Universität Rostock

Traditio et Innovatio

Technische Optik
Praktikum Interferometer

Hans Herrmann Felix Kayser Hermann Pommerenke Tino Steinmetz

13. Juni 2015

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Versuchsaufbau **2**

3 Auswertung **4**

3.1 Messungen 4

3.2 Fehler 5

3.3 Schlussfolgerung 5

4 Anhang **6**

1 Einleitung

Der Laserstrahl kann näherungsweise als ebene TEM-Welle beschrieben werden. Deren Feldgrößen erfüllen die eindimensionale homogene Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(z,t).$$

Die Lösungen

$$E_x(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$
$$H_y(z,t) = \frac{E_0}{Z}\cos(\omega t - kz + \varphi)$$

beschreiben eine monochromatische ebene Welle, die sich in $+z$-Richtung ausbreitet. Ihre Parameter sind

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} \qquad v = \frac{\omega}{k} = c_0 : \text{Vakuumlichtgeschwindigkeit.}$$

Bei der Überlagerung zweier Wellen gleicher Frequenz und Polarisation kommt es zu stationärer Interferenz. Die Amplitude der resultierenden Feldstärke kann durch ungestörte Superposition bestimmt werden:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\delta$$

wobei $\delta = \varphi_1 - \varphi_2 - kz_1 + kz_2$ die Gesamtphasendifferenz zwischen den beiden Wellen ist. Diese wird im Fall des Mach-Zehnder-Interferometers durch einer Strahlteilung folgende unterschiedliche optische Weglängen z_1, z_2 erreicht. Hierfür ist ein Laser mit hinreichender Kohärenzlänge erforderlich. Wird in einen der beiden Strahlen ein Medium der Dicke Δ mit Brechungsindex n_M eingebracht, wird die Phase dieses Strahls um

$$k\Delta(n_M - n_0) = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda_0}(n_M - n_0) \cong 2\pi\frac{\Delta}{\lambda_0}(n_M - 1)$$

gegenüber dem Anderen vergrößert. Hierbei ist λ_0 die Wellenlänge des Lasers im Vakuum. Aus dem entstehenden Interferenzmuster kann durch Vergleich mit einem anderen Muster (z.B. ohne das Medium) die relative Dickenänderung bestimmt werden.

2 Versuchsaufbau

Das Mach-Zehnder-Interferometer wurde mit Hilfe des Mikro-Bank-Systems Linos aufgebaut. Es bestand aus zwei Strahlteilerwürfeln und zwei um 45° angewinkelten Planspiegeln (siehe Abbildung 1). Als Lichtquelle diente ein Halbleiterlaser mit einer Wellenlänge von 532 nm und einer Leistung von 1 mW verwendet.

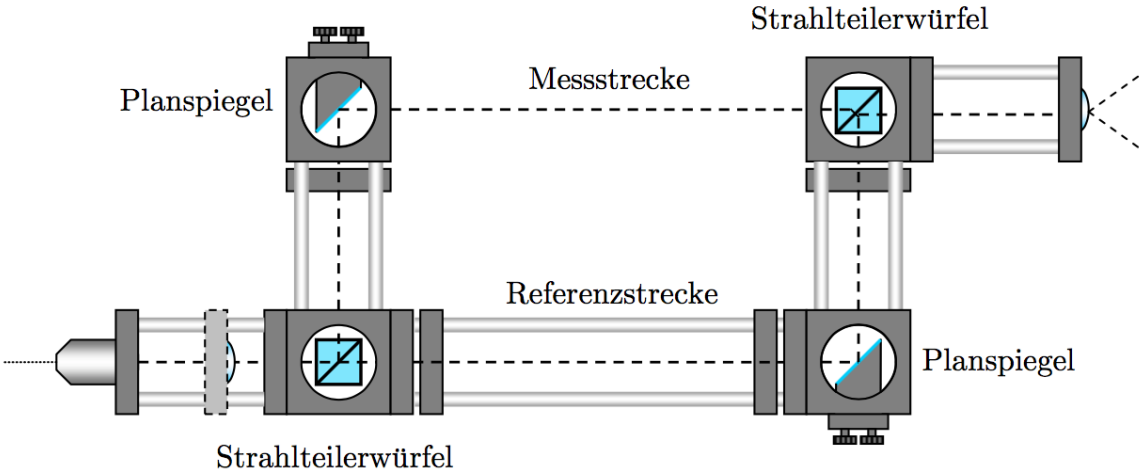


Abbildung 1: Prinzip - Mach-Zehnder-Interferometer

Um das Interferenzmuster elektronisch erfassen zu können wurde eine Kamera in einen der beiden Ausgangsstrahlen des hinteren Strahlteilerwürfels gesetzt. Zur Veranschaulichung wurde ebenfalls eine Linse im Weg des zweiten Ausgangsstrahls platziert, um das Interferenzmuster auf einem Schirm abbilden zu können (siehe Abbildung 2).

Die genaue Positionierung der Strahlen erfolgte in jedem Strahlenpfad durch temporäres Einsetzten eines Pinholes und feiner Justage der optischen Komponenten. Die Strahlen wurden also alle auf dieselbe Höhe eingestellt und in der Mitte der Strecken im Mikro-Bank-System positioniert.

Für die Messung der Dickenänderung musste zunächst für jeden Durchlauf ein Referenzbild ohne ein Objekt in der Messstrecke aufgenommen werden. Dabei wurde die Belichtungszeit der Kamera so eingestellt, dass die maximale Helligkeit möglichst genau auf ein Interferenzmaximum fällt. So wurde eine Überbelichtung vermieden und die Helligkeitsauflösung maximiert. Anschließend wurde ein weiteres Bild aufgenommen, dass die Änderung des Interferenzmusters durch ein Objekt im Messpfad zeigte.

Die Auswertung der Messung erfolgte in MathCad. Für die Berechnung musste eine einzelne geeignete Pixelzeile oder -spalten innerhalb der Bilder ausgewählt werden. Diese Messungen erfolgten für eine herkömmliche Brille, eine Laserschutzbrille und eine Linse.

Zur Veranschaulichung des praktischen Einsatzes eines Mach-Zehnder-Interferomters im Be-

