

Relazione Statistica Economica

Alessio Urzi - 7111927

Andrea Commodi - 7131582

Gennaio 2025

CdL in Statistica, Coorte 2022

1 TS Economica: Prezzo del Gas Naturale

1.1 Obiettivo dell'Analisi e Descrizione dei dati

Le dinamiche legate all'approvvigionamento e al consumo energetico sono centrali per comprendere le sfide economiche e ambientali globali. Negli Stati Uniti, il prezzo del gas naturale per i consumatori residenziali rappresenta un indicatore cruciale, riflettendo l'equilibrio tra domanda e offerta, oltre alle influenze politiche e alle condizioni di mercato. L'obiettivo di questa analisi è studiare l'andamento dei prezzi del gas naturale per i consumatori residenziali negli Stati Uniti.

La serie analizzata, relativa al prezzo del gas naturale per i consumatori residenziali negli Stati Uniti, proviene dal sito ufficiale dell'*Energy Information Administration (EIA)*, agenzia statistica del Dipartimento dell'Energia degli Stati Uniti. La serie è espressa in dollari statunitensi per mille piedi cubi di gas naturale e rappresenta valori medi mensili. Le rilevazioni, da gennaio 1985 a luglio 2024, permettono un'analisi dettagliata di quasi quattro decenni di variazioni nei prezzi.

1.2 Analisi preliminare

1.2.1 Analisi grafica serie originale

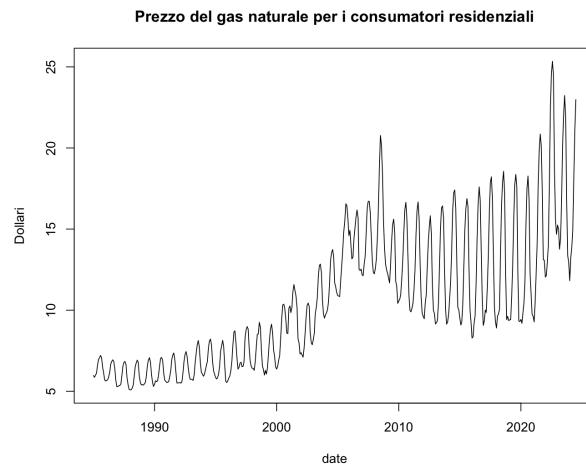


Figura 1: Plot della serie originale.

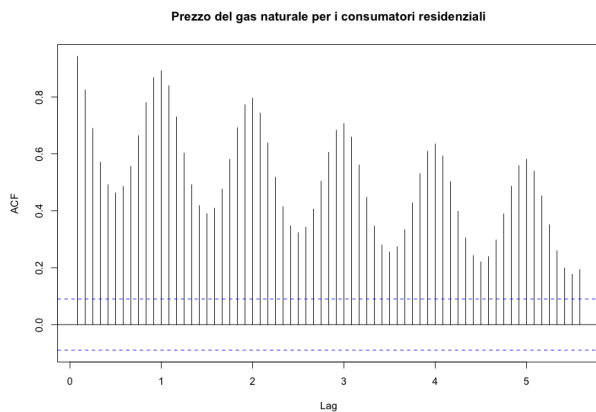


Figura 2: ACF della serie originale.

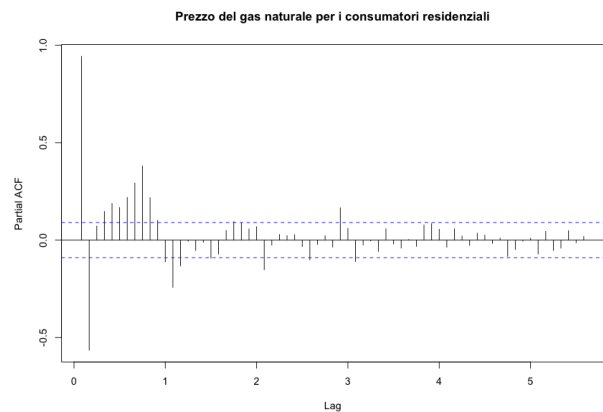


Figura 3: PACF della serie originale.

La Figura 1 rappresenta l'andamento storico del prezzo del gas naturale, espresso in dollari per mille piedi cubi, tra gennaio 1985 e luglio 2024. Il grafico evidenzia una tendenza crescente di lungo periodo. L'analisi dell'ACF (Figura 2) mostra un decadimento graduale, mentre la PACF (Figura 3) presenta un valore estremamente elevato al primo lag, prossimo a 1. Questi indizi indicano che il processo generatore dei dati è verosimilmente non stazionario.

Dopo aver effettuato le analisi preliminari e confrontato le diverse diagnostiche, il modello che offre la migliore performance è risultato essere l'ARIMA(1,0,1)(1,1,2). Tuttavia, la stima di questo modello sulla serie originale evidenzia una marcata eteroschedasticità dei residui. Le funzioni di autocorrelazione (ACF), calcolate sui residui al quadrato e sul valore assoluto dei residui, riportate nelle Figure 4 e 5, confermano questa caratteristica. Inoltre, i test ARCH svolti ponendo $H = 12$ (Tabella 1) restituiscono un p-value estremamente basso, avvalorando ulteriormente la presenza di eteroschedasticità. Pertanto, si procede con l'analisi della serie logaritmica.

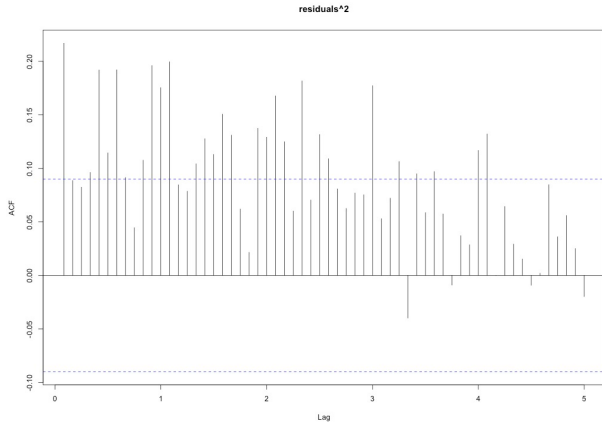


Figura 4: ACF dei residui al quadrato.

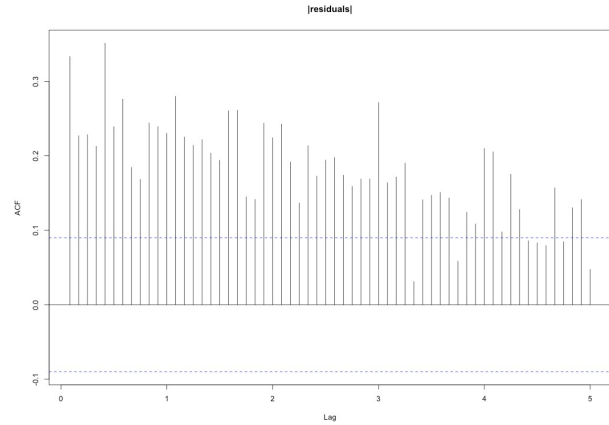


Figura 5: ACF dei residui in valore assoluto.

Test	Data	Chi-squared	p-value
ARCH LM-test	res1 ²	37.324	0.0001979
ARCH LM-test	res1	105.27	$< 2.2e - 16$

Tabella 1: Risultati dell'ARCH LM-test (Ipotesi nulla: omoschedasticità).

1.2.2 Analisi grafica serie logaritmica

Per completezza, riportiamo le Figure 6, 7 e 8, che rappresentano rispettivamente la serie trasformata logaritmicamente, l'ACF e la PACF della stessa. I grafici continuano a evidenziare la non stazionarietà della serie e confermano la necessità di differenziare i dati.

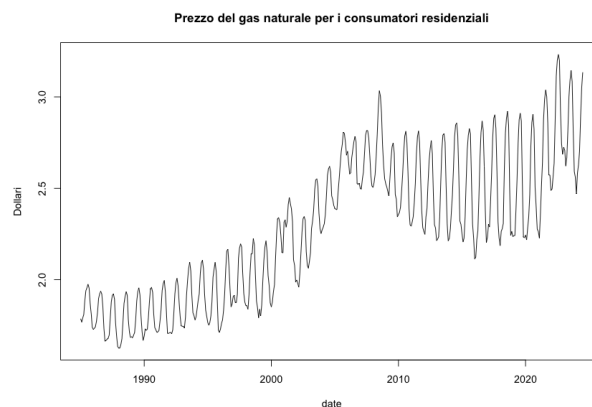


Figura 6: Plot della serie logaritmica.

