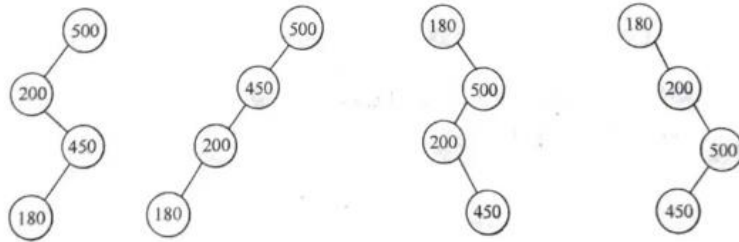


## 查找

### 1. A 2015 年考研真题

如下图所示，画出查找路径图，因为折半查找的判定树是一棵二叉排序树，因此看其是否满足二叉排序树的要求。



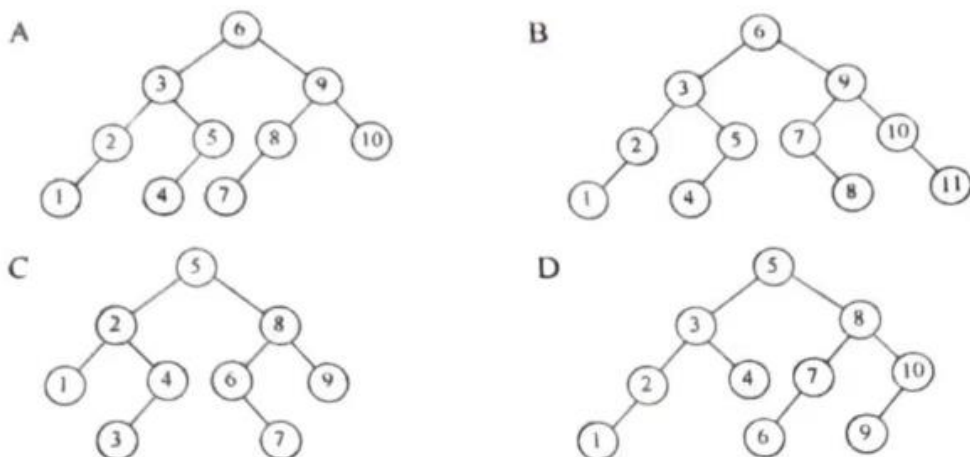
显然，选项 A 的查找路径不满足。

### 2. C

为使查找效率最高，每个索引块的大小应是  $\sqrt{65025}=255$ ，为每个块建立索引，则索引表中索引项的个数为 255。若对索引项和索引块内部都采用折半查找，则查找效率最高，为  $\lceil \log_2(255+1) \rceil + \lceil \log_2(255+1) \rceil = 16$ 。

### 3. A 2017 年考研真题

折半查找判定树是一棵二叉排序树，其中序序列是一个有序序列。可在树结点上依次填上相应的序号，符合折半查找规则的树即为所求，如下图所示。折半查找算法在选取中间结点时，要么采用向上取整的方式，要么采用向下取整的方式。B 选项，4、5 相加除以 2 采用的是向上取整，7、8 相加除以 2 采用的是向下取整，矛盾。C 选项，3、4 相加除以 2 采用的是向上取整，6、7 相加除以 2 采用的是向下取整，矛盾。D 选项，1、10 相加除以 2 采用的是向下取整，6、7 相加除以 2 采用的是向上取整，矛盾。只有 A 符合折半查找规则。



