
戴口罩 防感染
保护自己 也对他人负责

对于任意两个随机事件A和B，0<P(B)<1,以下结论中正确的有______.

(1)若AB=ø, 则A与B一定相互独立；

(2)若 $AB \neq \phi$, 则P(AB)>0;

(3) 若P(A|B)=P(A),则A与B相互独立；

(4) 若P(AB)=0,则A与B互不相容.

1. 分析不可能事件与概率为0的事件的区别，并给出一个具体实例。

举例子：抛硬币，掷骰子等常见，大家容易掌握，理解的。

设随机事件 A 与 B 相互独立，B 与 C 相互独立，A 与 C 互不相容，P(A)=0.5，P(B)=0.25，P(C)=0.125，求 $P(A \cup B \cup C)$ 。

2. 给出多维随机变量相互独立和两两独立的概念，为什么说多维随机变量的独立性本质上是随机事件组的独立性？

解释下面三个随机事件的概念并举例说明：A与B互不相容、A与B对立、A与B相互独立。

二、(15 分) 一个箱中装有 100 个元件，其中 90 个一等品，10 个二等品. 从箱中随机取出 2 个安装在一个电子设备上，若 2 个元件中有 i 个二等品，则该设备的使用寿命服从参数为 $\lambda=i+1$ 的指数分布.试求:

(1) 设备寿命超过 1 个单位时间的概率;

(2) 设备寿命实际超过 1 个单位时间，则安装在该设备上的两个元件均为一等品的概率.

5. 一个病人可能得了甲、乙、丙三种病之中的一种，已知得这三种病的概率依次为 a_1,a_2,a_3（满足 $a_1+a_2+a_3=1$），为确定诊断，现在决定再做一种检验确认一下。1 次检验中，这种检验对疾病甲给出肯定结果的概率为 b_1，对于病症乙，则概率是 b_2，对于疾病丙，则概率是 b_3，一共进行了 n 次检验，有 m 次的结果是肯定的，根据该检验结果推断得疾病甲的概率。

（共15分）设一段时间内到达盖格计数器的粒子个数服从参数为λ的泊松分布。若每个粒子独立地以概率p被记录，求该段时间内计算器所记录的粒子个数的分布律。

1.袋中装有3个白球,7个黑球，随机的逐个从中抽取，每次一个，取后不放回，则第4次取得白球的概率为____________。

20 个人依次抽签，20 张签中有 5 张幸运签，其余为空签，求最后一个人抽到幸运签的概

试求A_1，A_2，…，A_n至少有一个发生的概率，
其中$0 < P(A_i)=p_i < 1$，
若（1）A_1，A_2，…，A_n 互不相容，

特别，当 $P(A_i)= p$，$i=1, 2, \ldots, n$,有

3.已知随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0 & x<-1 \\ 1/8 & x=-1 \\ ax+b & -1<x<1 \\ 1 & x\geq 1 \end{cases}$，且 $P\{X=1\}=3/4$，试确定参数 a，b，并讨论 X 是否为连续型随机变量.

三、（15 分）已知随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1;\\ \frac{4}{15}, & -1\le x<1;\\ \frac{11}{15}, & 1\le x<2;\\ 1, & 2\le x.\end{cases}$

(1) 绘出分布函数 $F(x)$ 的图形；(2) 写出 X 的分布律；

(3) 计算概率 $P\{X=1.5\}$ 和 $P\{X\ge 1.5\}$；(4) 计算条件概率 $P\{X\le 1.5|X\ge 0.5\}$.

$$P\{X=x\}=F(x)-F(x-)$$

例4.1.7：向某一目标进行射击, 直至命中k次为止, 已知命中率为$p>0$. 求射击次数X 的平均值.

