Universität Rostock Traditio et Innovatio

Technische Optik
Praktikum Interferometer

Hans Herrmann Felix Kayser Hermann Pommerenke Tino Steinmetz

7. Juni 2015

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Versuchsaufbau **2**

3 Auswertung **4**

4 Anhang **5**

1 Einleitung

Der Laserstrahl kann näherungsweise als ebene TEM-Welle beschrieben werden. Deren Feldgrößen erfüllen die eindimensionale homogene Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(z,t).$$

Die Lösungen

$$E_x(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$
$$H_y(z,t) = \frac{E_0}{Z}\cos(\omega t - kz + \varphi)$$

beschreiben eine monochromatische ebene Welle, die sich in $+z$-Richtung ausbreitet. Ihre Parameter sind

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} \qquad v = \frac{\omega}{k} = c_0 : \text{Vakuumlichtgeschwindigkeit.}$$

Bei der Überlagerung zweier Wellen gleicher Frequenz und Polarisation kommt es zu stationärer Interferenz. Die Amplitude der resultierenden Feldstärke kann durch ungestörte Superposition bestimmt werden:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\delta$$

wobei $\delta = \varphi_1 - \varphi_2 - kz_1 + kz_2$ die Gesamtphasendifferenz zwischen den beiden Wellen ist. Diese wird im Fall des Mach-Zehnder-Interferometers durch einer Strahlteilung folgende unterschiedliche optische Weglängen z_1, z_2 erreicht. Hierfür ist ein Laser mit hinreichender Kohärenzlänge erforderlich. Wird in einen der beiden Strahlen ein Medium der Dicke Δ mit Brechungsindex n_M eingebracht, wird die Phase dieses Strahls um

$$k\Delta(n_M - n_0) = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda_0}(n_M - n_0) \cong 2\pi\frac{\Delta}{\lambda_0}(n_M - 1)$$

gegenüber dem Anderen vergrößert. Hierbei ist λ_0 die Wellenlänge des Lasers im Vakuum. Aus dem entstehenden Interferenzmuster kann durch Vergleich mit einem anderen Muster (z.B. ohne das Medium) die relative Dickenänderung bestimmt werden.

2 Versuchsaufbau

Das Mach-Zehnder-Interferometer wurde mit Hilfe des Mikro-Bank-Systems Linos aufgebaut. Es bestand aus zwei Strahlteilerwürfeln und zwei um 45° angewinkelten Planspiegeln (siehe Abbildung 1). Als Lichtquelle diente ein Halbleiterlaser mit einer Wellenlänge von 532 nm und einer Leistung von 1 mW verwendet.

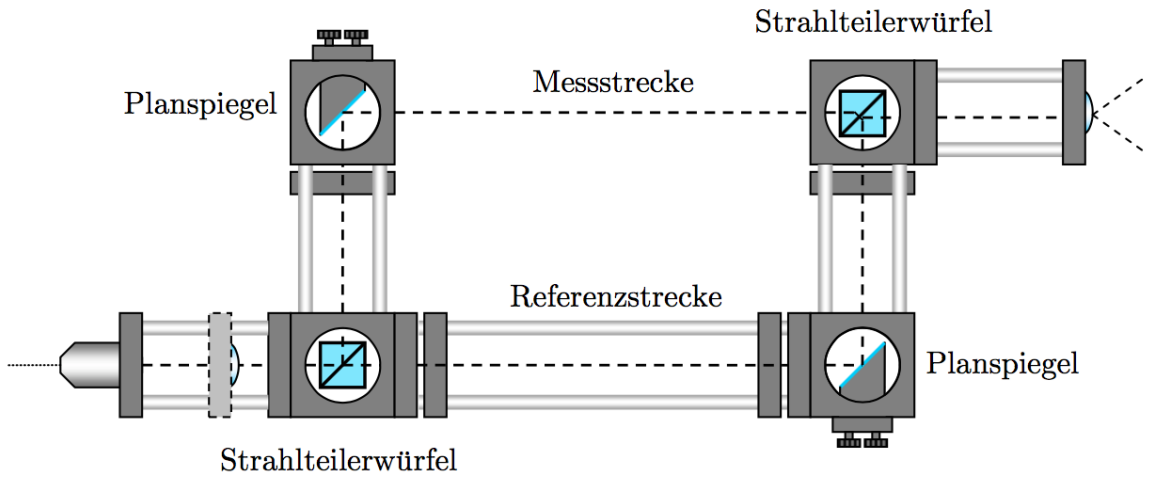


Abbildung 1: Prinzip - Mach-Zehnder-Interferometer

Um das Interferenzmuster elektronisch erfassen zu können wurde eine Kamera in einen der beiden Ausgangsstrahlen des hinteren Strahlteilerwürfels gesetzt. Zur Veranschaulichung wurde ebenfalls eine Linse im Weg des zweiten Ausgangsstrahls platziert, um das Interferenzmuster auf einem Schirm abbilden zu können (siehe Abbildung 2).

Die genaue Positionierung der Strahlen erfolgte in jedem Strahlenpfad durch temporäres Einsetzten eines Pinholes und feiner Justage der optischen Komponenten. Die Strahlen wurden also alle auf dieselbe Höhe eingestellt und in der Mitte der Strecken im Mikro-Bank-System positioniert.

Für die Messung der Dickenänderung musste zunächst für jeden Durchlauf ein Referenzbild ohne ein Objekt in der Messstrecke aufgenommen werden. Anschließend wurde ein weiteres Bild aufgenommen, dass die Änderung des Interferenzmusters durch ein Objekt im Messpfad zeigte.

Die Auswertung der Messung erfolgte in MathCad. Für die Berechnung musste eine einzelne geeignete Pixelzeile oder -spalten innerhalb der Bilder ausgewählt werden. Diese Messungen erfolgten für eine herkömmliche Brille, eine Laserschutzbrille und eine Linse.

Zur Veranschaulichung des praktischen Einsatzes eines Mach-Zehnder-Interferomters im Bereich der Temperaturmessung wurde am Ende noch eine Kerze in der Messstrecke positioniert.

