

一、判断分析改错题（每小题 5 分，共 15 分）

1. “ $A \in B$ 并且 $B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$ ” 成立吗？如果成立，说明理由，如果不成立，举例说明。
2. 推理 “ $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \Rightarrow P \vee Q$ ” 正确吗？为什么？
3. 等价公式 “ $\forall x (G(x) \vee H(x)) = \forall x G(x) \vee \forall x H(x)$ ” 成立吗？如果成立，说明理由，如果不成立，举例说明。

二、计算题（每小题 12 分，共 36 分）

1. 求下列集合的幂集：（12 分）

$$(1) \{a, \{a\}\}; (2) \{\emptyset, a, \{b\}\}$$

2. $(P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg R \rightarrow Q)$ 的主析取范式和主合取范式。（12 分）

3. 设解释 I 如下：

$$D = \{a, b\}; P(a, a) = 1; P(b, b) = 1; P(a, b) = 0; P(b, a) = 0.$$

试确定下列公式在解释 I 下的真值。（12 分）

$$(1) (\forall y)(\exists x)P(x, y); (2) (\forall x)(\forall y)P(x, y); (3) (\exists x)(\forall y)P(x, y).$$

三、证明题：（共 49 分）

1. 设 A, B, C 为任意的集合，已知 $A \cap B = A \cap C$ 且 $A^c \cap B = A^c \cap C$ ，证明 $B = C$ 。（8 分）
2. 如果他是软件专业本科生或者是软件专业研究生，那么他一定学过 JAVA 语言而且学过 C++ 语言。只要他学过 JAVA 语言或者 C++ 语言，那么他就会编程序。因此如果他是软件专业本科生，那么他就会编程序。（12 分）
3. 构造下列推理的证明。（14 分）

$$1) (\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x)), (\forall x)\neg Q(x) \Rightarrow (\exists x)P(x);$$

$$2) (\forall x)(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge R(x))), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$$

4. 符号化下面语句，并用演绎法证明其推导是否正确。（15 分）

每个科学工作者都是刻苦钻研的；每个刻苦钻研而又聪明的科学工作者在他的事业中都将获得成功；赵钱孙是科学工作者并且聪明。所以赵钱孙在他的事业中将获得成功。