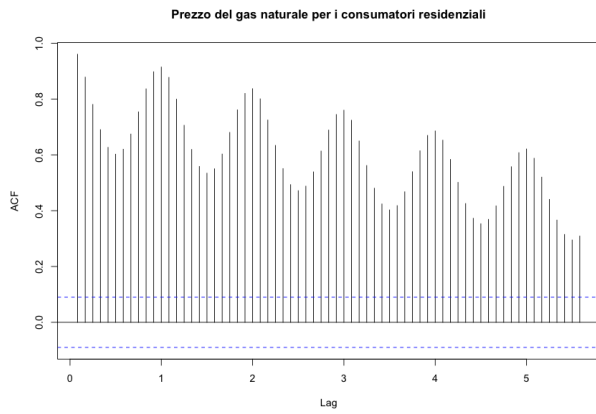


Figura 7: ACF della serie logarimtica.

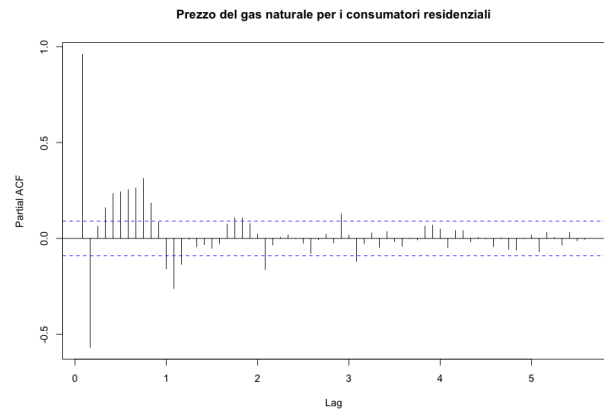


Figura 8: PACF della serie logarimtica.

La Figura 9 mostra l'ACF della serie differenziata con $d = 1$, mentre la Figura 10 rappresenta la PACF corrispondente. In quest'ultima si osserva una riduzione significativa del primo lag, che risulta inferiore a 1, indicando un miglioramento verso la stazionarietà.

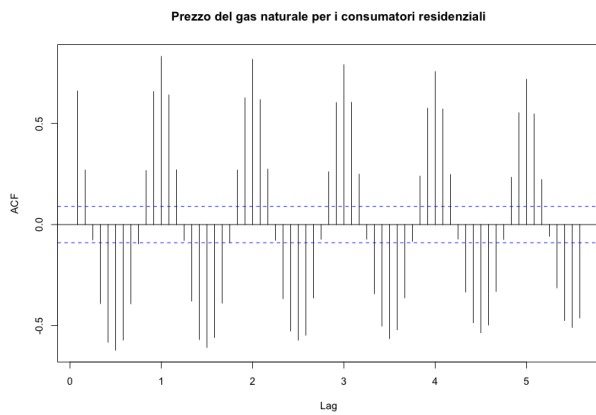


Figura 9: ACF della serie logaritmica differenziata al primo ordine.

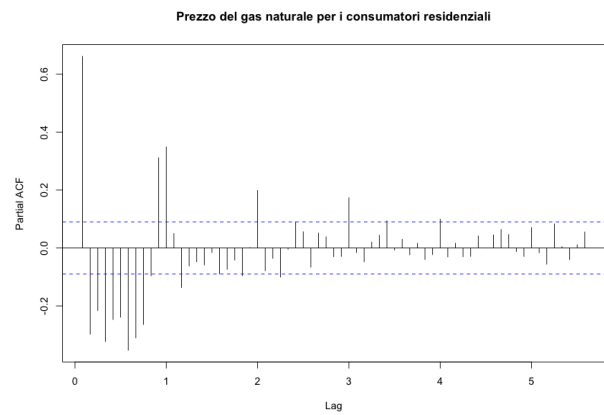


Figura 10: PACF della serie logaritmica differenziata al primo ordine.

L'ACF sulle differenze 12-esime (Figura 11) evidenzia invece un decadimento esponenziale, mentre la PACF corrispondente è riportata in Figura 12.

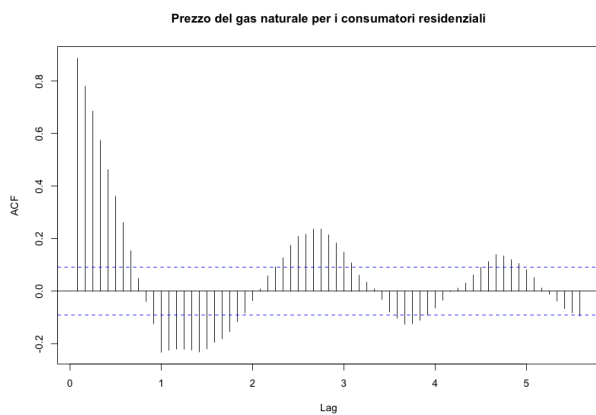


Figura 11: ACF della serie logaritmica differenziata al dodicesimo ordine.

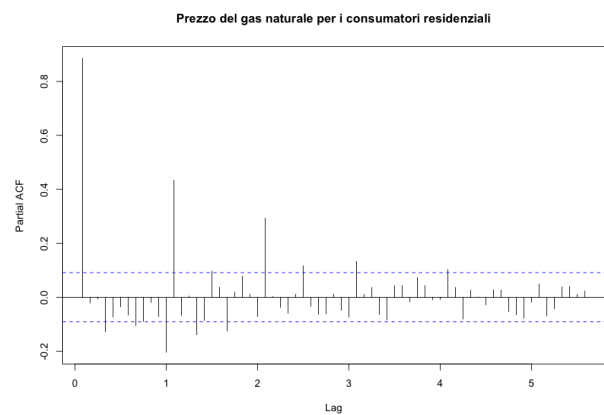


Figura 12: PACF della serie logaritmica differenziata al dodicesimo ordine.

1.2.3 Test radici unitarie

Trend			Drift			None		
Statistic	Value	5%	Statistic	Value	5%	Statistic	Value	5%
tau3	-1.911864	-3.42	tau2	-0.6786075	-2.87	tau1	1.651926	-1.95
phi2	2.283237	4.71	phi1	1.8135081	4.61			
phi3	1.833372	6.30						

Tabella 2: Test ADF sulla serie logaritmica con significatività al 5%.

Rileggiamo l'analisi grafica alla luce del test di Dickey-Fuller. Il primo test porta ad accettare tutte e tre le ipotesi nulle, indicando che non vi è sufficiente evidenza per rifiutare l'ipotesi $\xi = 0$. Successivamente, analizziamo il test riportato nella seconda cella della procedura presentata da Difonzo - Lisi: anche in questo caso, le ipotesi nulle vengono accettate, consentendoci di concludere che $\omega = 0$. Il test relativo a τ_1 conclude invece la presenza di radici unitarie nella serie.

Effettuiamo quindi il test ADF sulle differenze prime per verificare la presenza di $d = 1$. Successivamente, applichiamo il test alle differenze stagionali di ordine 12 per determinare l'eventuale presenza di una radice unitaria legata alla stagionalità. In entrambi i casi, con un livello di significatività $\alpha = 0.05$, i risultati indicano l'assenza di radici unitarie. Pertanto concludiamo che è presente almeno una radice unitaria.

Differenze prime			Differenze dodicesime		
Statistic	Value	5%	Statistic	Value	5%
tau2	-4.74998	-2.87	tau2	-3.201503	-2.87
phi1	11.28281	4.61	phi1	5.155526	4.61

Tabella 3: Test ADF con significatività al 5% su differenze prime e differenze dodicesime.

1.3 Applicazione

1.3.1 Selezione del modello

Sono stati testati diversi modelli modificando gli ordini sulla base delle diagnostiche. Il modello scelto è ARIMA(1,0,1)(1,1,2), adattato sulla serie logaritmica. I risultati di AIC e BIC sono presentati sulla scala della risposta originaria. Si evidenzia che:

- Gli effetti di calendario non sono mai risultati significativi.
- Non sono stati rilevati outlier.
- Il drift (ω) non è presente in quanto non significativo.

