1, s+Ab}$ $Pz_z := B_{z, s1}$ $Ps := Ps - mittelwert(Ps)$



$P1s_s := B1_{z1, s+Ab}$ $P1z_z := B1_{z, s1}$ $P1s := P1s - mittelwert(P1s)$

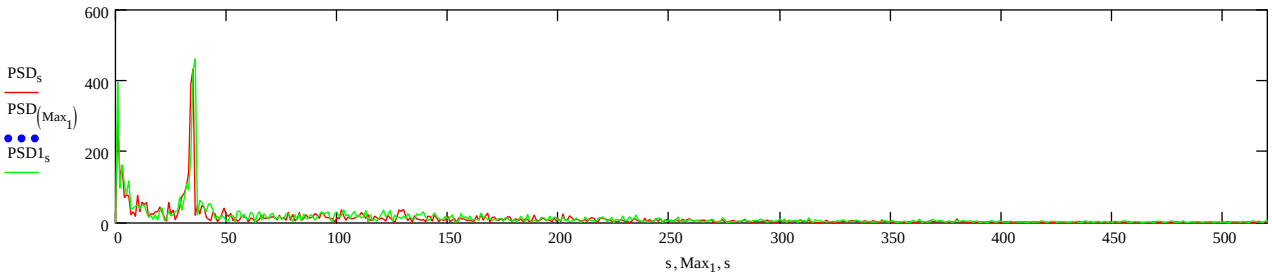


Filterrung (optional)

$Spektrum := cfft(Ps)$ $PSD_s := |Spektrum_s|$

$Spektrum1 := cfft(P1s)$ $PSD1_s := |Spektrum1_s|$

$Max := WhereIsValue(PSD, max(PSD))$



$Filterlaenge := 50$

$Filter := bandpass(0.02, 0.1, Filterlaenge, 3)$

$PsF := response(Ps, Filter, S + Filterlaenge)$

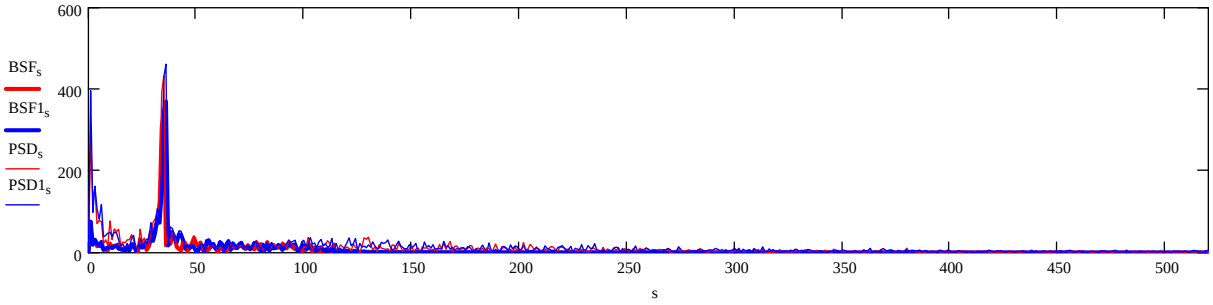
$P1sF := response(P1s, Filter, S + Filterlaenge)$

Einschalten für Filterung $Ps_s := PsF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

$SF := cfft(Ps)$ $BSF_s := |SF_s|$

Einschalten für Filterung $P1s_s := P1sF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

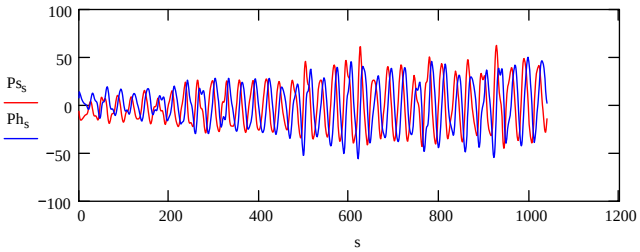
$SF1 := cfft(P1s)$ $BSF1_s := |SF1_s|$

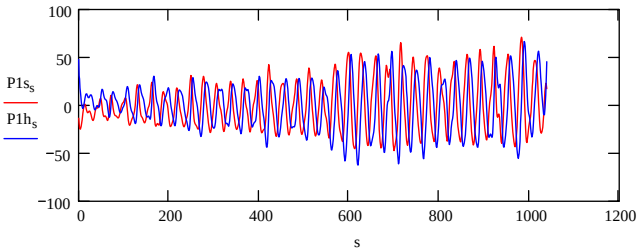


Berechnung und Darstellung Hilberttransformation (90° örtlich phasenverschobenes Signal)

