

设 N 为全体易感人数, $A(t)$ 为感染人数, $I(t)$ 为感染比例:

$$I(t) = \frac{A(t)}{N}$$

设病毒自然传播率为 r (无外力干预下且每个人有足够多的人可以去感染时, 每个人可以感染 r 个人)。

新增感染为:

$$\begin{aligned} A(t+1) - A(t) &= A(t)r(1 - I(t)) \\ \frac{A(t)}{d_t} &= A(t)(1 - I(t))r \\ \frac{NI(t)}{d_t} &= NI(t)(1 - I(t))r \\ \frac{I(t)}{d_t} &= rI(t)(1 - I(t)) \end{aligned}$$

因此, $I(t)$ 是一个 Logistic 函数 (S 形函数), 即:

$$I(t) = \frac{L}{1 + e^{-k(t-t_0)}}$$