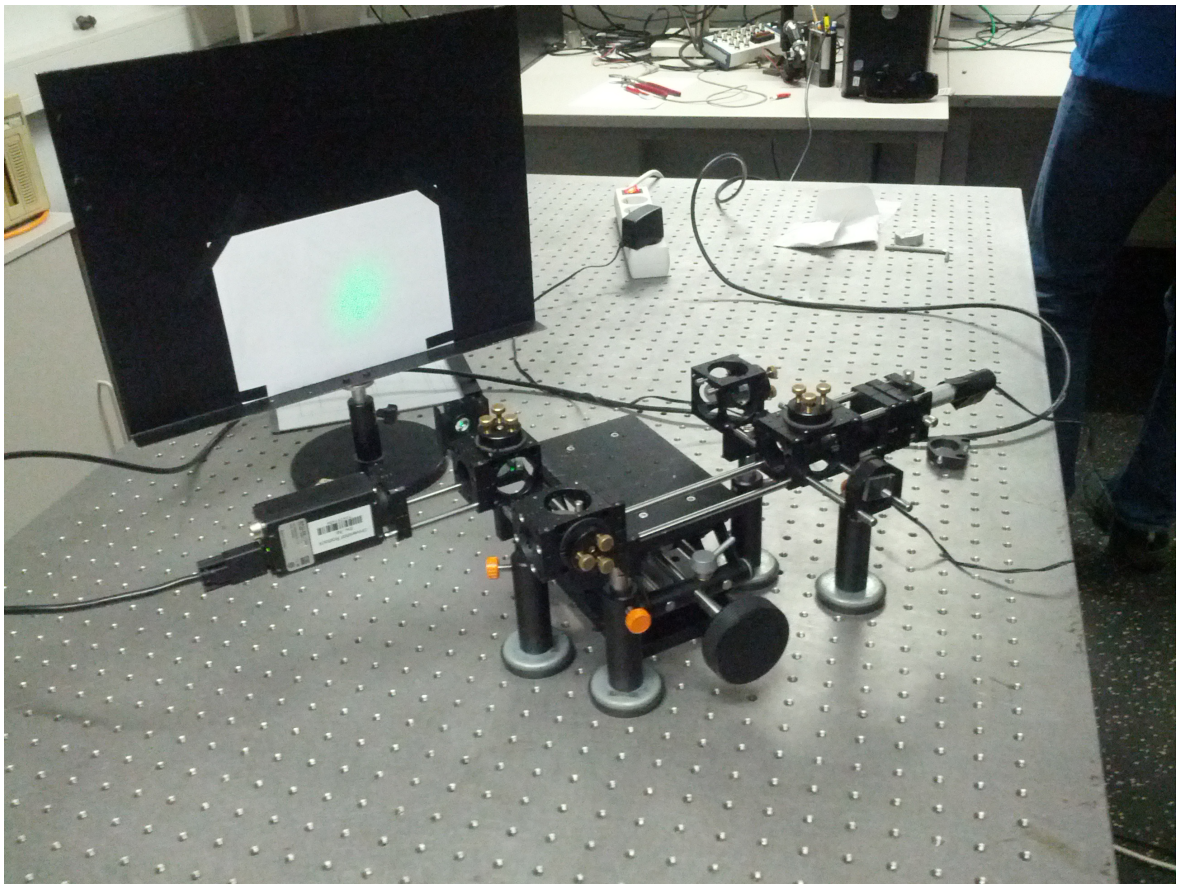


Abbildung 2: Versuchsaufbau - Mach-Zehnder-Interferometer

reich der Temperaturmessung wurde am Ende noch eine Kerze in der Messstrecke positioniert.

3 Auswertung

Die Auswertung erfolgte in MathCad anhand der per Kamera aufgenommenen Bilder.

Zunächst wurde sich für eine qualitativ geeignete Bildzeile mit möglichst wenig Störungen entschieden. Es folgte ein Auslesen des Interferenzmusters über die Helligkeitswerte, um ein von der Bildspalte abhängiges Signal $P(s)$ zu erhalten; hierfür wurden geeignete Filter zur Elimination der Störungen verwendet. Aus dem erhaltenen (reellen) Signal wurde per Hilbert-Transformation das analytische Signal $P_c(s) = P(s) + \mathrm{j}\mathcal{H}\{P(s)\}$ generiert, das nun Phaseninformationen $\varphi(s) = \arg P_c(s)$ enthielt. Anschließend wurde aus der Phasendifferenz $\Delta\varphi(s)$ zwischen den beiden Signalen die Dickendifferenz $\Delta\varphi\lambda_0/2\pi n_M$ errechnet. Die jeweils letzten Diagramme der Anhänge zeigen den Verlauf der Dickendifferenz über die Breite des Laserstrahls. Da man den Lauflängenunterschied des Laserstrahls misst, kann demnach keine absolute Dicke angegeben werden, sondern lediglich eine Dickenänderung.

3.1 Messungen

Handelsübliche Brille (`brille2.bmp`) Die Linse einer Brille wird meist so geschliffen, dass der Rand der Linse eine ähnliche Dicke hat wie der das Brillenglas einfassende Rahmen. Als Freiheitsgrade zur Strahlbrechung bleiben demnach die Veränderung der Dicke ins Linseninnere und eine (leichte) Krümmung. Die Dickenänderung lässt sich wie erwartet in dem letzten Diagramm erkennen: Innerhalb des mit dem Laser durchstrahlten Bereich verdickt sich das Brillenglas in etwa um $6\mu m$.

Laserschutzbrille (`laserbrille3.bmp`) Da die Laserschutzbrille keinen eingearbeiteten Sehschwächenausgleich in Form einer Linse hat, sollte die Oberfläche plan sein. Dies lässt sich durch die Krümmung des Schutzglases jedoch nicht einfach erkennen oder mechanisch abmessen. Tatsächlich zeigt die Messung eine Schwankung von knapp $1\mu m$.Da diese Dickenänderung linear ansteigt, ist davon auszugehen, dass es sich hier um kleine Fertigungstoleranzen handelt.

Linse (`linse4.bmp`) Die hier betrachtete Linse ist eine Meniskuslinse. Diese Linse besitzt eine konvexe und eine konkave Fläche. Je nachdem welche der beiden Flächen eine stärkere Krümmung aufweist, handelt es sich um eine Sammel- oder eine Zerstreuungslinse. Tatsächlich ändert sich die Schichtdicke innerhalb des untersuchten Abschnittes um etwa $0,3\mu m$. Die Änderung der Dicke fällt demnach sehr gering aus, was auf eine sehr große Brennweite der Meniskuslinse schließen lässt.

Kerze in Messstrahl In diesem Versuch haben wir eine Kerze in den Messstrahl eingebracht. Die Flamme der Kerze ist einerseits deutlich wärmer als die Umgebungstemperatur und verändert damit den Brechnungsindex n_L der Luft. Andererseits ändert sich durch die In der Flamme stattfindende Oxidation auch die Gaszusammensetzung der Luft (z.B. geringerer

Sauerstoffgehalt). Auch dies verändert den Brechnungsindex n_L der Luft. Aufgrund dieser Brechungsindexänderung war ein schnelles wandern der Interferenzringe auf dem Schirm zu erkennen sobald man die Flamme in den Messstrahl oder aus diesem hinausbewegt hat.

3.2 Fehler

Wenn man die Abbildungen der Interferenzstreifen betrachtet sind sowohl auf den Referenzbilder, als auch auf den Messbilder Beugunsringe zu erkennen. Da diese sich teilweise zwischen Mess- und Referenzbild unterscheide und den Helligkeitsverlauf beeinflussen, ist ein Einfluss auf die Phasenmessung vorstellbar. Des Weiteren ist auf dem Interferenzstreifenmuster 'Brille2' ein nicht geradliniger Verlauf der Interferenzstreifen festzustellen. Dies könnte dazu führen, dass allein auf Grund der Krümmungsänderung der Interferenzstreifen ein nicht linearer Verlauf der Hell-Dunkel Unterschiede entsteht, der sich mit den zu messenden Änderungen überlagert.

3.3 Schlussfolgerung

Das Mach-Zehnder-Interferometer eignet sich, wie wir in diesem Experiment gezeigt haben, hervorragend um Dickendifferenzen zu messen. Dies kann man unabhängig von der Form der Oberfläche, berührungslos und sehr genau durchführen. Um die absolute Dicke der Messobjekte zu bestimmen ist dieser Messaufbau allerdings nicht geeignet. Weiterhin lässt sich mit einem Mach-Zehnder-Interferometer auch eine Änderung der Temperatur detektieren. Dies kann auch sehr genau erfolgen, allerdings ist zu beachten, dass z.B. beim Messen einer Flammentemperatur sich auch die Gaszusammensetzung ändert, was die Messergebnisse verfälscht. Neben Temperaturänderungen lässt sich so jedoch auch die Veränderung einer Gaszusammensetzung (bei konstanter Temperatur) ermitteln. Für eine genauere Bestimmung der Temperatur bzw. der Temperaturänderung wären noch weitere Messaufbauten notwendig.

