· 삼각함수는 '함수'의 일종이다. 라디안 각도를 입력값으로 받고 '-1~1'사이의 함숫값을 가지는 함수이다.

실수

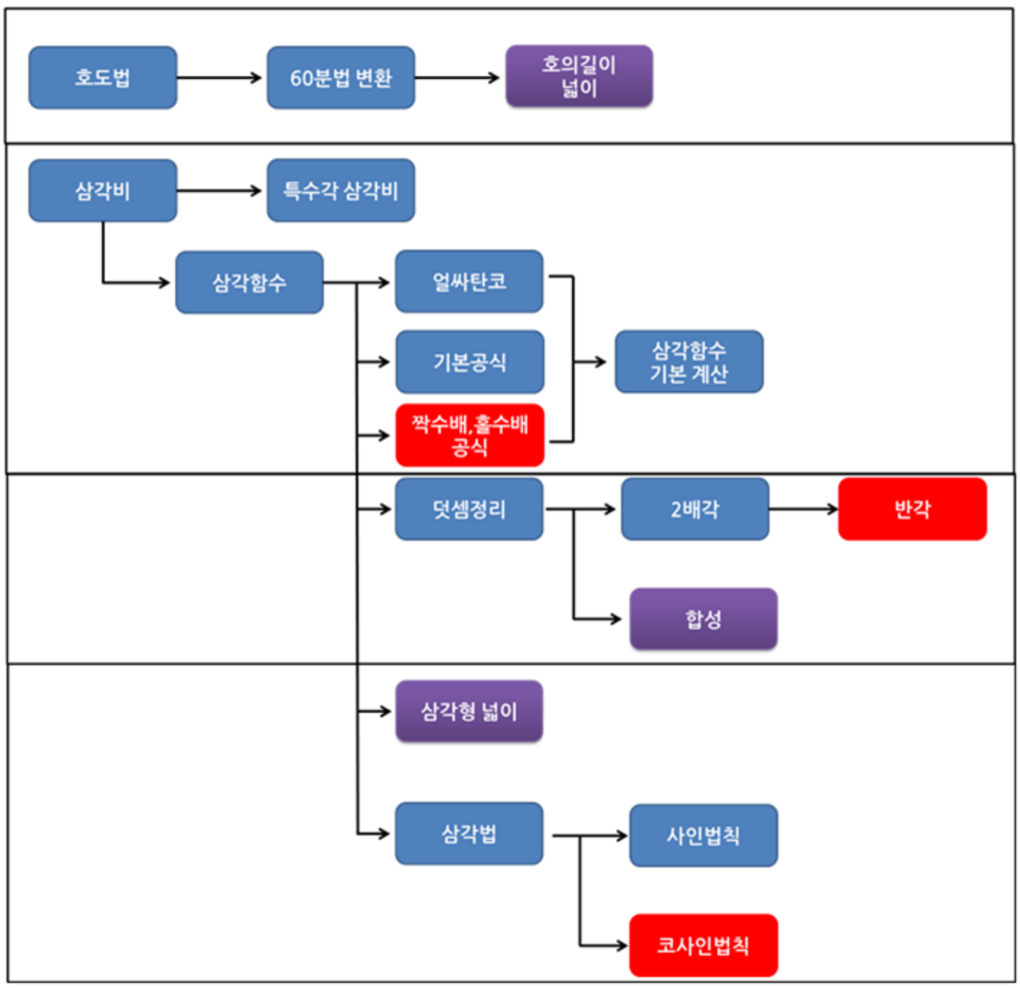
상당수 학생들이 삼각함수를 하다보면 삼각비와 삼각함수의 차이를 모르는 경우가 많습니다.

