

- 삼각함수는 '함수'의 일종이라, 라디안 각도를 입력값으로 받고 '-1~1'사이의 함수값을 가지는 함수이다.

↑ 참

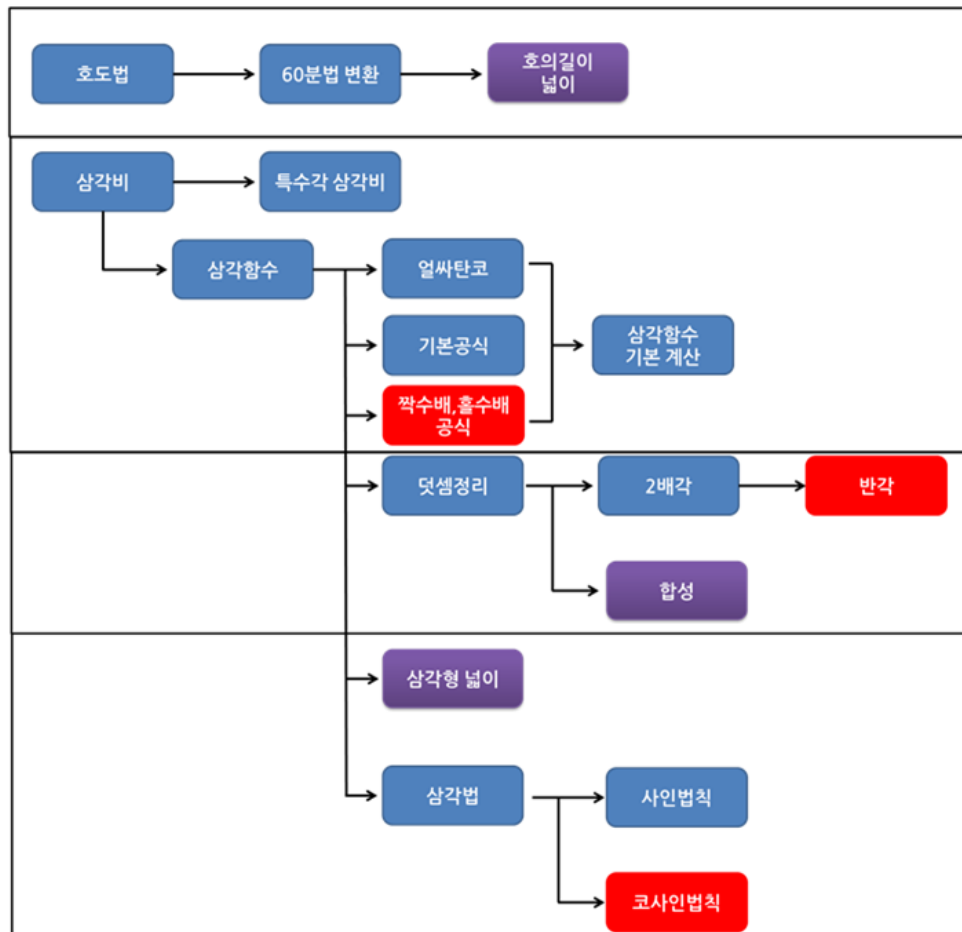
상당수 학생들이 삼각함수를 하다보면 삼각비와 삼각함수의 차이를 모르는 경우가 많습니다.

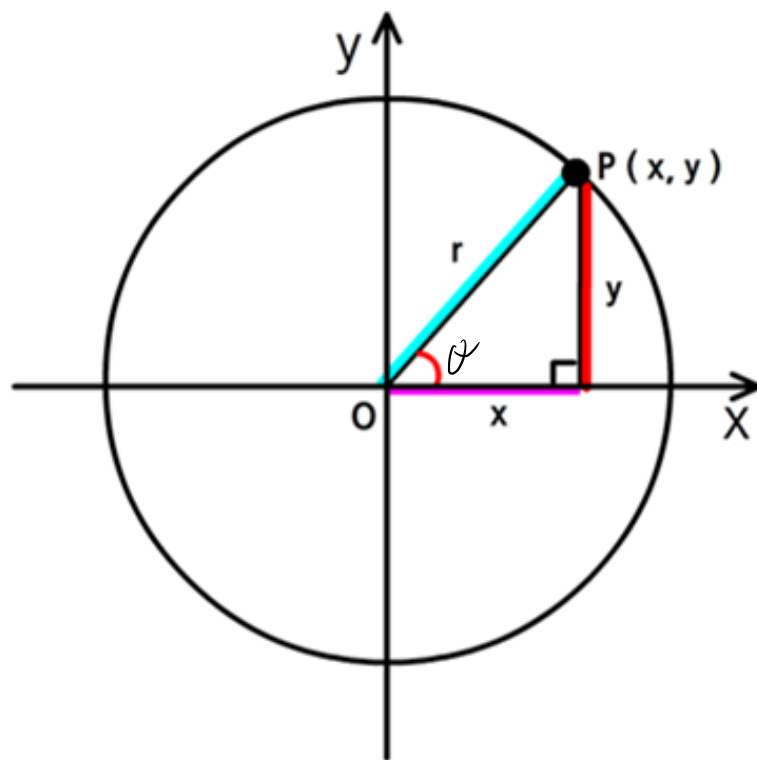
삼각비 ⇒ 직각삼각형 사용

삼각함수 ⇒ 좌표평면 사용 (즉, 직각보다 큰 각에 대한 삼각비를 구하기 위해, 좌표평면의 단위원을 사용)

02. 삼각함수의 공식 TOTAL MAP

사용되는 공식이 상당히 많아서 여기서는 4개의 영역으로 나눈 후에 각각의 공식들에 대해서 알아보겠습니다.