Hilberttransformation $Ph := hilbert(Ps)$ $Pc_s := Ps_s + j \cdot Ph_s$

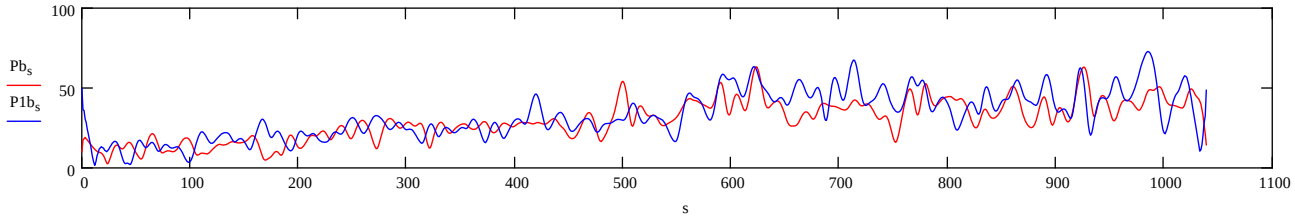
$P1h := hilbert(P1s)$ $P1c_s := P1s_s + j \cdot P1h_s$



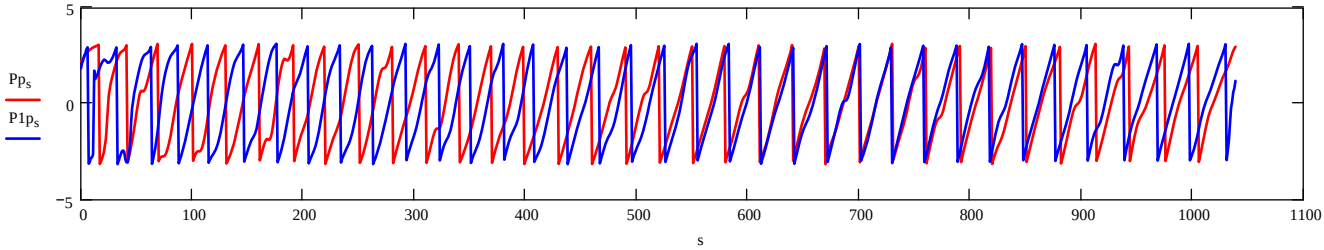


Berechnung Betrag und Phase und Phasenkorrektur

Beträge $Pb_s := |Pc_s|$ $P1b_s := |P1c_s|$



Phasen $Pp_s := arg(Pc_s)$ $P1p_s := arg(P1c_s)$

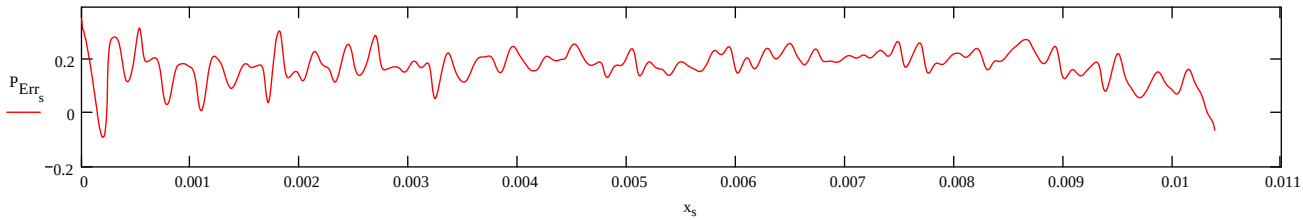


Korrigierte Phasen $Ppk := phasecor(Pp)$ $P1pk := phasecor(P1p)$

Im ungestörten Bild sollte eine lineare Phasenänderung zu erkenne sein --> lineare Regression der Phase im ungestörten Bild ergibt Qualitätsinformation der Abbildung

