# 数据结构

# 第5章 数组和广义表

# 5.1 数组的定义

# 5.1.1 数组的递归定义

1. 一维数组的定义: 是一个定长线性表 $(a_1, a_2, ..., a_n)$ 。

记为: A= (a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>,..., a<sub>n</sub>)

其中:  $a_i$ 为数据元素, i为下标/序号,  $1 \le i \le n$ 

上面定义的一维数组的元素,下标范围是1~n,一般情况下,可以给下标一个取值范围:

A= (a<sub>low</sub>, a<sub>low+1</sub>,..., a<sub>high</sub>) 这里: low≤high, 数据元素的个数为high-low+1

在C语言中,low取值0。

# 2. 二维数组是一个定长线性表 $(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m)$

其中:  $\alpha_i$ =( $a_{i1}$ , $a_{i2}$ ,..., $a_{in}$ )为行向量, $1 \le i \le m$  ,由m个行向量组成,

记作:

$$A_{m*n} = \begin{pmatrix} (a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n}) \\ (a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n}) \\ & & & & & \\ (a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn}) \end{pmatrix}$$

或由n个列向量组成,记作:

$$A_{mxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{pmatrix}$$

3. 三维数组是一个定长线性表( $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p$ )。 其中:  $\beta_k = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$ 为定长二维数组, $1 \le k \le p$ 例 三维数组A[1..3, 1..4, 1..2], p=3, m=4, n=2

$$A_{3*4*2} = \begin{pmatrix} a_{111} & a_{112} \\ a_{121} & a_{122} \\ a_{131} & a_{132} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{211} & a_{212} \\ a_{221} & a_{222} \\ a_{231} & a_{232} \\ a_{241} & a_{242} \\ a_{241} & a_{242} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{311} & a_{312} \\ a_{321} & a_{322} \\ a_{331} & a_{332} \\ a_{341} & a_{342} \\ a_{350} \end{pmatrix} \\ a_{341} & a_{342} \\ a_{350} \end{pmatrix} \\ a_{341} & a_{342} \\ a_{350} \end{pmatrix}$$
第3页

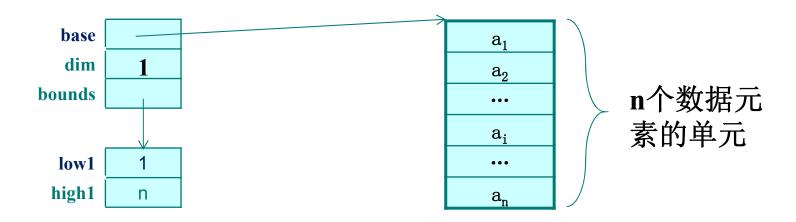
# 5.1.2 数组的操作

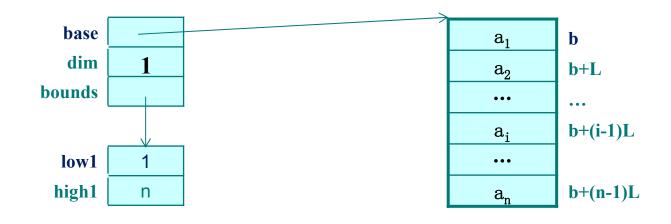
- (1) InitArray(&A, n, bound1, ..., boundn) 创建一个n维数组,各维的长度通过bound<sub>i</sub>表示
- (2) DestroyArray(&A) 销毁数组A
- (3) Value(A, &e, index1, ..., indexn) 读取数组指定下标的元素值到e中
- (4) Assign(A, e, index1, ..., indexn) 将e的值赋值给指定下标的数组元素中

# 5.2数组的顺序表示和实现

# 5.2.1一维数组的顺序表示

例1 二维数组A=  $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ , b是分配的连续存储单元首地址, L是 1个数据元素所占的单元数 。





# 一维数组数据元素ai的地址计算公式

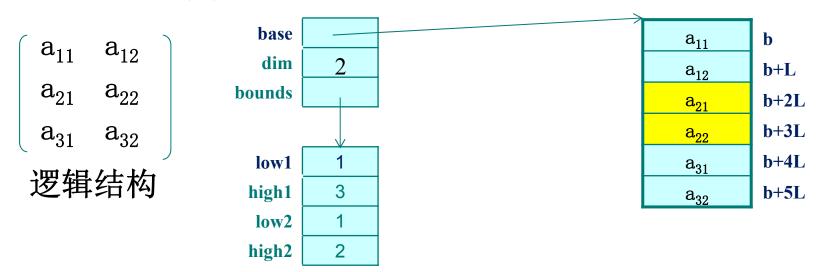
$$LOC(i) = b + (i-1) L = LOC(1) + (i-1) L$$

