

## 1 정의.

집합  $V$ 의 임의의 원소  $u, v$ 와 임의의 스칼라  $k$ 에 대하여

$\times$  공간은 '집합'의 개념이다!

①  $u + v \in V$     ②  $ku \in V$

을 만족할 때 집합(Set)  $V$ 를 **공간(Space)**

$V$ 라고 한다. (즉, 특정 조건 ①, ②를 만족하는 집합을 '공간'이라 한다.)

$\times$  해당 집합이 갖는 원소가 '벡터', '행렬'이다.

### 3. $n$ 차원 공간 ( $n$ -dimensional Space) (공간의 종류)

#### o $n$ 차원 실수 공간 $\mathbb{R}^n$

-  $n$ 개 실수 성분으로 이루어진 모든  $n$  순서쌍  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  벡터들의 집합

$\cdot \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

$\cdot \mathbb{R}^n = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \dots \times \mathbb{R} = \{ \mathbf{x} \mid x_i \in \mathbb{R}, i=1, 2, \dots, n \}$

.. 여기서,  $x_i$ 는 좌표(coordinate), 성분(component), 원소(element) 등으로 불리움

- 예)

$\cdot \mathbb{R}^1$  : 대수적으로 실수 집합 (기하학적으로 직선)

$\cdot \mathbb{R}^2$  : 대수적으로 실수들의 순서쌍 집합 (기하학적으로 평면)

$\cdot \mathbb{R}^3$  : 대수적으로 실수들의 3개 순서쌍 집합 (기하학적으로 공간)

$\cdot \mathbb{R}^4$  : 4 이상의 고 차원 공간(high-dimensional space)

유클리드 개념

## 1. 유클리드 공간 (Euclidean Space)

↳ '실수 공간'에 좌표계를 도입한 공간.

※ 유클리드 기하학의 5개 공준(공리)이 성립되는 공간

← 유클리드가 실제로 연설했던 공간.

◦ 경험적 유클리드 공간 :  $E^3$

(=좌표공간: '좌표계'가 도입된 공간)

세 실수 순서쌍  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ 의 집합

3 차원 이하의 형상을 하는 실수들만으로 이루어진 공간 :  $R^1, R^2, R^3$

↳ 핵심!!!

## 2. 유클리드 공간 위의 점(또는 벡터) 표현

① 위치 좌표 표현

세 실수 순서쌍을 '좌표계'를 통해 나타냄.

좌표계 원점에 대한 3개 또는 그 이상의 실수로 된 좌표  $(x, y, z)$ 로 나타냄

즉, 카테시안 좌표계(직교 좌표계)로 표현하는 공간

(=기하학적 좌표계)

② 거리 및 각도 표현

- 원점으로부터의 거리(distance) 및 각도(angle)로 나타낼 수 있음

'유클리드 공간'의 특징.

## 3. 유클리드 공간 특징

◦ 두 점 사이의 거리가 양수(positive)

◦ 두 점을 평행 이동의 경우에 그 길이는 변하지 않음

← 벡터의 특징

## 4. 임의 차원으로 확대된 일반화 유클리드 공간

↳ '경험적 유클리드 공간'을 토대로

◦ 유한 차원, 실수 순서쌍, 내적이 주어지는  $R^n$  공간( $n$  차원 실수 공간)

기저의 핵심적인 조건.



## 벡터공간과 기저벡터

여러 벡터를 선형조합을 하면 다른 벡터를 만들 수 있다. 벡터  $N$ 개가 서로 선형독립이면 이 벡터들을 선형조합하여 만들어지는 모든 벡터의 집합을 벡터공간(vector space)  $V$ 라 하고 이 벡터공간의 차원을  $N$ 이라고 한다. 그리고 그 벡터들을 벡터공간의 기저벡터(basis vector)라고 한다.

$$V = \{c_1 x_1 + \cdots + c_N x_N \mid c_1, \dots, c_N \in \mathbf{R}\} \quad (3.2.32)$$

벡터공간의 차원(dimension)이 벡터의 차원(길이)가 아니라 기저벡터의 개수로 정의된다는 점에 유의해야 한다.