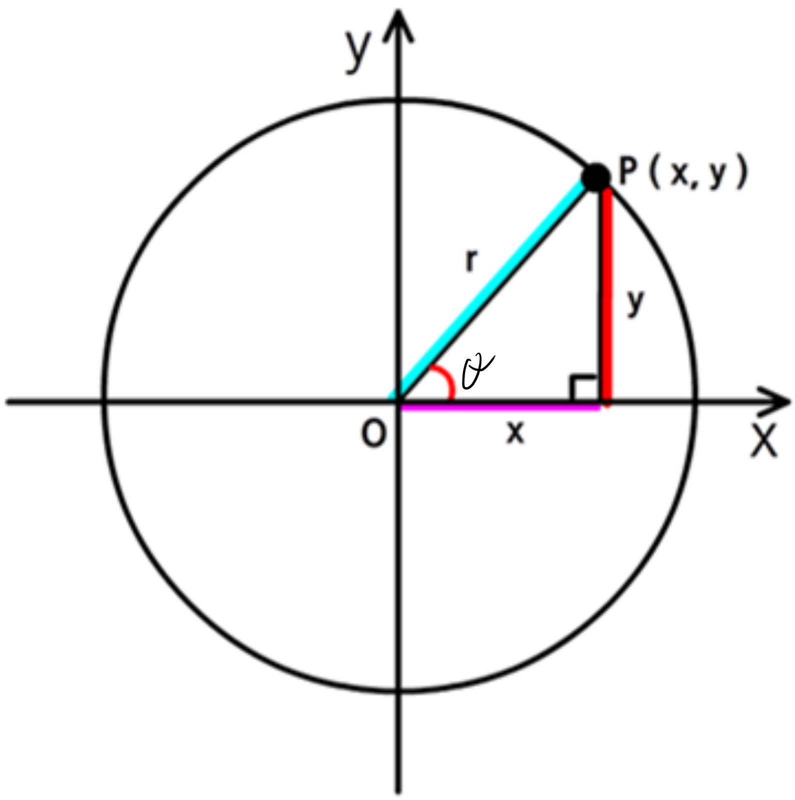
삼각비 ⇨ 직각삼각형 사용

삼각함수 ⇨ 좌표평면 사용 (즉, 직각 보다 큰 θ에 대한 삼각비를 구하기 위해, 좌표평면의 단위원을 사용)

02. 삼각함수의 공식 TOTAL MAP

사용되는 공식이 상당히 많아서 여기서는 4개의 영역으로 나눈 후에 각각의 공식들에 대해서 알아보겠습니다.





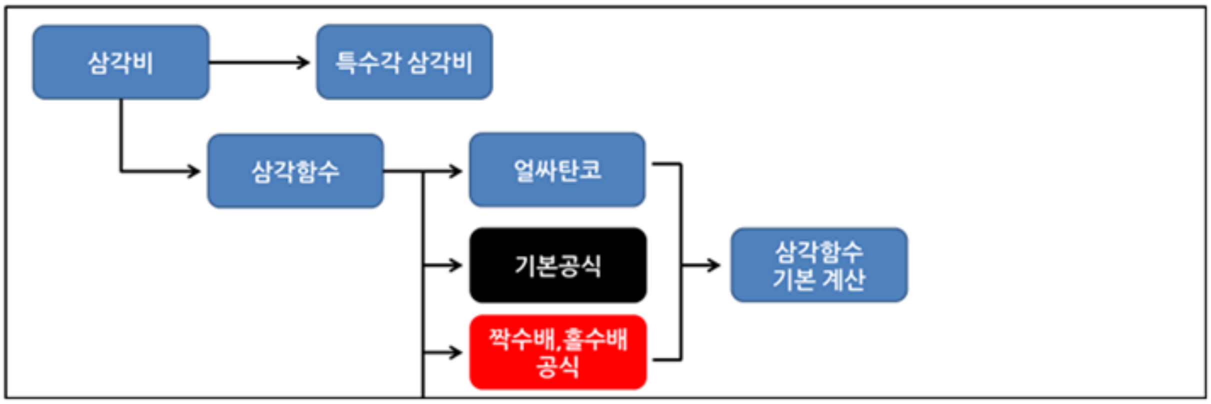
$\sin\theta = \frac{y}{r}$ **이고 역수** $\csc\theta = \frac{r}{y}$

$\cos\theta = \frac{x}{r}$ **이고 역수** $\sec\theta = \frac{r}{x}$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$ **이고 역수** $\cot\theta = \frac{x}{y}$

· 해당 원을 '단위원(반지름이 1인 원)'이라고 생각하면,
$\sin\theta$는 θ의 동경과 원이 만나는 점의 y좌표이고
$\cos\theta$는 θ의 동경과 원이 만나는 점의 x좌표이다.

공식04 삼각함수의 기본공식



다음에 나오는 것이 삼각함수의 기본 공식으로 언급되는 것인데 세가지가 주로 사용됩니다.