### 4. C 2018 年考研真题

根据题意，得到的 HT 如下：

0	1	2	3	4	5	6
	22	43	15			

ASL<sub>成功</sub> = (1 + 2 + 3)/3 = 2。

## 5. 2010 年考研真题

- 1) 由装填因子 0.7 和数据总数 7, 得一维数组大小为  $7/0.7 = 10$ , 数组下标为 0~9。所构造的散列函数值如下所示:

key	7	8	30	11	18	9	14
H(key)	0	3	6	5	5	6	0

采用线性探测再散列法处理冲突, 所构造的散列表为

地址	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
关键字	7	14		8		11	30	18	9	

- 2) 查找成功时, 在等概率情况下, 查找每个表中元素的概率是相等的。因此, 根据表中元素的个数来计算平均查找长度, 各关键字的比较次数如下所示:

key	7	8	30	11	18	9	14
次数	1	1	1	1	3	3	2

故  $ASL_{成功} = \text{查找次数}/\text{元素个数} = (1+2+1+1+1+3+3)/7 = 12/7$ 。

在计算查找失败时的平均查找长度时, 要特别注意防止思维定式, 在查找失败的情况下既不是根据表中的元素个数, 也不是根据表长来计算平均查找长度的。

查找失败时, 在等概率情况下, 经过散列函数计算后只可能映射到表中的 0~6 位置, 且映射到 0~6 中任意一个位置的概率是相等的。因此, 是根据散列函数 (mod 后面的数字) 来计算平均查找长度的。在等概率情况下, 查找失败的比较次数如下所示:

H(key)	0	1	2	3	4	5	6
次数	3	2	1	2	1	5	4

故  $ASL_{不成功} = \text{查找次数}/\text{散列后的地址个数} = (3+2+1+2+1+5+4)/7 = 18/7$ 。

## 6. 如下

由散列函数可知散列地址的范围为 0~10。

采用线性探测法构造散列表时, 首先应计算出关键字对应的散列地址, 然后检查散列表中对应的地址是否已经有元素。若没有元素, 则直接将该关键字放入散列表对应的地址中; 若有元素, 则采用线性探测的方法查找下一个地址, 从而决定该关键字的存放位置。

采用链地址法构造散列表时, 在直接计算出关键字对应的散列地址后, 将关键字结点插入此散列地址所在的链表。

具体解答如下。

### 1) 线性探测法。

$H(1)=1$ , 无冲突, 地址 1 存放关键字 1。 $H(13)=2$ , 无冲突, 地址 2 存放关键字 13。 $H(12)=1$ , 发生冲突, 根据线性探测法:  $H_1=2$ , 发生冲突, 继续探测  $H_2=3$ , 无冲突, 于是 12 存放在地址为 3 的表项中。 $H(34)=1$ , 发生冲突, 根据线性探测法:  $H_1=2$ , 发生冲突,  $H_2=3$ , 发生冲突,  $H_3=4$ , 没有冲突, 于是 34 存放在地址为 4 的表项中。

同理, 可以计算其他的数据存放情况, 最后结果如下表所示。

散列地址	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
关键字	33	1	13	12	34	38	27	22			
冲突次数	0	0	0	2	3	0	1	7			

下面计算平均查找长度：

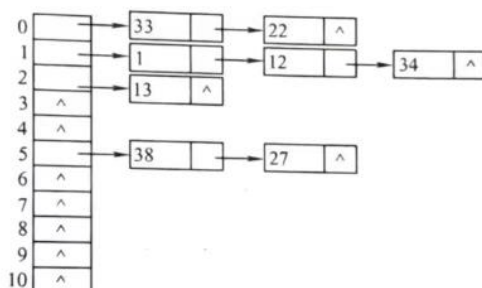
查找成功时，显然查找每个元素的概率都是  $1/8$ 。对于 33，由于冲突次数为 0，所以仅需 1 次比较便可查找成功；对于 22，由于计算出的地址为 0，但需要 8 次比较才能查找成功，所以 22 的查找长度为 8；其他元素的分析类似。因此有

$$ASL_{成功} = (1 + 1 + 1 + 3 + 4 + 1 + 2 + 8) / 8 = 21/8$$

查找失败时，由于  $H(key) = 0 \sim 10$ ，因此对每个位置查找的概率都是  $1/11$ ，对于计算出的地址为 0 的关键字  $key_0$ ，只有探测完  $0 \sim 8$  号地址后才能确定该元素不在表中，比较次数为 9；对于计算出的地址为 1 的关键字  $key_1$ ，只有探测完  $1 \sim 8$  号地址后，才能确定该元素不在表中，比较次数为 8，以此类推。而对于计算出的地址为 8, 9, 10 的关键字，这些单元中没有存放元素，所以只需比较 1 次便可确定查找失败，因此有

$$ASL_{失败} = (9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1) / 11 = 47/11$$