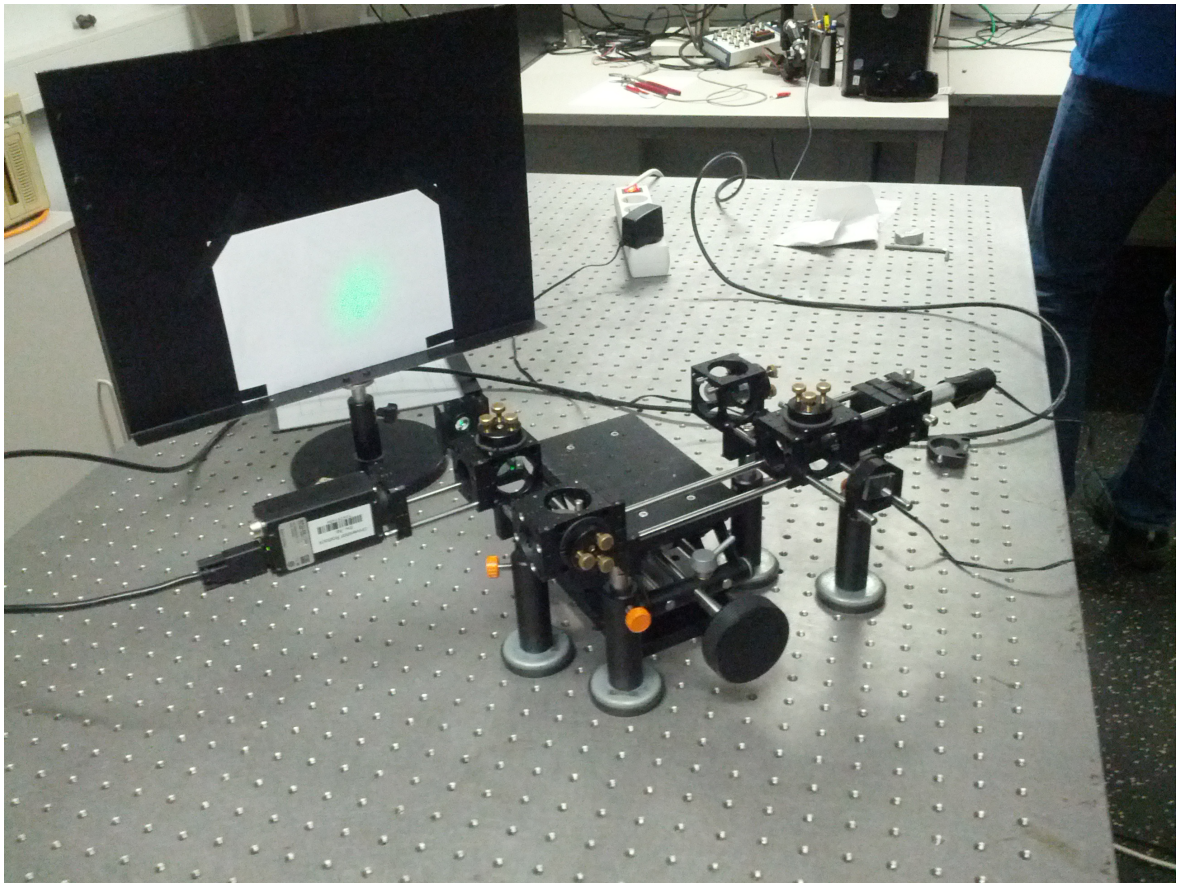


Abbildung 2: Versuchsaufbau - Mach-Zehnder-Interferometer

3 Auswertung

Die Auswertung erfolgte in MathCad anhand der per Kamera aufgenommenen Bilder.

Zunächst wurde sich für eine qualitativ geeignete Bildzeile mit möglichst wenig Störungen entschieden. Es folgte ein Auslesen des Interferenzmusters über die Helligkeitswerte, um ein von der Bildspalte abhängiges Signal $P(s)$ zu erhalten; hierfür wurden geeignete Filter zur Elimination der Störungen verwendet. Aus dem erhaltenen (reellen) Signal wurde per Hilberttransformation das analytische Signal $P_c(s) = P(s) + \mathrm{j}\mathcal{H}\{P(s)\}$ generiert, das nun Phaseninformationen $\varphi(s) = \arg P_c(s)$ enthielt. Anschließend wurde aus der Phasendifferenz $\Delta\varphi(s)$ zwischen den beiden Signalen die Dickendifferenz $\Delta\varphi\lambda_0/2\pi n_M$ errechnet. Die jeweils letzten Diagramme der Anhänge zeigen den Verlauf der Dickendifferenz über die Breite des Laserstrahls.

In diesem Versuch wurden drei Objekte vermessen:

Handelsübliche Brille (`brille2.bmp`)

Laserschutzbrille (`laserbrille3.bmp`)

Linse (`linse4.bmp`)

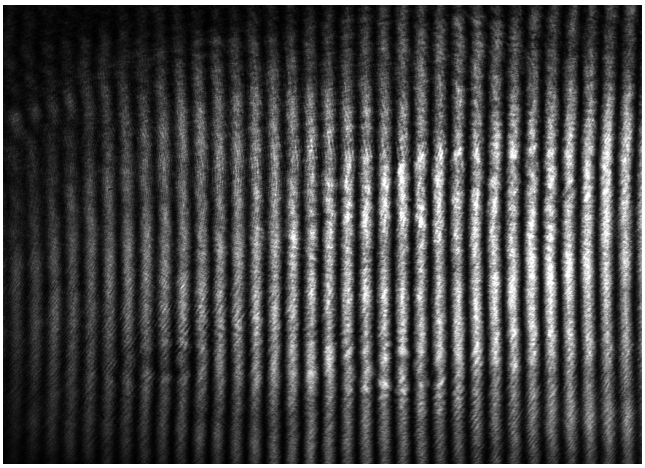
4 Anhang

$nm := 10^{-9} \cdot m$ $\mu m := 10^{-6} \cdot m$

Bilder einlesen

Ohne Störung

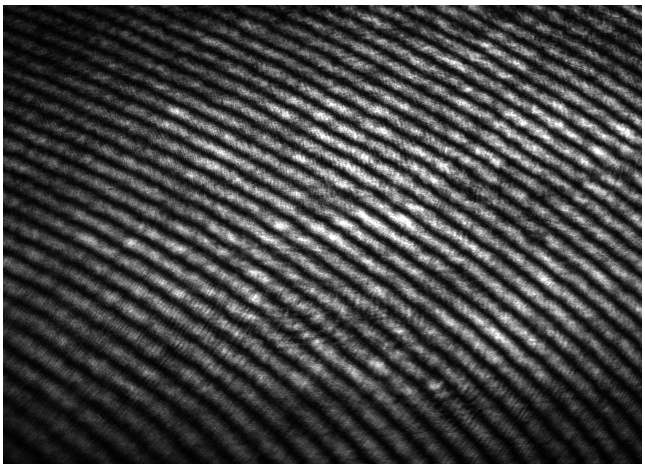
$B := BMPLESEN("ref2.bmp")$



B

Mit Störung

$B1 := BMPLESEN("Brille2.bmp")$



B1

Pixelgröße des Bildes $Z := zeilen(B)$ $S := spalten(B)$

Ab welcher Spalte soll die Auswertung erfolgen (Qualität der Bilder) $Ab := 0$ $S := S - Ab$ $S =$

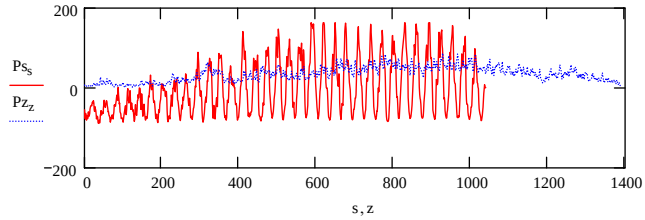
Luafvariablen für Zeilen und Palten $s := 0 .. S - 1$ $z := 0 .. Z - 1$

Ausgesuchte Zeile oder Spalte $s1 := 50$ $z1 := 880$

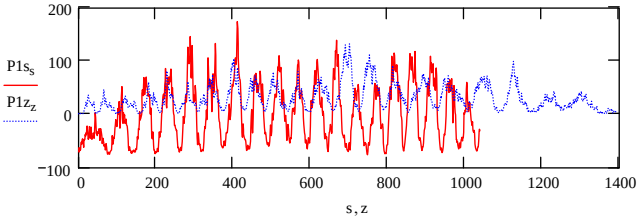
Kalibrierungsfaktor der Kamera (Größe Pixelabbildung) $K := 10 \cdot \mu m$ $x_s := s \cdot K$

