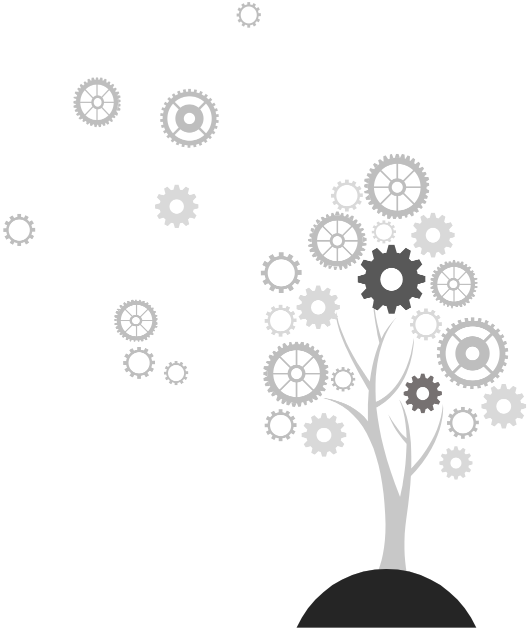
Contents



표본 공간을 예측하여, 해당 실험(<=>시행)을 구할 수 있다.

01 사건의 확률

전체집합

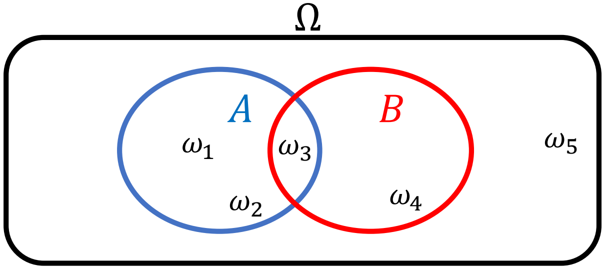
(<=>집합)

- 표본공간(sample space: Ω)
  : 한 실험에서 나올 수 있는 모든 결과들의 모임
- 근원사건(elementary outcomes : $\omega_1, \omega_2, \dots$)
  : 표본공간을 구성하는 개개의 결과

원소가 한개인 집합

- 사건(event : A, B, ⋯)
  : 표본공간의 부분집합으로 어떤 특성을 갖는 결과들의 모임 (근원사건들의 집합)

표본공간의 부분집합.



Chapter 5 확률

〈상대도수 수렴치로서의 확률〉
(여기선 '횟수'의 의미와 동일함.)

- 사건의 확률
  : 동일한 조건하에서 한가지 실험을 반복할 때, 전체 실험에서 그 사건이 일어나리라고 예상되는 횟수의 비율
  ('전체 실험 횟수에서')

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i) : \text{사건 } A\text{의 확률}$$

- 확률의 공리
  1) 모든 사건 A에 대하여 $0 \le P(A) \le 1$이다.
  2) 표본공간 Ω에 대하여 $P(\Omega) = 1$이다.
  3) 사건 $A_1, A_2, \ldots$ 이 서로 배반, 즉 서로 다른 i와 j에 대하여 $A_i \cap A_j = \emptyset$일 때 다음이 성립한다.

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

- 예제 1, 2
- 2.3, 2.9, 2.10

Chapter 5 확률

02 확률의 계산

<각 근원사건이 일어날 확률은 $\frac{1}{k}$로 동일하다!!!>

1) • 규칙 1 (균일확률)

: 표본공간 Ω가 k개의 원소로 이루어져 있고 각 근원사건이 일어날 가능성이 동일하다고 하자. 이때 근원사건 중 하나가 일어날 확률은 $\frac{1}{k}$로 주어진다. 또 사건 A가 m개의 근원사건으로 이루어져 있다면 사건 A가 일어날 확률은 다음과 같이 주어진다.

$$P(A) = \frac{m}{k} = \frac{A\text{에 속하는 근원사건의 개수}}{\Omega\text{에 속하는 근원사건의 개수}}$$

"이게 무조건 전제 되어야 '균일확률' 규칙을

ex) 주사위 던지는 실험

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

A : 주사위에서 짝수가 나오는 사건

$A = \{2, 4, 6\}$

$P(A) = \frac{3}{6}$

사용할 수 있다!!