2) 链地址法构造的表如下：



在链地址表中查找成功时，查找关键字为 33 的记录需进行 1 次比较，查找关键字为 22 的记录需进行 2 次比较，以此类推。因此有

$$ASL_{成功} = (1 \times 4 + 2 \times 3 + 3) / 8 = 13/8$$

查找失败时，对于地址 0，比较 3 次后确定元素不在表中（空指针算 1 次），所以其查找长度为 3；对于地址 1，其查找长度为 4；对于地址 2，查找长度为 2；以此类推。因此有

$$ASL_{失败} = (3 + 4 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) / 11 = 19/11$$

值得注意的是，求查找失败的平均查找长度有两种观点：其一，认为比较到空结点才算失败，所以比较次数等于冲突次数加 1；其二，认为只有与关键字的比较才算比较次数。

## 排序

### 1. C

快排的阶段性排序结果的特点是，第  $i$  趟完成时，会有  $i$  个以上的数出现在它最终将要出现的位置，即它左边的数都比它小，它右边的数都比它大。题目问第二趟排序的结果，即要找不存在两个这样的数的选项。选项 A 中 2, 3, 6, 7, 9 均符合，所以选项 A 排除；选项 B 中，2, 9 均符合，所以选项 B 排除；选项 D 中 5, 9 均符合，所以选项 D 排除；最后看选项 C，只有 9 一个数符合，所以选项 C 不可能是快速排序第二趟的结果。

2. C 从后向前“冒泡”的过程为，第 1 趟 {11, 8, 9, 10, 4, 5, 6, 20, 2}，第 2 趟 {1, 2, 8, 9, 10, 4, 5, 6, 20}，第 3 趟 {11, 2, 4, 8, 9, 10, 5, 6, 20}，第 4 趟 {1, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 6, 20}，第 5 趟 {1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 20}，经过第 5 趟冒泡后，序列已经全局有序，故选择选项 C。实际每趟冒泡发生交换后可以判断是否会导致新的逆序对，如果不会产生，则本趟冒泡之后序列全局有序，所以最少 5 趟即可。

3. B 每趟冒泡和选择排序后，总会有一个元素被放置在最终位置上。显然，这里 {11, 12} 和 {4, 5} 所处的位置并不是最终位置，因此不可能是冒泡和选择排序。2 路归并算法经过第

二趟后应该是每 4 个元素有序的, 但{11,12,13,7}并非有序, 因此也不可能是 2 路归并排序。

4. A 对于 I, 简单选择排序每次选择未排序序列中的最小元素放入其最终位置。对于选项 II, 希尔排序每次对划分的子表进行排序, 得到局部有序的结果, 所以不能保证每趟排序结束都能确定一个元素的最终位置。对于选项 III, 快速排序每趟排序结束后都将枢轴元素放到最终位置。对于选项 IV, 堆排序属于选择排序, 每次都大根堆的根结点与表尾结点交换, 确定其最终位置。对于选项 V, 2 路归并排序每趟对子表进行两两归并, 从而得到若干局部有序的结果, 但无法确定最终位置。
5. D 折半插入排序与直接插入排序都将待插入元素插入前面的有序子表, 区别是: 确定当前记录在前面有序子表中的位置时, 直接插入排序采用顺序查找法, 而折半插入排序采用折半查找法。排序的总趟数取决于元素个数  $n$ , 两者都是  $n-1$  趟。元素的移动次数都取决于初始序列, 两者相同。使用辅助空间的数量也都是  $O(1)$ 。折半插入排序的比较次数与序列初态无关, 为  $O(n \log n)$ ; 而直接插入排序的比较次数与序列初态有关, 为  $O(n) \sim O(n^2)$ 。

