

Contents

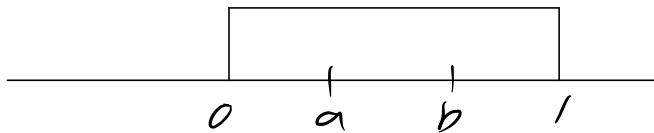
Chapter 8 정규분포

8.2 연속확률분포

8.3 정규분포의 일반적인 성질 및 확률계산

8.4 이항분포의 정규분포근사

8.5 정규분포가정의 조사

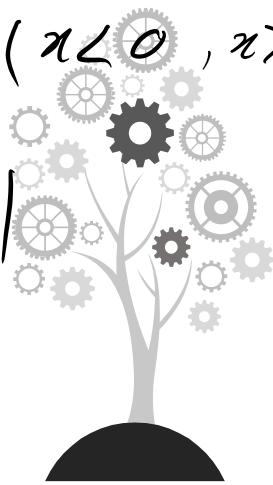


풀이: $X = 0$ 과 1 사이의 균.

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < 0, x > 1) \end{cases}$$

$$\int_0^1 1 dx = 1$$

$$\therefore C = 1$$



Chapter 8 정규분포

01 연속확률분포

연속확률변수

: 구간의 모든 값을 가질 수 있음

주어진 구간에서 확률이 어떻게 분포하는지 함수를 이용해 표현

확률밀도함수 (probability density function, pdf)

1) 모든 x 값에 대해 $f(x) \geq 0$

2) $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx$

3) $P(-\infty \leq X \leq \infty) = 1$

를 만족하는 $f(x)$ 를 x 의 확률밀도함수라고 한다.

- 예제 1, 예제 2

< 확률밀도함수의 특징 >

< 변수가 연속적이기 때문에!! >

$$P(a \leq x \leq b) = P(a < x < b) = P(a \leq x < b)$$

< 확률변수가 연속적이다!! >

$\times f_X(x) \neq \text{확률}$



① for $x, f(x) \geq 0$

$$\textcircled{2} P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx$$

$$= P(a < X < b)$$

$$(3) P(-\infty \leq X \leq \infty) = 1$$

$$(4) P(X=x) = P(x \leq X \leq x)$$

$$\int_a^b f(x) \cdot dx = 0$$

02 정규분포의 일반적인 성질 및 확률계산

일반적인 \Rightarrow 일상생활에서 가장 대표적 분포.

- 정규분포 (normal distribution)

① 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $-\infty < x < \infty$ 인 확률분포

② 평균 μ 와 분산 σ^2 에 의해 분포가 확정됨

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

여기서 알면, 해당 함수를 구할 수 있다.

정규 분포의 확률 변수.

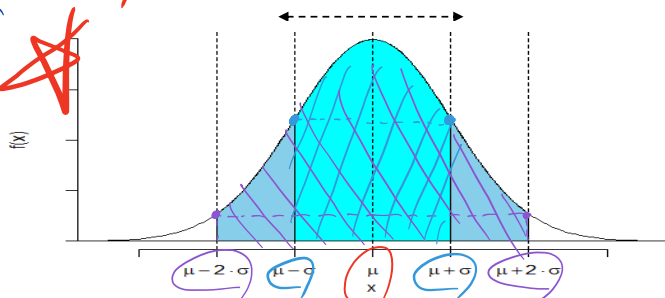
한 점에서의 확률은 '0'

③ 특징

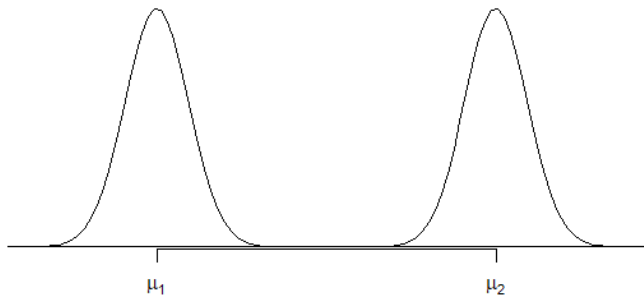
- 1) 평균 = 최빈값 = 중앙값 (평균을 중심으로 좌우대칭), μ 를 중심으로 $\pm 3\sigma$ 안에 확률이 거의 (0.9973) 집중되어 있음 (평균으로부터 멀어지면 함수값이 급격히 작아짐).