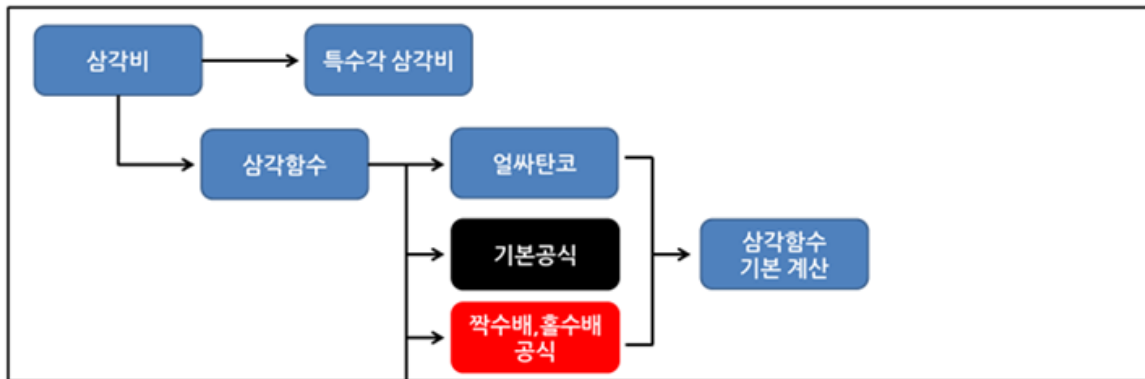
$$\sin \theta = \frac{y}{r} \text{ 이고 역수 } \csc \theta = \frac{r}{y}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} \text{ 이고 역수 } \sec \theta = \frac{r}{x}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \text{ 이고 역수 } \cot \theta = \frac{x}{y}$$

- 해당 원을 '단위원 (반지름이 1인 원)' 이라고 생각하면,
 $\sin \theta$ 는 θ 의 종경라 원이 만나는 점의 y좌표 이고
 $\cos \theta$ 는 θ 의 종경라 원이 만나는 점의 x좌표 이다.

공식04 삼각함수의 기본공식



다음에 나오는 것이 삼각함수의 기본 공식으로 언급되는 것인데 세가지가 주로 사용됩니다.

$$1) \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

<해당 공식을 통해, 주어진 식을 \sin 과 \cos 으로만 구성시킬 수 있다.>

계산 과정에 $\tan \theta$ 가 $\sin \theta, \cos \theta$ 함께 사용될 때

$$2) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

← 좌변의 덧셈 정리 ($\cos(\theta_1 - \theta_2) = \cos \theta_1 \times \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \times \sin \theta_2$)로 증명 가능
 $\Rightarrow \theta_1$ 과 θ_2 에 ' θ '를 대입하면, $\cos(\theta - \theta) = \cos \theta^2 + \sin \theta^2$
 $\Leftrightarrow 1 = \cos \theta^2 + \sin \theta^2$

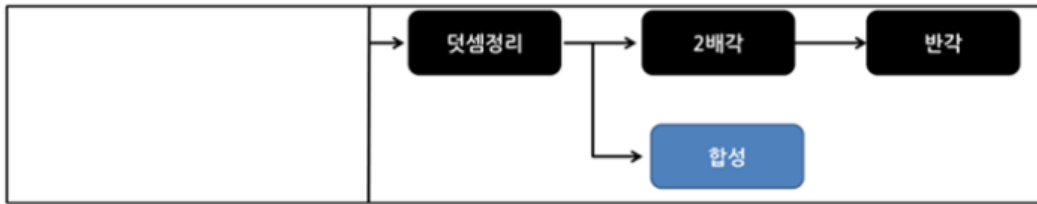
계산 과정에 제일 많이 사용되는 공식입니다.

광범위하게 사용되는데 특히 $\sin \theta, \cos \theta$ 대칭 형태로 나와서 합과 곱을 이용하는 문제에서는 생략되어 있기 때문에 반드시 미리 써두는 것이 효과적입니다.

$$3) 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

자주는 사용되지 않으나 간혹 난이도 있는 문제에서 사용됨

공식06 덧셈정리, 2배각, 반각 공식



덧셈정리

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \text{ (신코코신)}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \text{ (위 식에서 연산자만 바뀜)}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \text{ (코코마신신)}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \text{ (위 식에서 연산자만 바뀜)}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \text{ (일마탑탄분의 탄불탄)}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \text{ (위 식에서 연산자만 바뀜)}$$

2배각

β 대신 α 로 대입

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha \text{ (니사이코)}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \text{ (코제곱 마싸제곱)}$$

$$= 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

반각공식

2배각 공식의 변형

α 대신 $\frac{\alpha}{2}$ 로 대입

$$\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

공식07 삼각함수의 합성



각이 같은 1차로된 사인과 코사인의 결합을 했어 사인과 코사인이 혼합된 주로 최대, 최소, 주기를 구하는데 사용하게 됩니다.

