

X 합성함수: 입력값으로 다른 함수의 결과값을 받는 함수

$$\text{ex) } (x+1)^2, (-x)^2, 2^{x^2+2}, \log_3 4x^2+3 \dots$$

고교수학에서는 합성함수의 미분이라는 것을 배운다.

$y = 2x$ 를 x 로 미분하면 $dy/dx = 2$ 이다. 이 말은 x 가 1 증가하면 y 는 2배로 2 증가한다는 말이다.

그렇다면 $y = 2x$ 를 $2x$ 로 미분하면 어떻게 될까? 답은 $dy/d(2x) = 1$ 이다. 즉, y 와 $2x$ 의 변화속도가 같다는 말이다.

적분에 치환적분이 있듯이 미분에서도 $2x$ 를 하나의 새로운 변수 t 로 놓고 생각해 보자. 그러면 $y = t$, $t = 2x$ 이므로 $dt/dx = 2$ 이고, $dy/dt = 1$ 이다. 즉, t 의 변화량은 x 의 2배이고 y 의 변화량은 t 와 같다는 말이다. 그렇다면 결국 y 의 변화량은 x 의 변화량의 2배라는 말이 된다.

$$\star \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

→ 즉, 이미 있는 함수의 이름이 't'가 되는 것임!!

즉, (처음부터 y 를 x 로 직접 미분하는 것 보다는) 중간에 다리를 두어서 단계적으로 미분을 구하는 것이 합성함수 미분법이다. 예를 들어, $y = (2x + 1)^4$ 인 경우 $dy/dx = 4(2x + 1)^3 \cdot 2 = 8(2x + 1)^3$ 이 된다. 한 가지 유념해야 할 사실은 위 합성함수 미분법 식에서, dt/dx 의 dt 는 dx 에 종속된 값이고 이 dt 에 종속되어 dy/dt 에서의 dy 가 결정된다는 점이다.