其中: LOC(i)为元素a<sub>i</sub>的存储位置, b是连续存储单元首地址, L是一个数据元素所占的单元数。

# 5.2.2 二维数组的顺序表示

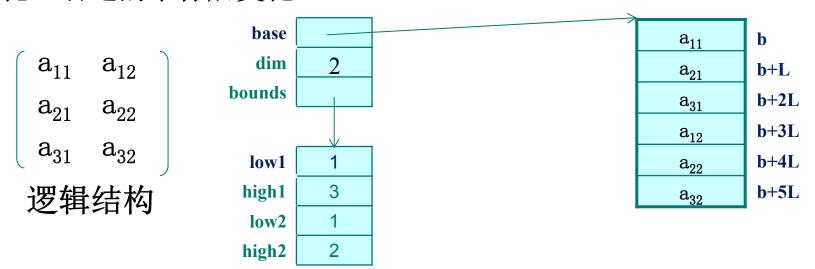
例2 二维数组a[1..3,1..2]

1. 以行序为主序的顺序存储方式 逐行将数组元素放到数据的连续空间中,体现在右边的下标先变化,左边的下标后变化。

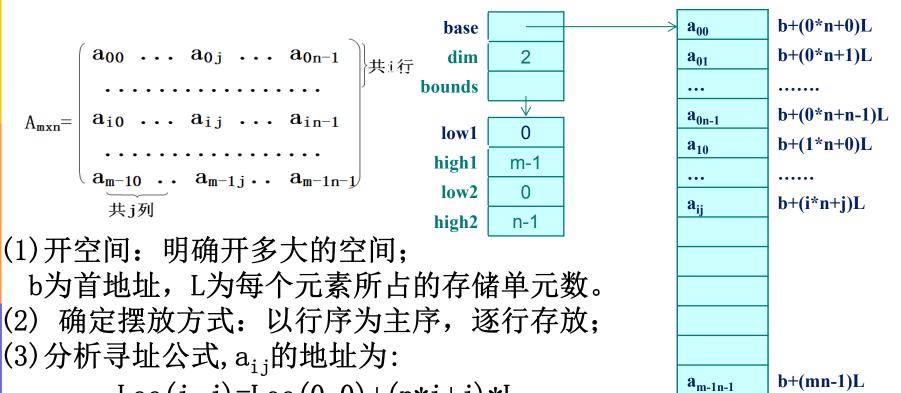


# 例2(续) 二维数组a[1..3,1..2]

2. 以列序为主序的顺序存储方式 逐列将数组元素放到数据的连续空间中,体现在左边的下标先变化,右边的下标后变化。



# 例3 二维数组a[0..m-1,0..n-1], 行序优先

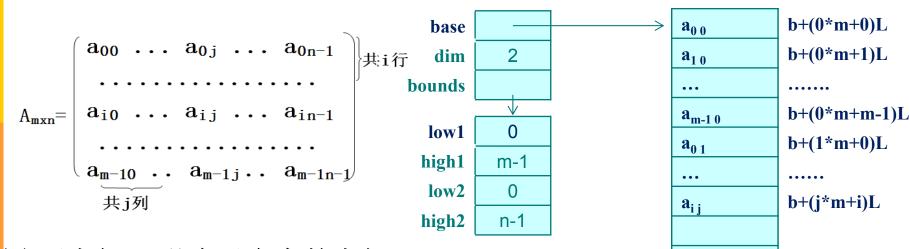