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$

최대 $\sqrt{a^2 + b^2}$

최소 $-\sqrt{a^2 + b^2}$

단 $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

주기 2π

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta - \beta)$$

최대 $\sqrt{a^2 + b^2}$

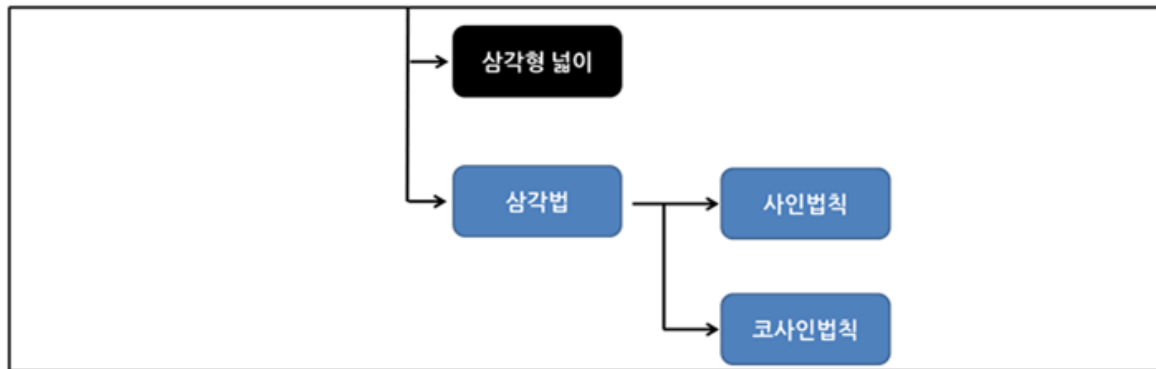
최소 $-\sqrt{a^2 + b^2}$

단 $\cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

주기 2π

둘 중에 하나만 사용할 줄 알면 되는데 주로 처음 사용한 합성 공식이 편리 합니다.

공식08 삼각형의 넓이



양변과 사잇각을 알 때

$$S = \frac{1}{2}ab \sin C$$

내접원의 반지름을 알 때

$$S = \frac{1}{2}(a + b + c)r$$

외접원의 반지름을 알 때

$$S = \frac{abc}{4R} \quad (\text{사인법칙을 이용함 } \sin C = \frac{c}{2R})$$

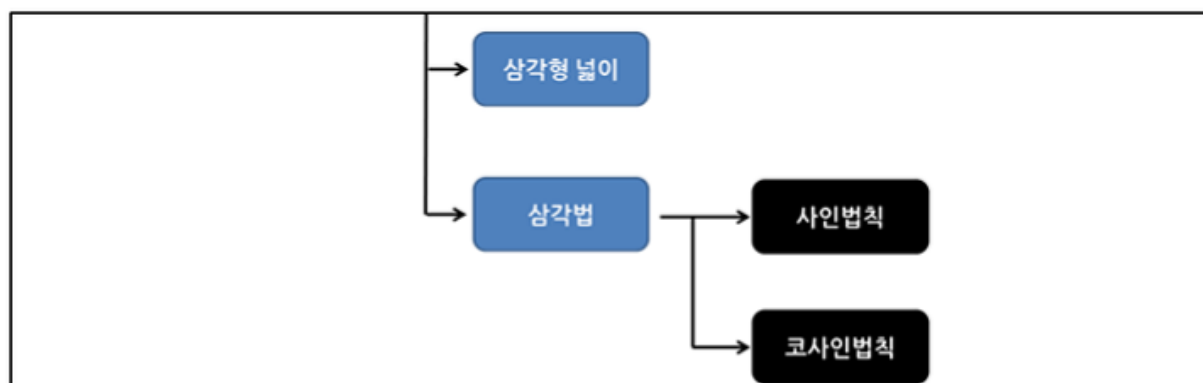
세변의 길이를 알 때 (헤론의 공식)

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$$

세좌표를 알 때

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3)|$$

공식09 사인법칙, 코사인법칙



사인법칙과 코사인법칙은 삼각형에서 세변과 세각의 크기를 모두 구하고자 할 때 종종 사용하게 되는데...

내각의합 2π , 사인법칙, 코사인법칙이 혼합하여 주로 구하는 경우가 종종 있어서 모든 공식을 외우고 있어야 합니다.

사인법칙

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

코사인 제1법칙 (양변과 사이각을 알 때)

$$c = a \cos B + b \cos A$$

코사인 제2법칙 (양변과 사잇각을 알 때)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

코사인 제2법칙 변형 (세변의 길이를 알 때)

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$