Auslesen einer Spalte / Zeile und Abzug Mittelwert

$Ps_s := B_{z1, s+Ab}$ $Pz_z := B_{z, s1}$ $Ps := Ps - mittelwert(Ps)$



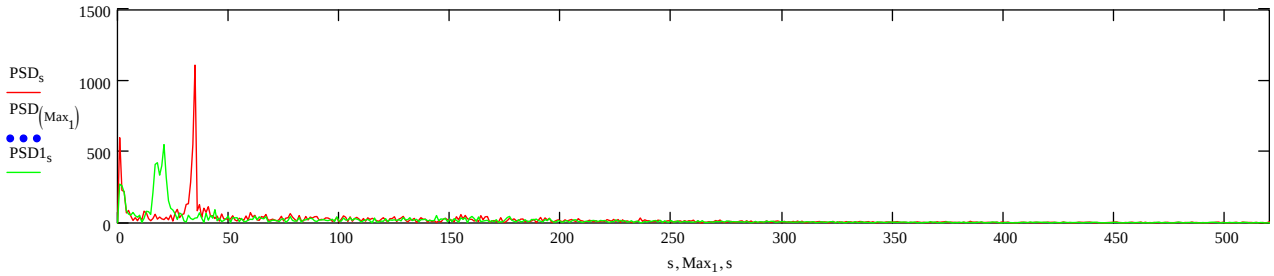
$P1s_s := B1_{z1, s+Ab}$ $P1z_z := B1_{z, s1}$ $P1s := P1s - mittelwert(P1s)$



Filterrung (optional)

$Spektrum := cfft(Ps)$ $PSD_s := |Spektrum_s|$ $Spektrum1 := cfft(P1s)$ $PSD1_s := |Spektrum1_s|$

$Max := WhereIsValue(PSD, max(PSD))$



$Filterlaenge := 50$

$Filter := bandpass(0.02, 0.1, Filterlaenge, 3)$

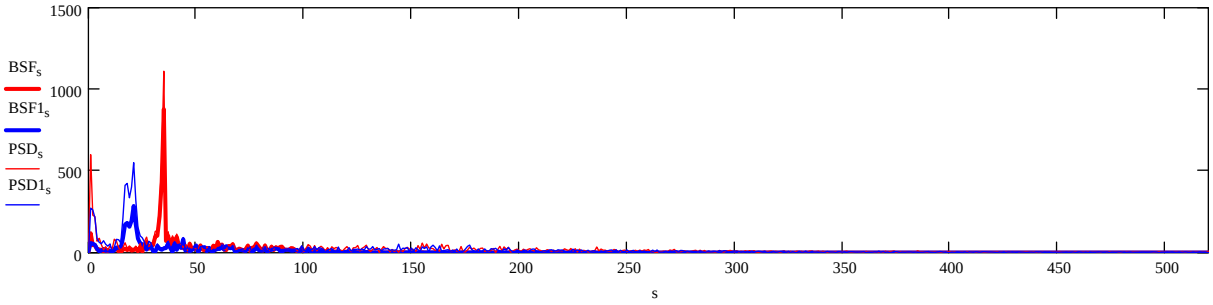
$PsF := response(Ps, Filter, S + Filterlaenge)$ $P1sF := response(P1s, Filter, S + Filterlaenge)$

Einschalten für Filterung $Ps_s := PsF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

$SF := cfft(Ps)$ $BSF_s := |SF_s|$

Einschalten für Filterung $P1s_s := P1sF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

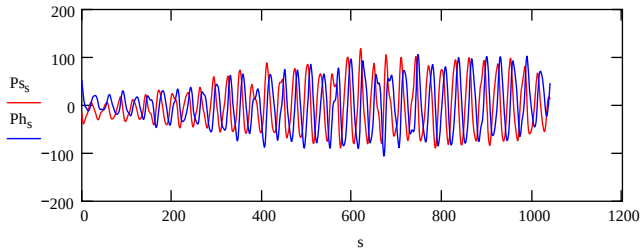
$SF1 := cfft(P1s)$ $BSF1_s := |SF1_s|$

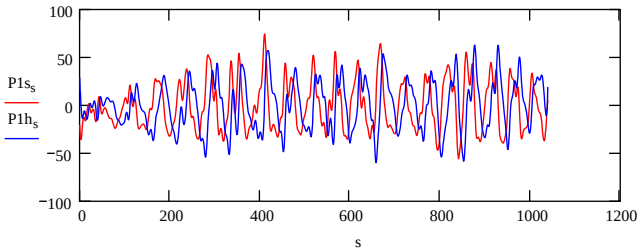


Berechnung und Darstellung Hilberttransformation (90° örtlich phasenverschobenes Signal)

Hilberttransformation $Ph := hilbert(Ps)$ $Pc_s := Ps_s + j \cdot Ph_s$

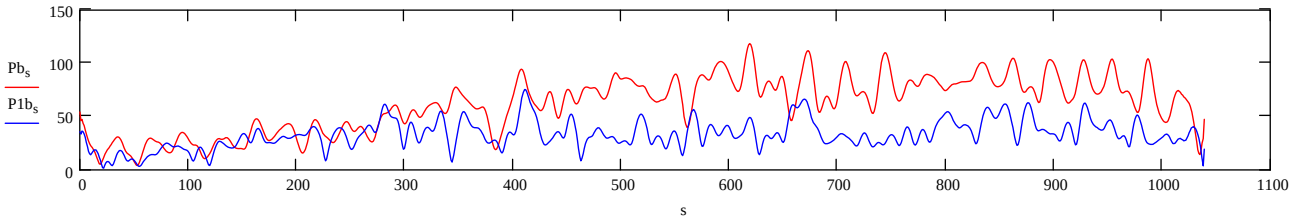
$P1h := hilbert(P1s)$ $P1c_s := P1s_s + j \cdot P1h_s$



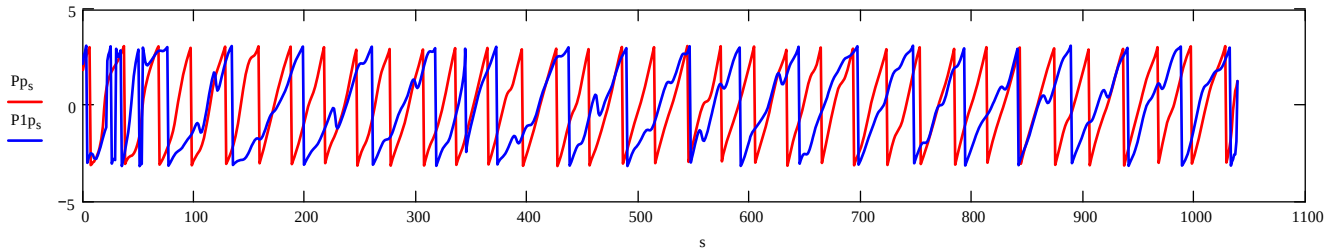


Berechnung Betrag und Phase und Phasenkorrektur

Beträge $Pb_s := |Pc_s|$ $P1b_s := |P1c_s|$



Phasen $Pp_s := arg(Pc_s)$ $P1p_s := arg(P1c_s)$

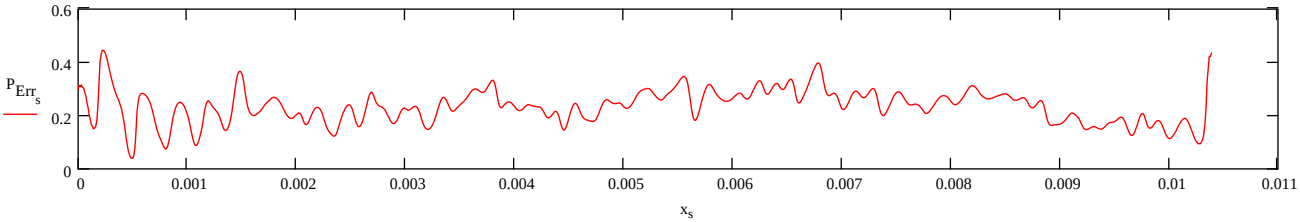


Korrigierte Phasen $Ppk := phasecor(Pp)$ $P1pk := phasecor(P1p)$

Im ungestörten Bild sollte eine lineare Phasenänderung zu erkenne sein --> lineare Regression der Phase im ungestörten Bild ergibt Qualitätsinformation der Abbildung

