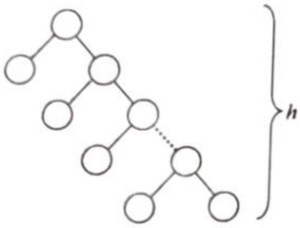
树与二叉树作业一

1. B 2010 年考研真题

设树中度为 i（$i = 0, 1, 2, 3, 4$）的结点数分别为 n_i，树中结点总数为 n，则 $n =$ 分支数 $+ 1$，而分支数又等于树中各结点的度之和，即 $n = 1 + n_1 + 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 = n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4$。依题意，$n_1 + 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 = 10 + 2 + 30 + 80 = 122$，$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 10 + 1 + 10 + 20 = 41$，可得出 $n_0 = 82$，即树 T 的叶结点的个数是 82。

2. C 要求满足条件的树，那么该树是一棵完全三叉树。在度为 3 的完全三叉树中，第 1 层有 1 个结点，第 2 层有 $3^1=3$ 个结点，第 3 层有 $3^2=9$ 个结点，第 4 层有 $3^3=27$ 个结点，因此结点数之和为 1+3+9+27=40，第 5 层的结点数=50-40=10 个，因此最小高度为 5。
3. B 由二叉树的性质 $n_0=n_2+1$，得 $n_2=n_0-1=10-1=9$。
4. B 结点最少的情况如下图所示。除根结点层只有 1 个结点外，其他 h-1 层均有两个结点，结点总数为 2(h-1)+1=2h-1。



5. B 在非空的二叉树当中，由度为 0 和 2 的结点数的关系 $n_0=n_2+1$ 可知 $n_2=123$。总结点数 $n_0+n_1+n_2=247+n_1$，其最大值为 248 (m 的取值为 1 或 0，当 $n_1=1$ 时结点最多)。注意，由完全二叉树总结点数的奇偶性可以确定 n_1 的值，但不能根据 n_0 来确定 n_1 的值。
6. C 第 6 层有叶结点，完全二叉树的高度可能为 6 或 7，显然树高为 7 时结点最多。完全二叉树与满二叉树相比，只是在最下一层的右边缺少了部分叶结点，而最后一层之上是个满二叉树，并且只有最后两层上有叶结点。若第 6 层上有 8 个叶结点，则前 6 层为满二叉树，而第 7 层缺失了 8x2=16 个叶结点，故完全二叉树的结点个数最多为 $2^7-1-16=111$。
7. C 由完全二叉树的性质，最后一个分支结点的序号为 768/2 结果向下取整，值为 384。故叶结点的个数为 768-384=384。**[另解]**$n=n_0+n_1+n_2=n_0+n_1+(n_0-1)=2n_0+n_1-1$，其中 n=768，而在完全二叉树中 n_1 只能取 0 或 1，当 $n_1=0$ 时，n_0 为小数，不符合题意。所以 $n_1=1$，故 $n_0=384$。
8. A 二叉树采用顺序存储时，用数组下标来表示结点之间的父子关系。对于一棵高度为 5 的二叉树，为了满足任意性，其 1~5 层的所有结点都要被存储起来，即考虑为一棵高度为 5 的满二叉树，共需要存储单元的数量为 1+2+4+8+16=31。
9. D 经典题型，还不会的仔细看课件！
10. A 经典题型，还不会的仔细看课件！
11. B 经典题型，还不会的仔细看课件！

12. C 2011 年考研真题

前序序列为 NLR，后序序列为 LRN，由于前序序列和后序序列刚好相反，故不可能存在一个结点同时有左右孩子，即二叉树的高度为 4。1 为根结点，由于根结点只能有左孩子（或右孩子），因此在中序序列中，1 或在序列首或在序列尾，选项 A, B, C, D 皆满足要求。仅考虑以 1 的孩子结点 2 为根结点的子树，它也只能有左孩子（或右孩子），因此在中序序列中，2 或在序列首或在序列尾，选项 A, B, D 皆满足要求，故选选项 C。