⟨해당 공식을 통해, 주어진 식을 sin과 cos으로만 구성시킬 수 있다.⟩

1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

계산 과정에 $\tan\theta$가 $\sin\theta, \cos\theta$ 함께 사용될 때

2) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

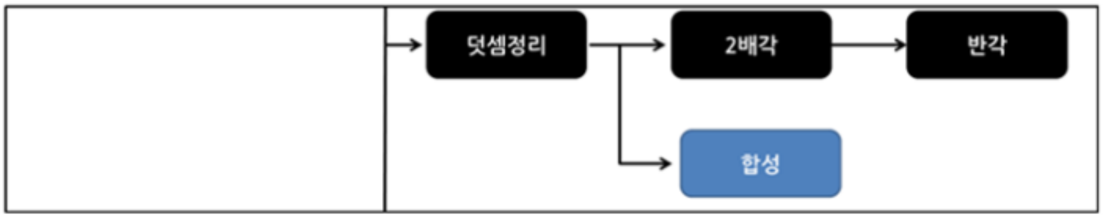
'코사인의 덧셈정리 ($\cos(\theta_1-\theta_2) = \cos\theta_1 \times \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \times \sin\theta_2$)'로 증명가능
$\Rightarrow \theta_1$과 θ_2에 'θ'을 대입하면, $\cos(\theta-\theta) = \cos\theta^2 + \sin\theta^2$
$\Leftrightarrow 1 = \cos\theta^2 + \sin\theta^2$

계산 과정에 제일 많이 사용되는 공식입니다.
광범위하게 사용되는데 특히 $\sin\theta, \cos\theta$ 대칭 형태로 나와서 합과 곱을 이용하는 문제에서는 생략되어 있기 때문에 반드시 미리 써두는 것이 효과정입니다.

3) $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

자주는 사용되지 않으나 간혹 난이도 있는 문제에서 사용됨

공식06 덧셈정리, 2배각, 반각 공식



덧셈정리

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ (신코코신)

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$ (위 식에서 연산자만 바뀜)

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ (코코마신신)

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$ (위 식에서 연산자만 바뀜)

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$ (일마탄탄분의 탄불탄)

$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$ (위 식에서 연산자만 바뀜)

2배각

β대신 α로 대입

$\sin(2\alpha)=2\sin\alpha\cos\alpha$ (니사이코)

$\cos(2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$ (코제곱 마싸제곱)

$=2\cos^2\alpha-1$

$=1-2\sin^2\alpha$

$\tan(2\alpha)=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

반각공식

2배각 공식의 변형

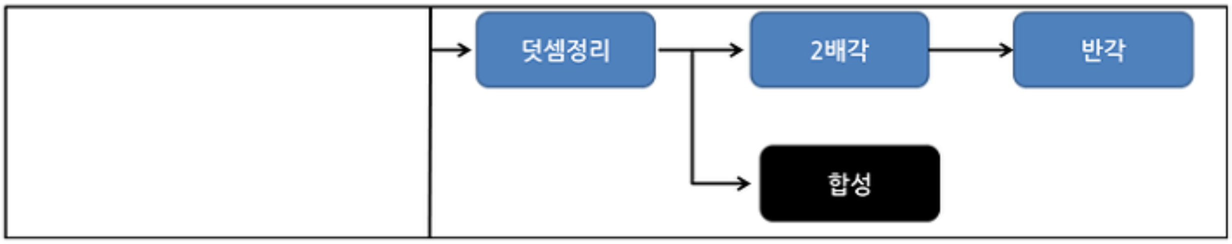
α 대신 $\dfrac{\alpha}{2}$ 로 대입

$\sin^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}$

$\cos^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{1+\cos\alpha}{2}$

$\tan^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

공식07 삼각함수의 합성



각이 같은 1차로된 사인과 코사인의 결합을 했어 사인과 코사인이 혼합된 주로 최대, 최소, 주기를 구하는데 사용하게 됩니다.

$$a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$$

단 $\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

최대 $\sqrt{a^2+b^2}$

최소 $-\sqrt{a^2+b^2}$

주기 2π

$$a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta-\beta)$$

단 $\cos\beta = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}, \sin\beta = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