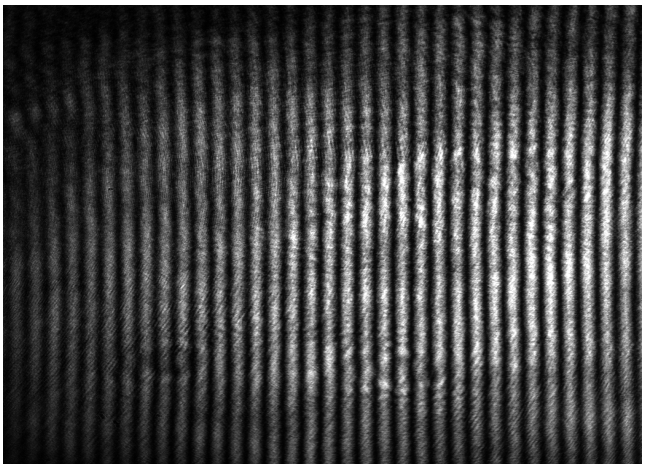
4 Anhang

$nm := 10^{-9} \cdot m$ $\mu m := 10^{-6} \cdot m$

Bilder einlesen

Ohne Störung

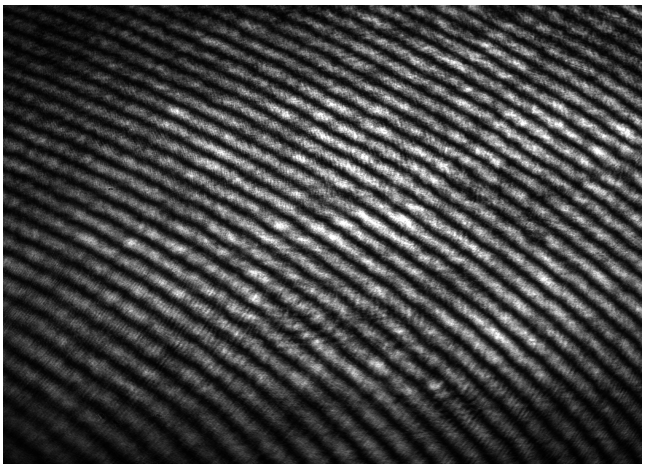
$B := BMPLESEN("ref2.bmp")$



B

Mit Störung

$B1 := BMPLESEN("Brille2.bmp")$



B1

Pixelgröße des Bildes $Z := zeilen(B)$ $S := spalten(B)$

Ab welcher Spalte soll die Auswertung erfolgen (Qualität der Bilder) $Ab := 0$ $S := S - Ab$ $S =$

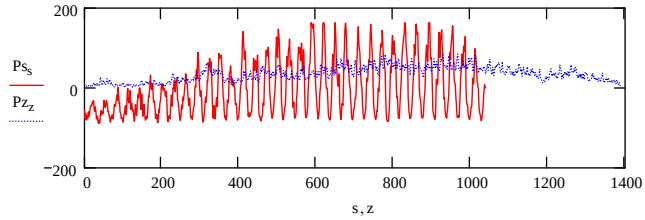
Luafvariablen für Zeilen und Palten $s := 0 .. S - 1$ $z := 0 .. Z - 1$

Ausgesuchte Zeile oder Spalte $s1 := 50$ $z1 := 880$

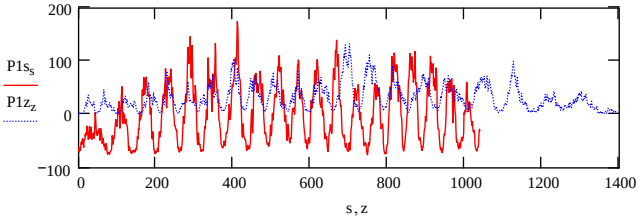
Kalibrierungsfaktor der Kamera (Größe Pixelabbildung) $K := 10 \cdot \mu m$ $x_s := s \cdot K$

Auslesen einer Spalte / Zeile und Abzug Mittelwert

$Ps_s := B_{z1, s+Ab}$ $Pz_z := B_{z, s1}$ $Ps := Ps - mittelwert(Ps)$



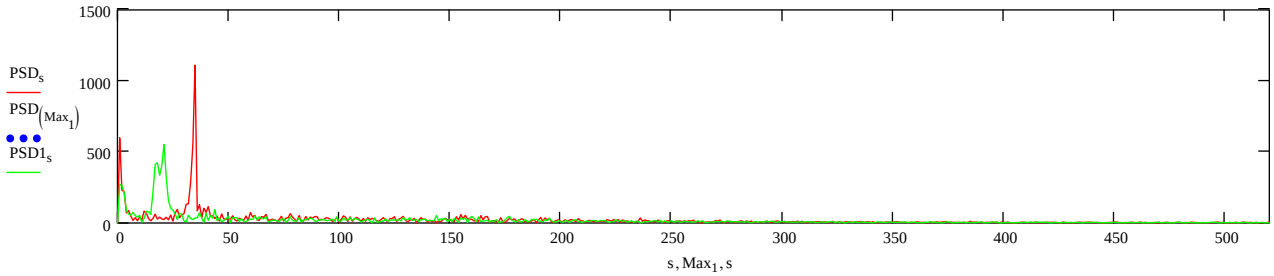
$P1s_s := B1_{z1, s+Ab}$ $P1z_z := B1_{z, s1}$ $P1s := P1s - mittelwert(P1s)$



Filterrung (optional)

$Spektrum := cfft(Ps)$ $PSD_s := |Spektrum_s|$ $Spektrum1 := cfft(P1s)$ $PSD1_s := |Spektrum1_s|$

$Max := WhereIsValue(PSD, max(PSD))$



$Filterlaenge := 50$

$Filter := bandpass(0.02, 0.1, Filterlaenge, 3)$

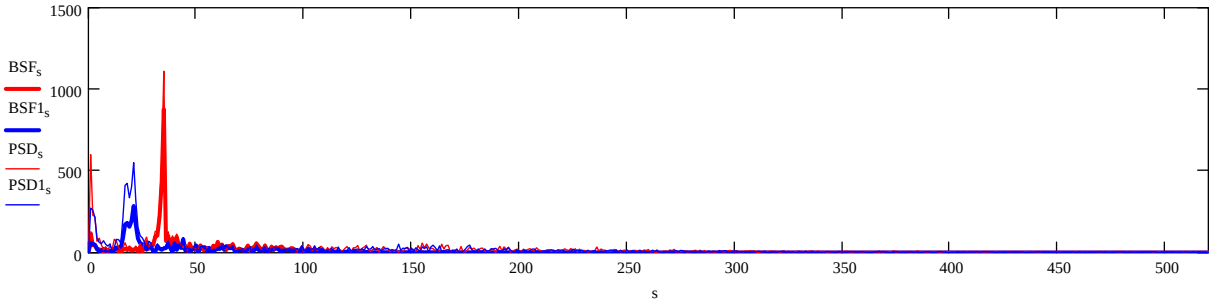
$PsF := response(Ps, Filter, S + Filterlaenge)$ $P1sF := response(P1s, Filter, S + Filterlaenge)$

Einschalten für Filterung $Ps_s := PsF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

$SF := cfft(Ps)$ $BSF_s := |SF_s|$

Einschalten für Filterung $P1s_s := P1sF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

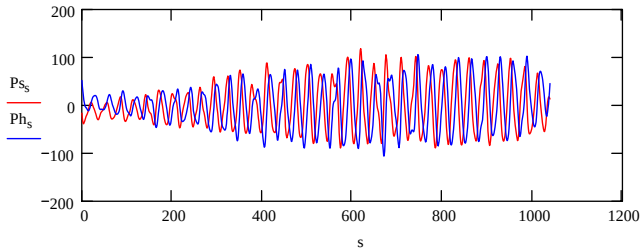
$SF1 := cfft(P1s)$ $BSF1_s := |SF1_s|$

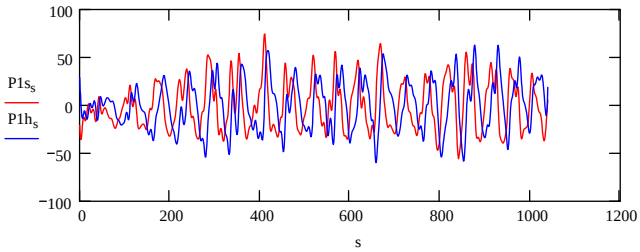


Berechnung und Darstellung Hilberttransformation (90° örtlich phasenverschobenes Signal)