Di seguito vengono riportati i valori di AIC e BIC per i modelli testati:

Modello	AIC	BIC
ARIMA(0,0,0)(0,0,0)	4305.80	4309.96
ARIMA(0,1,0)(0,1,0)	775.83	779.96
ARIMA(1,1,0)(0,1,0)	777.23	785.50
ARIMA(1,1,0)(1,1,0)	637.22	649.62
ARIMA(1,1,0)(1,1,1)	553.94	570.48
ARIMA(1,1,1)(1,1,1)	554.66	575.34
ARIMA(1,1,2)(1,1,1)	556.62	581.43
ARIMA(1,1,3)(1,1,1)	558.16	587.11
ARIMA(2,1,3)(1,1,1)	543.3	576.39

Tabella 4: Progressione degli Information Criteria dei modelli con $D = d = 1$.

Modello	AIC	BIC
ARIMA(0,0,0)(0,0,0)	4305.80	4309.96
ARIMA(0,1,0)(0,0,0)	1327.58	1331.74
ARIMA(1,1,0)(0,0,0)	1056.72	1065.04
ARIMA(1,1,0)(0,0,1)	935.55	948.03
ARIMA(2,1,0)(0,0,1)	933.06	949.71
ARIMA(2,1,1)(0,0,1)	819.66	840.47

Tabella 5: Progressione degli Information Criteria dei modelli con $d = 1$.

Modello	AIC	BIC
ARIMA(0,0,0)(0,0,0)	4305.80	4309.96
ARIMA(0,0,0)(0,1,0)	1477.95	1482.09
ARIMA(1,0,0)(0,1,0)	749.69	757.97
ARIMA(1,0,0)(0,1,1)	548.60	561.10
ARIMA(1,0,0)(1,1,1)	545.91	562.47
ARIMA(1,0,1)(1,1,1)	543.75	564.43
ARIMA(1,0,1)(1,1,2)	542.61	567.44

Tabella 6: Progressione degli Information Criteria dei modelli con $D = 1$.

Coefficient	Estimate	Std. Error	p-value
ar1	0.958	0.014	<2.2e-16 ***
ma1	0.101	0.051	0.046745 *
sar1	0.419	0.190	0.027964 *
sma1	-1.243	0.182	8.051e-12 ***
sma2	0.445	0.138	0.001237 **

Tabella 7: Coefficienti di ARIMA(1,0,1)(1,1,2).

Come si evince dalla Tabella 6, il modello ARIMA(1,0,1)(1,1,2) presenta i valori di AIC e BIC più bassi fra quelli elencati. Come mostrato in Tabella 7, tutti i suoi coefficienti sono significativi.

1.3.2 Diagnostiche

Sebbene le analisi diagnostiche non siano del tutto soddisfacenti, la trasformazione logaritmica si conferma la più adeguata.

L'ACF (Figura 13) e la PACF (Figura 14) appaiono soddisfacenti, così come i test portmanteau (Tabella 8). Dopo il lag 15, emergono sufficienti evidenze empiriche per rifiutare l'ipotesi nulla.

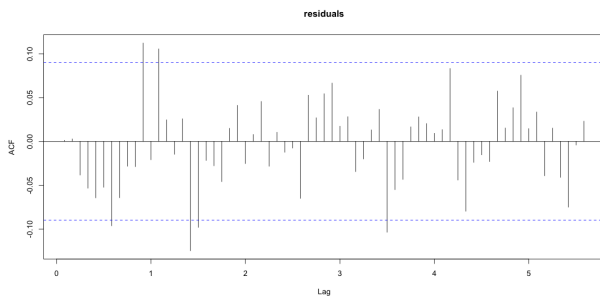


Figura 13: ACF dei residui.

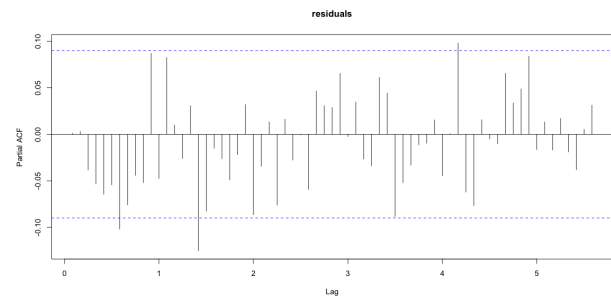


Figura 14: PACF dei residui.

Lag	1	2	5	10	15	20
Statistic	0.01309263	0.182035	9.442639	14.77387	33.42149	47.63629
Parameter	1	2	5	10	15	20
p-value	0.9089024	0.9130017	0.09265885	0.1405263	0.004102451	0.0004783232

Tabella 8: Risultati del test portmanteau Ljung-Box

Per valutare la presenza di omoschedasticità, una stima approssimativa della varianza può essere ottenuta analizzando il quadrato dei residui, mentre la deviazione standard può essere stimata utilizzando il valore assoluto dei residui, moltiplicato per $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$. Le due ACF, riportate rispettivamente nelle Figure 15 e 16, evidenziano chiaramente la presenza di eteroschedasticità. Dai test ARCH viene confermata eteroschedasticità. Tuttavia, non disponiamo di ulteriori margini di manovra per affrontare questa problematica.

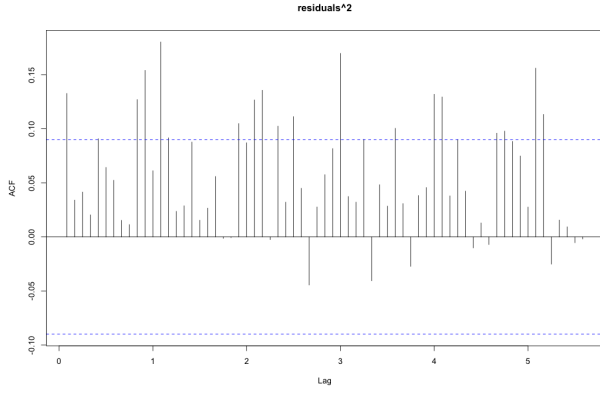


Figura 15: ACF dei residui al quadrato.

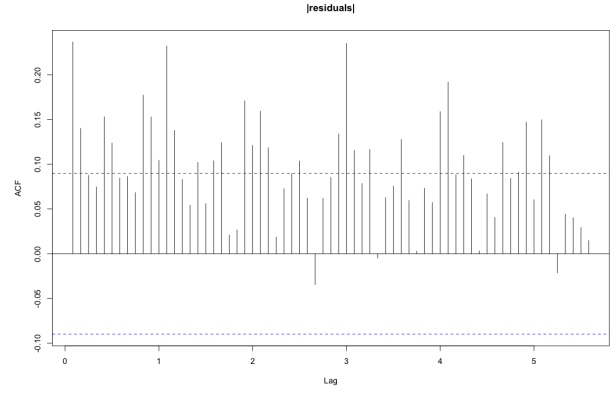


Figura 16: ACF dei residui in valore assoluto.

ARCH LM-test; Null hypothesis: homoscedasticity

data: $|res|$

$$\chi^2 = 45.978, df = 12, p\text{-value} = 6.998 \times 10^{-6}$$

Anche l'ipotesi di normalità è smentita dal plot della distribuzione dei residui (Figura 17), dal QQ-plot (Figura 18) e dal test di Shapiro, che presenta un p-value di 6.998×10^{-6} , a causa della presenza di code più pesanti rispetto a quelle di una normale.

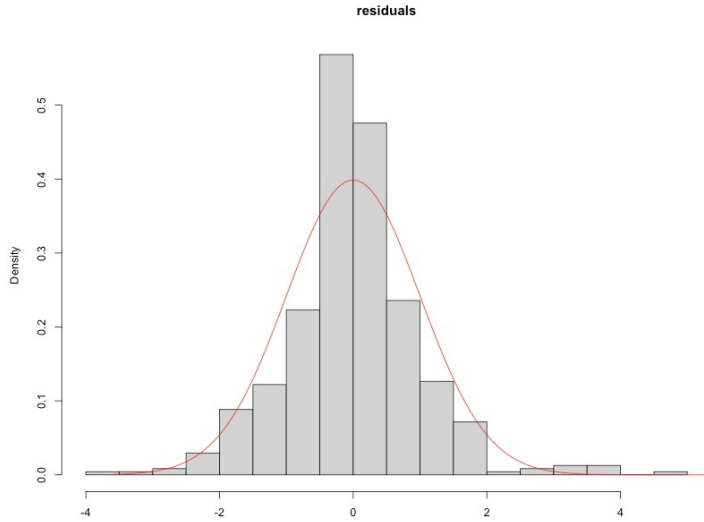


Figura 17: Distribuzione dei residui.

