

Universität  
Rostock



Traditio et Innovatio

Technische Optik  
Praktikum Laser-Triangulation

Hans Herrmann

Felix Kayser

Hermann Pommerenke

Tino Steinmetz

09. Juli 2015

**Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Prinzip der Laser-Triangulation . . . . .	1
1.2	Herleitung . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>

## 1 Einleitung

### 1.1 Prinzip der Laser-Triangulation

Die Laser-Triangulation ist ein Verfahren zur optischen Abstandsmessung. Dabei wird die Eigenschaft einer Linse genutzt, den Winkel eines einfallenden Lichtstrahls in den Ort eines auf einen Schirm projizierten Bildpunktes zu transformieren. Bei dem erfassten Lichtstrahl handelt es sich dabei um den Lichtpunkt eines Lasers, der ein Objekt trifft. Der Projektionschirm wird durch den CCD-Sensor einer Kamera gebildet.

Wird das Objekt entlang des Laserstrahls verschoben, so ändert sich auch der Einfallswinkel auf das Linsensystem der feststehenden Kamera und es kommt zu einer Verschiebung des Bildpunktes auf dem Sensor. Aus dieser Verschiebung kann dann auf die Entfernungsänderung des Objektes geschlossen werden.

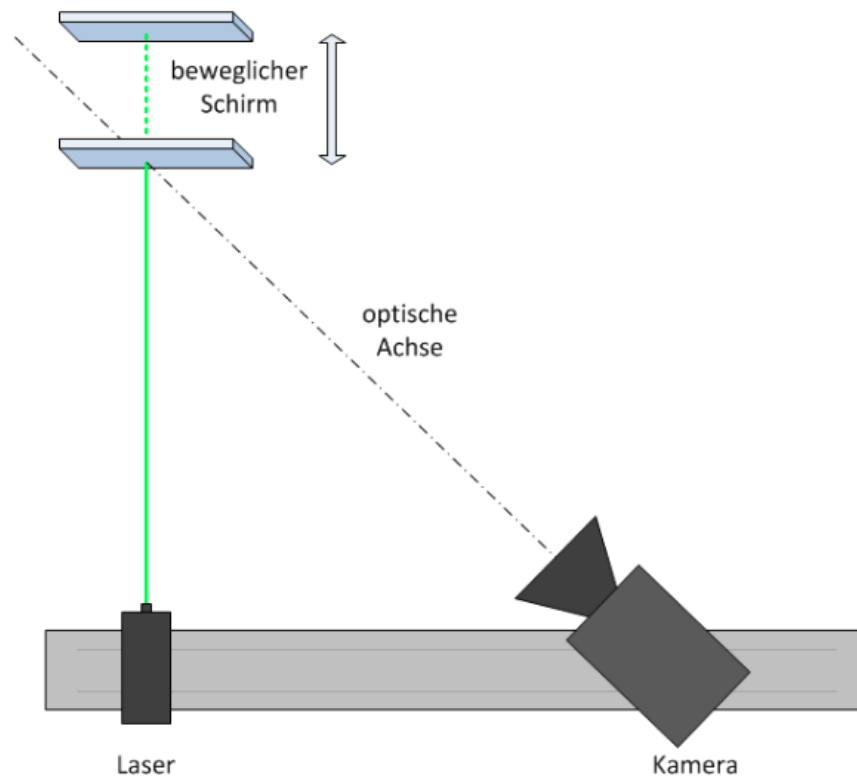


Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau [Kos15]

## 1.2 Herleitung

Die zurückgelegte Entfernung ergibt sich aus der Differenz der Gesamtentfernung  $z_{ges}$  des Startpunktes  $z_0$ .

$$z = z_{ges} - z_0 \quad (1)$$

Da sich die Strahlengänge in rechtwinklige Dreiecke unterteilen lassen, können durch Anwendung des Cosinus- und Sinussatzes Ausdrücke für  $z_{ges}$  und  $z_0$  bestimmt werden, die nur von der Entfernung  $d$  zwischen Linse und Laser und den Winkeln  $\alpha$  und  $\beta$  abhängen.