Hilberttransformation $Ph := hilbert(Ps)$ $Pc_s := Ps_s + j \cdot Ph_s$

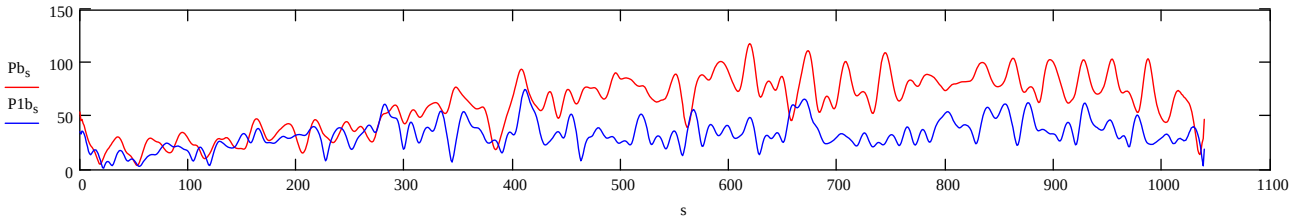
$P1h := hilbert(P1s)$ $P1c_s := P1s_s + j \cdot P1h_s$



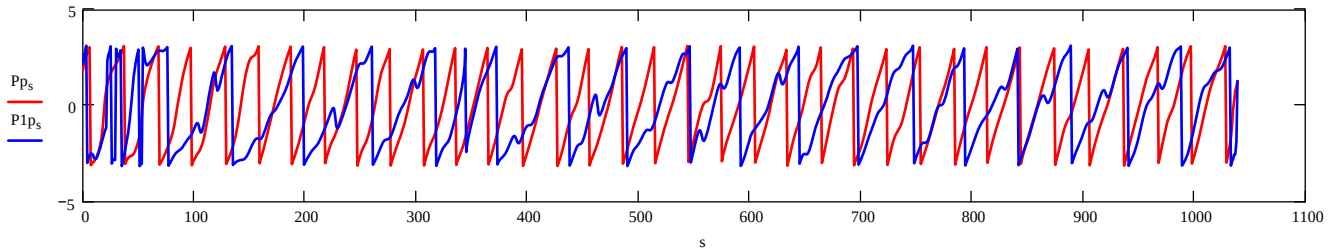


Berechnung Betrag und Phase und Phasenkorrektur

Beträge $Pb_s := |Pc_s|$ $P1b_s := |P1c_s|$



Phasen $Pp_s := arg(Pc_s)$ $P1p_s := arg(P1c_s)$

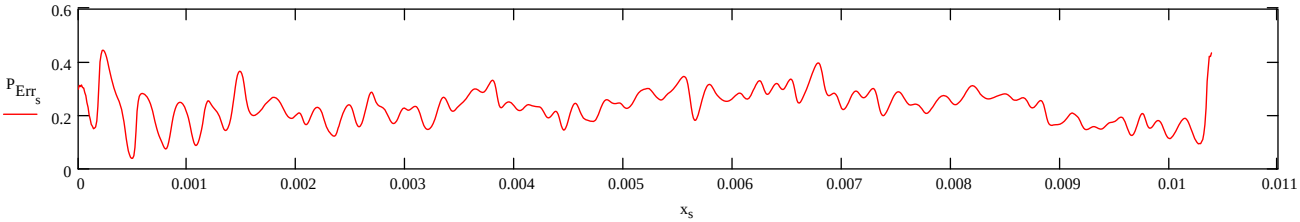


Korrigierte Phasen $Ppk := phasecor(Pp)$ $P1pk := phasecor(P1p)$

Im ungestörten Bild sollte eine lineare Phasenänderung zu erkenne sein --> lineare Regression der Phase im ungestörten Bild ergibt Qualitätsinformation der Abbildung

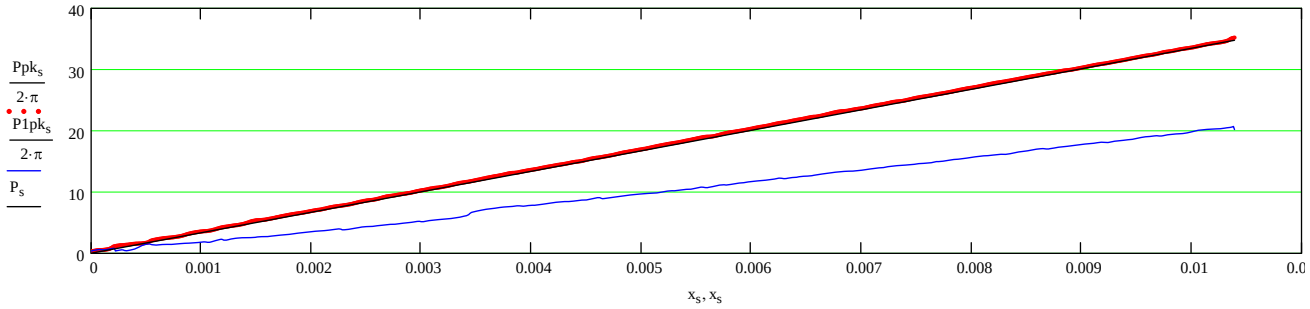
$Reg := linie(x, Ppk)$ $Reg = \begin{pmatrix} 1.467 \\ 2.103 \times 10^4 \end{pmatrix} \frac{1}{m}$ Geradengleichung für Perioden $P_s := \left(\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K \cdot s\right) + \frac{Reg_0}{2 \cdot \pi} \cdot K$ $\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K = 0.033$

Abweichung des ungestörten Bildes von der Geradengleichung $P_{Err_s} := \frac{Ppk_s}{2\cdot\pi} - P_s$



Mittlere Anzahl von Perioden pro Pixelgrößeberechnet aus Originalbild (sollte kleiner als 0.1 sein) $\frac{Reg_1}{2\cdot\pi}\cdot K = 0.033$

Darstellung der korrigierten Phasen



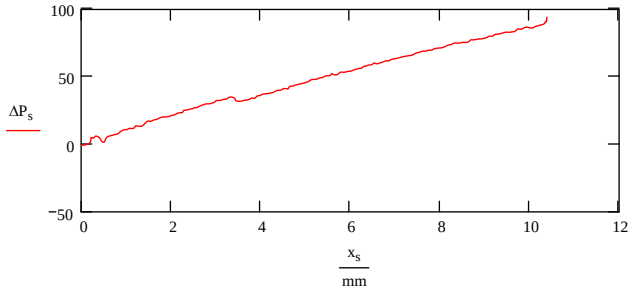
Phasendifferenz $\Delta P_s := Ppk_s - P1pk_s$

Umwandlung Phasendifferenz in Dickenänderung
2π entsprechen Dickenänderung von λ im Material (λ / n)

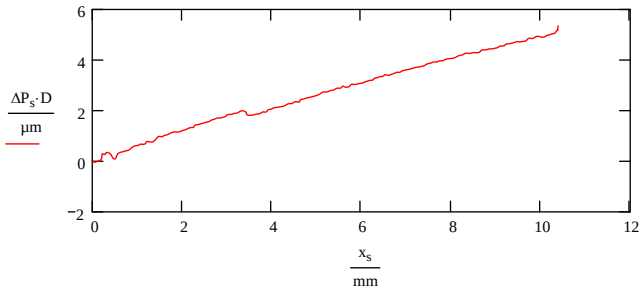
Brechungsindex $n := 1.49$ Wellenlänge $\lambda := 532\cdot nm$ $D := \frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot n}$ $D = 56.826\,nm$