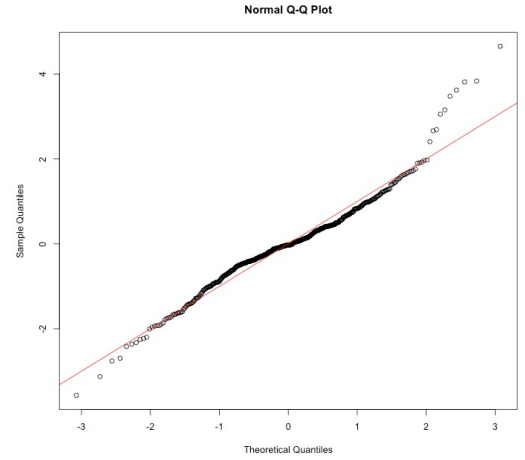


Figura 18: QQ-Plot dei residui.

1.3.3 Previsioni Ex-Post

In Tabella 9 sono riportati i confronti tra i modelli ARIMA(1,0,1)(1,1,2), ARIMA(1,0,1)(1,1,2) con effetti di calendario e Naive. L'orizzonte scelto è $h = 1$. Il modello ARIMA senza effetti di calendario risulta il migliore, con valori di MAE e MAPE inferiori rispetto al modello ARIMA con effetti di calendario e al modello Naive, che presenta errori significativamente più alti in tutte le metriche.

Model	ME	MAE	MPE	MAPE	ScMAE
ARIMA	0.018	0.466	0.003	0.295	0.284
ARIMA + CAL	0.019	0.468	0.003	0.296	0.286
NAIVE	-0.982	1.639	-0.069	0.104	1.000

Tabella 9: Confronto tra modelli basato su alcune metriche di performance

Le previsioni generate dal modello ARIMA di base si sono dimostrate molto vicine ai dati osservati, suggerendo che non vi sia la necessità di introdurre complessità aggiuntive legate agli effetti di calendario. Vi è una sola osservazione al di fuori degli intervalli di confidenza.

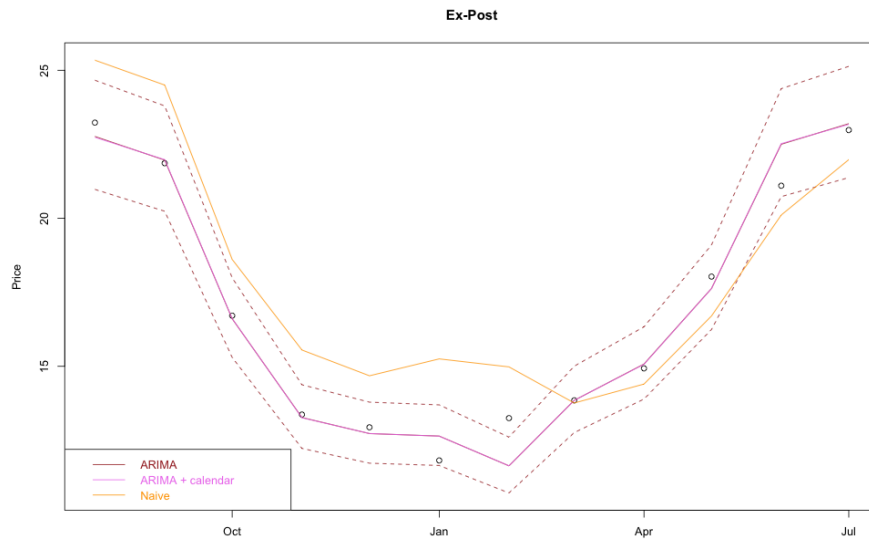


Figura 19: Plot delle previsioni Ex-Post.

1.3.4 Previsioni Ex-Ante

L'obiettivo principale è la previsione ex-ante, riportate in Figura 20. Anche in questo caso le stime di ARIMA e ARIMA + calendario risultano praticamente sovrapposte. Andiamo quindi a preferire il modello meno complesso, ovvero quello senza calendario.

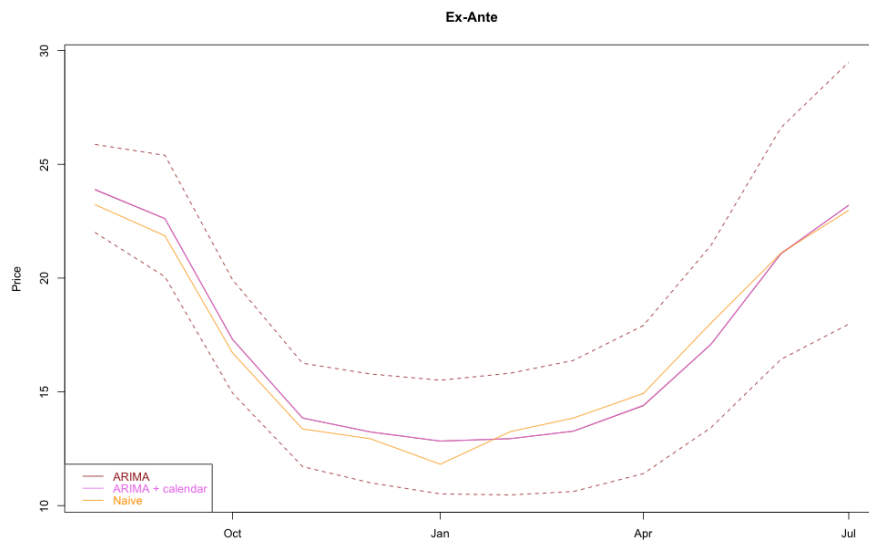


Figura 20: Plot delle previsioni Ex-Ante.

1.4 Conclusioni

Sono stati analizzati diversi modelli di previsione per il prezzo del gas naturale per i consumatori residenziali. I risultati indicano che il modello $ARIMA(1,0,1)(1,1,2)$, senza effetti di calendario fornisce le migliori prestazioni, con performance migliori rispetto agli altri modelli.

Tuttavia, l'analisi ha rivelato la presenza di eteroschedasticità e deviazioni dalla normalità nei residui, suggerendo che il modello potrebbe beneficiare di ulteriori perfezionamenti, come l'applicazione di trasformazioni di tipo diverso dal log.

2 TS Finanziaria: Azioni Salesforce

2.1 Obiettivo dell'Analisi e Descrizione dei dati

Le informazioni utilizzate per le analisi riguardano l'andamento del titolo azionario di Salesforce. Salesforce è una piattaforma basata su cloud che offre soluzioni per la gestione delle relazioni con i clienti (CRM), automatizzando vendite, marketing, assistenza clienti e analisi dei dati. Il periodo analizzato copre il lasso di tempo dal 1 giugno 2018 al 14 febbraio 2024.

Per ogni giorno di negoziazione, vengono riportati i valori di apertura e chiusura, il loro minimo e massimo e il volume delle transazioni. È inserita anche una versione "aggiustata" del prezzo di chiusura, che tiene conto degli effetti derivanti dal pagamento dei dividendi sul valore delle azioni.

2.2 Analisi preliminare

Poiché l'azienda distribuisce dividendi, in Figura 21 sono rappresentate le serie temporali dei prezzi adjusted di Salesforce sia in scala naturale che logaritmica.