$$\left. \begin{aligned} \cos(\beta - \alpha) &= \frac{z_{ges}}{g'} \\ \sin(\beta - \alpha) &= \frac{d}{g'} \end{aligned} \right\} \quad z_{ges} = d \cdot \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\sin(\beta - \alpha)} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(\beta) &= \frac{z_0}{g_1} \\ \sin(\beta) &= \frac{d}{g_1} \end{aligned} \right\} \quad z_0 = d \cdot \frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta)} \quad (3)$$

Die entstandenen Terme können nun in Gleichung (1) eingesetzt werden. Wie man leicht sieht lassen sich die Brüche der Winkelfunktionen in den Cotangens überführen.

$$z = d \cdot \left( \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\sin(\beta - \alpha)} - \frac{\cos(\beta)}{\sin(\alpha)} \right) \quad (4)$$

$$= d \cdot (\cot(\beta - \alpha) - \cot(\beta)) \quad (5)$$

Da der Winkel  $\alpha$  nicht direkt gemessen werden kann muss ein Ausdruck gefunden werden, der von den Parametern des Optischen Systems abhängt. Dazu werden zunächst die Punktverschiebung auf dem CCD-Sensor  $\Delta p'$  und die Bildweite  $b$  als bekannt angenommen.

$$\left. \begin{aligned} \sin(\alpha) &= \frac{\Delta p'}{b'} \\ \cos(\alpha) &= \frac{b}{b'} \end{aligned} \right\} \quad \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\Delta p'}{b} = \tan(\alpha) \quad (6)$$

Durch Umkehrung des Tangens erhält man nun für  $\alpha$ :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\Delta p'}{b}\right) \quad (7)$$

Da auch der Abstand  $d$  zwischen Brennpunkt und Laser nicht genau bestimmt werden kann, ist es notwendig diesen durch bekannte Größen zu substituieren. Abhilfe schafft hier die Anwendung des Sinussatzes auf den Winkel  $\beta$ .

$$\sin(\beta) = \frac{d}{g_1} \quad (8)$$

$$d = g_1 \cdot \sin(\beta) \quad (9)$$

Setzt man nun (7) und (9) in Gleichung (5) ein, so ergibt sich folgender Ausdruck:

$$z = g_1 \cdot \sin(\beta) \cdot \left\{ \cot \left[ \beta - \arctan \left( \frac{\Delta p'}{b} \right) \right] - \cot(\beta) \right\} \quad (10)$$

Mit Hilfe der Linsengleichung (11) muss nun noch ein passender Ausdruck für  $b$  gefunden werden.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \quad (11)$$

$$b = \frac{f \cdot g}{g - f} \quad (12)$$

Durch das Einsetzen von (12) in Gleichung (10) ergibt sich ein Ausdruck für  $z$ , der nur von bekannten oder messbaren Größen abhängt.

$$z = g_1 \cdot \sin(\beta) \cdot \left\{ \cot \left[ \beta - \arctan \left( \frac{\Delta p'}{\frac{f \cdot g}{g - f}} \right) \right] - \cot(\beta) \right\} \quad (13)$$

## **2 Versuchsaufbau**

### 3 Auswertung

$z/\text{mm}$	$px_g$	$px_m$	$z_g/\text{mm}$	$z_m/\text{mm}$	$\Delta z_g/\text{mm}$	$\Delta z_m/\text{mm}$	$\frac{\Delta z_g}{z}$	$\frac{\Delta z_m}{z}$
0	150.93	147	0	0	0	0	0	0
10	241.02	226	9.87	8.64	-0.13	-1.36	-1.32	-13.6
20	329.67	337	19.81	21.09	-0.19	1.09	-0.96	5.44
30	416.47	419	29.77	30.52	-0.23	0.52	-0.77	1.74
40	501.17	501	39.72	40.17	-0.28	0.17	-0.7	0.41
50	583.43	569	49.6	48.33	-0.4	-1.67	-0.8	-3.34
60	664.29	650	59.54	58.25	-0.46	-1.75	-0.77	-2.91
70	743.56	728	69.5	68.02	-0.5	-1.98	-0.72	-2.83
80	820.99	831	79.44	81.26	-0.56	1.26	-0.7	1.57
90	896.68	890	89.38	89.01	-0.62	-0.99	-0.69	-1.1
100	970.41	968	99.27	99.47	-0.73	-0.53	-0.73	-0.53