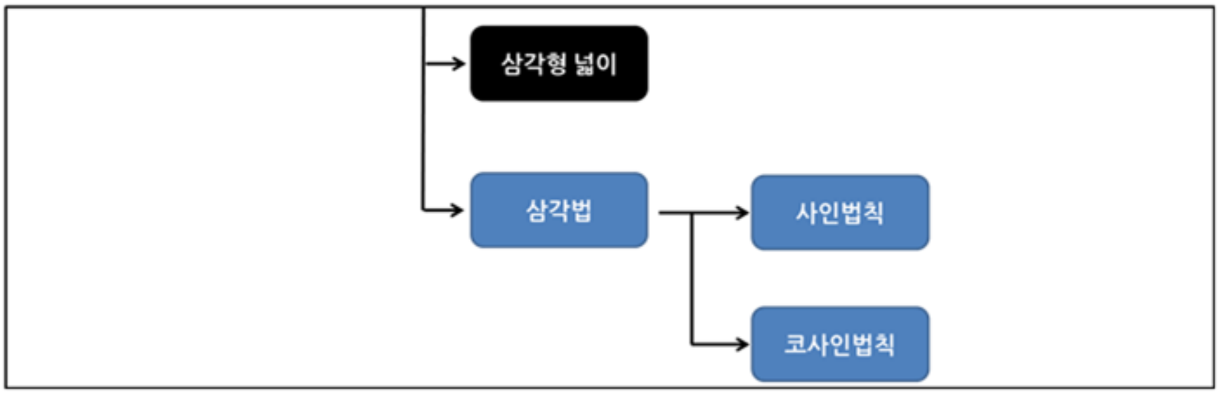
최대 $\sqrt{a^2+b^2}$

최소 $-\sqrt{a^2+b^2}$

주기 2π

둘 중에 하나만 사용할 줄 알면 되는데 주로 처음 사용한 합성 공식이 편리 합니다.

공식08 삼각형의 넓이



양변과 사잇각을 알 때

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C$$

내접원의 반지름을 알 때

$$S=\frac{1}{2}(a+b+c)r$$

외접원의 반지름을 알 때

$S=\dfrac{abc}{4R}$ **(사인법칙을 이용함** $\sin C=\dfrac{c}{2R}$**)**

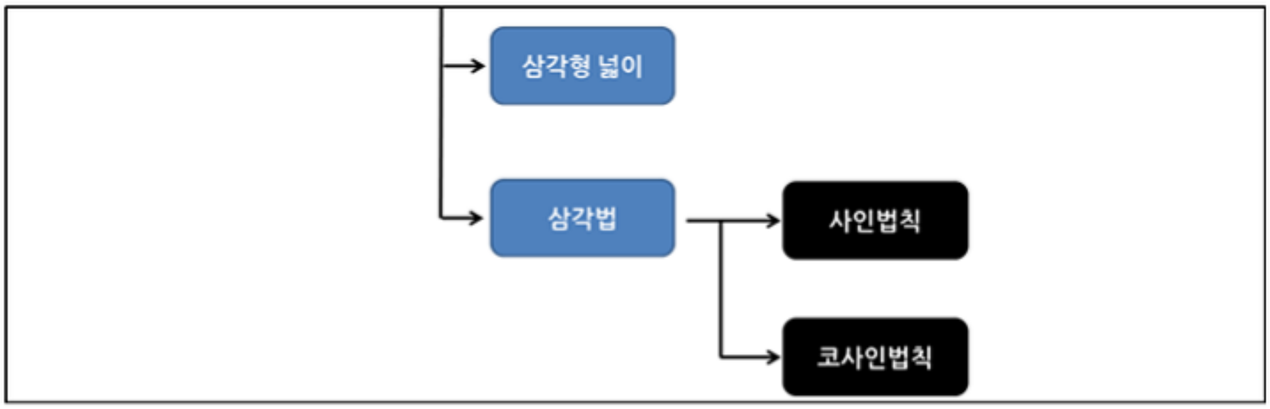
세변의 길이를 알 때 (헤론의 공식)

$$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\ \left(s=\frac{a+b+c}{2}\right)$$

세좌표를 알 때

$$S=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}\left|(x_1y_2+x_2y_3+x_3y_1)-(x_2y_1+x_3y_2+x_1y_3)\right|$$

공식09 사인법칙, 코사인법칙



사인법칙과 코사인법칙은 삼각형에서 세변과 세각의 크기를 모두 구하고자 할 때 종종 사용하게 되는데...
내각의합 2π, 사인법칙, 코사인법칙이 혼합하여 주로 구하는 경우가 종종 있어서 모든 공식을 외우고 있어야 합니다.

사인법칙

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

코사인 제1법칙 (양변과 사이각을 알 때)

$$c = a\cos B + b\cos A$$

코사인 제2법칙 (양변과 사잇각을 알 때)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

코사인 제2법칙 변형 (세변의 길이를 알 때)

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$