设X1、X2是两个连续型随机变量，其中X1的分布函数和概率密度分别为$F_1(x)$和$f_1(x)$，X2的分布函数和概率密度分别为$F_2(x)$和$f_2(x)$。问下面的函数哪些可作为概率密度函数，并说明理由。

(1) $f_1(x)+f_2(x)$　(2) $(f_1(x)+f_2(x))/2$　(3) $f_1(x)f_2(x)$　(4) $F_1(x)f_2(x)+f_1(x)F_2(x)$

试判断以下哪个函数是概率密度函数，并说明理由。

（1） $2f_1(x)-f_2(x),\ x\in R^2$；

（2） $2f_1(x)f_1(y),\ -\infty<x\le y<\infty$；

（3） $f_1(x)F_2(x)+f_2(x)F_1(x),\ x\in R$。　不一[illegible]

2　2

2. 设$f_1(x)$为标准正态分布的概率密度，$f_2(x)$为$[-1,3]$上均匀分布的概率密度，若

$$f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\geq 0 \\ bf_2(x), & x<0 \end{cases}$$

$(a>0,b>0)$为概率密度，则a,b应满足什么样的关系？

一个靶子是半径为2米的圆盘, 设击中靶上任一同心圆盘的概率与该圆盘的面积成正比, 射击均能中靶, 用X表示弹着点与圆心的距离. 现将该靶子按半径等分为1到10环, 若独立射击3次，求有两次命中9环及以上的概率.

2. 某保险公司多年的统计资料表明，在索赔户中被盗户占 5%. 现抽查 100 个索赔户，给出其中因被盗而索赔的户数超过 5 户的概率计算方法，并进行优化.（需给出相应的假设条件，不必计算出概率数值）

4．（10 分）某社区有两千人共同使用服务大厅的 2 个服务窗口，在一个固定时间段内，每人需要使用该服务的概率为千分之一。问：在此时间段内，服务大厅排队等待的人数不少于 6 个的概率？（注：正在接受服务的人不计入排队等待，$\sum_{k\ge 6}^{2000}\frac{2^k}{k!}e^{-2}\approx 1.66\%$，$\sum_{k\ge 8}^{2000}\frac{2^k}{k!}e^{-2}\approx 0.11\%$）

……以……内……答……题……

4. 设随机变量 X 服从正态 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$，Y 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且

$$P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|Y-\mu_2|<1\}$$

试比较 σ_1 和 σ_2 的大小.

正态分布的重要性质

1.设随机变量X与Y相互独立，$X \sim N(0,\frac{1}{2}),Y \sim N(0,\frac{1}{2})$,

试求概率$P\{X-Y \geq 0\}$。

三、计算题（共 10 分）

已知 X~U(0,2)，且

$$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & 0<y<x<2\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

求 P{X+Y>2}。

4. 如果随机变量 Y 的分布函数 F(y)连续且严格单调增加，而随机变量 X～U(0,1)

令 $Z=F^{-1}(X)$，那么 Z 与 Y 同分布，请说明理由。

设随机变量X的分布函数$F(x)$连续且单调增加，求证: 随机变量$Y=F(X) \sim U(0,1)$.

例3.4.6：已知二维随机变量（*X*,*Y*）的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2(x+y) & 0\le x\le y\le 1\\ 0 & 其他\end{cases}$$

求：$Z=X+Y$ 的概率密度。

例3.1.7：把长为 l 的木棒，任意折成3段，求它们能构成一个三角形的概率.

解： 设第一段的长度为 X，第二段的长度为 Y

(X,Y) 在三角形

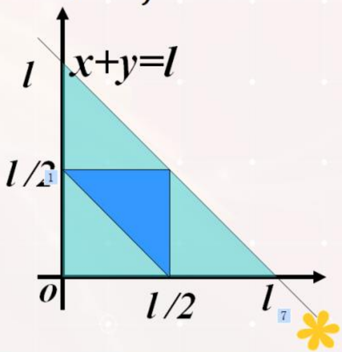
$$G=\{(x,y)\mid 0\le x\le l,\ 0\le y\le l,\ x+y\le l\}$$

上服从均匀分布.

