1. 设随机事件 A 与 B 相互独立,B 与 C 相互独立,A 与 C 互不相容,P(A)=0.5,P(B)=0.25,P(C)=0.125，求 $P(A\cup B\cup C)$ 。

独立重复地抛一颗均匀骰子，设 X 表示出现 1 或 2 的次数，Y 表示出现 6 的次数。分别计算 X 和 Y 的数学期望。

设随机变量 $X \sim N(12,3^2), Y \sim N(10,4^2)$， X,Y 相互独立。

（1）分别求 $U = 2X + Y$ 与 $V = X - Y$ 的分布，并说明 U 与 V 是否独立；

（2）求概率 $P\{12 < X + Y < 32\}$。（用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示）

设随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，则随机变量 $U = X + Y$ 与 $V = X - Y$ 相互独立的充分必要条件为

（A） $E(X) = E(Y)$；

（B） $E(X^2) - (E(X))^2 = E(Y^2) - (E(Y))^2$；

（C） $E(X^2) = E(Y^2)$；

（D） $E(X^2) + (E(X))^2 = E(Y^2) + (E(Y))^2$.

（10 分）请描述随机事件互不相容和随机事件相互独立的概念. 并举例说明：1）事件 A 与事件 B 相互独立，事件 C 是事件 B 的子集，能否推知事件 A 与事件 C 相互独立？2）事件 A 与事件 B 互不相容，事件 C 是事件 B 的子集，能否推知事件 A 与事件 C 互不相容？

(10 分) 已知随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{1+2x}{4}, & 0\le x<1.5\\ 1, & x\ge 1.5\end{cases}$. 请根据该分布函数的特点判断：X 是离散型随机变量吗？是连续型随机变量吗？说明理由.

（10 分）设随机变量 X 服从参数为 4 的泊松分布。Y 表示做 5 次重复独立观测，事件{X=2}出现的次数。请分析并表示出{Y=3}的概率。

（10 分）设随机变量 X 在 $[0,2]$ 上服从均匀分布，Y 服从参数 $\lambda=2$ 的指数分布，且 X,Y 相互独立，求 $P\{X+Y\}<1\}$.

二、 （15 分）已知甲、乙两箱中装有同种产品，其中甲箱装有 3 件合格品和 3 件次品，乙箱中装有 3 件合格品，从甲箱中任取 3 件放入乙箱后，从乙箱中取出了一件产品是次品。求：从甲箱中取出 3 件产品都次品的概率.

一个靶子是半径为2米的圆盘, 设击中靶上任一同心圆盘的概率与该圆盘的面积成正比, 射击均能中靶, 用X表示弹着点与圆心的距离. 现将该靶子按半径等分为1到10环, 若独立射击3次，求有两次命中9环及以上的概率.

四、(15 分) 设随机变量(X, Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2 & 0\le x<1, 0<y<1-x\\ 0 & 其它\end{cases}$$

求$f_{X|Y}(x|y)$和 $P\left\{X\le\frac{1}{4}\middle|Y=\frac{1}{2}\right\}$.

五、（15 分）设随机变量X服从（0, 1）上的均匀分布，求$Y=X^2+1$的概率密度.

参考答案：

X的概率密度为：$f_X(x)=\begin{cases}1 & 0<x<1;\\ 0 & 其它.\end{cases}$

求得$Y=X^2+1$的分布函数为

1. 20 个人依次抽签，20 张签中有 5 张幸运签，其余为空签，求最后一个人抽到幸运签的概率。

2. 设$f_1(x)$为标准正态分布的概率密度，$f_2(x)$为$[-1,3]$上均匀分布的概率密度，若

$$f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\geq 0 \\ bf_2(x), & x<0 \end{cases}(a>0,b>0)$$

为概率密度，则a,b应满足什么样的关系？

设二维随机变量(X,Y)的联合分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知随机事件$\{X=0\}$与$\{X+Y=1\}$相互独立，求a,b的值。

1. 设A,B为随机事件，且$P(B)>0$, $P(A|B)=1$，则必有［ ］

(A) $P(A\cup B)>P(A)$ (B) $P(A\cup B)>P(B)$

(C) $P(A\cup B)=P(A)$ (D) $P(A\cup B)=P(B)$

$$P(AB)=P(B)\cdot P(A|B)=P(B)\cdot 1=P(B)$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=P(A)$$

设两个相互独立的事件A和B都不发生的概率为1/9，A发生B不发生的概率与B发生A不发生的概率相等，则$P(A)=$［ ］

(A) 1/9 (B) 1/2 (C) 3/2 (D) 2/3

随机变量X的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \dfrac{1+x}{3}, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$$

则下面关于X说法正确的是 [ ]

(A) 是离散型随机变量　　(B) 是连续型随机变量

(C) 既是离散型又是连续型　　(D) 既非离散型也非连续型

设随机变量X服从正态分布$N(\mu_1,\sigma_1^2)$，Y服从正态分布$N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且$P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|Y-\mu_2|<1\}$，则必有 [ ]