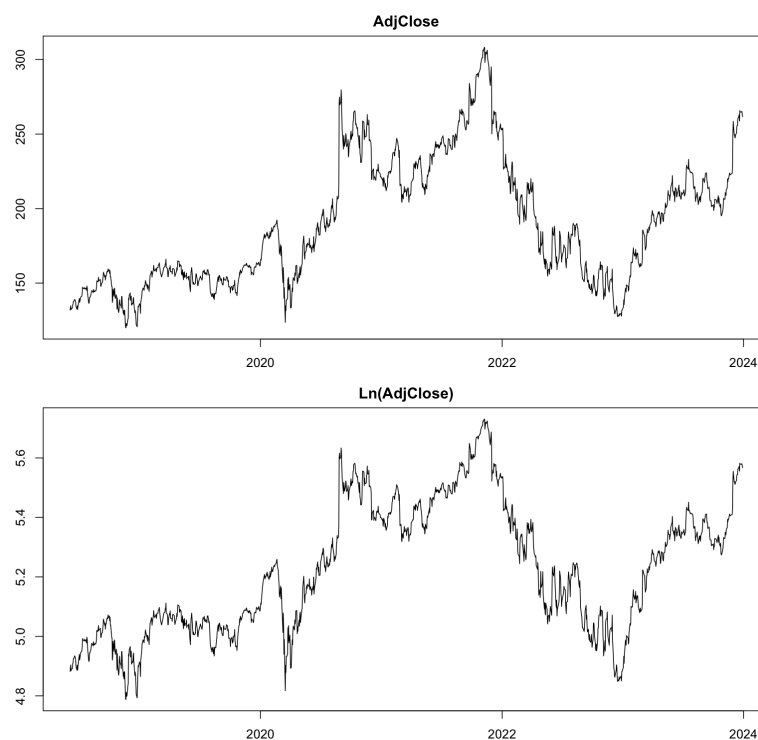


Figura 21: Grafico dei prezzi adjusted.

Si osserva, in corrispondenza del periodo pandemico, una marcata decrescita dei prezzi, seguita da un rapido aumento, probabilmente dovuto a un effetto naturale di rimbalzo.

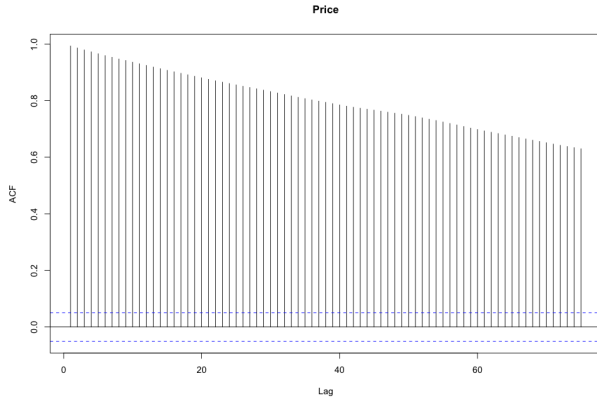


Figura 22: ACF dei prezzi adjusted.

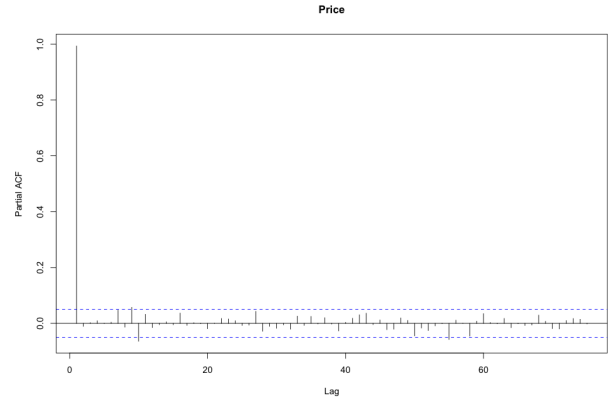


Figura 23: PACF dei prezzi adjusted.

In Figura 22 e Figura 23 sono riportate, rispettivamente, l'ACF e la PACF dei prezzi. Entrambe mostrano un comportamento tipico di una serie non stazionaria: l'ACF decresce lentamente in modo lineare, mentre la PACF assume valore 1 al primo lag.

La presenza di una radice unitaria è confermata dal test Augmented Dickey-Fuller, in Tabella 10 e 11.

Statistic	1%	5%	10%	Value
tau2	-3.43	-2.86	-2.57	-1.90
phi1	6.43	4.59	3.78	2.10

Tabella 10: Test ADF modello "drift"

Statistic	1%	5%	10%	Value
tau1	-2.58	-1.95	-1.62	0.32

Tabella 11: Test ADF modello "none"

2.2.1 Analisi dei rendimenti

I rendimenti logaritmici (Figura 24) oscillano attorno a una media vicina allo zero, con una volatilità che si modifica nel tempo. L'analisi dell'ACF dei rendimenti (Figura 25) evidenzia la presenza di alcune autocorrelazioni significative oltre i primi 5 lag, aspetto evidenziato anche dal test di Ljung-Box (Tabella 12).

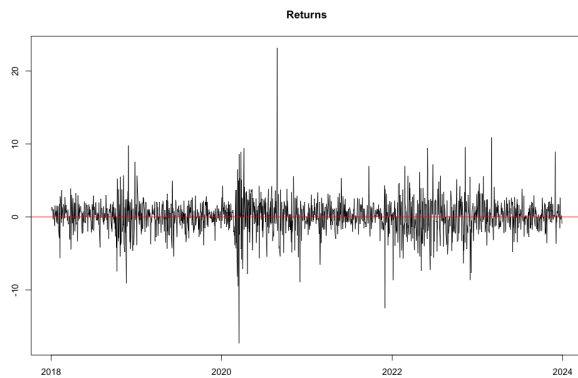


Figura 24: Plot dei rendimenti.

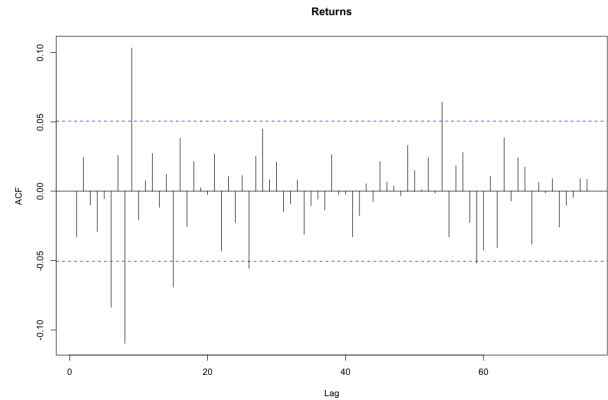


Figura 25: ACF dei rendimenti.

Lag	2	5	10	15	20	50
Statistic	2.79	4.87	49.31	57.26	61.39	85.46
p-value	0.25	0.43	3.58e-07	7.42e-07	4.33e-06	0.00132

Tabella 12: Risultati del test portmanteau Ljung-Box.

Inoltre, l'ACF dei valori assoluti dei rendimenti (Figura 26) e dei rendimenti al quadrato (Figura 27) evidenziano autocorrelazioni rilevanti, indicando chiaramente la variabilità della volatilità.

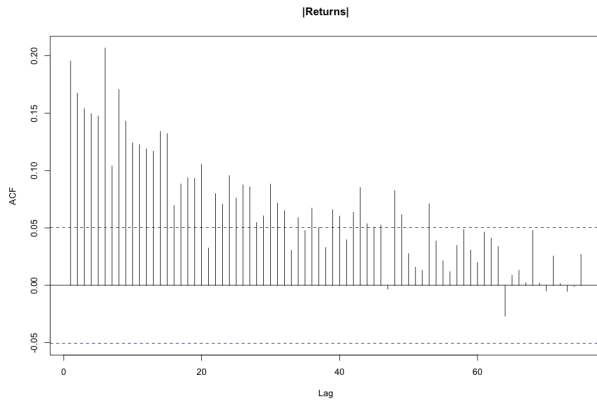


Figura 26: ACF dei rendimenti in valore assoluto.

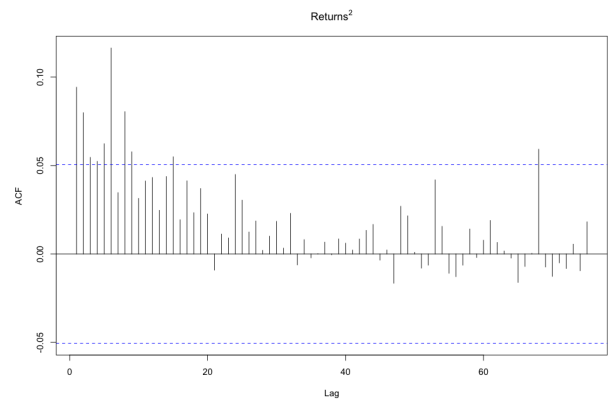


Figura 27: ACF dei rendimenti al quadrato.