$$Loc(i, j) = Loc(0, 0) + (n*i+j)*L$$

$$=b+(n*(i-1)+j)*L$$

=b+(n\*(i-1)+j)\*L 
$$0 \le i \le m-1, 0 \le j \le n-1$$

# 例3(续) 二维数组a[0..m-1,0..n-1],列序优先

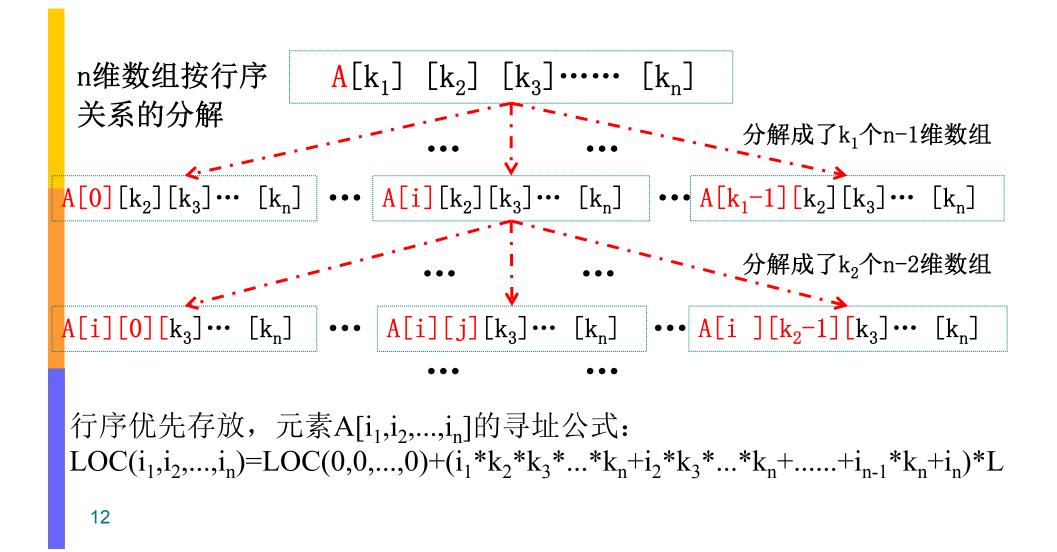


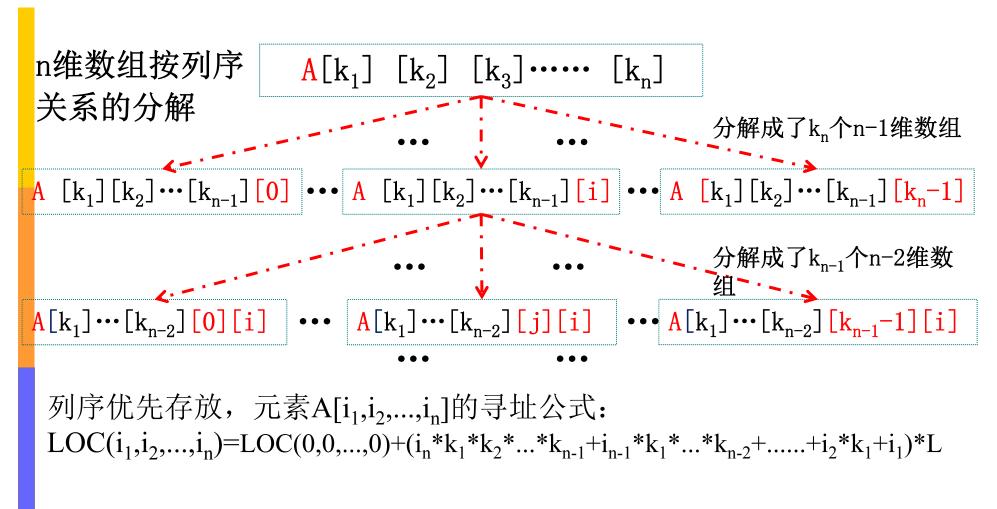
- (1) 开空间:明确开多大的空间; b为首地址,L为每个元素所占的存储单元数
- (2) 确定摆放方式:以列序为主序,逐列存放;
- **(**3) 分析寻址公式,a<sub>i</sub>的地址为:

11

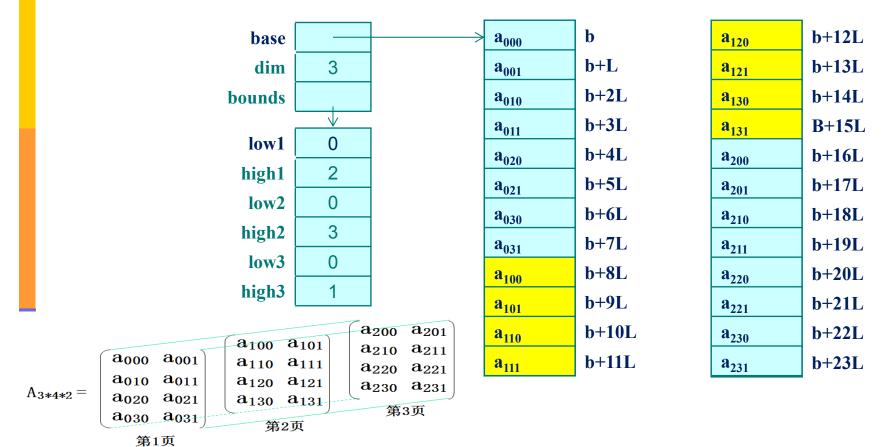
Loc 
$$(i, j) = Loc (0, 0) + (m*j+i)*L$$
  
 $= b + (m*j+i)*L$   $0 \le i \le m-1, 0 \le j \le n-1$ 

b+(mn-1)L





# 例4 三维数组A[1..,0..n-1], 行序优先



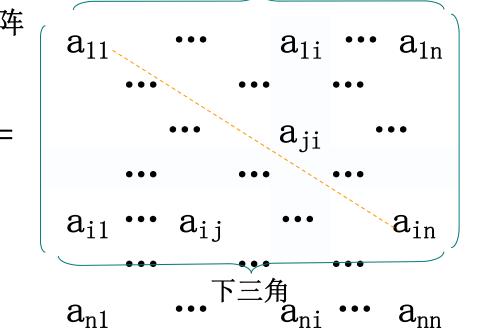
# 4.3 矩阵的压缩存储

4.3.1特殊矩阵的压缩存储

上三角

1. n阶对称矩阵

$$A_{nxn} =$$



下三角元素aij满足i≥j

数据元素的个数=1+2+···+n=n(n+1)/2

 $a_{i\,j==}a_{j\,i}$ 

n

1≤i, j≤

# 假定以行序为主,顺序存储下三角元素到SA[1..n(n+1)/2]

		a <sub>11</sub>	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{31}$	• • •	$a_{i1}$	 $a_{ij}$	• • •	$a_{ii}$	• • •	$a_{n1}$	• • •	$a_{nn}$	
S	A[0]	SA[1]	SA[2]	SA[3]	] SA[4	ŀ]		SA[k]	]				SA[	n (n+1)	)/2]

如何求aij在SA中的位置,即序号k?

- (1) 设aij在下三角,i≥j
  - 第1~i-1行共有元素
     1+2+3+···(i-1)=i(i-1)/2(个)
     ai1~aij共有j个元素
  - ∴ ai j的序号为: k=i(i-1)/2+j

: 上三角的a<sub>ij</sub>等于下三角的a<sub>ji</sub> 下三角的a<sub>ji</sub>的序号为

$$k=j(j-1)/2+i$$
  $i < j$ 

∴ 上三角的a<sub>ij</sub>的序号为 k=j(j-1)/2+i i<j

由(1)和(2),任意a<sub>ij</sub>在SA中的序号,为

$$k = \begin{cases} i(i-1)/2+j & i \ge j \\ j(j-1)/2+i & i < j \end{cases}$$

或:

$$A[i,j] = \begin{cases} SA[i(i-1)/2+j] & i \ge j \\ SA[j(j-1)/2+i] & i < j \end{cases}$$

该公式称为在SA中的映象函数,下标转换公式。

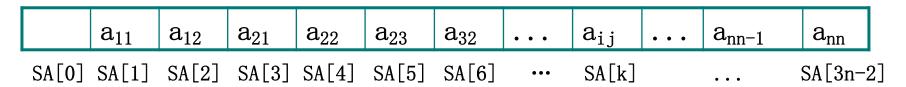
# 2. 三对角矩阵

$$A_{nxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & & \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & & & \\ & a_{32} & a_{33} & a_{34} & & \\ & & \ddots & a_{i,j}, \dots, \\ & & & & a_{n-1,n-2}a_{n-1,n-1}a_{n-1,n} \\ & & & & & a_{nn-1} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

- (1) 元素 $a_{ij}$ , 在三对角的条件:  $|i-j| \leq 1$ ;
- (2) 三对角的元素个数: 3n-2

# 2. 三对角矩阵(续)

假定以行序优先,将三对角元素顺序存储非0元素到SA[1..3n-2]中



$$A_{nxn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & & \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & & & \\ & a_{32} & a_{33} & a_{34} & & \\ & & \ddots & a_{i,j}, \dots, \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ &$$

