1. 유리함수의 기본형

$y = \frac{1}{x}$

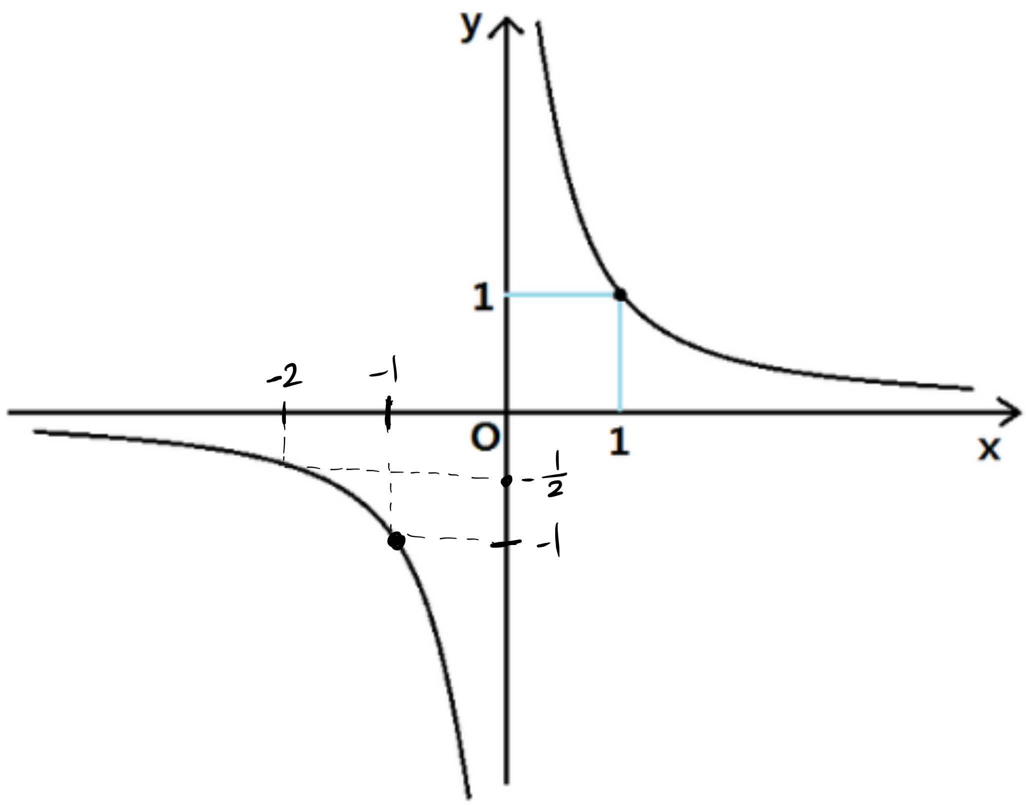
중학교 1학년 때 배웠던 반비례 함수가 바로 고1 수2 유리함수의 기본적인 형태가 된다.
분수식은 분모가 0이 될 수 없으므로 이 유리함수는 x=0의 값을 가질 수 없게 된다.
그러므로 정의역은 다음과 같다.

$\{x \mid x \neq 0$인 실수$\}$

그럼 치역은?
우변의 값이 절대로 0이 될 수 없음을 알 수 있다.

$\{y \mid y \neq 0$인 실수$\}$

이제 가장 중요한 그래프를 그려보자.
그런데 유리함수의 핵심 포인트가 점근선이라 했지!
점근선은 바로 x=0, y=0 이 되어 기본적인 유리함수의 점근선은 y축과 x축이 된다.



- 점근선 : $x=0$, $y=0$

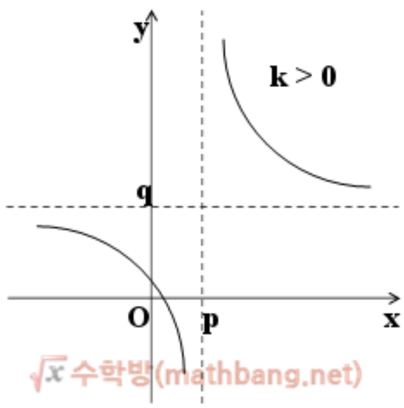
분수함수

분수함수 $y = \frac{k}{x - p} + q\ (k \neq 0)$ 의 그래프

(분수함수의 표준형)

점과 도형의 평행이동에서 x축 방향으로 p만큼 평행이동하면 x 대신 x - p, y축 방향으로 q만큼 평행이동하면 y 대신 y - q를 대입한다고 했어요.