Il test ARCH, presentato in Tabella 13, sui rendimenti mostra la presenza di eteroschedasticità condizionata nei rendimenti. Per tutti i lag testati (4, 8, 12, 16), i valori del p-value sono molto bassi, suggerendo che l'ipotesi nulla di omoschedasticità condizionata può essere rifiutata, confermando la presenza di variabilità nella volatilità dei rendimenti, ovvero di eteroschedasticità.

Lag	4	8	12	16
Statistic	23.18	44.86	46.92	48.60
p-value	0.00012	3.91e-07	4.81e-06	3.82e-05

Tabella 13: Test ARCH sui rendimenti per diversi lag.

Come si può osservare dalla Figura 28, la distribuzione dei rendimenti presenta leptocurtosi, ossia code più pesanti rispetto a una distribuzione normale. Anche il Q-Q plot conferma questa osservazione.

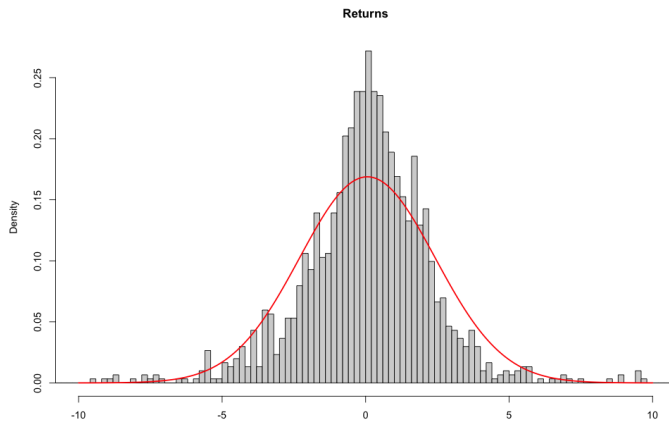


Figura 28: Distribuzione dei rendimenti.

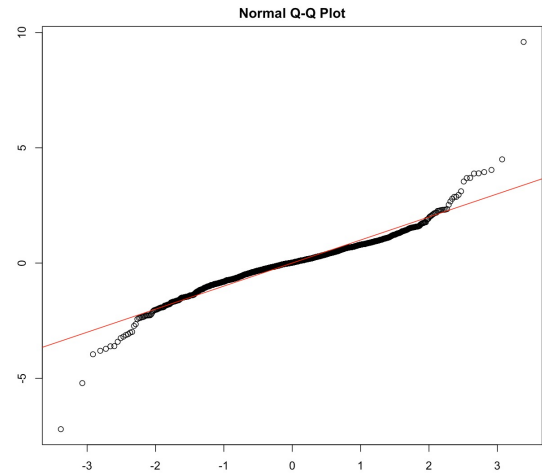


Figura 29: QQ-Plot dei rendimenti.

2.3 Applicazione

2.3.1 Selezione del modello

Di seguito, presentiamo i valori di AIC e BIC per i vari modelli considerati. Per tutti è stata scelta una distribuzione t di Student del termine di errore.

Modello	Akaike	Bayes
CONST + Simple GARCH(1,1)	4.2899	4.3086
CONST + GJR-GARCH(1,1)	4.2830	4.3054
CONST + GJR-GARCH(1,1) + VT	4.2816	4.3003
CONST + T-GARCH(1,1)	4.2707	4.2931
CONST + T-GARCH(1,1) + VT	4.2738	4.2925
CONST + IGARCH(1,1)	4.2906	4.3055

Tabella 14: AIC e BIC per i diversi modelli.

Preferiamo il modello CONST + T-GARCH(1,1) rispetto al modello CONST + T-GARCH(1,1) + VT. Per maggiore chiarezza, riportiamo i coefficienti stimati per i diversi modelli.

Modello	Parametro	Valore	Std. Error	t-value	p-value
CONST + T-GARCH(1,1)	mu	0.09482639	0.04621973	2.051643	4.020435e-02
	omega	0.05341022	0.02117302	2.522561	1.165039e-02
	alpha1	0.05090503	0.02421046	2.102605	3.550033e-02
	beta1	0.90706684	0.02660322	34.096136	0.000000e+00
	gamma1	0.08226098	0.02731253	3.011840	2.596691e-03
	shape	5.32619574	0.84526635	6.301204	2.953424e-10
CONST + T-GARCH(1,1) + VT	mu	0.14274069	0.03377643	4.226045	2.378347e-05
	alpha1	0.04471611	0.02292926	1.950177	5.115500e-02
	beta1	0.92012360	0.02533225	36.322215	0.000000e+00
	gamma1	0.07393175	0.02305223	3.207141	1.340612e-03
	shape	5.55141483	0.80209267	6.921164	4.479528e-12
	omega	0.03177170			
CONST + Simple GARCH(1,1)	mu	0.1257721	0.04360258	2.884510	3.920231e-03
	omega	0.1774949	0.09164382	1.936791	5.277086e-02
	alpha1	0.1192641	0.05275296	2.260804	2.377139e-02
	beta1	0.8552918	0.05938721	14.401952	0.000000e+00
	shape	5.0700451	0.81953217	6.186511	6.151022e-10
CONST + GJR-GARCH(1,1)	mu	0.10027751	0.04379386	2.289762	2.203514e-02
	omega	0.10353107	0.05689796	1.819592	6.882119e-02
	alpha1	0.02475495	0.02148930	1.151966	2.493349e-01
	beta1	0.90732043	0.03849884	23.567475	0.000000e+00
	gamma1	0.09992471	0.03844046	2.599467	9.336864e-03
	shape	5.07544978	0.81624032	6.218083	5.032665e-10
CONST + GJR-GARCH(1,1) + VT	mu	0.10015474	0.042930136	2.332970	1.964969e-02
	alpha1	0.02481247	0.011783907	2.105624	3.523705e-02
	beta1	0.90727787	0.005628127	161.204225	0.000000e+00
	gamma1	0.10008791	0.024553687	4.076289	4.576022e-05
	shape	5.06993426	0.704370441	7.197824	6.117329e-13
	omega	0.10354249			
CONST + IGARCH(1,1)	mu	0.1289789	0.04553005	2.832830	4.613793e-03
	omega	0.1367121	0.07207838	1.896714	5.786574e-02
	alpha1	0.1412083	0.04826712	2.925559	3.438376e-03
	beta1	0.8587917			
	shape	4.5411748	0.58432985	7.771595	7.771561e-15

Tabella 15: Tabella dei risultati per i modelli stimati.

2.3.2 Diagnostiche

In Figura 30 sono riportate le analisi dei residui standardizzati, degli stessi in valore assoluto e al quadrato del modello CONST + T-GARCH(1,1). L'analisi evidenzia l'assenza di autocorrelazioni significative, suggerendo che il modello scelto cattura adeguatamente la dinamica della serie.

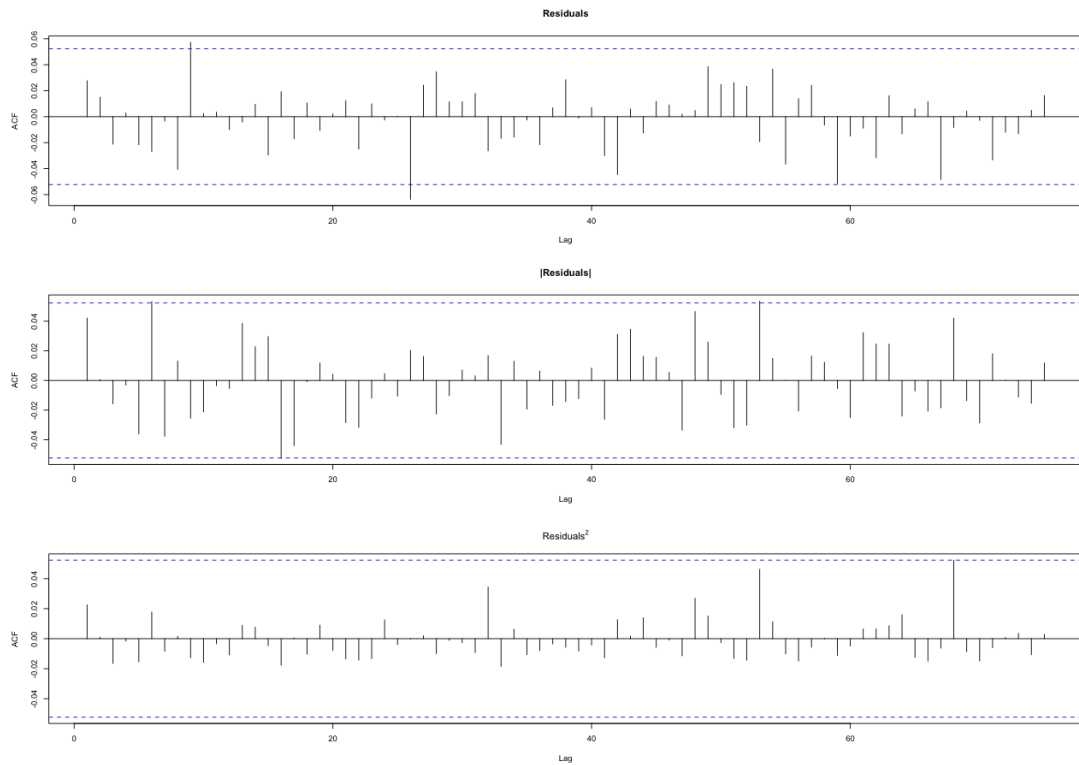


Figura 30: Plot dei residui del modello migliore.