任意三对角元素a<sub>i</sub>, 在SA中的序号:

$$k=(3*(i-1)-1)+(j-i+2)=2i+j-2$$

$$A[i,j] = \begin{cases} SA[k] & |i-j| \leq 1 \\ 0 & 其它 \end{cases}$$

# 5.3.2 稀疏矩阵的压缩存储

## 1. 三元组表

例 稀疏矩阵M及其转置矩阵T

三元组表

```
(i, j, e)

(1, 2, 33)

(1, 3, 9)

(3, 1, 10)

(3, 6, 36)

(4, 3, 16)

(5, 2, 28)

(6, 4, 37)
```

**(6,** 

7) 行列数

## 三元组顺序表

1	2	33				
1	3	9				
3	1	10				
3	6	36				
4	3	16				
5	2	28				
6	4	37				
///	////	///				
行数(mu): 6						
列数(nu): 7						
非零元(tu): 7						

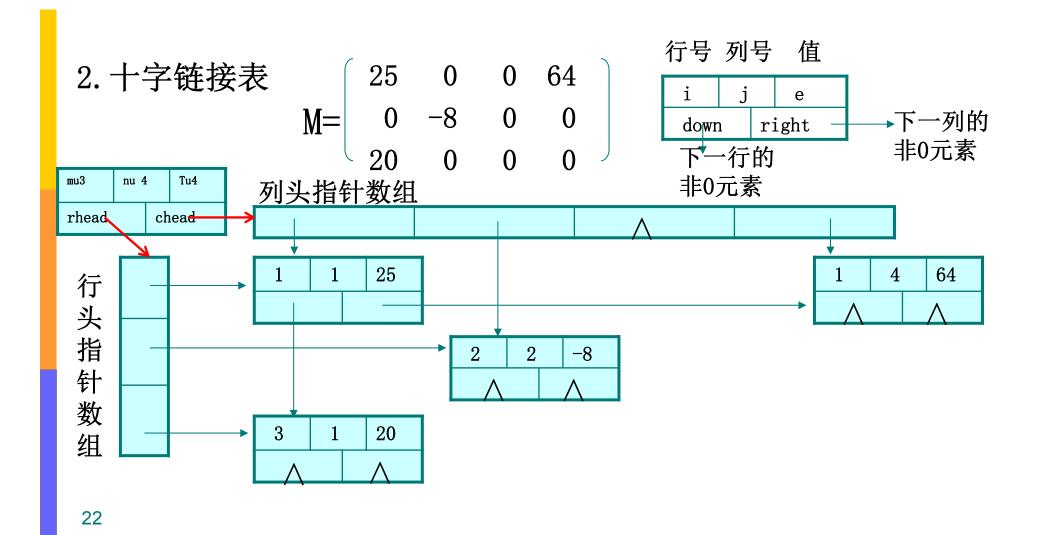
# 用C语言定义三元组顺序表类型

```
#define MAXSIZE 10000

typedef struct {
   int    i, j; //非零元行、列下标
   ElemType e;
} Triple; //定义三元组

typedef struct {
   Triple data[MAXSIZE+1];
   int mu, nu, tu;
} TSMatrix; //定义三元组顺序表
```

TSMatrix M;



# 用C语言定义十字链表表类型:

# 3 求转置矩阵

# M的三元表存储结构

1	2	33					
1	3	9					
3	1	10					
3	6	36					
4	3	16					
5	2	28					
6	4	37					
///	////	///					
行	行数(mu): 6						
列数(nu): 7							
非零	非零元(tu): 7						

# T的三元表存储结构

2	1	33				
3	1	9				
1	3	10				
6	3	36				
3	4	16				
2	5	28				
4	6	37				
///	////	///				
行数(mu): 7						
列数(nu): 6						
非零元(tu): 7						