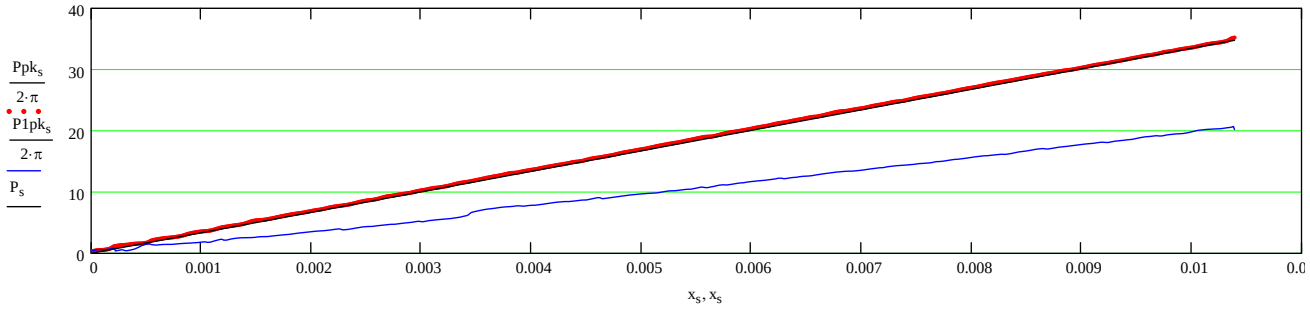
$Reg := linie(x, Ppk)$ $Reg = \begin{pmatrix} 1.467 \\ 2.103 \times 10^4 \end{pmatrix} \frac{1}{m}$ Geradengleichung für Perioden $P_s := \left(\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K \cdot s\right) + \frac{Reg_0}{2 \cdot \pi} \cdot K$ $\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K = 0.033$

Abweichung des ungestörten Bildes von der Geradengleichung $P_{Err_s} := \frac{Ppk_s}{2\cdot\pi} - P_s$



Mittlere Anzahl von Perioden pro Pixelgrößeberechnet aus Originalbild (sollte kleiner als 0.1 sein) $\frac{Reg_1}{2\cdot\pi}\cdot K = 0.033$

Darstellung der korrigierten Phasen



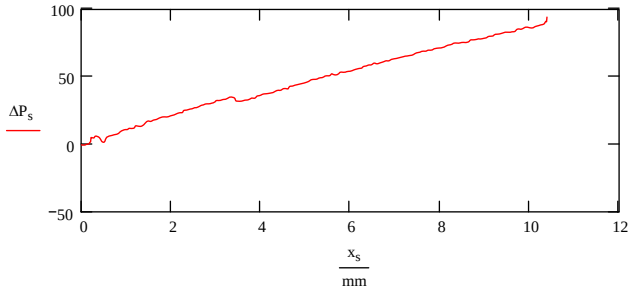
Phasendifferenz $\Delta P_s := Ppk_s - P1pk_s$

Umwandlung Phasendifferenz in Dickenänderung
2π entsprechen Dickenänderung von λ im Material (λ / n)

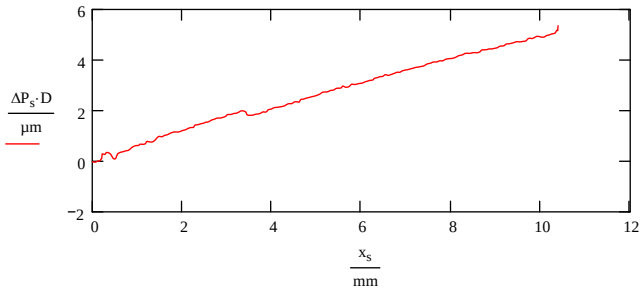
Brechungsindex $n := 1.49$ Wellenlänge $\lambda := 532\cdot nm$ $D := \frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot n}$ $D = 56.826\,nm$

Ergebnisse

Phasendifferenz in rad



Dickendifferenz in µm

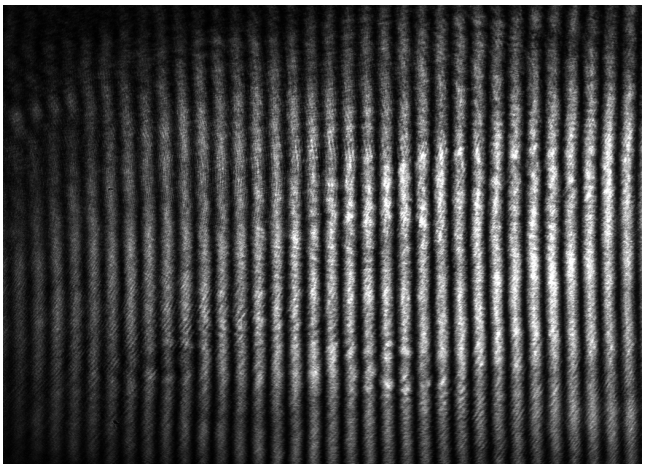


$nm := 10^{-9} \cdot m$ $\mu m := 10^{-6} \cdot m$

Bilder einlesen

Ohne Störung

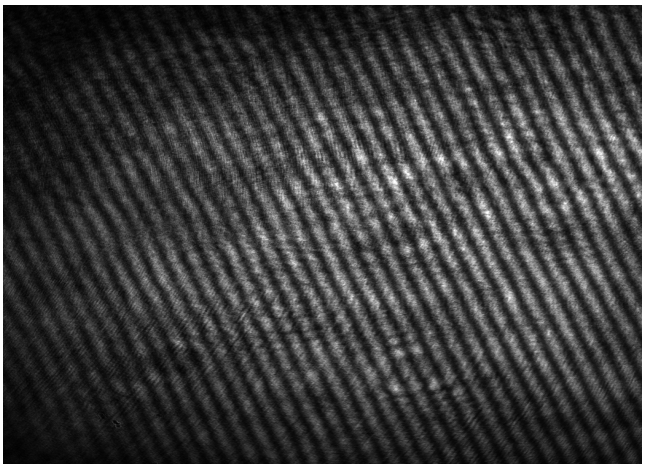
$B := BMPLESEN("ref3.bmp")$



B

Mit Störung

$B1 := BMPLESEN("laserbrille3.bmp")$



B1

Pixelgröße des Bildes $Z := zeilen(B)$ $S := spalten(B)$

Ab welcher Spalte soll die Auswertung erfolgen (Qualität der Bilder) $Ab := 0$ $S := S - Ab$ $S =$