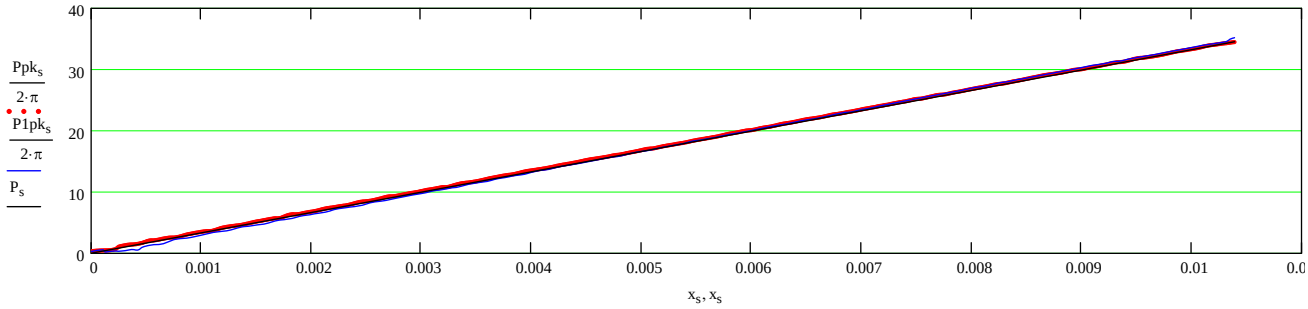
$Reg := linie(x, Ppk)$ $Reg = \begin{pmatrix} 1.136 \\ 2.089 \times 10^4 \end{pmatrix} \frac{1}{m}$ Geradengleichung für Perioden $P_s := \left(\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K \cdot s\right) + \frac{Reg_0}{2 \cdot \pi} \cdot K$ $\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K = 0.033$

Abweichung des ungestörten Bildes von der Geradengleichung $P_{Err_s} := \frac{Ppk_s}{2\cdot\pi} - P_s$



Mittlere Anzahl von Perioden pro Pixelgrößeberechnet aus Originalbild (sollte kleiner als 0.1 sein) $\frac{Reg_1}{2\cdot\pi}\cdot K = 0.033$

Darstellung der korrigierten Phasen



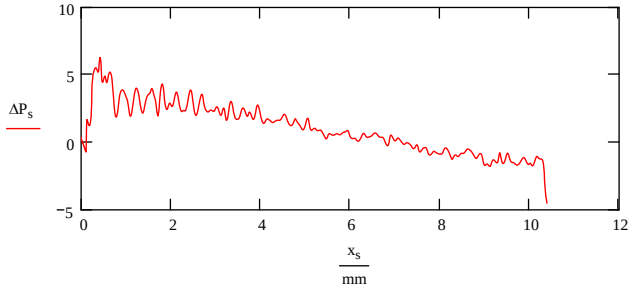
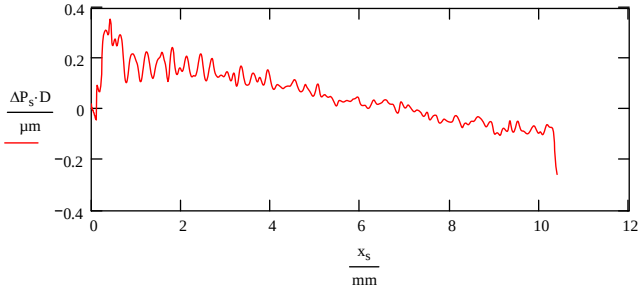
Phasendifferenz $\Delta P_s := Ppk_s - P1pk_s$

Umwandlung Phasendifferenz in Dickenänderung
2π entsprechen Dickenänderung von λ im Material (λ / n)

Brechungsindex $n := 1.49$ Wellenlänge $\lambda := 532\cdot nm$ $D := \frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot n}$ $D = 56.826\,nm$

Ergebnisse

Phasendifferenz in rad



Dickendifferenz in µm