

- 'Norm'은 벡터, 행렬, 텐서의 '크기'를 의미하는 값이다.
- Machine learning model의 weight norm은 해당 모델의 복잡도를 의미한다.

## ② L1 Regularization (Lasso)

Regularization은 통상적으로 L1과 L2 regularization으로 나뉘지게 된다.  
 앞서 살펴본 수식은 L2 regularization에 속하고,  
 L1 regularization은 2차항 대신에 1차항이 오며, 식은 아래와 같다.

$$\underline{C} = \underline{C_0} + \frac{\lambda}{n} \sum_w |w|$$

↑ 원래의 cost function

앞서 살펴본 것과 마찬가지로 가중치  $w$ 에 대해서 편미분을 수행하면,  
 결과적으로는 새로운 가중치는 아래와 같이 결정이 된다.

$$w \rightarrow w' = w - \frac{\eta \lambda}{n} \text{sgn}(w) - \eta \frac{\partial \underline{C_0}}{\partial w}$$

결과적으로 위 식을 보면,  
 (weight 값 자체를 줄이는 것이 아니라)  
" $w$ 의 부호에 따라 상수 값을 빼주는 방식으로 regularization을 수행한다."  
 ↑ 음수면 '-', 양수면 '+'을 뺀다.

↑ 이에 따라, 원래  $w$  값의 "절대값"이 작아질.

### ① L2 Regularization (Ridge)

Regularization은 (정확하게 표현하면, L2 regularization은) 아래의 수식으로 표현할 수 있다.

$$\underline{C} = C_0 + \frac{\lambda}{2n} \sum_w w^2$$

위 수식에서  $C_0$ 는 원래의 cost function이며,

$n$ 은 훈련 데이터의 개수,  $\lambda$ 는 regularization 변수,  $w$ 는 가중치를 나타낸다.

위 식처럼 regularization 항목이 들어가면,

학습의 방향이 단순히  $C_0$  값이 작아지는 방향으로만 진행되는 것이 아니라,

$w$  값들 역시 최소가 되는 방향으로 진행을 하게 된다.

이렇게 정의된 cost function을 가중치  $w$ 에 대해서 편미분을 수행하면,

결과적으로는 새로운 가중치는 아래와 같이 결정이 된다.

$$\begin{aligned} w &\rightarrow w - \eta \frac{\partial C_0}{\partial w} - \frac{\eta \lambda}{n} w = w - \frac{\eta \lambda}{n} \cdot w - \eta \frac{\partial C_0}{\partial w} \\ &= \left( 1 - \frac{\eta \lambda}{n} \right) w - \eta \frac{\partial C_0}{\partial w} \end{aligned}$$

↪ 원래  $w$  값의 "결재값"이 작아질.

위 식에서  $(1 - \eta \lambda / n)w$ 는

원래의  $w$  값에  $(1 - \eta \lambda / n)$  항목을 곱한 형태가 되기 때문에

값이 작아지는 방향으로 진행을 하게 된다.

