

## 산술평균 | 算術平均 | arithmetic mean

산술평균은 우리가 알고 있는 평균이다. 값을 모두 더하고, 기준이 되는 것의 개수로 나눈다. 예를 들어 두 수  $a$ ,  $b$ 의 산술 평균은

$$\frac{a+b}{2}$$

이다.

## 기하평균 | 幾何平均 | geometric mean

산술평균은 합의 평균이고, 기하평균은 곱의 평균이다. 예를 들어 다음 문제를 보자.

첫번째 해에는 5%, 두번째 해에는 10% 증가했다. 연평균 증가율은?

연평균 증가율  $r$ 로 2년 연속 증가한 값과, 5%, 10%로 두 번 증가한 값이 같아야 한다. 이것을 식으로 세우면,

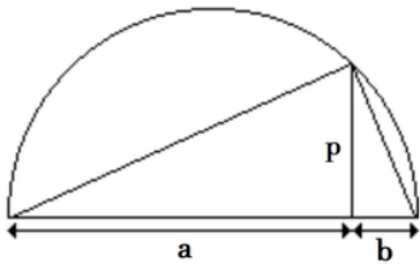
$$r \cdot r = 5 \cdot 10$$

$$r = \sqrt{5 \cdot 10}$$

이다. 이 예제를 일반화 하면, 두 수  $a$ ,  $b$ 의 기하 평균은

$$\sqrt{a \cdot b}$$

이다.



곱의 평균을 기하 평균이라고 부르는 이유는, 기하의 비례식에서 유래하였기 때문인데, 예를 들어, 반원에서 직각 삼각형의 닮음식은

$$a : p = p : b$$

이고, 여기서  $p$ 가  $a$ ,  $b$ 의 기하 평균이다.

또다른 예로, 변의 길이가  $a$ 와  $b$ 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한변의 길이는  $\sqrt{ab}$ 이다.

## 조화평균 | 調和平均 | harmonic mean

조화평균은 '역수의 산술평균의 역수'이다. 역수의 차원에서 평균을 구하고, 다시 역수를 취해 원래 차원의 값으로 돌아오는 것이다. 다음 예시를 보자.

갈 때 10m/s, 올때 20m/s 로 주행하였다. 평균 속력은?

10과 20의 산술 평균인 15는 답이 아니다. 갈 때와 올 때 투여한 시간이 다르기 때문이다. 여기서의 시간의 차원에서 평균을 구해야 한다. 거리를 속력으로 나누면(역수), 시간인데, 이 **시간의 평균**을 구한 후에, 구한 시간 값에 대해, 다시 속력으로 바꾼 것이 평균 속력이다.

거리를 S라 하고, 시간에 대해 식을 세우면,

$$\frac{S}{10} + \frac{S}{20} = \frac{2S}{x}$$

이다. 이 예제를 일반화 하여, 갈 때 속력을 a, 올 때 속력을 b라 하여 정리하면, 조화평균은

$$x = \frac{2ab}{a + b}$$

이다.

역수의 평균의 역수를 조화평균(harmonic mean)이라고 부르는 이유는, 음악의 화음(harmony)에서 이 평균을 찾을 수 있기 때문이다. 화음은 주파수가 1:2:3 과 같이 간단한 정수 간격을 이룰 때 발생하는데, 현의 길이는 주파수의 역수이다. 즉 화음을 이루는 현의 길이를 구하기 위해서는, 역수(주파수)의 평균을 구하고, 다시 그 값의 역수(현의 길이)로 되돌아온다.