# 求转置矩阵算法1

M的三元表存储结构

1	2	33					
1	3	9					
3	1	10					
3	6	36					
4	3	16					
5	2	28					
6	4	37					
///	////	///					
行数(mu): 6							
列	列数(nu): 7						
非零	元(tı	u): 7					

```
转置算法1: 根据M的三元组顺序表得到T的三元组顺序表
void TransMatrix1(TSMatrix M, TSMatrix &T)
T.mu=M.nu; T.nu=M.mu; T.tu=M.tu;
if (T.tu) {
                      //指示向T写时的位置
q=1;
for(col=1;col<=M.nu; ++col) //扫描M的三元组表M.nu次
 for(p=1;p<=M.tu;++p) //扫描M的长度为M.tu的三元表
                      //找到一个符合条件的三元组
  if(M.data[p].j==col)
    { T.data[q].i=M.data[p].j;
     T.data[q].j=M.data[p].i;
     T.data[q].e=M.data[p].e;
     q++; }
                    时间复杂度:
                                      0 (M. nu*M. tu)
```

# 求转置矩阵算法2: 改进算法

col	1	2	3	4	5	6	7
num[col]	0	Φ	Φ	0	0	0	0
cpot[col]	1	2	4	6	7	7	8

# cpot[1]=1; cpot[col]=cpot[col-1]+num[col-1] 2≤col≤M.nu

## M的三元表存储结构

1	2	33				
1	3	9				
3	1	10				
3	6	36				
4	3	16				
5	2	28				
6	4	37				
///	////	///				
行数(mu): 6						
列数(nu): 7						
非零	非零元(tu): 7					

# M的三元表存储结构

1	2	33				
1	3	9				
3	1	10				
3	6	36				
4	3	16				
5	2	28				
6	4	37				
//////////						
行数(mu): 6						
列数(nu): 7						
非零元(tu): 7						

T的三元表存储结构								
1	3	10	*	位置	T行号			
2	1	33	<del></del>		1			
2	5	28	<b>←</b>	>	2			
3	1	9			3			
3	4	16			4			
4	6	37			5			
6	3	36			6			
					7			
///	////	///						
			1					
			1					

```
转置算法2: 根据M的三元组顺序表得到T的三元组顺序表
void TransMatrix2(TSMatrix M, TSMatrix &T) {
T.mu=M.nu; T.nu=M.mu; T.tu=M.tu;
if (T.tu) {
  for(col=1;col \leq M.nu;col++) \quad num[col]=0;
  for(t=1;t\leq M.tu;t++) ++num[M.data[t].j];
                                //计算数组cpot
  cpot[1]=1;
  for(col=2;col<=M.nu;col++) cpot[col]=cpot[col-1]+num[col-1];
 for(p=1;p<=M.tu;++p) { //扫描M三元组表
  col=M.data[p].j; //确定M当前元素列号
                        //确定在T的存放位置
  q=cpot[col];
  T.data[q].j=M.data[p].i;
  T.data[q].i=M.data[p].j;
  T.data[q].e=M.data[p].e;
  ++cpot[col]; //修改T的当前行下一元素存放位置
        时间复杂度: 0(M. nu+M. tu) 空间复杂度: 0(M. nu)
```

# 5.4 广义表

# 5.4.1广义表的定义

广义表(也称为列表)是n(n≥0)个元素的有限序列。

记作: LS=(a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>,...,a<sub>n</sub>)。

其中: LS: 广义表名 n: LS的长度

 $a_i$  (1 $\leq$ i $\leq$ n)或者是数据元素,或者是广义表

通常,用大写字母表示广义表的名称,小写字母表示数据元素。

当广义表LS中的元素是一个数据元素时,称其为原子。否则称为广义表的子表。

当广义表非空时,称第一个元素 $a_1$ 为LS的表头(head),称其余的部分( $a_2, \ldots, a_n$ )为LS的表尾(tail)。

# 广义表举例:

- (1) A=() A是一个空表,长度n=0。
- (2) B=(e) Head (B)=e Tail(B)=()
- (3) C=(a, b, c) Head(C)=a Tail(C)=(b, c) Head(Tail(C))=b Tail(Tail(C))=(c)

任何一个非空的广

义表的表头可能是

原子、也可能是广

义表: 表尾一定是

(4) D1=(a, (b, c)) Head(D1)=a Tail(D1)=((b, c))D2=((a, b), c)

Head(D2) = (a, b) Tail(D2) = (c)

(5) E=((a, b), c, (d, e)) Head(E)=(a, b) Tail(E)=(c, (d, e))Head(Tail(E))=c Tail(Tail(E))=((d, e))