$y = \frac{k}{x}\ (k \neq 0)$ 의 그래프를 x축 방향으로 p만큼, y축 방향으로 q만큼 평행이동해보죠. x대신 x - p, y 대신 y - q를 대입하고 정리하면 $y = \frac{k}{x - p} + q\ (k \neq 0)$ 가 돼요.



$y = \frac{k}{x - p} + q\ (k \neq 0)$ 의 그래프는 어떤 특징이 있을까요?

중학교 때 공부했던 이차함수 그래프, y = (x-p)^2 + q에서 y = ax^{2}의 그래프를 x축 방향으로 p만큼, y축 방향으로 q만큼 평행이동하면 y = ax^{2}의 특징 중 x와 관련된 모든 항목은 p로, y와 관련된 모든 항목은 q로 바뀐다고 했어요. 여기서도 마찬가지예요.

$$y = \frac{k}{x - p} + q\ (k \neq 0) \text{ 의 그래프}$$

- 점근선 : $x = p$, $y = q$

분수함수 $y = \frac{cx + d}{ax + b}$ $(a \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$ 의 그래프 (분수함수의 일반형)

a = 0이면 $y = \frac{cx + d}{b} = \frac{c}{b}x + \frac{d}{b}$ 가 되죠. 이건 분수함수가 아니라 다항함수예요. 그래서 a ≠ 0이라는 조건이 붙어요. 또 ad - bc = 0이 되면 분수함수가 아니라 그냥 상수함수가 되어버리기 때문에 ad - bc ≠ 0이라는 조건이 붙습니다.

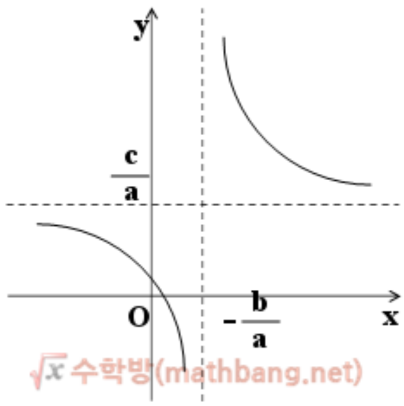
$y = \frac{cx + d}{ax + b}$ $(a \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x - p} + q$ $(k \neq 0)$ 꼴로 바꿔서 풀어요.

··· 분수함수 모양 바꾸는 과정 펼치기

$y = \frac{cx + d}{ax + b}$ $(a \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$ 의 모양을 바꿔보면 $y = \frac{k}{x + \frac{b}{a}} + \frac{c}{a}$ $(k \neq 0)$ 가 되는데, $y = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$ 의 그래프를 x축 방향으로 $-\frac{b}{a}$ 만큼, y축 방향으로 $\frac{c}{a}$ 만큼 평행이동한 걸 알 수 있어요. 여기서 $-\frac{b}{a}$ 는 분모 = 0이 되게하는 x값이고, $\frac{c}{a}$ 는 일차항의 계수의 비예요.

$y = \frac{cx + d}{ax + b}$ $(a \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$ 의 점근선은 x = $-\frac{b}{a}$, y = $\frac{c}{a}$ 가 되죠. 대칭점은 ($-\frac{b}{a}$, $\frac{c}{a}$)이에요.

> $y = \frac{cx + d}{ax + b}$ $(a \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$ 의 그래프
> $y = \frac{k}{x - p} + q$ $(k \neq 0)$ 꼴로 바꾼다.
> 점근선: x = (분모가 0이 되는 x값), y = (일차항의 계수비) 핵심!!!
> 대칭점: (분모가 0이 되는 x값, 일차항의 계수비)



함수 $y = \dfrac{3x - 1}{2x + 1}$ 의 점근선의 방정식을 구하여라.

$y = \dfrac{cx + d}{ax + b}$ $(a \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$ 의 점근선은 x = (분모가 0이 되는 x값), y = (일차항의 계수비)에요.

$x = -\dfrac{1}{2},\ y = \dfrac{3}{2}$