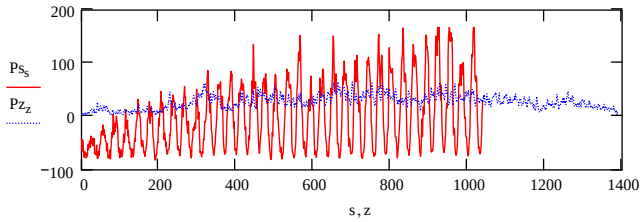
Luafvariablen für Zeilen und Palten $s := 0 .. S - 1$ $z := 0 .. Z - 1$

Ausgesuchte Zeile oder Spalte $s1 := 50$ $z1 := 750$

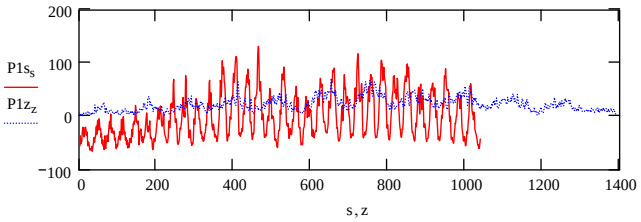
Kalibrierungsfaktor der Kamera (Größe Pixelabbildung) $K := 10 \cdot \mu m$ $x_s := s \cdot K$

Auslesen einer Spalte / Zeile und Abzug Mittelwert

$Ps_s := B_{z1, s+Ab}$ $Pz_z := B_{z, s1}$ $Ps := Ps - mittelwert(Ps)$



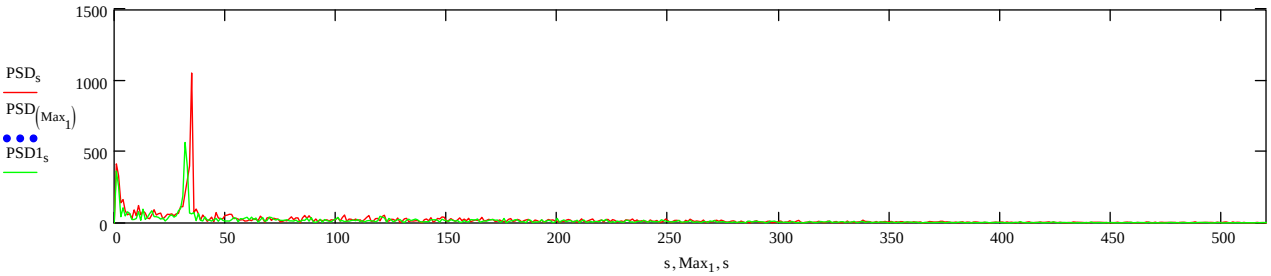
$P1s_s := B1_{z1, s+Ab}$ $P1z_z := B1_{z, s1}$ $P1s := P1s - mittelwert(P1s)$



Filterrung (optional)

$Spektrum := cfft(Ps)$ $PSD_s := |Spektrum_s|$ $Spektrum1 := cfft(P1s)$ $PSD1_s := |Spektrum1_s|$

$Max := WhereIsValue(PSD, max(PSD))$



$Filterlaenge := 50$

$Filter := bandpass(0.02, 0.1, Filterlaenge, 3)$

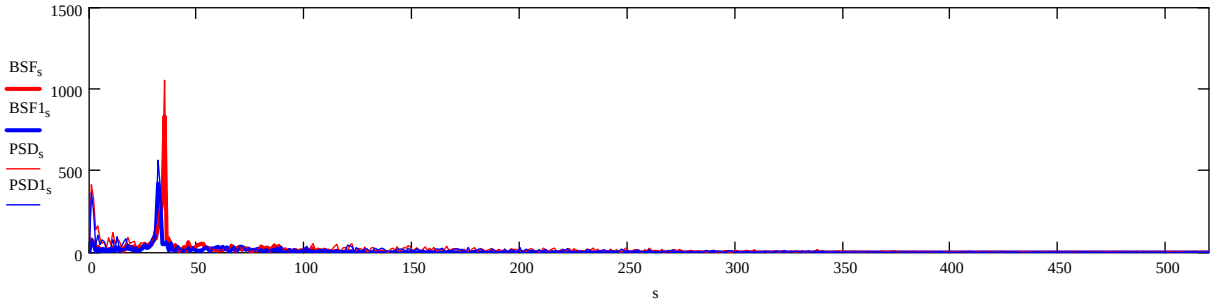
$PsF := response(Ps, Filter, S + Filterlaenge)$ $P1sF := response(P1s, Filter, S + Filterlaenge)$

Einschalten für Filterung $Ps_s := PsF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

$SF := cfft(Ps)$ $BSF_s := |SF_s|$

Einschalten für Filterung $P1s_s := P1sF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

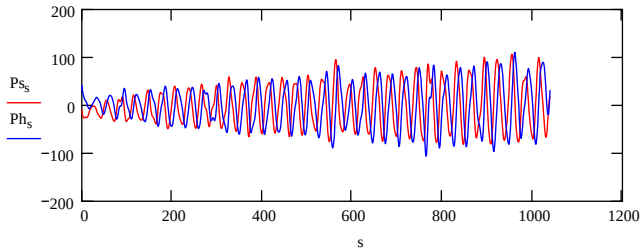
$SF1 := cfft(P1s)$ $BSF1_s := |SF1_s|$

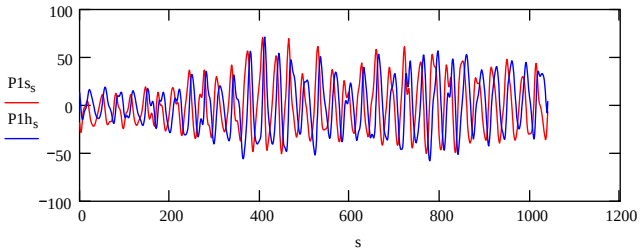


Berechnung und Darstellung Hilberttransformation (90° örtlich phasenverschobenes Signal)

Hilberttransformation $Ph := hilbert(Ps)$ $Pc_s := Ps_s + j \cdot Ph_s$

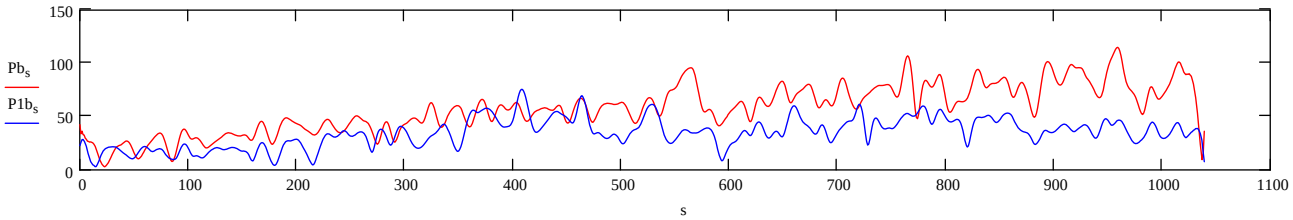
$P1h := hilbert(P1s)$ $P1c_s := P1s_s + j \cdot P1h_s$