#### 6. D 2018 年考研真题

第一趟分组: 8, 1, 6; 3, 4; 9, 7; 11, 5; 2, 10; 间隔为 5, 排序后组内递增。

第二趟分组: 1, 5, 4, 10; 3, 2, 9, 8; 7, 6, 11; 间隔为 3, 排序后组内递增。

初始序列: 8, 3, 9, 11, 2, 1, 4, 7, 5, 10, 6

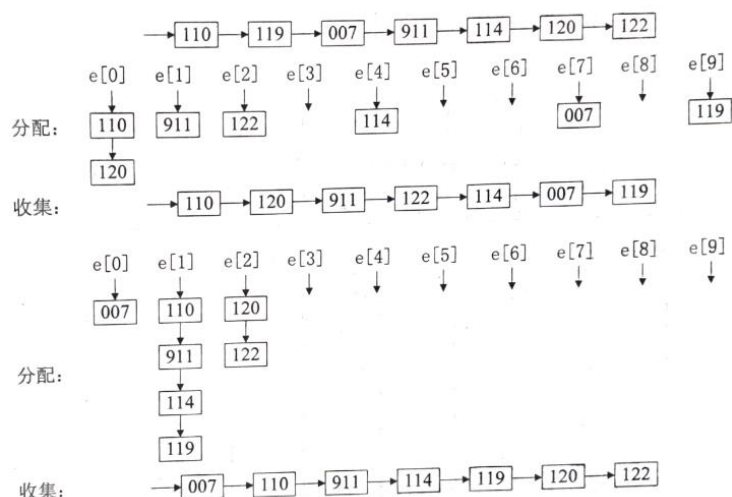
第一趟: 1, 3, 7, 5, 2, 6, 4, 9, 11, 10, 8

第二趟: 1, 2, 6, 4, 3, 7, 5, 8, 11, 10, 9

故答案选 D。

#### 7. C 2013 年考研真题

基数排序的第 1 趟排序是按照个位数字的大小来进行的, 第 2 趟排序是按照十位数字的大小来进行的, 排序的过程如下图所示。



8. C 基数排序是一种稳定的排序方法。由于采用最低位优先(LSD)的基数排序, 即第一趟对个位进行分配和收集操作, 因此第一趟分配和收集后的结果是 {151, 301, 372, 892, 93, 43, 485, 946, 146, 236, 327, 9}, 元素 372 之前、之后紧邻的元素分别是 301 和 892。
9. D 2022 年考研真题



直接插入排序和快速排序的特点如下表所示。

	适合初始序列情况	适合元素数量	空间复杂度	稳定性
直接插入排序	大部分元素有序	较少	$O(1)$	稳定
快速排序	基本无序	较多	$O(\log_2 n)$	不稳定

可见，选项 I、II、III、IV 都是采用直接插入排序而不采用快速排序的可能原因。

#### 10. 2016 年考研真题，核心思想就是变形的快排

由题意知，将最小的 $\lfloor n/2 \rfloor$ 个元素放在  $A_1$  中，其余的元素放在  $A_2$  中，分组结果即可满足题目要求。仿照快速排序的思想，基于枢轴将  $n$  个整数划分为两个子集。根据划分后枢轴所处的位置  $i$  分别处理：

- ① 若  $i = \lfloor n/2 \rfloor$ ，则分组完成，算法结束。
- ② 若  $i < \lfloor n/2 \rfloor$ ，则枢轴及之前的所有元素均属于  $A_1$ ，继续对  $i$  之后的元素进行划分。
- ③ 若  $i > \lfloor n/2 \rfloor$ ，则枢轴及之后的所有元素均属于  $A_2$ ，继续对  $i$  之前的元素进行划分。

基于该设计思想实现的算法，无须对全部元素进行全排序，其平均时间复杂度是  $O(n)$ ，空间复杂度是  $O(1)$ 。

思考：代码该怎么写？