$$\langle \mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma \rangle$$

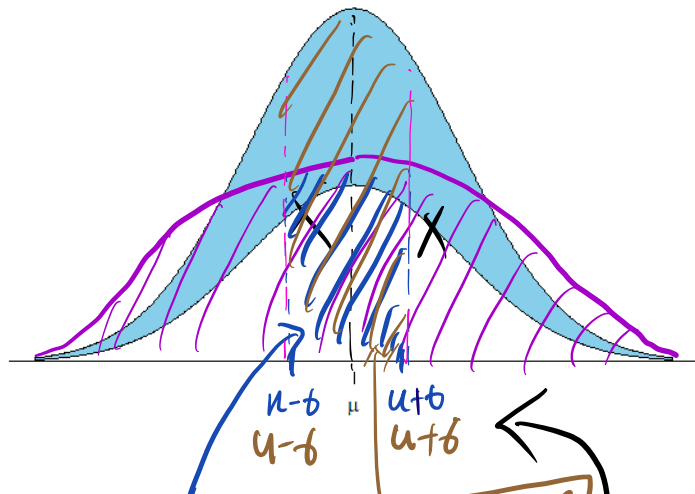
0.9545 (bell shape)
0.6827



저변 폭으로
 분산은 같고
 평균이 다른 두 정규분포



대형!!!
 (분산이 클수록)
 < 분산이 크면, 옆으로 넓어지게
 커진다. >
 평균은 같고
 분산이 다른 두 정규분포



Chapter 8

정규분포

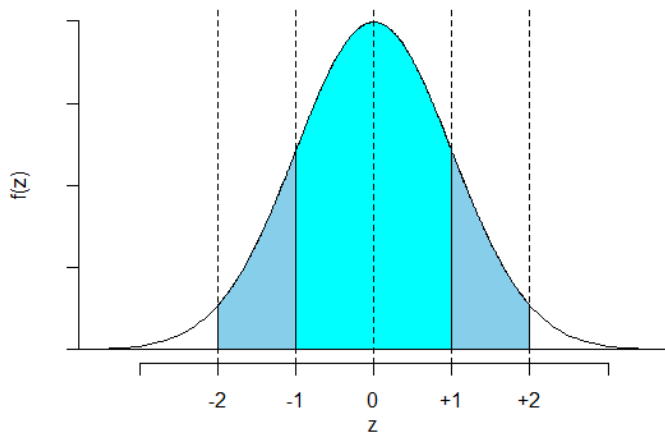
표준화 : 어떤 틀이 맞춘다.

- 표준정규분포(standard normal distribution)
: 평균이 0이고 분산이 1인 정규분포

$$Z \sim N(0, 1)$$

0.9545

0.6827



0.6827

0.6827

< N에서 1/sqrt(2)과
떨어진 구간의
넓이는 항상
0.6827이다 >

Chapter 8 정규분포

- 정규분포의 확률계산

정규분포표를
활용할 때, 주의할 점!!

$$P(Z \leq -z) = P(Z \geq z) = P(Z > z) = 1 - P(Z \leq z)$$

- Z가 구간 $[a, b]$ 에 있을 확률

$$P(a \leq Z \leq b) = P(Z \leq b) - P(Z \leq a)$$

↑ 사실상 부등호는 상관없음.

- 예제 3, 예제 4, 예제 5
- 표준정규확률변수

$$Z \sim N(\mu, \sigma^2)$$

오 평균

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

오 표준편차

- 예제 6, 예제 7

$$P(X < 450)$$

$$= P\left(\frac{X - 455}{3.459} < \frac{450 - 455}{3.459}\right)$$

$$\stackrel{①}{=} P(Z < -1.4455)$$

$$\stackrel{②}{\approx} P(Z < -1.45) = 0.0735$$

↓ 근사값을 사용.

①의 확률은 ②의 확률이 '근사'하다.

=) 이것 활용하면, 변수의 '공간값'을 굳이 사용 안해도 됨.