(A) $\sigma_1<\sigma_2$ (B) $\sigma_1>\sigma_2$ (C) $\mu_1<\mu_2$ (D) $\mu_1>\mu_2$

下列四种情形中，服从泊松分布的随机变量是 [ ]

(A) 射击直到命中为止，射击次数X

(B) n次射击中的命中次数X

(C) 青年人的寿命T

(D) 单位时间内到达服务台的顾客数X

设X_1和X_2是相互独立的连续型随机变量，它们的密度函数分别为$f_1(x)$和$f_2(x)$，分布函数分别为$F_1(x)$和$F_2(x)$，则 [ ]

(A) $f_1(x)+f_2(x)$必为密度函数

(B) $f_1(x)f_2(x)$必为密度函数

(C) $F_1(x)+F_2(x)$必为某一随机变量的分布函数

(D) $F_1(x)F_2(x)$必为某一随机变量的分布函数

关于联合分布函数$F(x,y)$，下列性质正确的是［　］

(A) $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x,y)=1$

(B) $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x,y)=0$

(C) $\lim\limits_{x\to-\infty,y\to-\infty} F(x,y)=-1$

(D) $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x,y)=-1$

设 X 与 Y 是任意两个连续型随机变量，它们的概率密度分别为 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$，则

（A） $f_1(x)+f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度;

（B） $\frac{1}{2}(f_1(x)+f_2(x))$ 必为某一随机变量的概率密度;

（C） $f_1(x)-f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度;

（D） $f_1(x)f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度.

设$X \sim E(\lambda), (\lambda > 0)$，$Y = 1 - X$，则$Y$的概率密度为 [ ]

(A) $f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$

(B) $f_Y(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y}, & y > 0 \\ 0, & y \le 0 \end{cases}$

(C) $f_Y(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(1-y)}, & y < 1 \\ 0, & y \ge 1 \end{cases}$

(D) $f_Y(y) = \begin{cases} -\lambda e^{-\lambda(1-y)}, & y < 1 \\ 0, & y \ge 1 \end{cases}$

设两个相互独立的随机变量X和Y分别服从正态分布$N(0,1)$和$N(1,1)$，则正确的是 [ ]

(A) $P\{X+Y\leq 0\}=1/2$ (B) $P\{X+Y\leq 1\}=1/2$

(C) $P\{X-Y\leq 0\}=1/2$ (D) $P\{X-Y\leq 1\}=1/2$

三、（10 分）随机变量X的分布函数是$F(x)=A+B\arctan x,-\infty<x<+\infty$，试求

(1) 系数A和B；　(2) X的概率密度；　(3) X落在区间$(-1,1)$内的概率.

（10 分）设随机变量$X \sim U(0,1)$，当$X = x\ (0 < x < 1)$时，Y在$(x,1)$上服从均匀分布，求(X,Y)的联合概率密度，并判断X,Y是否相互独立.

设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2-x-y, & 0<x<1, 0<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

(1) 求$P\{X>2Y\}$； (2) 求$Z=X+Y$的概率密度$f_Z(z)$.

.设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x), Y=2X+3$, 则 Y 的概率密度函数为

$(A)\quad -\frac{1}{2}f(\frac{y-3}{2})$；　　$(B)\quad \frac{1}{2}f(\frac{y-3}{2})$；

$(C)\quad -\frac{1}{2}f(\frac{y+3}{2})$；　　$(D)\quad \frac{1}{2}f(\frac{y+3}{2})$.

关于随机变量的分布，下列说法正确的是

(A) 若随机变量 X 和 Y 的分布相同，则 $P\{X=Y\}=1$；

(B) 若 $P\{X=Y\}=1$，则随机变量 X 和 Y 的分布相同；

(C) 若随机变量 X 和 Y 的分布相同，则 X 和 Y 是同一个随机变量；

(D) 若 $P\{X=Y\}=1$，则 X 和 Y 是同一个随机变量.

设随机变量 X 和 Y 都服从正态分布，则

(A) $X+Y$ 一定服从正态分布； (B) (X,Y) 不一定服从二维正态分布；

(C) X 与 Y 相互独立等价于不相关；(D) 若 X 和 Y 相互独立，则函数 $f(X+Y)$ 服从正态分布

下列分布类型不具备可加性的是

(A) 正态分布； (B) 二项分布； (C) 均匀分布； (D) 泊松分布.

假设某地区位于甲、乙两河流的汇合处，当任一河流泛滥时，该地区即遭受水灾。设某时期内甲河流泛滥的概率为0.1；乙河流泛滥的概率为0.2；当甲河流泛滥时，乙河流泛滥的概率为0.3，试求：

（1）该时期内这个地区遭受水灾的概率；

（2）当乙河流泛滥时，甲河流泛滥的概率.