所求概率为

$$p=P\{X<l/2, Y<l/2, X+Y>l/2\}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}l^2}=\frac{1}{4}$$



$$f_X(x)=$$

1、两个边缘分布都是正态分布的二维随机变量的联合分布也一定是正态分布吗？反之呢？

2、两个边缘分布都是均匀分布的二维随机变量的联合分布也一定是均匀分布吗？反之呢？

五、（20 分）随机变量（X, Y）的联合概率密度函数是

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}+\frac{1}{2\pi}e^{-\pi^2}g(x)g(y)\quad (x,y)\in R_2$$

其中 $$g(x)=\begin{cases}\cos x & |x|\le\pi\\ 0 & |x|>\pi\end{cases}$$

1) 证明 X 与 Y 都服从正态分布；2) 求随机变量 Y 关于 X 的条件概率密度；3）讨论 X 与 Y 是否相互独立？ 4) 根据本题的结果，你能总结出什么结论？

设二维随机变量(X,Y)的联合分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知随机事件$\{X=0\}$与$\{X+Y=1\}$相互独立，求a,b的值。

5.　假设随机变量 X 服从指数分布，试求 $Y=\min\{X,2\}$的分布函数，并讨论随机变量 Y 是否为连续型随机变量，为什么？

二、证明题 (12 分)已知随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim U(0,1)$，$Y\sim B(1, p)$． 证明 X^2 与 Y^2 相互独立．

7.（15 分）某电子元件的寿命T（单位：小时)服从参数为$\lambda=0.1$的指数分布。现由于生产工艺的改造，使得该电子元件的寿命在原来的基础上改变了W小时。假设W服从标准正态分布，且与T相互独立。求：受生产工艺改造后的电子元件的寿命不小于 10 小时的概率？

23. 设 P{X=0}=P{X=1}=1/2，Y~U(0,1)且 X,Y 相互独立，求 X+Y 的概率分布.

四、(14 分)设随机变量X_1,X_2,X_3相互独立且都服从参数为 p 的 0-1 分布，已知矩阵$\begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ X_2 & X_3 \end{bmatrix}$为正定矩阵的概率为$\frac{1}{8}$. 试求 1)参数$p$的值;　2) 随机变量$Y=\begin{vmatrix} X_1 & X_2 \\ X_2 & X_3 \end{vmatrix}$的概率$P\{Y=0\}$.

分

二、计算题（共 15 分）

某同学从宿舍到主楼，现有两条线路可供选择，走第一条线路所需时间为 X 分钟，$X \sim N(10,100)$；走第二条线路所需时间为 Y 分钟，$Y \sim N(15,25)$。为及时赶到主楼，问：

（1）若有 20 分钟，应选择那一条路更有把握？

（2）若走第二条线路，并以 95%的概率保证能及时到达主楼，至少需要提前多少分钟从宿舍出发？（$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(1.65)=0.95$）

设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布，证明：$Y=1-e^{-2X}$ 服从(0,1)上的均匀分布。

设随机事件 A 与 B 相互独立，P(A)=0.8，P(B)=0.6，(1) 求 $P(A\cup B)$ (2) 求 $P(\bar{A}|A\cup B)$。

产品销售试验

例7：由一家商店过去的销售记录知道，某种商品的销售数可用参数$\lambda=4$的泊松分布来描述。为了有95%以上的把握不脱销，问商店在月底至少应进某种商品多少件(假定上月无存货)？

三、从网购数据得知某电商售出的商品遭遇客户投诉的事件当中,，有 50%属质量问题，30%属数量短缺问题，20%属包装破损问题. 又知因质量问题投诉中，经过协商解决而不退货的占 40%；因数量问题投诉经协商解决而不退货的占 60%；因包装问题投诉经协商解决而不退货的占 75%. 某客户投诉事件后最终经过协商解决而没有退货，问这一事件不属于质量问题的概率是多少？