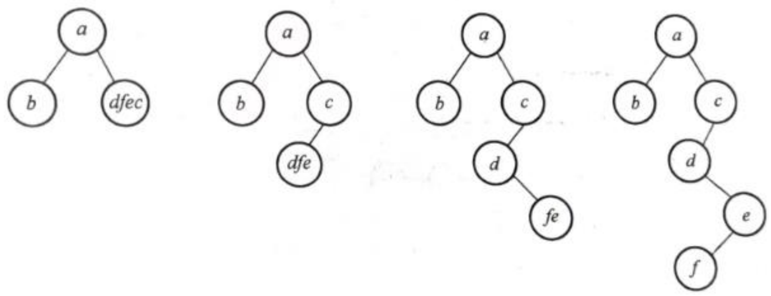
13. B 2015 年考研真题

根据二叉树前序遍历和中序遍历的递归算法中递归工作栈的状态变化得出：前序序列和中序序列的关系相当于以前序序列为入栈次序，以中序序列为出栈次序。因为前序序列和中序序列可以唯一地确定一棵二叉树，所以题意相当于“以序列 a, b, c, d 为入栈次序，则出栈序列的个数为？”，对于 n 个不同元素进栈，出栈序列的个数为 $\frac{1}{n+1}C_{2n}^{n}=14$。

树与二叉树作业二

1. C 2020 年考研真题

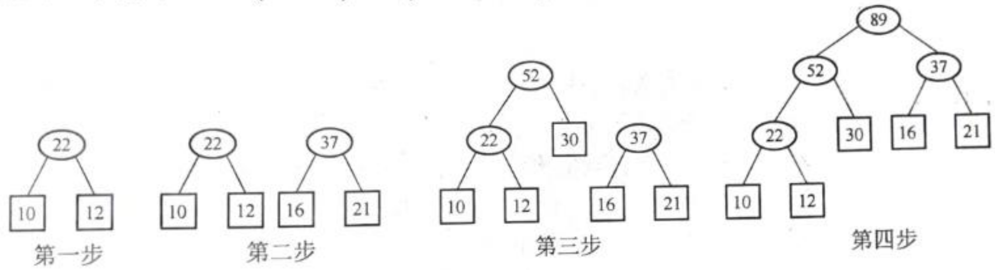
森林 F 的先根遍历序列对应于其二叉树 T 的先序遍历序列，森林 F 的后根遍历序列对应于其二叉树 T 的中序遍历序列。即 T 的先序遍历序列为 a, b, c, d, e, f，中序遍历序列为 b, a, d, f, e, c。根据二叉树 T 的先序序列和中序序列可以唯一确定它的结构，构造过程如下：



可以得到二叉树 T 的后序序列为 b, f, e, d, c, a。

2. B 2021 年考研真题

对于带权值的结点，构造出哈夫曼树的带权路径长度（WPL）最小，哈夫曼树的构造过程如下图所示。求得其 WPL = (10 + 12)×3 + (30 + 16 + 21)×2 = 200，故选择选项 B。



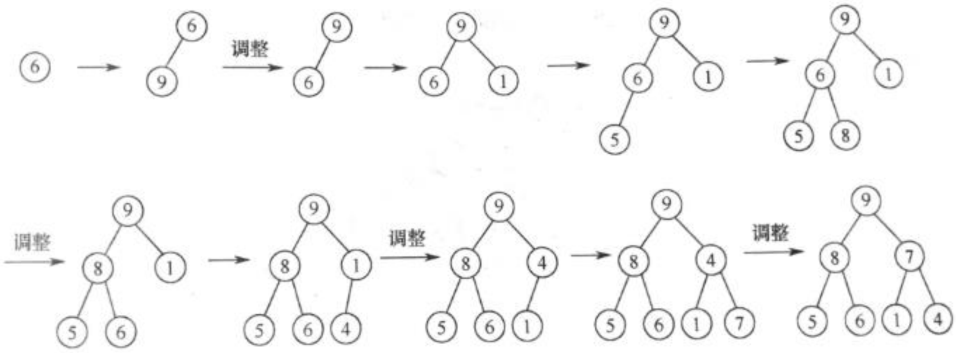
3. C 2019 年考研真题，n 个符号构造成哈夫曼树的过程中，共新建了 n-1 个结点(双分支结点)，因此哈夫曼树的结点总数为 2n-1=115，n 的值为 58，答案选择选项 C。