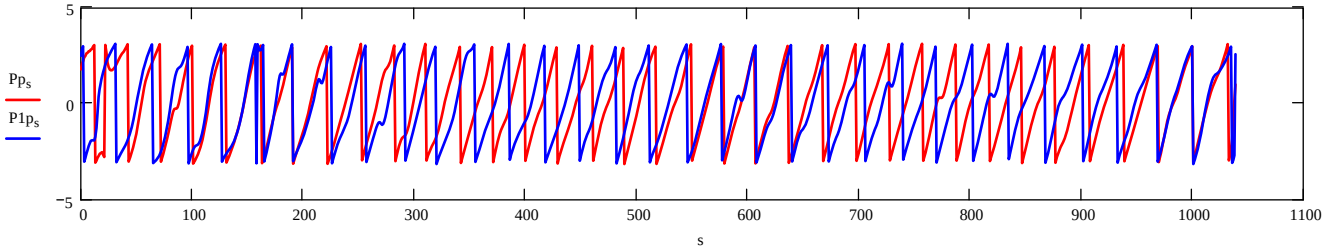


Berechnung Betrag und Phase und Phasenkorrektur

Beträge $Pb_s := |Pc_s|$ $P1b_s := |P1c_s|$



Phasen $Pp_s := arg(Pc_s)$ $P1p_s := arg(P1c_s)$

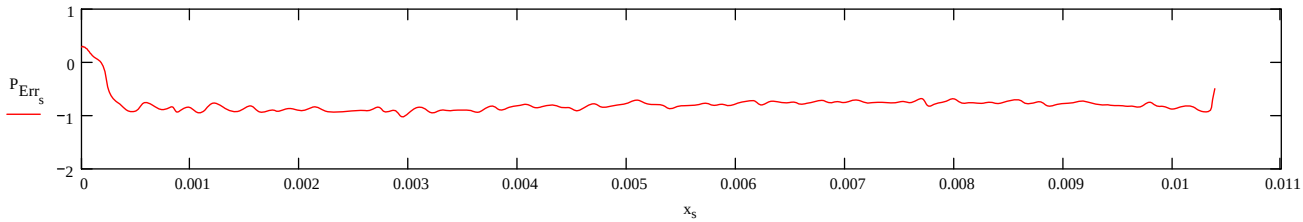


Korrigierte Phasen $Ppk := phasecor(Pp)$ $P1pk := phasecor(P1p)$

Im ungestörten Bild sollte eine lineare Phasenänderung zu erkenne sein --> lineare Regression der Phase im ungestörten Bild ergibt Qualitätsinformation der Abbildung

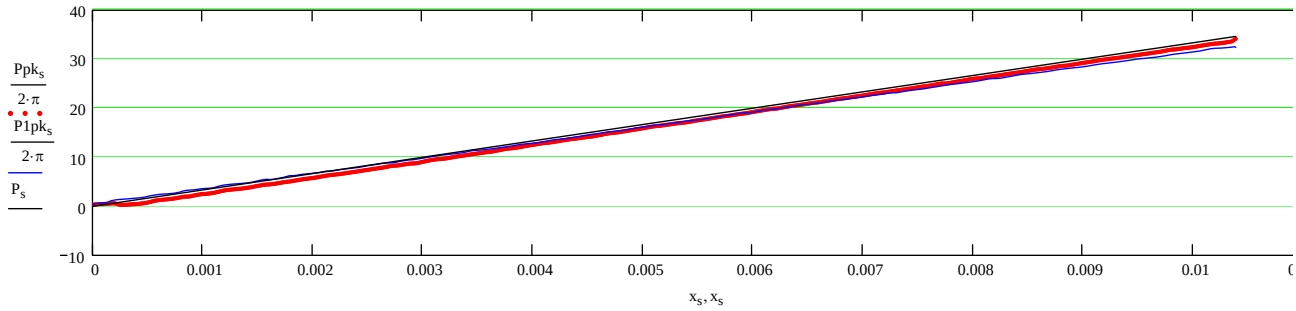
$Reg := linie(x, Ppk)$ $Reg = \begin{pmatrix} -5.008 \\ 2.096 \times 10^{4} \end{pmatrix} \frac{1}{m}$ Geradengleichung für Perioden $P_s := \left(\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K \cdot s\right) + \frac{Reg_0}{2 \cdot \pi} \cdot K$ $\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K = 0.033$

Abweichung des ungestörten Bildes von der Geradengleichung $P_{Err_s} := \frac{Ppk_s}{2\cdot\pi} - P_s$



Mittlere Anzahl von Perioden pro Pixelgrößeberechnet aus Originalbild (sollte kleiner als 0.1 sein) $\frac{Reg_1}{2\cdot\pi}\cdot K = 0.033$

Darstellung der korrigierten Phasen



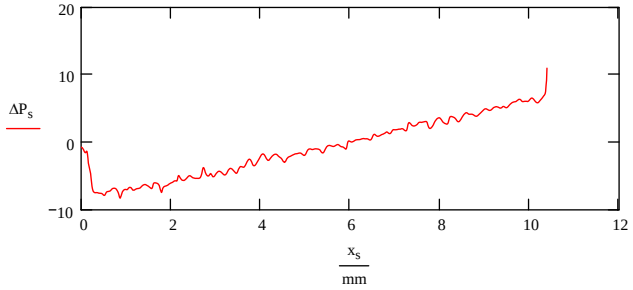
Phasendifferenz $\Delta P_s := Ppk_s - P1pk_s$

Umwandlung Phasendifferenz in Dickenänderung
2π entsprechen Dickenänderung von λ im Material (λ / n)

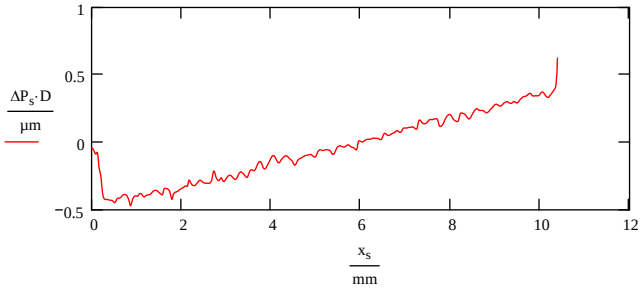
Brechungsindex $n := 1.49$ Wellenlänge $\lambda := 532\cdot nm$ $D := \frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot n}$ $D = 56.826\,nm$

