

보통의 수익률은 다음과 같이 계산하는데, 100원 짜리 주식이 130원이 되면 주가 수익률은 +30% 가 된다. $(130 - 100) / 100$.

$$\text{주가 수익률 (R)} = \frac{\text{나중 주가} - \text{처음 주가}}{\text{처음 주가}} = \frac{P - P_0}{P_0} = \frac{P}{P_0} - 1$$

그런데 주가가 다시 100원이 되었다면 $(100 \rightarrow 130 \rightarrow 100)$, 최종 수익률은 얼마가 되는가? 주가가 원위치 되었으므로, 최종 수익률은 당연히 0%가 된다. 처음 100 -> 130 일 때 +30% 상승했고, 130 -> 100 이 되었을 때는 23% 하락한 것이 된다. 처음에는 30% 이익을 보고, 나중에는 23% 손실을 보았다면, 최종 7%의 이익을 본 것처럼 보일 수 있다. 그러나 최종 수익률은 분명히 0%이다. 수익률을 합산할 때 이런 문제가 생기는 이유는 연속 시간에 대한 복리 효과 때문이다. 나중에 발생한 손실은 초기에 발생한 30%의 이익 분까지 재투자해서 발생한 손실이므로 처음과 손실률이 다르게 나타난 것이다.

이러한 계산상의 문제점으로 금융 분야에서는 주로 로그 수익률을 사용하고, 다음과 같이 계산한다. ("ln"은 자연 로그임).

$$\text{로그수익률 (R)} = \ln\left(\frac{\text{나중 주가}}{\text{처음 주가}}\right) = \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \ln(P) - \ln(P_0)$$

100원 짜리 주가가 130원이 되면 로그 수익률은 $[\ln(130) - \ln(100) = 26.24\%]$ 가 되고, 130원에서 다시 100원이 되면 로그 수익률은 $[\ln(100) - \ln(130) = -26.24\%]$ 가 된다. 두 수익률을 합하면 최종 수익률은 정확히 0%가 된다. 두 수익률을 비교해 보면 아래의 [테이블-1]처럼 보통의 수익률은 합계와 최종 수익률이 일치하지 않지만, 로그 수익률은 정확히 일치한다. 이것은 맨 우측의 식을 합해보면 처음과 끝인 $-\ln(100)$ 과 $\ln(110)$ 만 남고 모두 상쇄되기 때문이다.

주가	보통의 수익률	로그 수익률
100		
130	+30.0%	+26.2%
140	+7.7%	+7.4%
120	-14.3%	-15.4%
110	-8.3%	-8.7%
수익률 합계	+15.1%	+9.5%
최종 수익률	+10%	+9.5%

X: 로그수익률을 반명하여 값을 계산하는 법

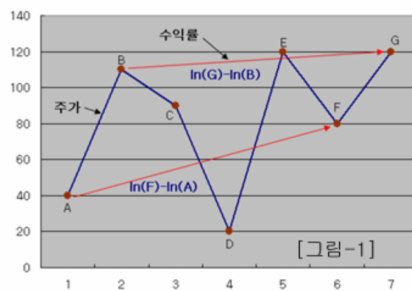
$$\begin{aligned} & \exp(\ln(100) + \ln(\frac{130}{100}) + \ln(\frac{140}{130})) \\ &= \exp(\ln(100 \times \frac{130}{100} \times \frac{140}{130})) \\ &= \exp(\ln(140)) \end{aligned}$$

[테이블-1]

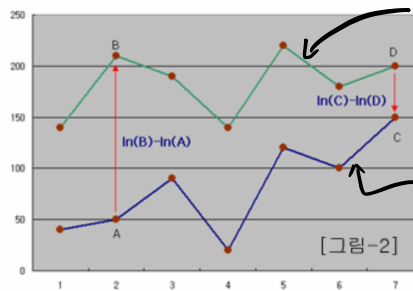
$$\frac{110-100}{100} \times 100 = 10\%$$

이번에는 로그 수익률을 다른 관점에서 관찰해 보도록 하자. 로그 수익률은 [그림-1]과 같이 시점 간의 이동으로 볼 수 있다. A-지점에서 매수하여 F-지점에서 매도하였다면, $\ln(F) - \ln(A)$ 만큼 수익을 얻을 수 있다. 중간에 지나는 경로는 아무런 상관이 없다. 다만, 매수 시점과 매도 시점 간의 시간 이동이 수익률을 결정시켜 주는 것이다.

주가의 시점 이동 (수익률)



주가의 종목 이동 (수익률)



동일한 논리를 두 종목간의 공간 이동으로 적용해보자. [그림-2]는 두 종목의 주가 차트이다. 시점-2에서 종목-1을 가격 (A)에 매수하고, 동일 시점에서 종목-2를 가격 (B)에 매도하면, [그림-1]과 같은 논리로 $\ln(B) - \ln(A)$ 라고 할 수 있고, 이것 역시 수익률의 개념이 된다. 향후 반드시 청산해야 한다는 관점에서 잠재 수익률 정도가 될 것이다. 시점-7에서 반대 매매로 청산 한다면, 다시 $\ln(C) - \ln(D)$ 라고 쓸 수 있고, 이것 역시 수익률의 차원이 된다. 두 수익률을 합산해 보면 아래와 같이 된다. (로그 수익률은 합산이 가능하다.)

$$\text{최종 수익률} = \ln(B) - \ln(A) + \ln(C) - \ln(D) = [\ln(C) - \ln(A)] - [\ln(D) - \ln(B)]$$

$$= [\text{종목-1의 수익률}] - [\text{종목-2의 수익률}] = \text{차익}$$

즉, 두 수익률을 합한 최종 수익률은 차익이 되고, 이것이 바로 페어트레이딩에서 발생하는 차익이 되는 것이다.

X: 피어트레이딩 : 상관관계가 높은 두 금융상품
(=비트래지, 하위거래)
대상으로, 동시에 한 상품을 매수하고 또 다른 상품을 매도하는 시장 중립적인 매매법

→ 두 종목의 주가 수익률 차.

[그림-2]에서 A-B 사이와 C-D 사이의 벌어진 차이는 스프레드 개념으로 볼 수 있다. 시점-2의 A-B 간 스프레드는 크고, C-D 간 스프레드는 작다. 만약, 스프레드가 크게 벌어진 시점에서 포지션 진입을 하고, 좁아진 시점에서 포지션 청산을 하면 위와 같은 논리의 차익이 발생한다. 즉, 수익률의 차이와 스프레드의 차이가 동일한 것이다. 여기서 수익률과 스프레드는 동일한 개념으로 사용할 수 있다는 것을 알 수 있다.

* 수익률 = 차익 = 스프레드의 차

* 스프레드 = $\ln(A) - \ln(B)$, 혹은 $\ln(D) - \ln(C)$

이 성질을 이용하면 스프레드로 수익률을 표현할 수 있고, 스프레드의 변화를 관측함으로써 기대 수익률을 추정할 수 있게 된다. 이것이 로그 스프레드의 기본 개념이다.

로그 스프레드는 로그 수익률과, 다음에 설명할 Cointegration 개념과 함께 사용되어, 기대 수익률뿐만 아니라 매수/매도 수량까지 결정할 수 있는 아주 편리한 지표가 된다.