La distribuzione dei residui (Figura 31) mostra che questi seguono una distribuzione in linea con la t di Student standardizzata scelta. È possibile notare che la distribuzione presenta una coda più pesanti sulla destra.

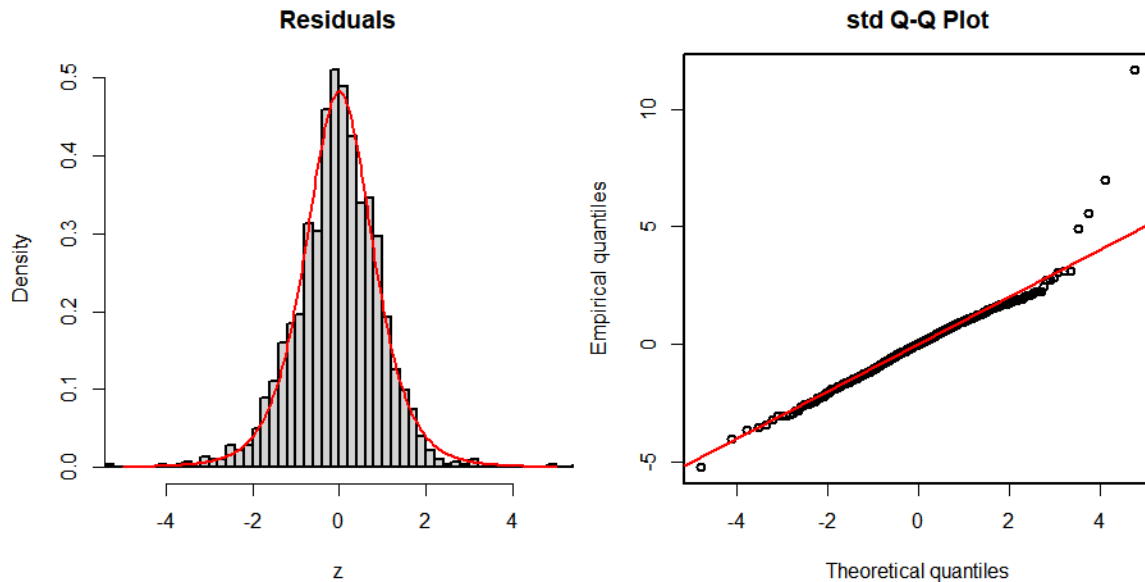


Figura 31: Distribuzione e Q-Q plot dei residui del modello migliore.

Il test di Nyblom sul modello $\text{CONST} + \text{T-GARCH}(1,1)$ (Tabella 16) non rifiuta l'ipotesi nulla della stabilità dei parametri. Le statistiche congiunte sono inferiori al valore critico anche per $\alpha = 0.10$. Anche le statistiche individuali presentano buoni risultati, ad eccezione di *eta11*. Pertanto, concludiamo che i parametri sono complessivamente stabili nel tempo se consideriamo le osservazioni dal 1° giugno 2018.

Statistica Individuale	Valore	Statistica Congiunta	Valore
mu	0.0566	Statistica Congiunta	1.2955
omega	0.0613		
alpha1	0.0506		
beta1	0.0865		
eta11	0.6640		
shape	0.0726		

Statistiche Critiche per Livello di Significatività	10%	5%	1%
Statistiche Individuali	0.353	0.470	0.748
Statistiche Congiunte	1.49	1.68	2.12

Tabella 16: Risultati del test di Nyblom

I test di Sign Bias non evidenziano un effetto leverage significativo. In tutti i test effettuati, si accetta l'ipotesi nulla H_0 con un livello di significatività $\alpha = 0.05$. Sebbene non emerga un effetto di leverage significativo, la stima del parametro γ_1 risulta comunque significativa. Pertanto, si decide di mantenere il modello selezionato.

In Figura 32 sono riportate le curve NIC dei modelli S-GARCH, GJR-GARCH e T-GARCH. Come previsto, la NIC del modello scelto, T-GARCH, presenta un andamento asimmetrico dovuto alla presenza del parametro γ_1 . Inoltre, risulta meno curva rispetto agli altri modelli, poiché è specificata su σ_t anziché su σ_t^2 .

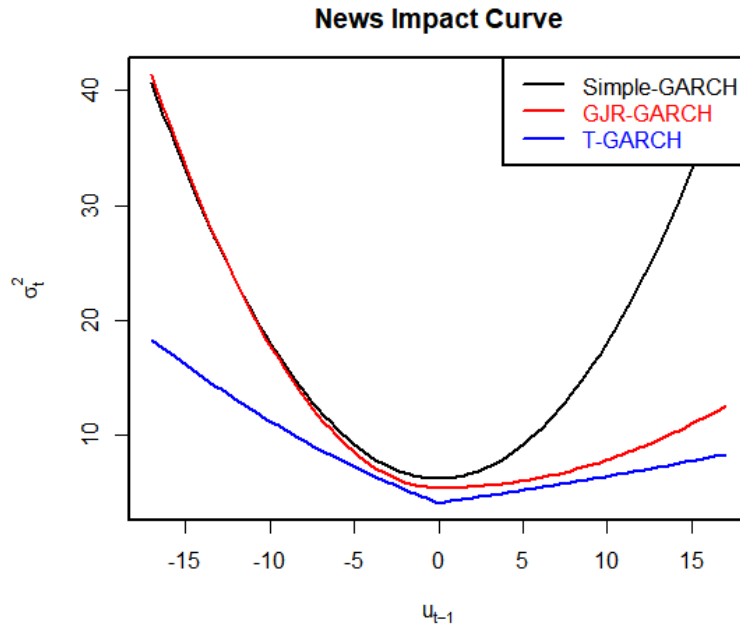


Figura 32: Confronto fra NIC.

Valutando complessivamente le diagnostiche, il T-GARCH può essere considerato il modello più adatto per effettuare previsioni.

2.3.3 Previsioni Ex-Post

Dalla Figura 33 emerge chiaramente che la volatilità giornaliera stimata utilizzando il metodo di Garman e Klass presenta un andamento irregolare, con numerosi picchi. I modelli analizzati si adattano abbastanza bene alla serie, anche se non riescono a replicarne perfettamente tutte le fluttuazioni. In generale, si osserva che il modello T-GARCH segue in modo più preciso l'andamento della volatilità rispetto al GJR-GARCH, evidenziando una maggiore capacità di catturare le dinamiche della volatilità nel periodo considerato.

