

Big O 표기법과 little o 표기법에 대한 알아보도록 합시다.

이게 함수를 비교할 때 사용이 되는데요.

먼저, Big O 표기법은... 아래와 같습니다.

$$f(x) = O(g(x)) \quad \text{as } x \rightarrow \infty$$

위를 'f(x)라는 함수는 g(x)의 Big O이다'라고 하죠.

개념적으로는 ~~★~~ f(x)의 절대값이 x가 ∞로 감에 따라 언젠가는
g(x)의 절대값에 임의의 양의 상수를 곱한 값보다 작아진다는 겁니다.

이를 아래와 같이 표현할 수 있습니다.

$$|f(x)| \leq M |g(x)| \quad \text{"for all } x \geq x_0 \text{"}$$

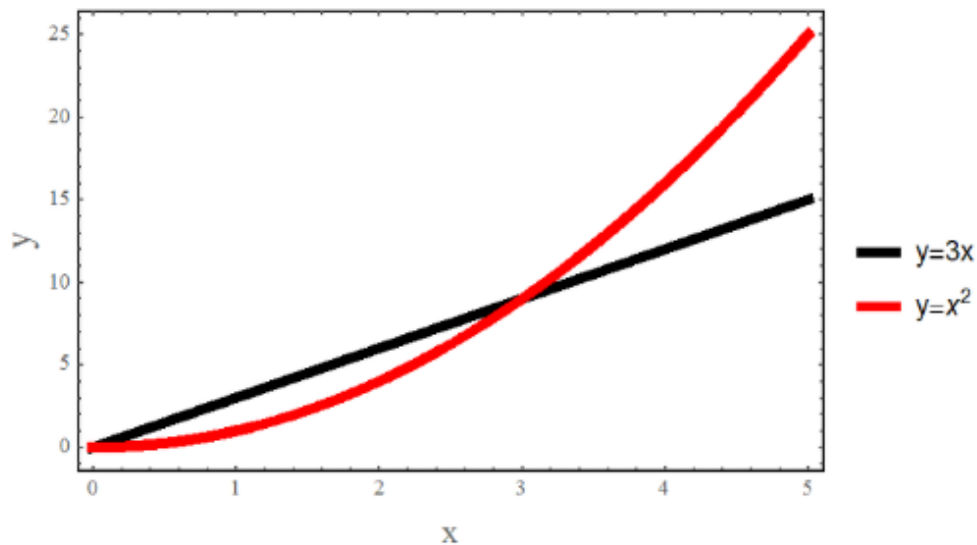
위에서 개념적으로 '언젠가는'이라고 말했는데,
그걸 어떤 x_0 이라는 위치가 존재한다는 것을 수식으로 적어준 것이고요.

~~★~~ 핵심!!!

M은 양의 상수로서, 이런 양의 상수가 하나만 존재해도 Big O notation은 성립합니다.

$$3x = O(x^2)$$

3x는 x^2 의 Big O입니다.
아래의 그래프를 보시면 명확해지죠.



x가 커짐에 따라서 이 두 함수의 차이는 점점 커져서,
3정도부터 이후에는 x^2 를 3x보다 크게 만드는 양의 상수곱을 쉽게 찾을 수 있습니다.

이 개념이 Big O입니다.

지금까지 Big O에 대해서는 x가 무한대를 향해 커지는 방향에 대해서만 언급했는데,
아래와 같이 특정값인 x_k 에 가까워질 때에 대해서도 Big O의 개념을 적용할 수 있습니다.

$$f(x) = O(g(x)) \quad \text{as } x \rightarrow x_k$$

더욱 자세한 사항은 [위키백과](#)를 참고해주세요.

이번에는 little o 표기법에 대해서 알아보죠.
아래와 같이 적습니다.

$$f(x) = o(g(x)) \quad \text{as } x \rightarrow \infty$$

앞서 Big O는 x 가 무한대로 커질 때만 아니라 특정값에 가까워질때에 대해서도
사용될 수 있는 개념이라 했는데,

Little O는 x 가 무한대로 커지는 상황에서만 사용되는 개념입니다
그리고 **Big O**보다 조건이 더욱 엄격합니다.

개념적으로 말하자면, 아래와 같습니다.

$g(x)$ 의 절대값에 어떤 작은 양의 숫자를 곱해도 $f(x)$ 보다는 크게되는 순간이 x 를 키우다보면
언젠가는 나타난다.

왜 조건이 더 엄격하냐면, "어떤 작은 양의 숫자를 곱해도"라는 조건이 추가되었기 때문입니다.
따라서, Little o를 성립하면 당연히 Big O도 성립하게 되죠.

Little o 조건은 $g(x)$ 가 0이 아닐 때 아래와 동치인데, 아래의 조건이 좀 더 이해하기 쉬울 겁니다.

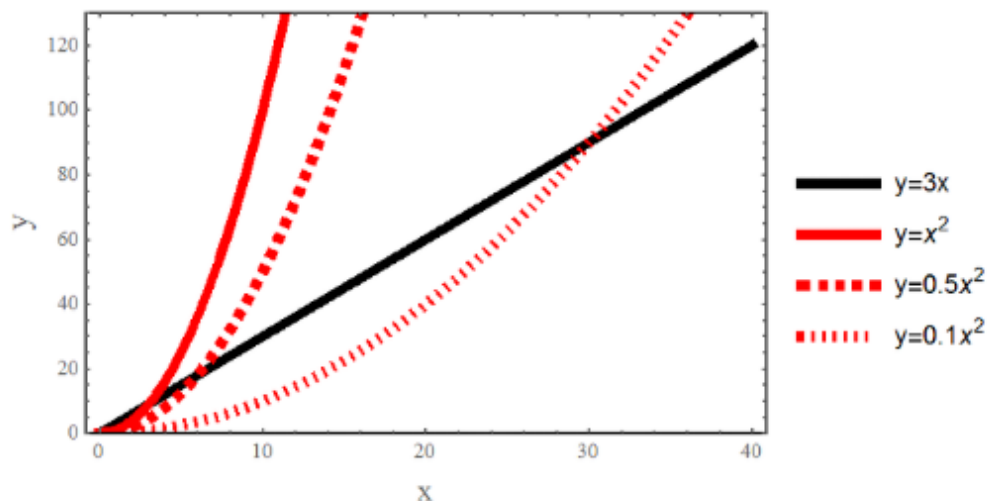
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

" $g(x)$ 의 order가 $f(x)$ 의 order보다 크다!"

앞서 들었던 예를 다시 보면, 아래처럼 $3x$ 가 x^2 의 little o이기도 합니다.

$$3x = o(x^2)$$

아래의 그래프를 보면 이해가 빠를 것인데요.



위의 그래프에서 보이듯,
 x 가 증가함에 따라 x^2 에 0.5을 곱하든, 0.1을 곱해도... 훨씬 더 작은 수를 곱하더라도 $3x$ 보다는 커지게 되는 x 를 반드시 찾을 수 있겠죠.

이건 x^2 의 증가율이 x 보다 본질적으로 크기에 이런 것 입니다.

아무튼, 이럴 때 우리는 little o라고 합니다.