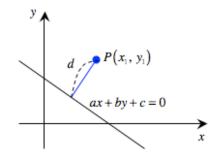
점과 직선 사이의 거리

점 $P(x_1, y_1)$ 에서

직선 ax + by + c = 0 까지의 거리 d는

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



증명1)

점 P 를 지나고 직선 $ax + by + c = 0\cdots(1)$ 에 수직인 직선의 방정식은 $b(x-x_1)-a(y-y_1)=0\cdots(2)$

직선 (1) 과 (2)를 연립하여 교점의 좌표 (x_2, y_2) 를 구해보면

$$x_2 = \frac{b^2 x_1 - ab y_1 - ac}{a^2 + b^2}, \quad y_2 = \frac{a^2 y_2 - ab x_1 - bc}{a^2 + b^2}$$

$$\begin{split} & \text{ then } d = \sqrt{\left(x_1 - x_2\right)^2 + \left(y_1 - y_2\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(x_1 - \frac{b^2 x_1 - ab y_1 - ac}{a^2 + b^2}\right)^2 + \left(y_1 - \frac{a^2 y_2 - ab x_1 - bc}{a^2 + b^2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(a x_1 + b y_1 + c\right)^2 \left\{ \left(-\frac{a}{a^2 + b^2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{a^2 + b^2}\right)^2 \right\}} \\ &= \sqrt{\frac{\left(a x_1 + b y_1 + c\right)}{a^2 + b^2}} = \frac{\left|a x_1 + b y_1 + c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{split}$$