# 广义表允许递归

广义表允许共享子表

(7) 
$$G=(a, G)=(a, (a, (a, \dots)))$$
  
 $Head(G)=a$   
 $Tail(G)=(G)=((a, G))$ 

(8) 
$$H=((),((),()))$$
  
 $Head(H)=()$   
 $Tail(H)=(((),()))$ 

# 5.4.2 广义表的图型表示

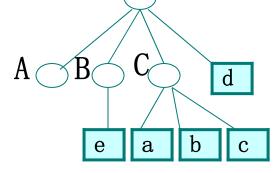
约定 口----原子

〇----列表, 若有表名, 附表名

例 (1) A=() (2) B=(e) (3) C=(a, b, c)

(4) F=(A, B, C, d)=((), (e), (a, b, c), d)

F可以表示成多层次的图形结构



# 5.4.3 广义表的基本操作

```
1. InitGLsit(&L) 创建一个空的广义表
2. CreateGLsit(&L, S) 根据S的定义创建一个广义表
3. DestroyGlist(&L) 销毁一个广义表
4. GListLength(L) 求广义表的长度
a=() GListLength(A)=0
G=(a, G) GListLength(G)=2
H=((),((),(()),())) GListLength(H)=2
F=(A, B, C, d) GListLength(F)=4
```

```
5. GetHead(L) 求广义表的头
G=(a,G) GetHead(G)=a
E=((a,b),c,(d,e)) GetHead(E)=(a,b)
6. GetTail(L) 求广义表的尾
G=(a,G) Tail(G)=(G)=((a,G))
E=((a,b),c,(d,e)) Tail(E)=(c,(d,e))
7. GListDepth(L) 求广义表深度
A=() GListDepth(A)=1
E=((a,b),c,(d,e)) GListDepth(E)=2
H=((),((),((),())) GListDepth(H)=3
```

# 5.5 广义表的存储结构

广义表的的元素具有不同结构,一般用链式存储结构。 由于广义表中的元素既可以是原子,也可以是广义表,所以 会有原子结点和列表结点。

### 原子结点:

列表结点:

tag=0 atom(元素)

tag=1

hp(表头)

tp(表尾)

原子结点: 只有2个域,标志域与值域

列表结点: 有3个域,标志域、表头指针域与表尾指针域

由于一个非空广义表被分成表头和表尾,所以结点的表头和表尾指针可唯一的确定一个广义表

## 原子结点:

# 列表结点:

tag=0 atom(元素) tag=

tag=1 hp(表头) t

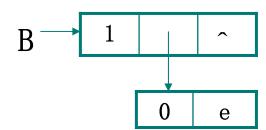
tp(表尾)

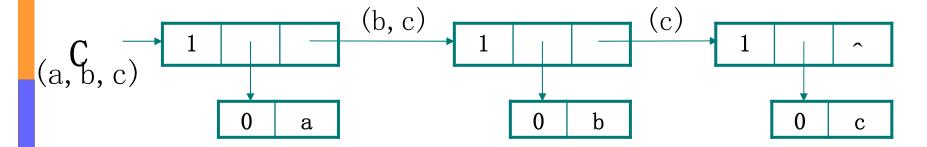
```
这种链式存储结构结构中,为了统一管理这2类结点,采用了共用体(联合)来定义广义表的结点类型。
typedef struct GLNode{
    ElemTag tag; //标志域,用以区分原子结点和表结点
    union { AtomType atom; //原子结点
        struct GLNode *hp,*tp;
        } ptr; //表结点
    }
} *GList;
```

$$(1) A=()$$

- (2) B=(e)
- (3) C=(a, b, c)

# A=NULL





广义表的存储结构示例

# 5.6 广义表的递归算法

```
(1) 求广义表的长度: int GLisitLength(Glist L) 0 L==NULL 递归定义为 1+GLisitLength(L->ptr.tp) L!=NULL int GLisitLength(Glist L) {
  if (!L) return 0;
  return 1+GLisitLength(L->ptr.tp);
}
```

```
(2) 求广义表的深度: int GLisitDepth(Glist L)
    广义表: LS=(a_1, a_2, \ldots, a_n)
 b 上=NULL (空表)
 b 上b b L=NULL (空表)
 b L->tag==0(原子结点)
 b L!=NULL (非空表)
     int GLisitDepth(Glist L) {
        if (!L) return 1;
        if (L-)tag==0) return 0;
        for (max=0, p=L; p; p=p-)ptr.tp) {
            dep=GLisitDepth(p->ptr.hp);
            if (dep>max) max=dep;
       return max+1;
```