Ergebnisse

Phasendifferenz in rad



Dickendifferenz in µm

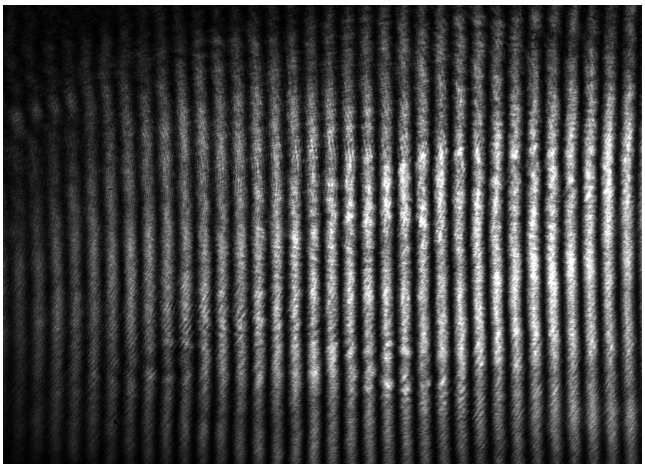


$nm := 10^{-9} \cdot m$ $\mu m := 10^{-6} \cdot m$

Bilder einlesen

Ohne Störung

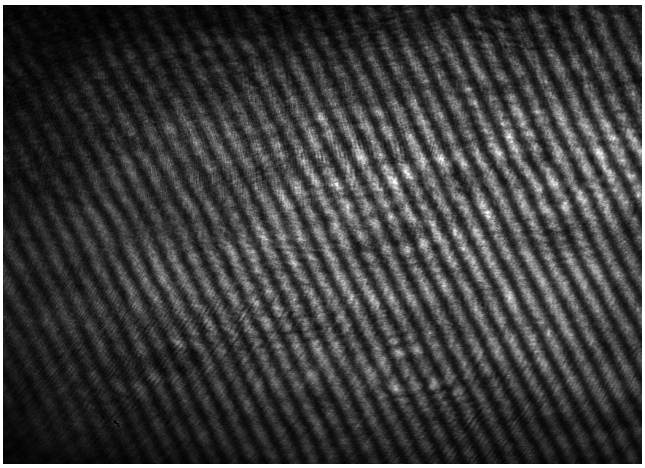
$B := BMPLESEN("ref3.bmp")$



B

Mit Störung

$B1 := BMPLESEN("laserbrille3.bmp")$



B1

Pixelgröße des Bildes $Z := zeilen(B)$ $S := spalten(B)$

Ab welcher Spalte soll die Auswertung erfolgen (Qualität der Bilder) $Ab := 0$ $S := S - Ab$ $S =$

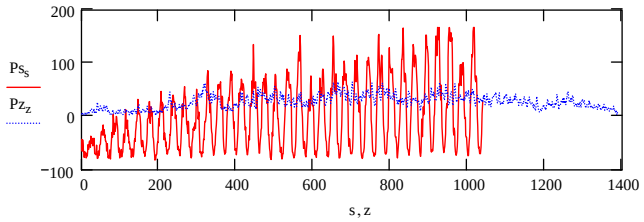
Luafvariablen für Zeilen und Palten $s := 0 .. S - 1$ $z := 0 .. Z - 1$

Ausgesuchte Zeile oder Spalte $s1 := 50$ $z1 := 750$

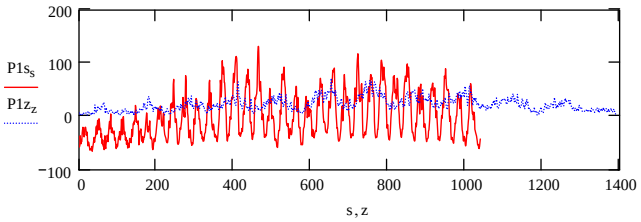
Kalibrierungsfaktor der Kamera (Größe Pixelabbildung) $K := 10 \cdot \mu m$ $x_s := s \cdot K$

Auslesen einer Spalte / Zeile und Abzug Mittelwert

$Ps_s := B_{z1, s+Ab}$ $Pz_z := B_{z, s1}$ $Ps := Ps - mittelwert(Ps)$



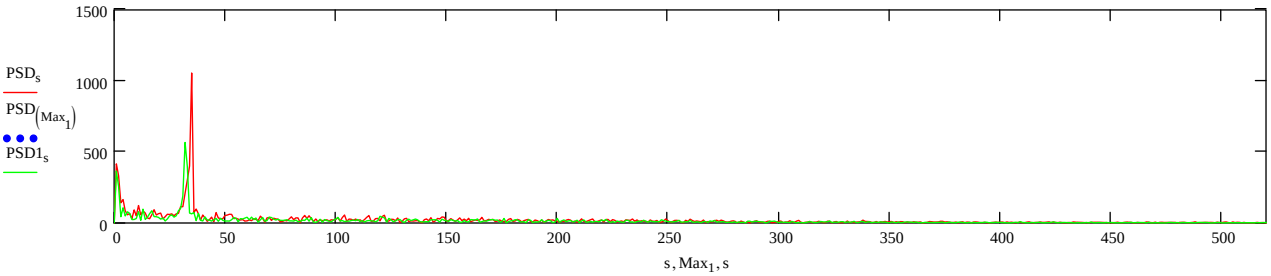
$P1s_s := B1_{z1, s+Ab}$ $P1z_z := B1_{z, s1}$ $P1s := P1s - mittelwert(P1s)$



Filterrung (optional)

$Spektrum := cfft(Ps)$ $PSD_s := |Spektrum_s|$ $Spektrum1 := cfft(P1s)$ $PSD1_s := |Spektrum1_s|$

$Max := WhereIsValue(PSD, max(PSD))$



$Filterlaenge := 50$

$Filter := bandpass(0.02, 0.1, Filterlaenge, 3)$

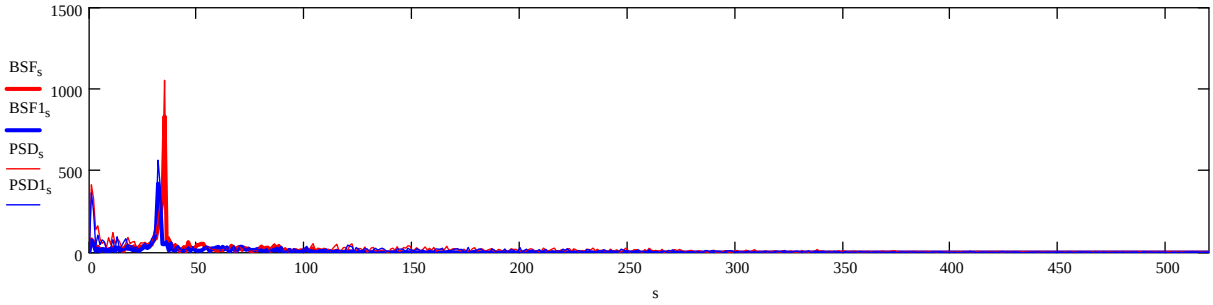
$PsF := response(Ps, Filter, S + Filterlaenge)$ $P1sF := response(P1s, Filter, S + Filterlaenge)$

Einschalten für Filterung $Ps_s := PsF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

$SF := cfft(Ps)$ $BSF_s := |SF_s|$

Einschalten für Filterung $P1s_s := P1sF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

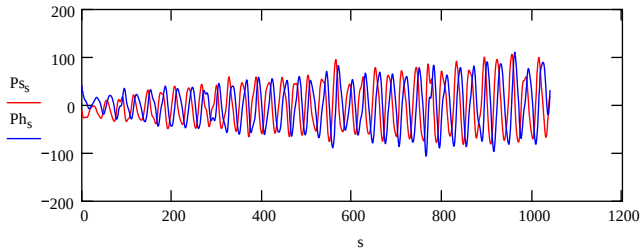
$SF1 := cfft(P1s)$ $BSF1_s := |SF1_s|$

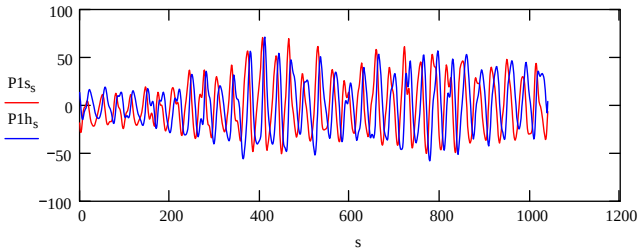


Berechnung und Darstellung Hilberttransformation (90° örtlich phasenverschobenes Signal)