Ergebnisse

Phasendifferenz in rad



Dickendifferenz in µm

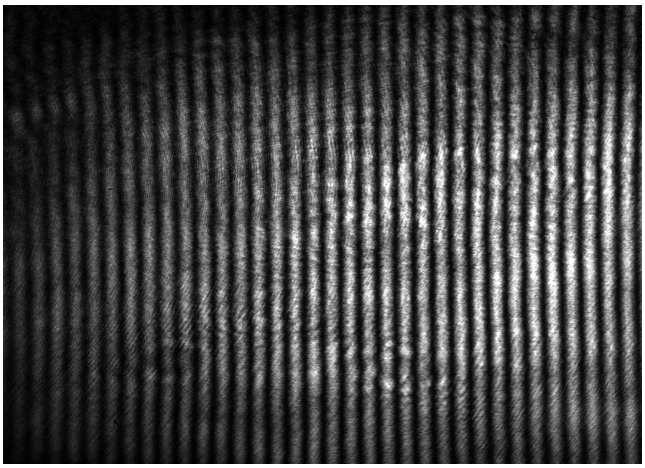


$nm := 10^{-9} \cdot m$ $\mu m := 10^{-6} \cdot m$

Bilder einlesen

Ohne Störung

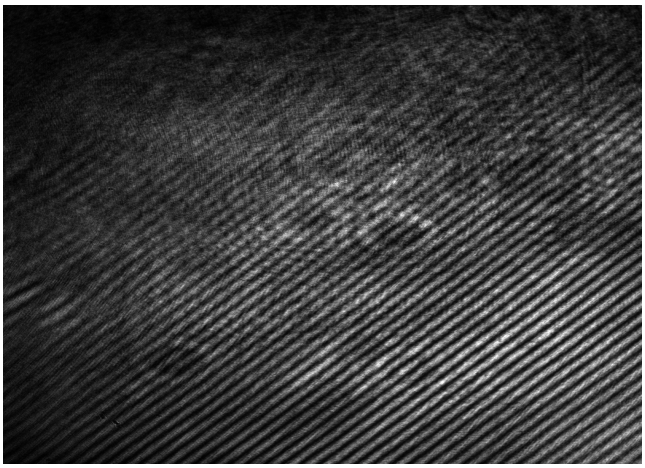
$B := BMPLESEN("ref3.bmp")$



B

Mit Störung

$B1 := BMPLESEN("linse4.bmp")$



B1

Pixelgröße des Bildes $Z := zeilen(B)$ $S := spalten(B)$

Ab welcher Spalte soll die Auswertung erfolgen (Qualität der Bilder) $Ab := 0$ $S := S - Ab$ $S =$

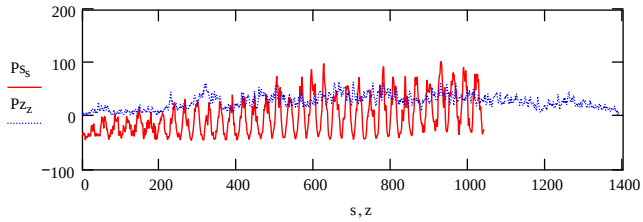
Luafvariablen für Zeilen und Palten $s := 0 .. S - 1$ $z := 0 .. Z - 1$

Ausgesuchte Zeile oder Spalte $s1 := 50$ $z1 := 1260$

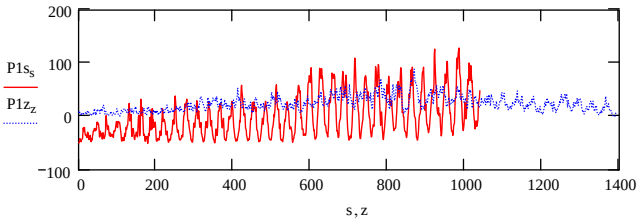
Kalibrierungsfaktor der Kamera (Größe Pixelabbildung) $K := 10 \cdot \mu m$ $x_s := s \cdot K$

Auslesen einer Spalte / Zeile und Abzug Mittelwert

$Ps_s := B_{z1, s+Ab}$ $Pz_z := B_{z, s1}$ $Ps := Ps - mittelwert(Ps)$



$P1s_s := B1_{z1, s+Ab}$ $P1z_z := B1_{z, s1}$ $P1s := P1s - mittelwert(P1s)$

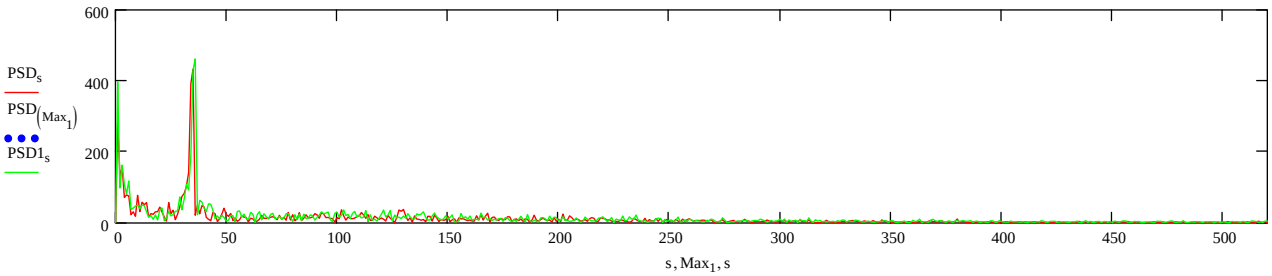


Filterrung (optional)

$Spektrum := cfft(Ps)$ $PSD_s := |Spektrum_s|$

$Spektrum1 := cfft(P1s)$ $PSD1_s := |Spektrum1_s|$

$Max := WhereIsValue(PSD, max(PSD))$



$Filterlaenge := 50$

$Filter := bandpass(0.02, 0.1, Filterlaenge, 3)$

$PsF := response(Ps, Filter, S + Filterlaenge)$

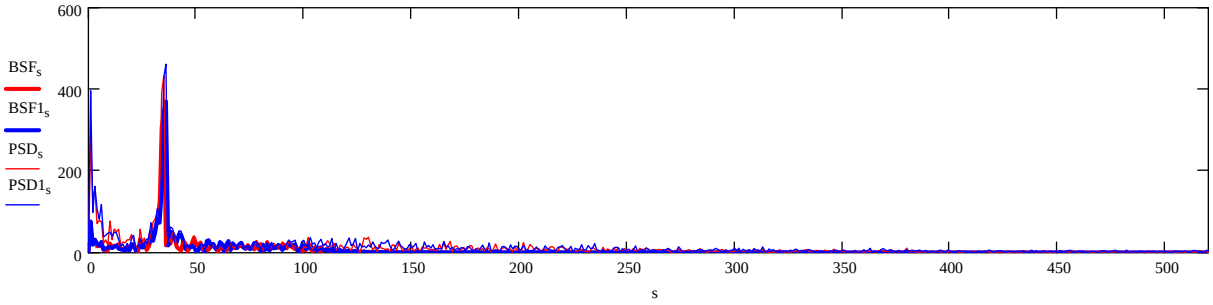
$P1sF := response(P1s, Filter, S + Filterlaenge)$

Einschalten für Filterung $Ps_s := PsF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

$SF := cfft(Ps)$ $BSF_s := |SF_s|$

Einschalten für Filterung $P1s_s := P1sF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

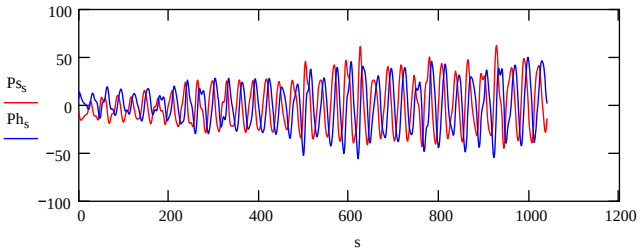
$SF1 := cfft(P1s)$ $BSF1_s := |SF1_s|$

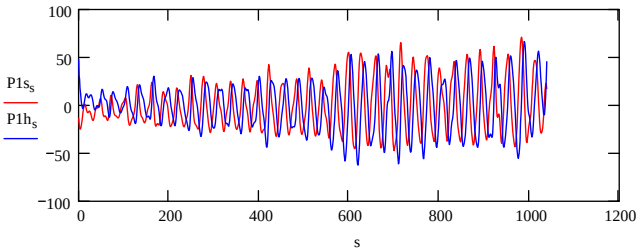


Berechnung und Darstellung Hilberttransformation (90° örtlich phasenverschobenes Signal)