Chapter 5 확률

- 규칙 2 (상대도수 수렴치로서의 확률) :
동일한 실험을 N회 반복할 때 사건 A의 상대도수는

$$r_N(A) = \frac{\#(A)}{N}$$

과 같고, N이 증가하면 상대도수는 일정한 값으로 수렴한다. 수렴한 값을 사건 A가 일어날 확률 $P(A)$에 대한 추정치로 사용한다.

$$\widehat{P(A)} = \lim_{\mathrm{N}\to\infty} r_N(A)$$

- 예제 3, 4
- 3.9, 3.15

※ 확률을 구하는 방법 $\begin{cases} \text{고전확률.} \\ \text{상대도수 수렴치로서의} \end{cases}$

확률.

03 확률법칙

- 여사건 : 사건 A의 여사건은 A에 포함되지 않은 근원사건들의 모임으로 A^c로 표현

$$\mathrm{P}(A^c) = 1 - P(A)$$

- 합사건 : 사건 A, B의 합사건은 A 혹은 B에 포함되는 근원사건들의 모임으로 $A \cup B$로 표현

$$P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(A \cap B)$$

- 곱사건 : 사건 A, B의 곱사건은 A 혹은 B에 동시에 포함되는 근원사건들의 모임으로 $A \cap B$로 표현

- 배반사건 : $\{A \cap B\} = \phi$ 이면, 사건 A와 사건 B는 서로 배반 사건.

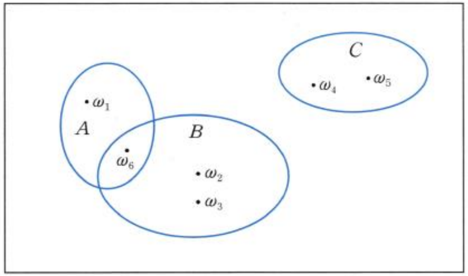


그림 5-2 사건들의 벤다이어그램

- 예제 5, 6, 7
- 4.9, 4.13

04 조건부 확률과 독립성

- 조건부확률

  : 사건 B가 주어졌을 때, 사건 A의 조건부 확률은

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

  로 정의한다.

- 예제 9

- 곱사건의 확률법칙

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

- 예제11

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$= P(B) \cdot P(A|B)$$

순서 상관!

$= P(B) \cdot P(A|B)$

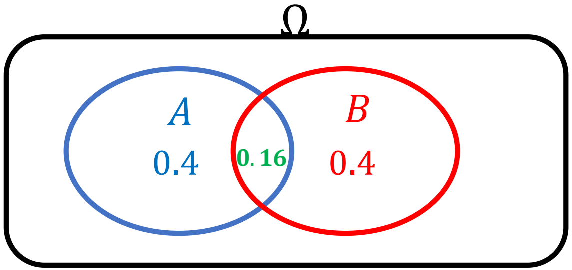
- 독립

  : 두 사건 A, B가 다음을 만족 할 때, 사건 A와 사건 B가
  서로 독립이라 한다.

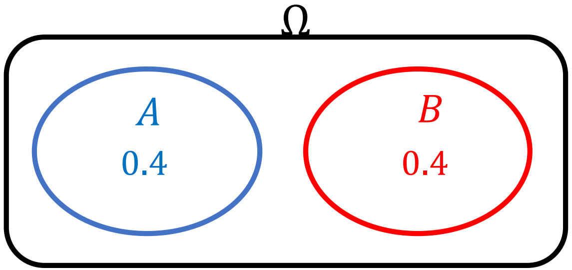
$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = P(A|B)P(B) = P(A)P(B|A)$$