Hilberttransformation $Ph := hilbert(Ps)$ $Pc_s := Ps_s + j \cdot Ph_s$

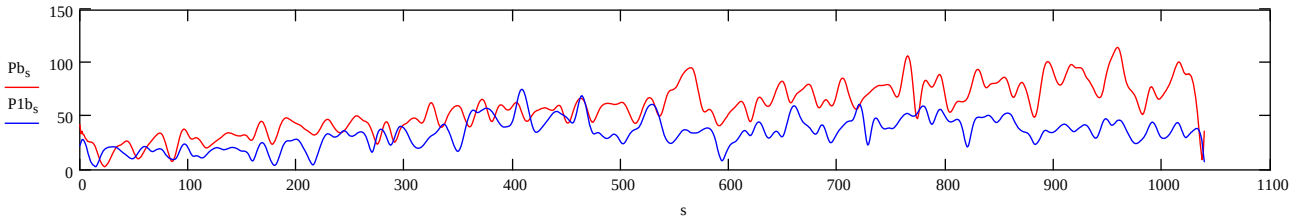
$P1h := hilbert(P1s)$ $P1c_s := P1s_s + j \cdot P1h_s$



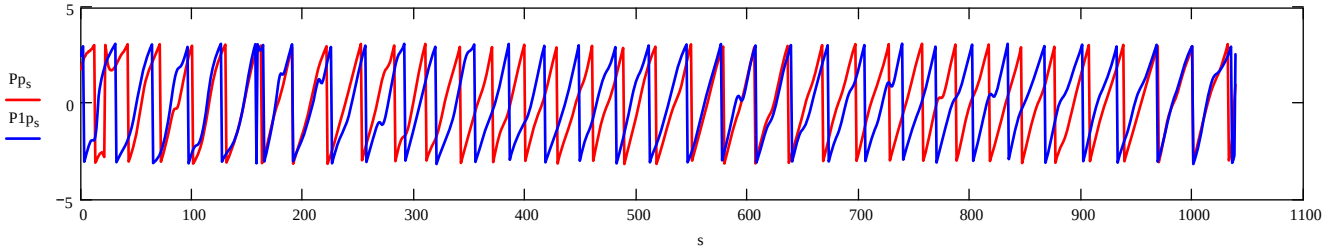


Berechnung Betrag und Phase und Phasenkorrektur

Beträge $Pb_s := |Pc_s|$ $P1b_s := |P1c_s|$



Phasen $Pp_s := arg(Pc_s)$ $P1p_s := arg(P1c_s)$

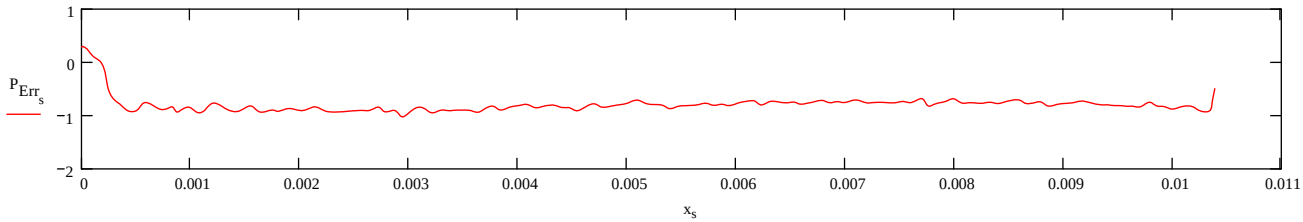


Korrigierte Phasen $Ppk := phasecor(Pp)$ $P1pk := phasecor(P1p)$

Im ungestörten Bild sollte eine lineare Phasenänderung zu erkenne sein --> lineare Regression der Phase im ungestörten Bild ergibt Qualitätsinformation der Abbildung

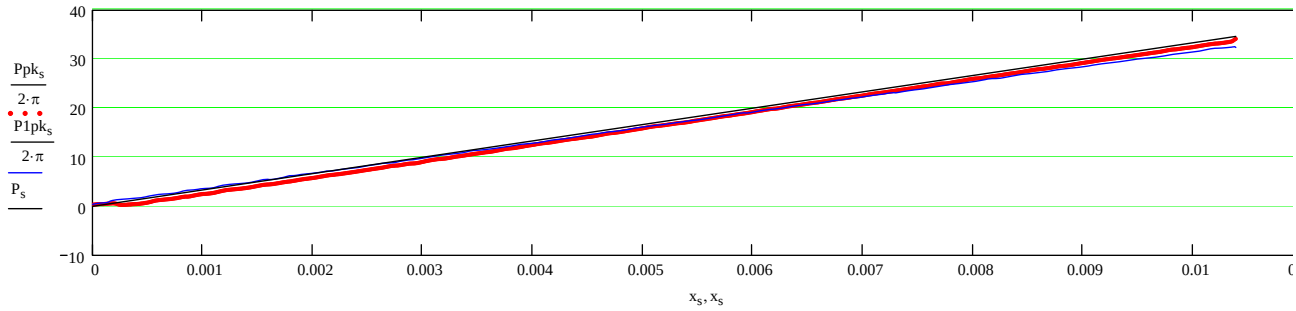
$Reg := linie(x, Ppk)$ $Reg = \begin{pmatrix} -5.008 \\ 2.096 \times 10^{4} \end{pmatrix} \frac{1}{m}$ Geradengleichung für Perioden $P_s := \left(\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K \cdot s\right) + \frac{Reg_0}{2 \cdot \pi} \cdot K$ $\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K = 0.033$

Abweichung des ungestörten Bildes von der Geradengleichung $P_{Err_s} := \frac{Ppk_s}{2\cdot\pi} - P_s$



Mittlere Anzahl von Perioden pro Pixelgrößeberechnet aus Originalbild (sollte kleiner als 0.1 sein) $\frac{Reg_1}{2\cdot\pi}\cdot K = 0.033$

Darstellung der korrigierten Phasen



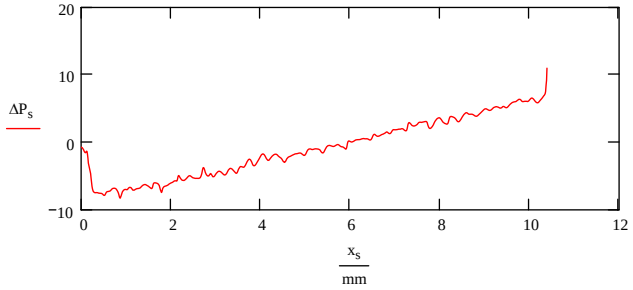
Phasendifferenz $\Delta P_s := Ppk_s - P1pk_s$

Umwandlung Phasendifferenz in Dickenänderung
2π entsprechen Dickenänderung von λ im Material (λ / n)

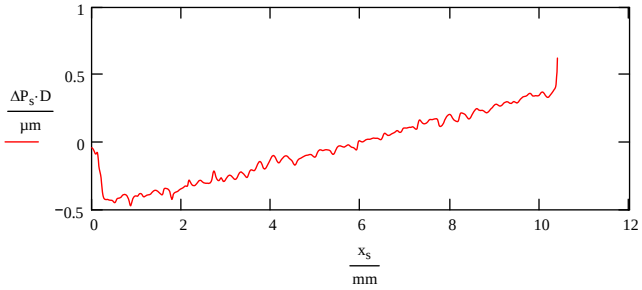
Brechungsindex $n := 1.49$ Wellenlänge $\lambda := 532\cdot nm$ $D := \frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot n}$ $D = 56.826\,nm$