Tabelle 1: Messwerte

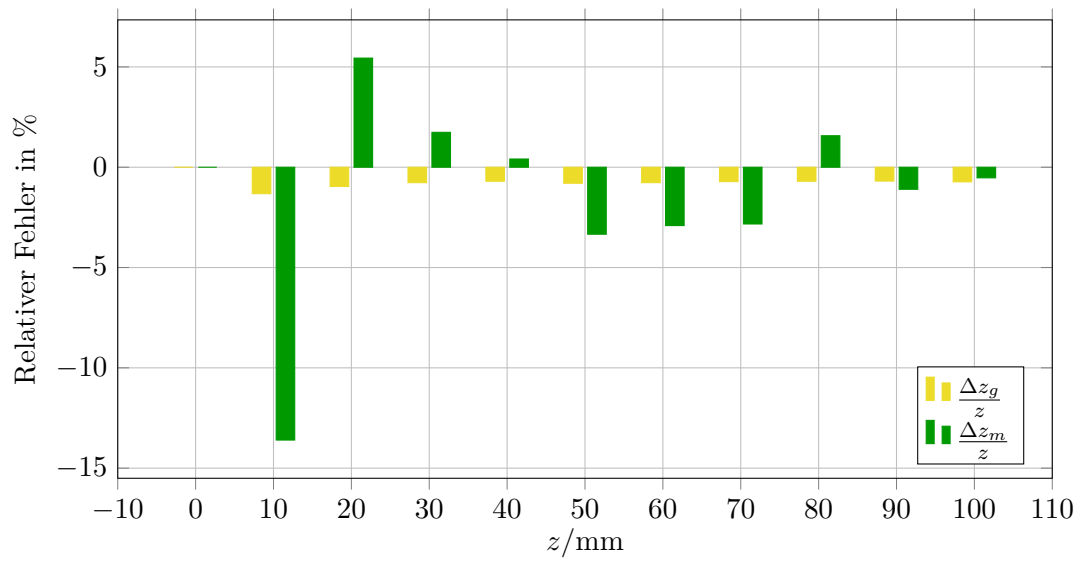


Abbildung 2: Relative Fehler

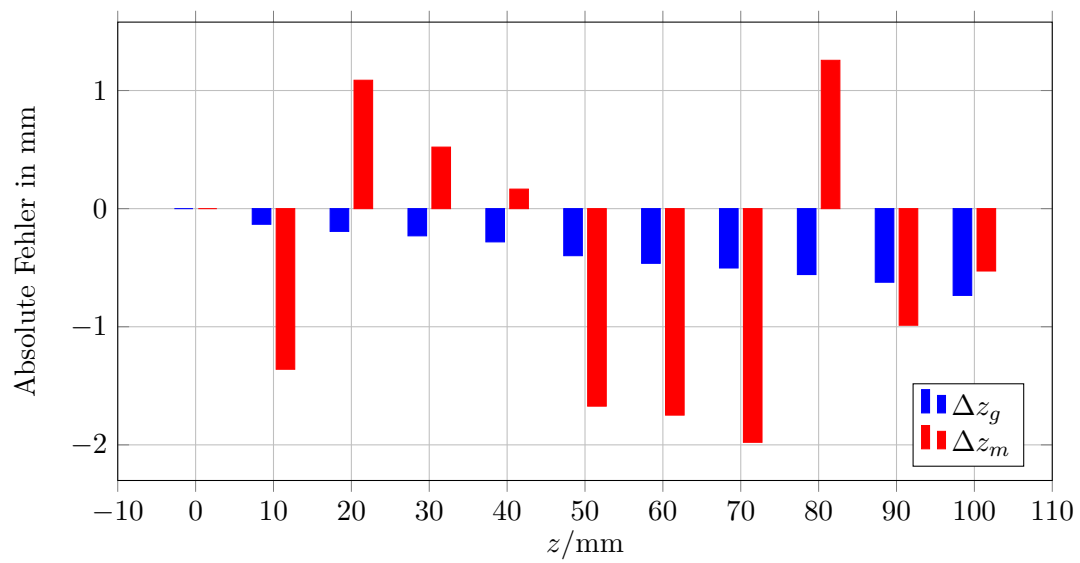


Abbildung 3: Absolute Fehler



## Literatur

- [Kos15] R. Kostbade. *Praktikumsanleitung: Versuch Laser-Triangulation*. Institut für Allgemeine Elektrotechnik, Universität Rostock. 2015.