Hilberttransformation $Ph := hilbert(Ps)$ $Pc_s := Ps_s + j \cdot Ph_s$

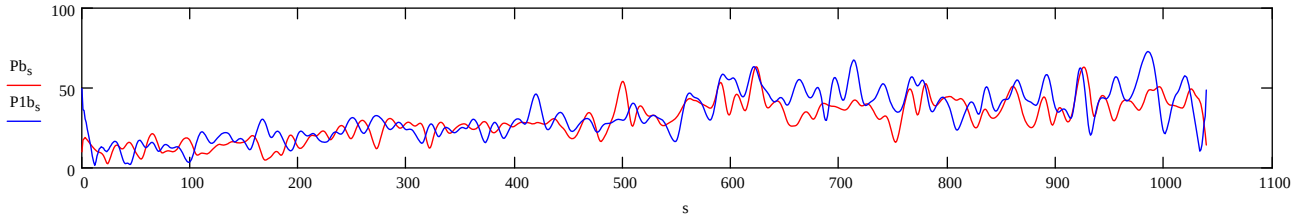
$P1h := hilbert(P1s)$ $P1c_s := P1s_s + j \cdot P1h_s$



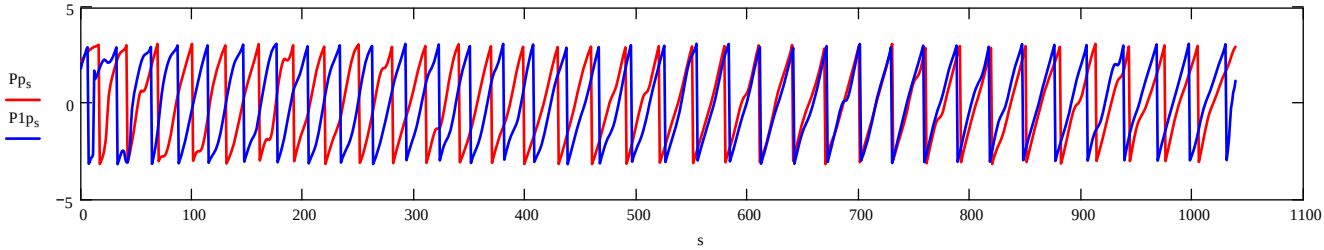


Berechnung Betrag und Phase und Phasenkorrektur

Beträge $Pb_s := |Pc_s|$ $P1b_s := |P1c_s|$



Phasen $Pp_s := arg(Pc_s)$ $P1p_s := arg(P1c_s)$

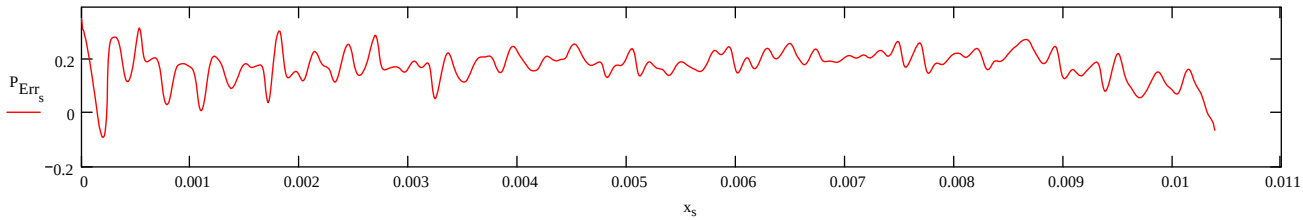


Korrigierte Phasen $Ppk := phasecor(Pp)$ $P1pk := phasecor(P1p)$

Im ungestörten Bild sollte eine lineare Phasenänderung zu erkenne sein --> lineare Regression der Phase im ungestörten Bild ergibt Qualitätsinformation der Abbildung

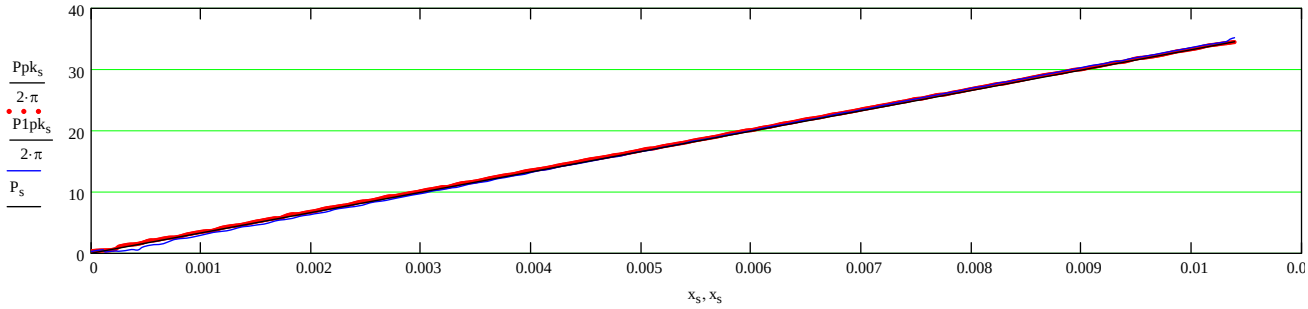
$Reg := linie(x, Ppk)$ $Reg = \begin{pmatrix} 1.136 \\ 2.089 \times 10^4 \end{pmatrix} \frac{1}{m}$ Geradengleichung für Perioden $P_s := \left(\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K \cdot s\right) + \frac{Reg_0}{2 \cdot \pi} \cdot K$ $\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K = 0.033$

Abweichung des ungestörten Bildes von der Geradengleichung $P_{Err_s} := \frac{Ppk_s}{2\cdot\pi} - P_s$



Mittlere Anzahl von Perioden pro Pixelgrößeberechnet aus Originalbild (sollte kleiner als 0.1 sein) $\frac{Reg_1}{2\cdot\pi}\cdot K = 0.033$

Darstellung der korrigierten Phasen



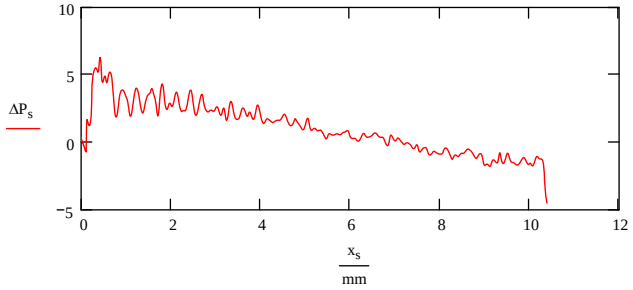
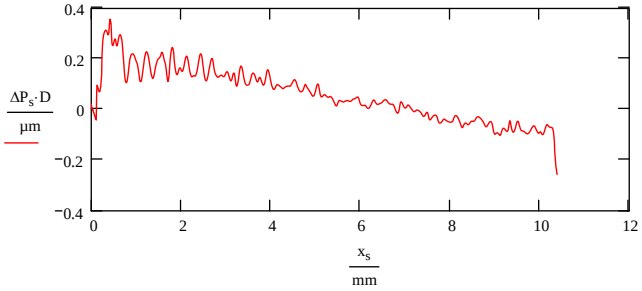
Phasendifferenz $\Delta P_s := Ppk_s - P1pk_s$

Umwandlung Phasendifferenz in Dickenänderung
2π entsprechen Dickenänderung von λ im Material (λ / n)

Brechungsindex $n := 1.49$ Wellenlänge $\lambda := 532\cdot nm$ $D := \frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot n}$ $D = 56.826\,nm$

Ergebnisse

Phasendifferenz in rad



Dickendifferenz in µm