Ergebnisse

Phasendifferenz in rad



Dickendifferenz in µm

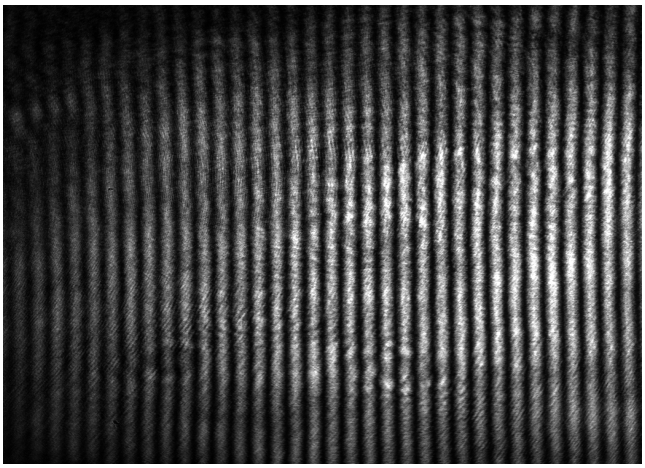


$nm := 10^{-9} \cdot m$ $\mu m := 10^{-6} \cdot m$

Bilder einlesen

Ohne Störung

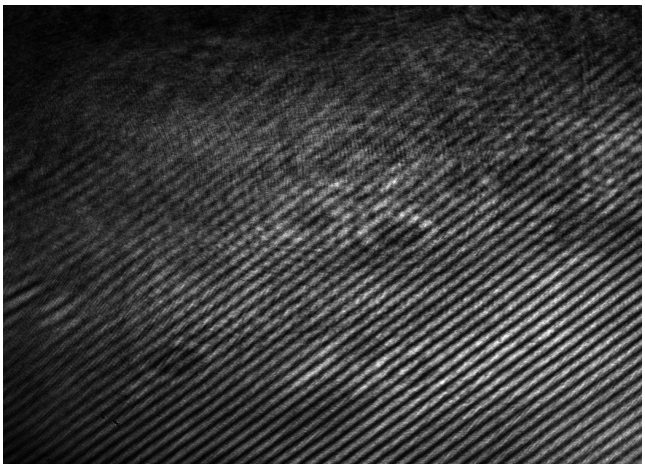
$B := BMPLESEN("ref3.bmp")$



B

Mit Störung

$B1 := BMPLESEN("linse4.bmp")$



B1

Pixelgröße des Bildes $Z := zeilen(B)$ $S := spalten(B)$

Ab welcher Spalte soll die Auswertung erfolgen (Qualität der Bilder) $Ab := 0$ $S := S - Ab$ $S =$

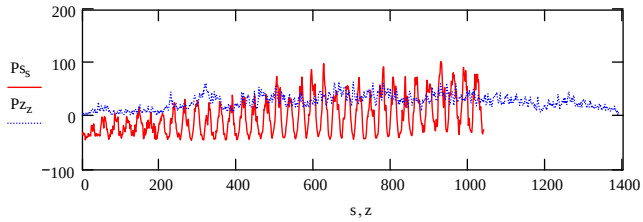
Luafvariablen für Zeilen und Palten $s := 0 .. S - 1$ $z := 0 .. Z - 1$

Ausgesuchte Zeile oder Spalte $s1 := 50$ $z1 := 1260$

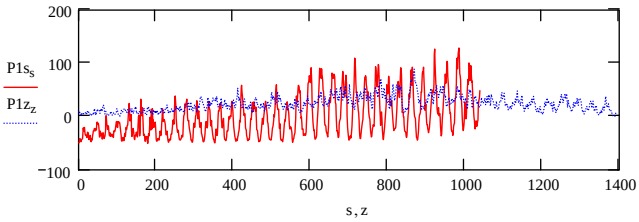
Kalibrierungsfaktor der Kamera (Größe Pixelabbildung) $K := 10 \cdot \mu m$ $x_s := s \cdot K$

Auslesen einer Spalte / Zeile und Abzug Mittelwert

$Ps_s := B_{z1, s+Ab}$ $Pz_z := B_{z, s1}$ $Ps := Ps - mittelwert(Ps)$



$P1s_s := B1_{z1, s+Ab}$ $P1z_z := B1_{z, s1}$ $P1s := P1s - mittelwert(P1s)$

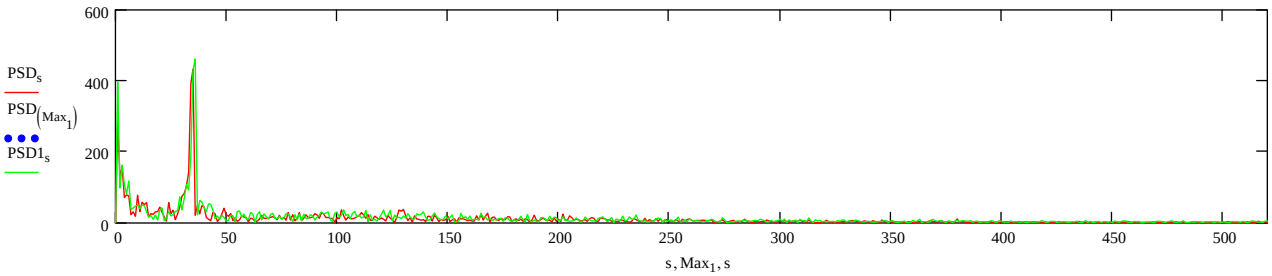


Filterrung (optional)

$Spektrum := cfft(Ps)$ $PSD_s := |Spektrum_s|$

$Spektrum1 := cfft(P1s)$ $PSD1_s := |Spektrum1_s|$

$Max := WhereIsValue(PSD, max(PSD))$



$Filterlaenge := 50$

$Filter := bandpass(0.02, 0.1, Filterlaenge, 3)$

$PsF := response(Ps, Filter, S + Filterlaenge)$

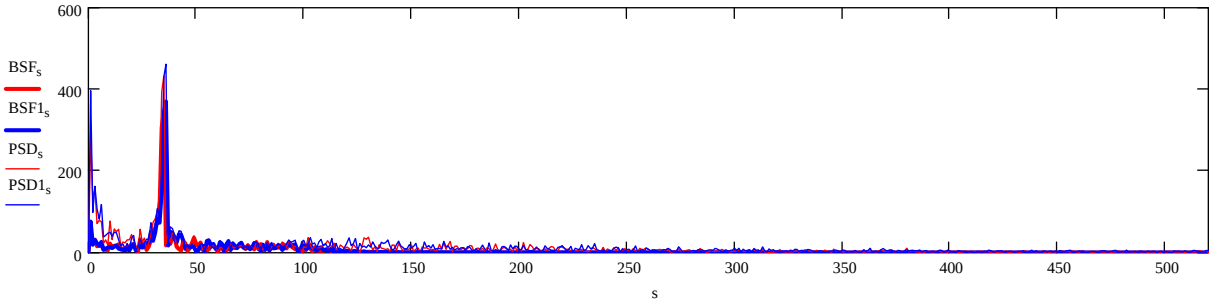
$P1sF := response(P1s, Filter, S + Filterlaenge)$

Einschalten für Filterung $Ps_s := PsF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

$SF := cfft(Ps)$ $BSF_s := |SF_s|$

Einschalten für Filterung $P1s_s := P1sF_{s+\frac{Filterlaenge}{2}}$

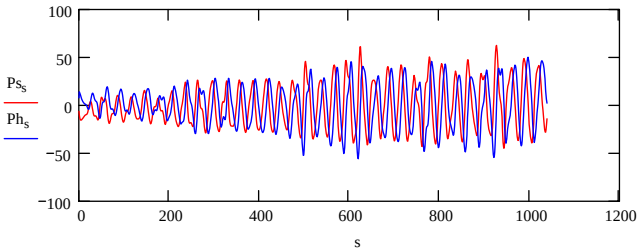
$SF1 := cfft(P1s)$ $BSF1_s := |SF1_s|$

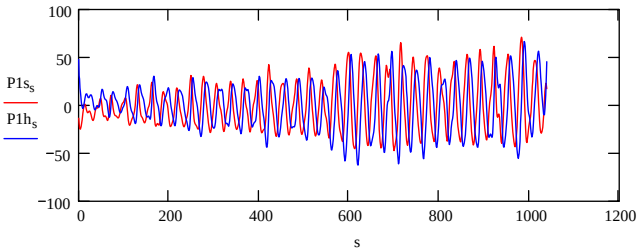


Berechnung und Darstellung Hilberttransformation (90° örtlich phasenverschobenes Signal)