4. A 2011 年考研真题，在二叉排序树中，左子树结点值小于根结点，右子树结点值大于根

结点。在选项 A 中，当查找到 91 后再向 24 查找，说明这一条路径(左子树)之后查找的数都要比 91 小，而后面却查找到了 94，因此错误，故选 A。

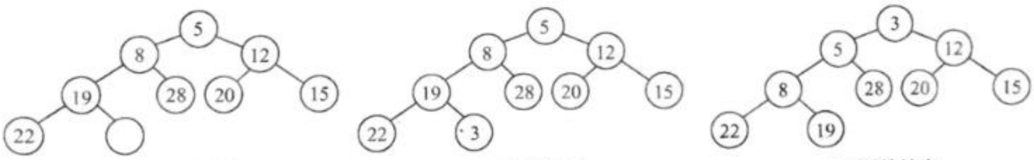
5. B 2021 年考研真题

要熟练掌握调整堆的方法，建堆的过程如下图所示，故答案选择选项 B。



6. A 2009 年考研真题

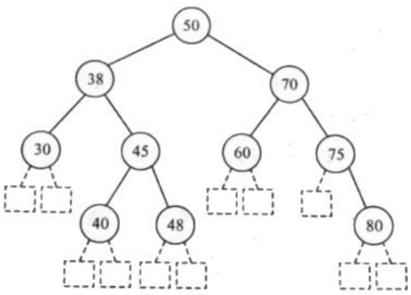
插入关键字 3 后，堆的变化过程如下图所示。



(a) 原始堆　(b) 插入3　(c) 调整结束

7. 如下

先序序列为(50, 38, 30, 45, 40, 48, 70, 60, 75, 80)，二叉树的中序序列是一个有序序列，故为(30, 38, 40, 45, 48, 50, 60, 70, 75, 80)，由先序序列和中序序列可以构造出对应的二叉树，如下图所示。



查找成功的平均查找长度为

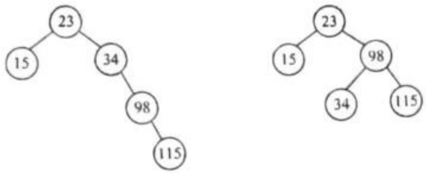
$$ASL = (1\times1 + 2\times2 + 3\times4 + 4\times3)/10 = 2.9$$

图中的方块结点为虚构的查找失败结点，其查找路径为从根结点到其父结点（圆形结点）的结点序列，故对应的查找失败平均长度为

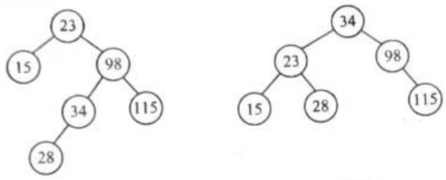
$$ASL = (3\times5 + 4\times6)/11 = 39/11$$

8. 如下，还不会的看课件!

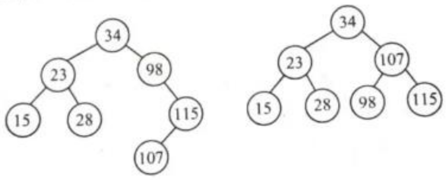
第一步：插入结点 34, 23, 15 后，需要根结点 34 的子树做 LL 调整。



第二步：插入结点 98, 115 后，需要根结点 34 的子树做 RR 调整。



第三步：插入结点 28 后，需要根结点 23 的子树做 RL 调整。



第四步：插入结点 107 后，需要根结点 98 的子树做 RL 调整。

9. 如下

1）算法思想。

【方法 1】定义含 10 个元素的数组 A，初始时元素值均为该数组类型能表示的最大数 MAX。

for M 中的每个元素 s

if (s<A[9]) 丢弃 A[9] 并将 s 按升序插入到 A 中;

当数据全部扫描完毕，数组 A[0]～A[9] 保存的即是最小的 10 个数。

【方法 2】定义含 10 个元素的大根堆 H，元素值均为该堆元素类型能表示的最大数 MAX。

for M 中的每个元素 s

if (s<H 的堆顶元素) 删除堆顶元素并将 s 插入到 H 中;

当数据全部扫描完毕，堆 H 中保存的即是最小的 10 个数。

2）算法平均情况下的时间复杂度是 $O(n)$，空间复杂度是 $O(1)$。