- 예제12

※ 두 사건이 독립이라는 것과 두 사건이 배반인 것은 별개



두 사건이 독립

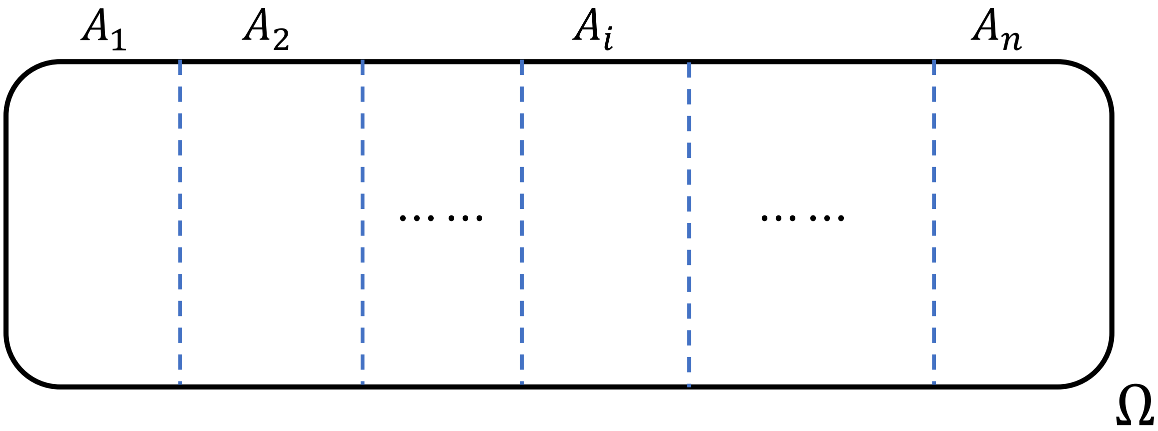


두 사건이 배반

Chapter 5 확률

정말 중요하다!!!

- 표본공간의 분할(partition)
  ①: 사건 $A_1, A_2, \dots, A_n$이 서로 배반 사건이고, ② $\Omega = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$일 때, 사건 $A_1, A_2, \dots, A_n$을 Ω의 분할이라고 한다.



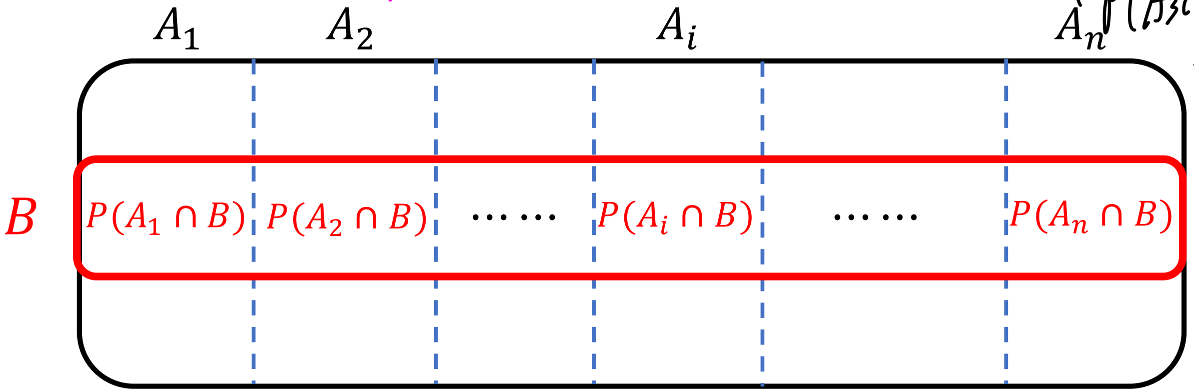
이게 무조건 전제되어 있어야함!!!

- 총확률의 법칙

  : 사건 $A_1, A_2, \ldots, A_n$이 Ω의 분할 일 때, 임의의 사건 B의 확률 $P(B)$는 다음과 같이 계산 할 수 있다.

$$P(B) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i \cap B)} = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B|A_i)}$$

$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + P(A_3 \cap B) + P(A_4 \cap B)$ ----



$$P(A_i \cap B) = P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

이게 조건 전제 되어야 한다.

- 베이즈 정리

  : 사건 $A_1, A_2, \dots, A_n$이 Ω의 분할 일 때, 임의의 사건 B에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$P(A_i|B) = \frac{\overbrace{P(A_i)P(B|A_i)}^{= P(B\cap A_i)}}{\underbrace{P(A_1)P(B|A_1)}_{P(B\cap A_1)} + \cdots + \underbrace{P(A_n)P(B|A_n)}_{P(B\cap A_n)}} \quad , i = 1, \dots, n$$

- 예제 14
- 예제 15
- 5.3, 5.4, 5.6, 5.10, 5.11
- 6.18, 6.20, 6.25, 6.40