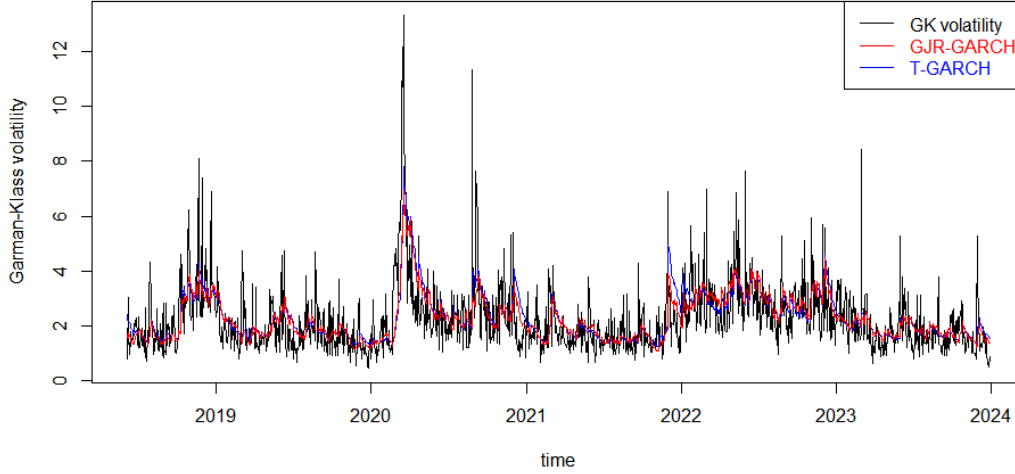


Figura 33: Volatilità di Garman-Klass.

Nella Tabella 17 sono riportati gli errori di previsione dei modelli stimati. Per il confronto, sono stati utilizzati i dati compresi tra il 1° gennaio 2024 e il 16 febbraio 2025, con un orizzonte di previsione pari a 1 giorno, al fine di stimare la varianza condizionata (volatilità nel caso del modello T-GARCH, dato che le due grandezze sono strettamente collegate). Le previsioni ottenute sono state quindi confrontate con la stima della varianza giornaliera di Garman-Klass.

Measure	Model	RMSE	MPE	MAPE	MLLE
Volatility	GARCH	1.297687	-0.3087771	0.4699256	0.1173477
	GJR-GARCH	1.418213	-0.3319261	0.5088736	0.1274725
	T-GARCH	1.064399	-0.1827633	0.3694196	0.0989049
	IGARCH	1.392082	-0.3659945	0.5152818	0.1245976
	naive	1.157457	-0.5010420	0.5868571	0.1208179
Variance	GARCH	11.459318	-1.0656309	1.3253290	0.5810768
	GJR-GARCH	12.368921	-1.2612532	1.5451705	0.6001072
	T-GARCH	9.655220	-0.6042774	0.9046618	0.5268404
	IGARCH	12.398597	-1.2848726	1.5258532	0.5907767
	naive	9.624324	-1.5599732	1.6988021	0.4727310

Tabella 17: Risultati delle metriche di valutazione per i modelli di volatilità e varianza

Il modello T-GARCH risulta il migliore in termini di RMSE e MLLE, con i valori più bassi per entrambe le metriche in entrambi i casi (volatilità e varianza). In particolare, presenta il miglior RMSE (1.064399 per la volatilità e 9.655220 per la varianza), il più basso MPE (-0.1827633 per la volatilità e -0.6042774 per la varianza), e il miglior MLLE (0.0989049 per la volatilità e 0.5268404 per la varianza), indicando la sua superiorità nel fornire previsioni più precise e affidabili.

Il test di Mincer-Zarnowitz porta a rifiutare l'ipotesi nulla di assenza di bias e distorsione delle stime. Il risultato è riportato in Tabella 18 solo per il modello T-GARCH, ma risultati simili emergono per tutti i modelli testati.

Model	Name	Estimate	HAC.s.e.	HAC.stat	HAC.pvalue
T-GARCH	Intercept	1.12	0.28	4.06	6.625255e-05
T-GARCH	fit	-0.60	0.15	-3.87	1.368481e-04
T-GARCH	Ftest			8.26	3.348521e-04

Tabella 18: Risultati MZ per il modello T-GARCH con stime HAC.

Confrontiamo ora i due modelli che mostrano una performance leggermente migliore, utilizzando il test di Diebold-Mariano per il confronto tra GJR-GARCH e T-GARCH.

Measure	Horizon	Loss	Statistic	p-value
Volatility	1	LLE	-2.760	0.006
	1	SE	-4.393902	1.113342e-05
Variance	1	LLE	0.820	0.412
	1	SE	-3.318500	9.050244e-04

Tabella 19: Test di Diebold-Mariano per il confronto tra GJR-GARCH e T-GARCH

I risultati, riportati in Tabella 19, indicano che per la previsione della volatilità (come evidenziato dal valore della statistica negativa e p-value molto basso), il modello GJR-GARCH è significativamente migliore del T-GARCH, in base alla loss LLE.

Per quanto riguarda la previsione della varianza, invece, non emerge una differenza significativa tra i due modelli. Utilizzando come funzione loss SE, il modello GJR-GARCH si rivela significativamente migliore del T-GARCH

2.3.4 Previsioni Ex-Ante

Presentiamo ora le previsioni ex-ante ottenute utilizzando il modello T-GARCH. Conformemente al modello scelto, la media condizionata è prevista costante nel tempo. Mentre, la volatilità mostra un andamento crescente, suggerendo un aumento della incertezza e dei rischi nel periodo di previsione.

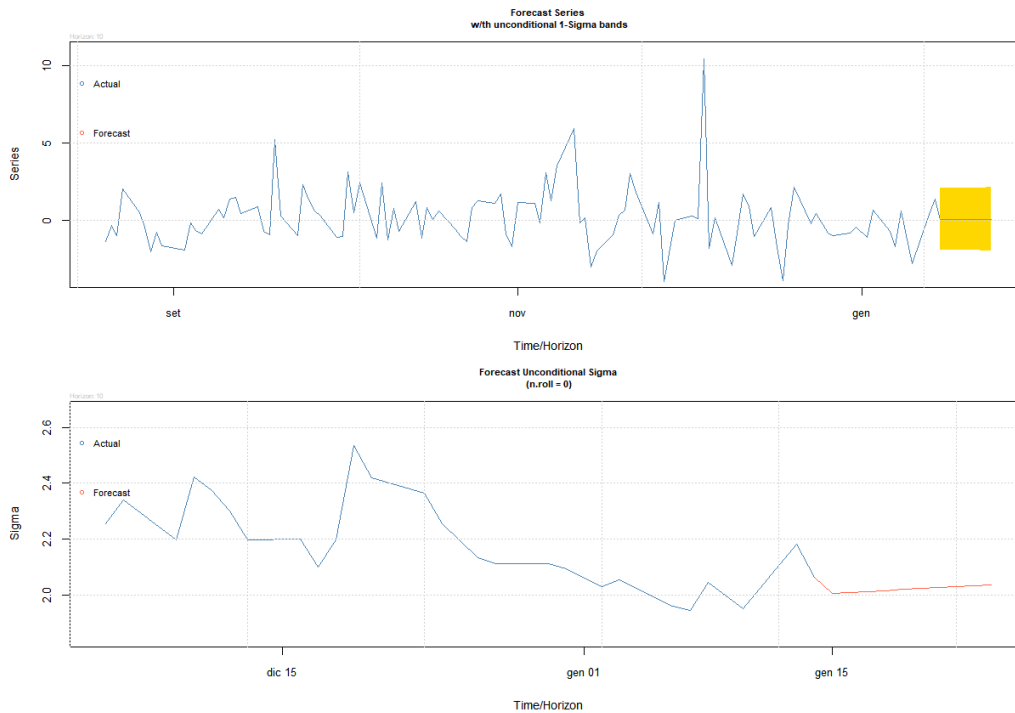


Figura 34: Previsioni Ex-Ante.

2.4 Conclusioni

Il modello T-GARCH, selezionato in fase di stima sulla base dei criteri di AIC e BIC, si è confermato un modello adeguato per la modellizzazione della volatilità. Rispetto agli altri modelli testati, ha mostrato una performance soddisfacente in termini di adattamento ai dati.

Durante la fase di diagnostica, tale modello ha prodotto i risultati complessivamente migliori, confermando la sua adeguatezza nel descrivere le caratteristiche della serie temporale. Tuttavia, nonostante le buone performance diagnostiche, le previsioni ex-post non permettono di affermare con certezza che il modello T-GARCH sia significativamente migliore rispetto ad altri, in particolare rispetto al GJR-GARCH. In effetti, le differenze di performance nelle previsioni ex-post sono minime, suggerendo che entrambi i modelli potrebbero essere adeguati in previsione.

Questi risultati indicano che, pur essendo il modello T-GARCH una scelta solida per la previsione della volatilità, la sua superiorità rispetto ad altri modelli come il GJR-GARCH non è così marcata da giustificare una preferenza inequivocabile per quanto riguarda la serie analizzata.