Hilberttransformation $Ph := hilbert(Ps)$ $Pc_s := Ps_s + j \cdot Ph_s$

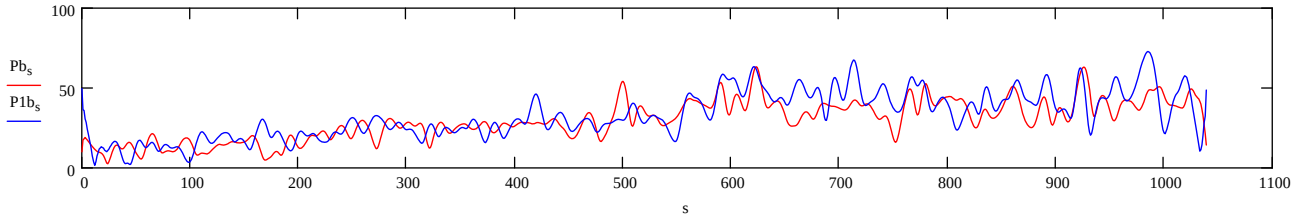
$P1h := hilbert(P1s)$ $P1c_s := P1s_s + j \cdot P1h_s$



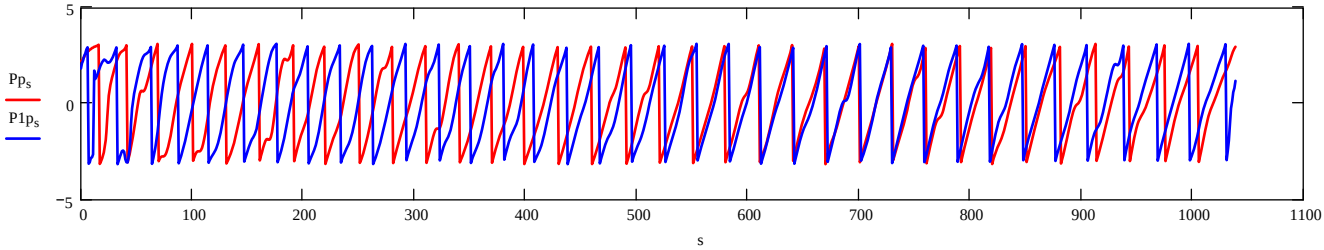


Berechnung Betrag und Phase und Phasenkorrektur

Beträge $Pb_s := |Pc_s|$ $P1b_s := |P1c_s|$



Phasen $Pp_s := arg(Pc_s)$ $P1p_s := arg(P1c_s)$

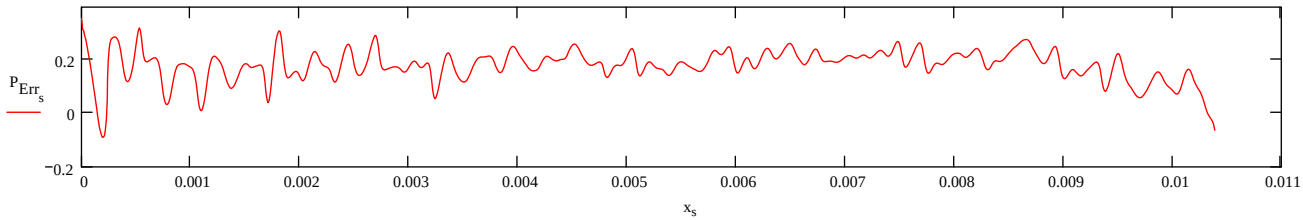


Korrigierte Phasen $Ppk := phasecor(Pp)$ $P1pk := phasecor(P1p)$

Im ungestörten Bild sollte eine lineare Phasenänderung zu erkenne sein --> lineare Regression der Phase im ungestörten Bild ergibt Qualitätsinformation der Abbildung

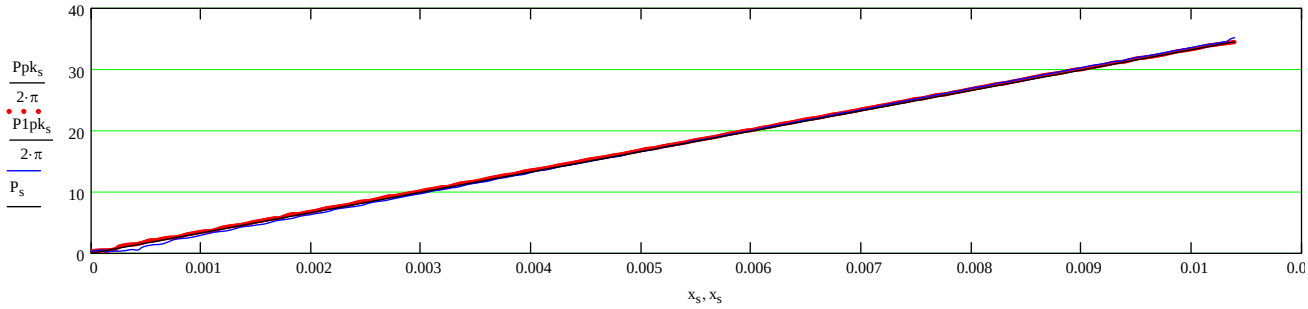
$Reg := linie(x, Ppk)$ $Reg = \begin{pmatrix} 1.136 \\ 2.089 \times 10^4 \end{pmatrix} \frac{1}{m}$ Geradengleichung für Perioden $P_s := \left(\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K \cdot s\right) + \frac{Reg_0}{2 \cdot \pi} \cdot K$ $\frac{Reg_1}{2 \cdot \pi} \cdot K = 0.033$

Abweichung des ungestörten Bildes von der Geradengleichung $P_{Err_s} := \frac{Ppk_s}{2\cdot\pi} - P_s$



Mittlere Anzahl von Perioden pro Pixelgrößeberechnet aus Originalbild (sollte kleiner als 0.1 sein) $\frac{Reg_1}{2\cdot\pi}\cdot K = 0.033$

Darstellung der korrigierten Phasen



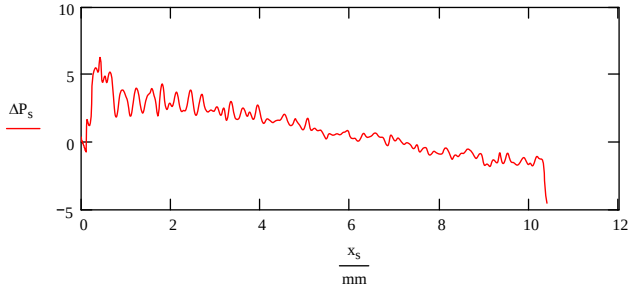
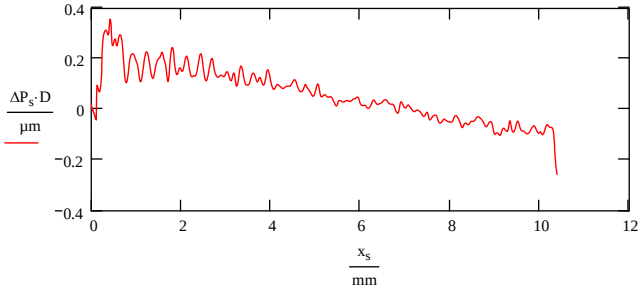
Phasendifferenz $\Delta P_s := Ppk_s - P1pk_s$

Umwandlung Phasendifferenz in Dickenänderung
2π entsprechen Dickenänderung von λ im Material (λ / n)

Brechungsindex $n := 1.49$ Wellenlänge $\lambda := 532\cdot nm$ $D := \frac{\lambda}{2\cdot\pi\cdot n}$ $D = 56.826\,nm$

Ergebnisse

Phasendifferenz in rad



Dickendifferenz in µm